

➤  $^{236}\text{U}$  の光吸収断面積で  $^{236}\text{U}$  の崩壊スペクトルがあるか？

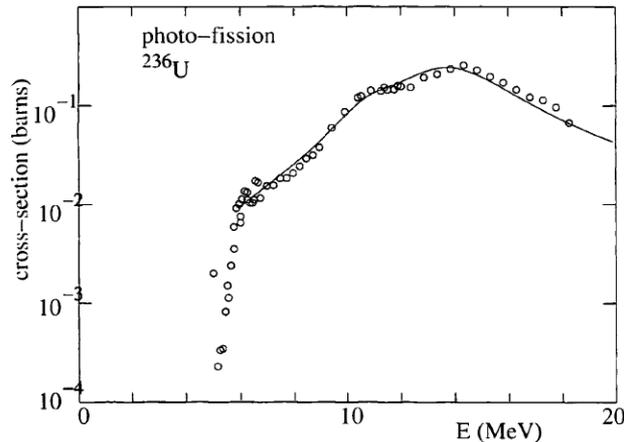


Fig. 6.5. Cross-section for  $\gamma^{236}\text{U} \rightarrow \text{fission}$  [30].

✓ 多分あると思うけど、見つけられませんでした。

➤ 原発で  $^{234}\text{U}$  を考えないのは同位体存在比が小さいから？

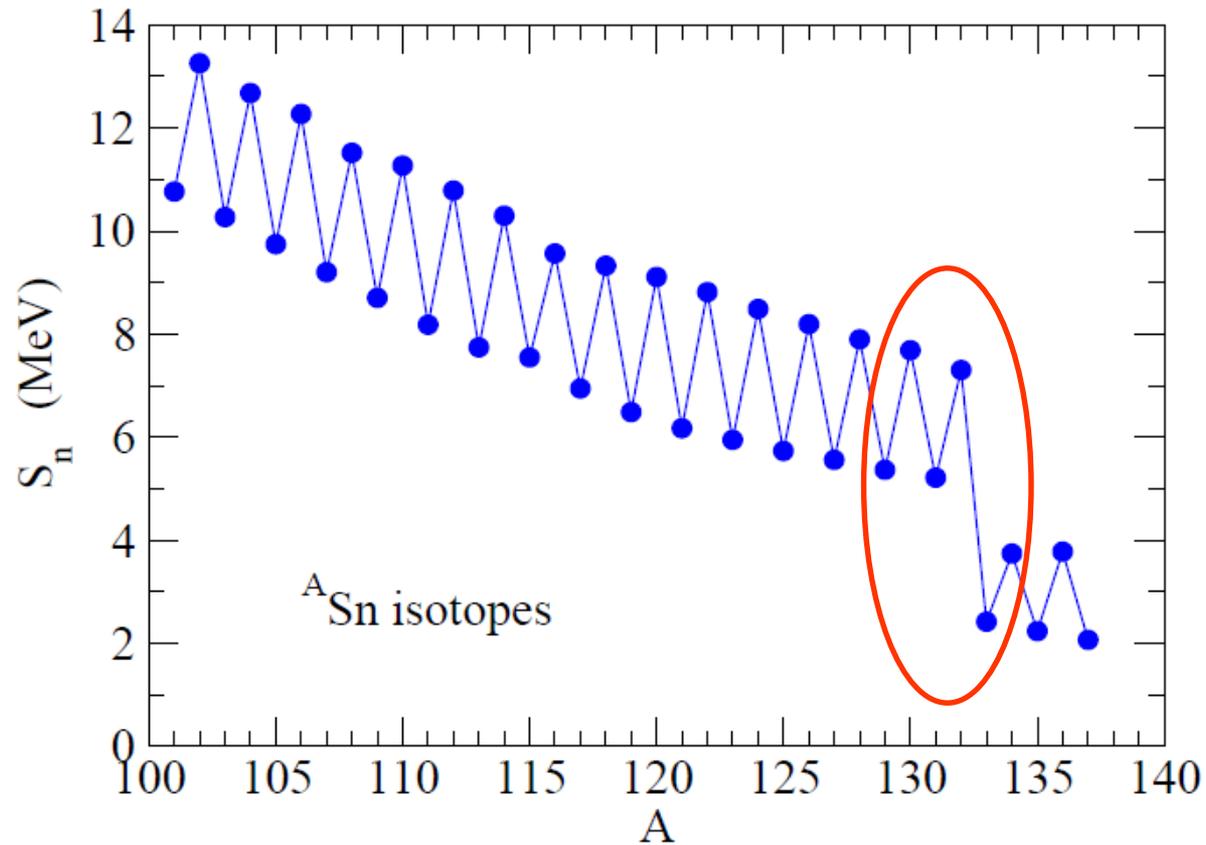
天然ウラン:  $^{238}\text{U}$  99.2742%,  $^{235}\text{U}$  0.7204%  
 $^{234}\text{U}$  0.0054%

✓ それもあると思うが、 $^{234}\text{U}$  は偶々核なので  $^{238}\text{U}$  と似た状況。

➤ ウランの他にも核分裂する元素が種々あるが、ウランの話をしたのは天然存在量が大きいためから？

✓ 原発でウランが使われるのはその理由のため。あとは Pu。

➤  $S_n$  の一粒子分離エネルギーが  $A=132$  で急に落ちているのは何故?



✓ いい目の付けどころです→今日の授業の中で説明します

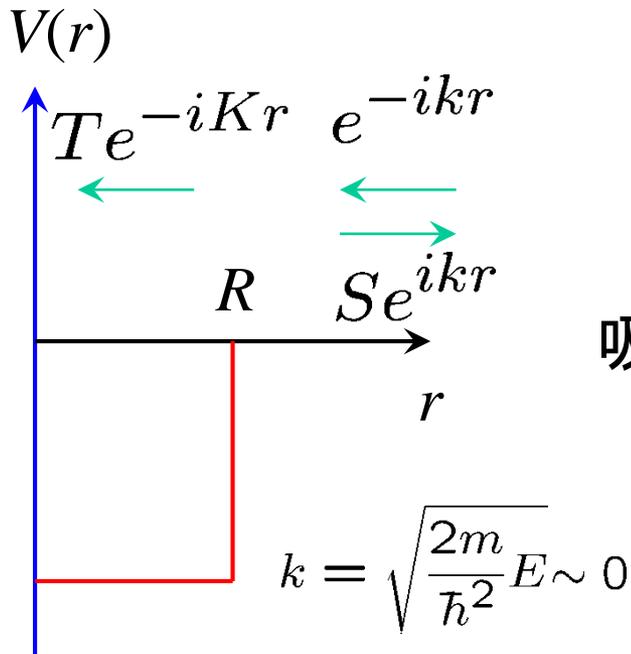
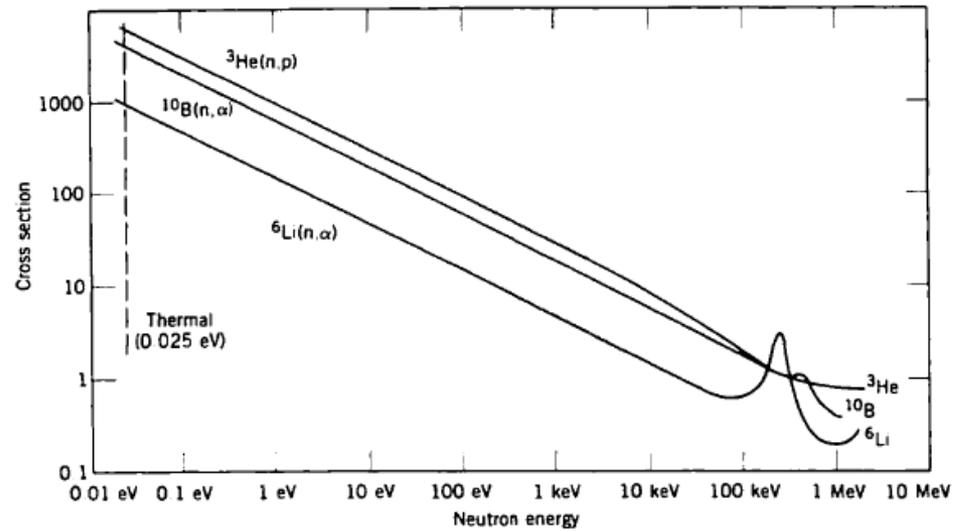
- ペアリングってなぜ起こるのですか？
- ペアリングってスピンのペアを組んで  $0^+$  を作るということですか？

✓ ペアリングの回の際に詳しく。

ペアリング = 2つの核子の角運動量が 0 を組んで安定になる

← 核力が短距離引力であることに関係

➤ 吸収断面積の  $1/v$  則は  
どうやって求まるか?



$r = R$  における波動関数の接続:

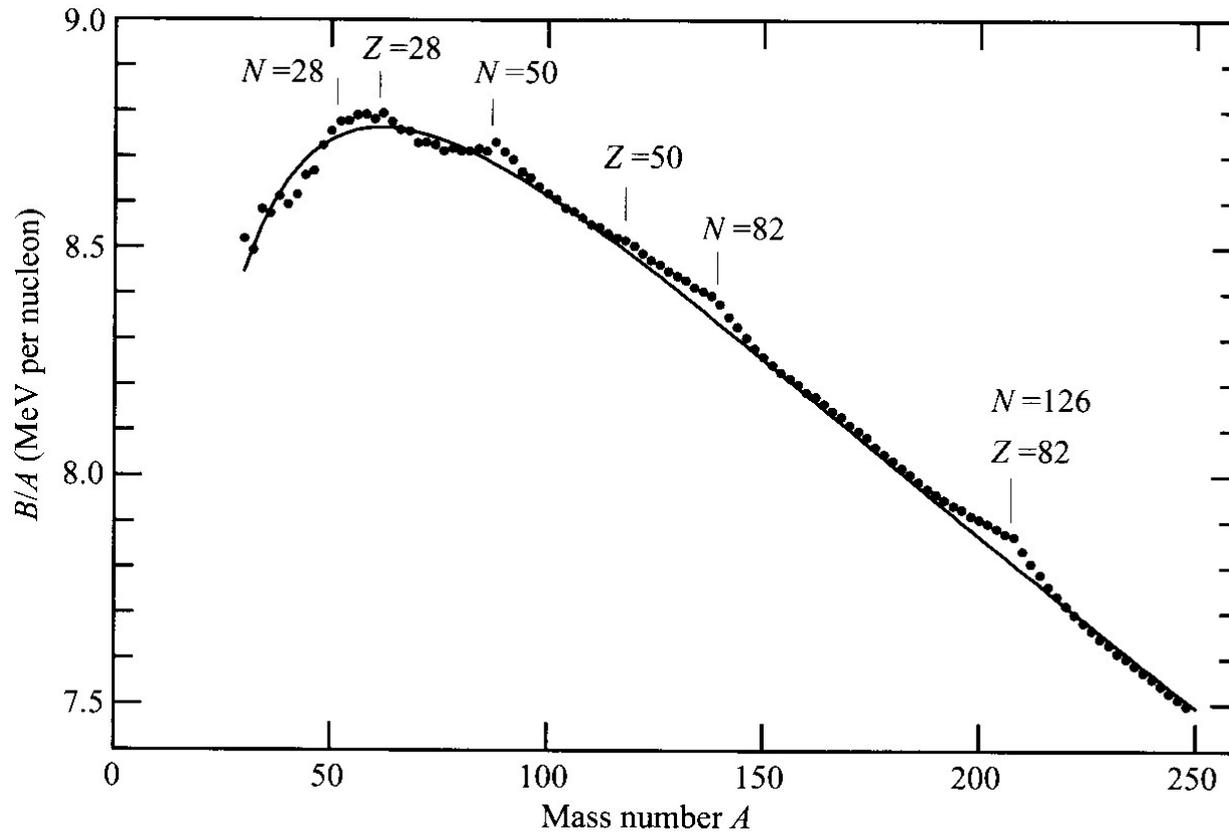
$$S = \frac{K - k}{K + k} e^{-2ikR}$$

吸収断面積:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cap}} &= \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l + 1) (1 - |S_l|^2) \\ &\sim \frac{\pi}{k^2} \frac{4kK}{(k + K)^2} \sim \frac{\pi}{k^2} \frac{4kK}{K^2} \end{aligned}$$

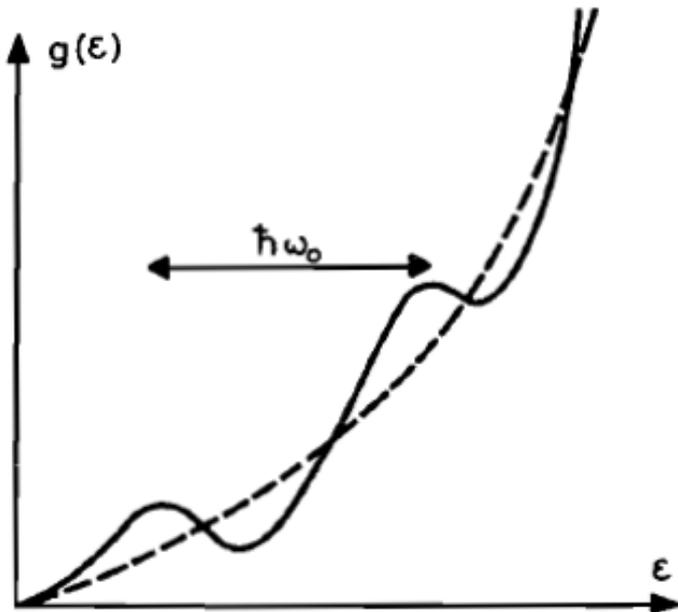
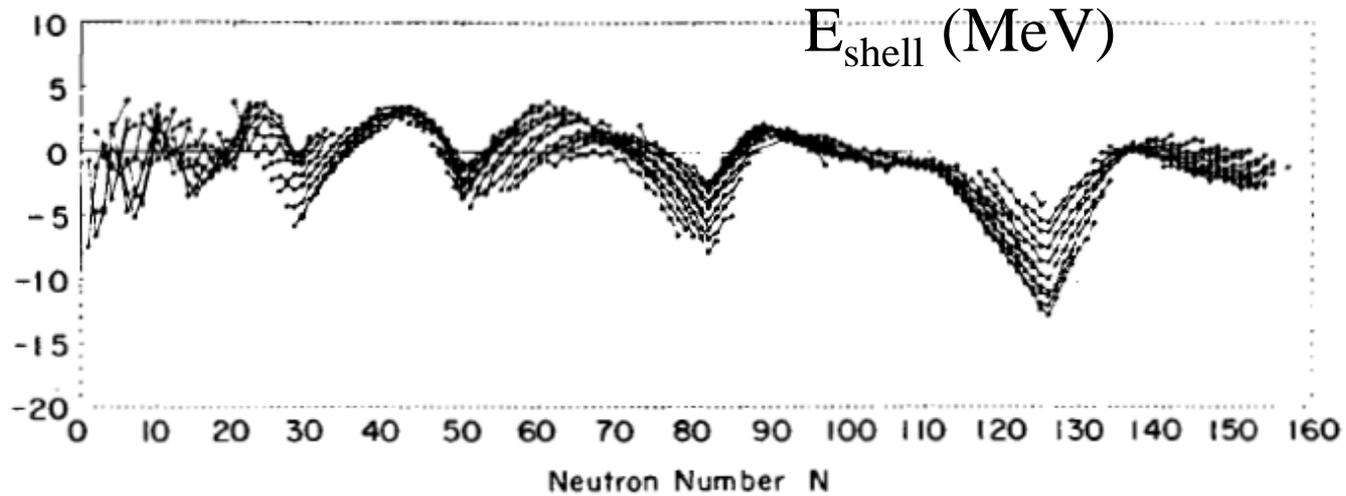
$$K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E + V_0)} \sim \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} V_0} \quad (E \sim 0)$$

➤ 何故殻エネルギーの効果は  $A$  が大きくても残っているのか？



➤ 何故殻エネルギーの効果は  $A$  が大きくても残っているのか？

✓ とてもいい質問です。

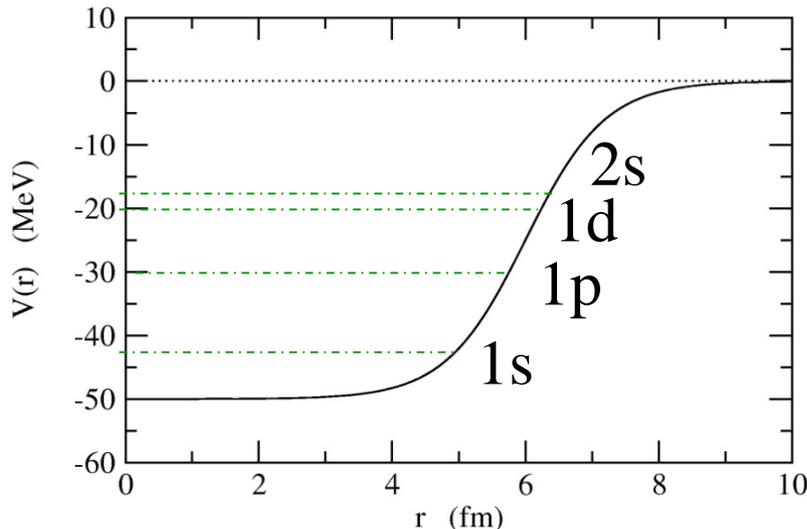


エネルギーの関数として準位密度  
が増大することと関係している

- 殻模型の考え方で出てきた Woods-Saxon ポテンシャルって何ですか?
- その起源みたいのがありますか?
- 固有エネルギーや固有値はどうやって求めるのですか?
- 縮退度はどうやって求まるのですか?

## Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0 / [1 + \exp((r - R_0)/a)]$$



動径波動関数

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

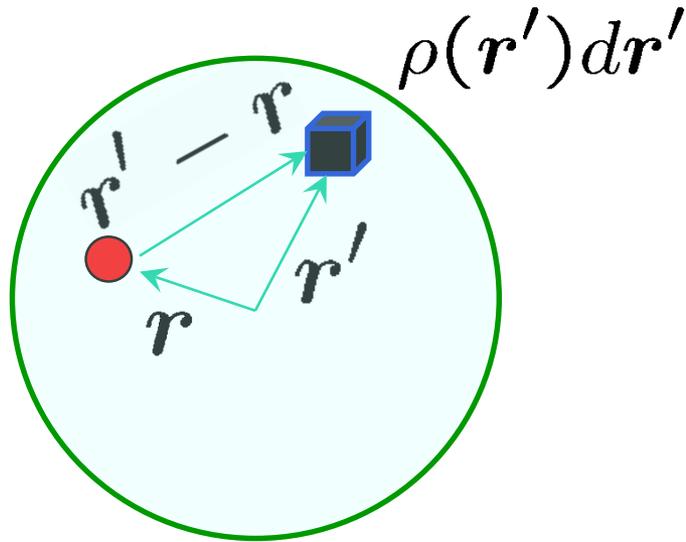
縮退度に応じて下のレベルから  
核子を順番につめていく

\* 原子の中の電子軌道のようなものを原子核の場合にも考える

✓ 縮退度  $\rightarrow 2 * (2l+1)$

✓ 固有値、固有関数  $\rightarrow$  数値的に求める (調和振動子なら解析解)

核子の感じるポテンシャル:



$$V(\mathbf{r}) \sim \int v(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'$$

$$v(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = -g\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

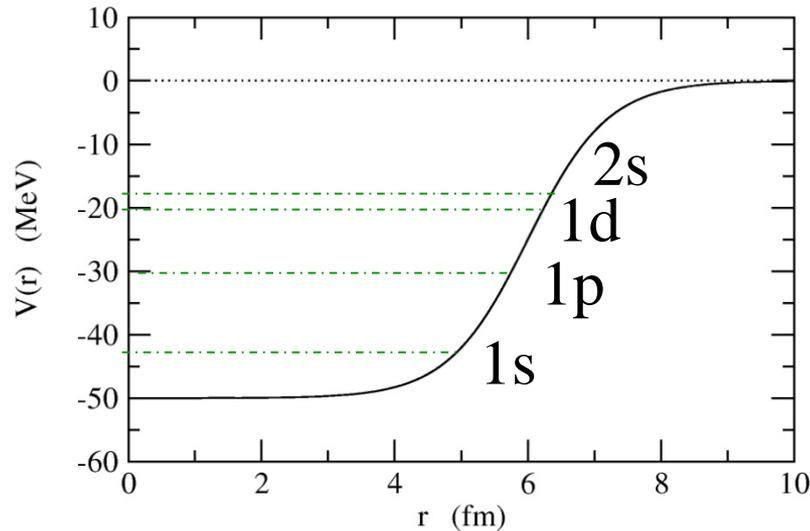
$$\rightarrow V(\mathbf{r}) = -g\rho(\mathbf{r})$$

原子核の密度分布がフェルミ関数型だとすると、  
ポテンシャルもフェルミ関数型 (これを Woods-Saxon ポテンシャルとよぶ)

→ 中心力の「中心」は近似的に原子核の重心と考えてもよい

\* アイソスピンの依存性はポテンシャル  $V(\mathbf{r})$  を通じて入る

➤ ポテンシャル中のレベルから魔法数をどうやって同定しているのか？



- ✓ レベル間隔が大きいところ(エネルギー・ギャップ)を見つける  
→ ギャップの直前まで全部詰まったところが魔法数。

➤ 魔法数だとなぜ原子核が安定になるのか？

→今日の授業で。

➤ 原子核の魔法数と原子の魔法数には関係があるのか？

✓ポテンシャルが違うので、魔法数が異なる

実はこれが人類にとって重要になる(今日の授業で)

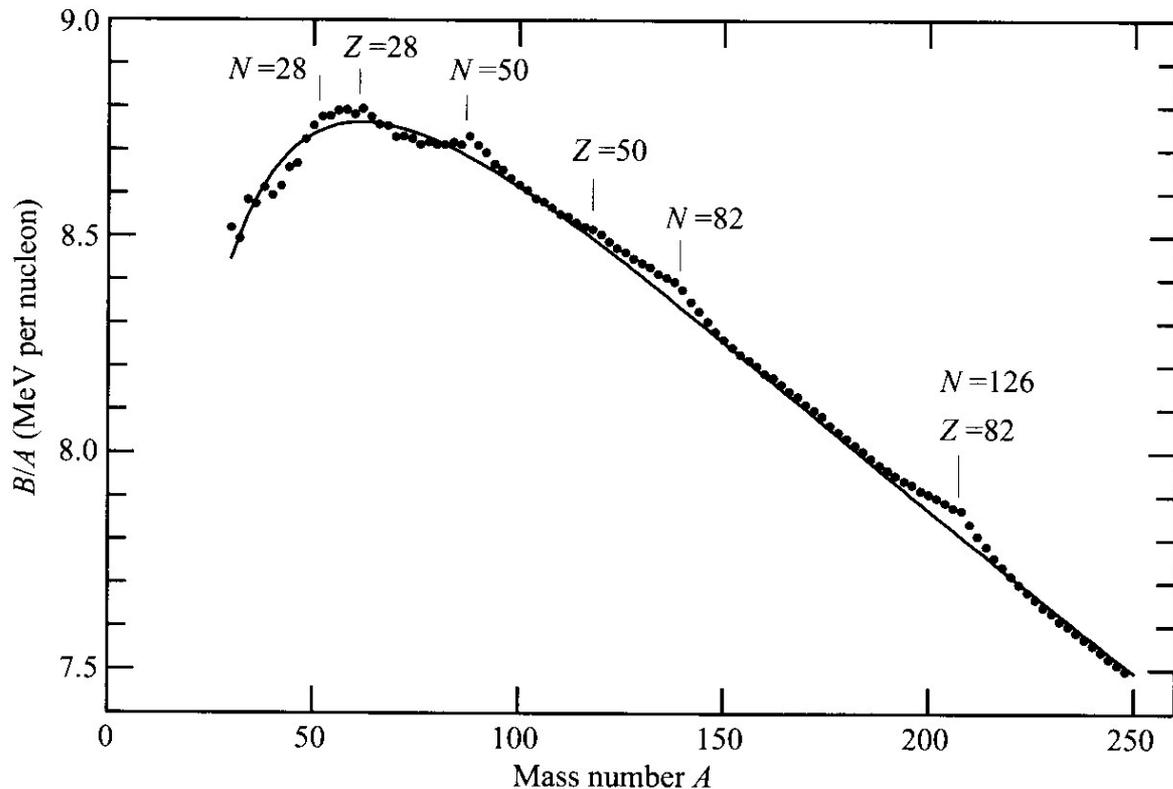
➤ 原子核物理学における理論と実験の関係は？

✓ 原子核物理学は割と理論と実験が同じように進んでいる。

理論と実験は車の両輪。



# 殻エネルギー



$N, Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$  (魔法数) に対して束縛エネルギー大

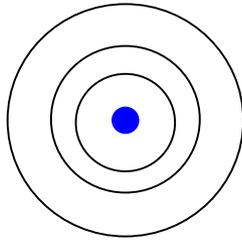
⇒ 陽子、中性子ともに魔法数だと、とても安定:



二重魔法数核

## (note) 原子の魔法数 (貴ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



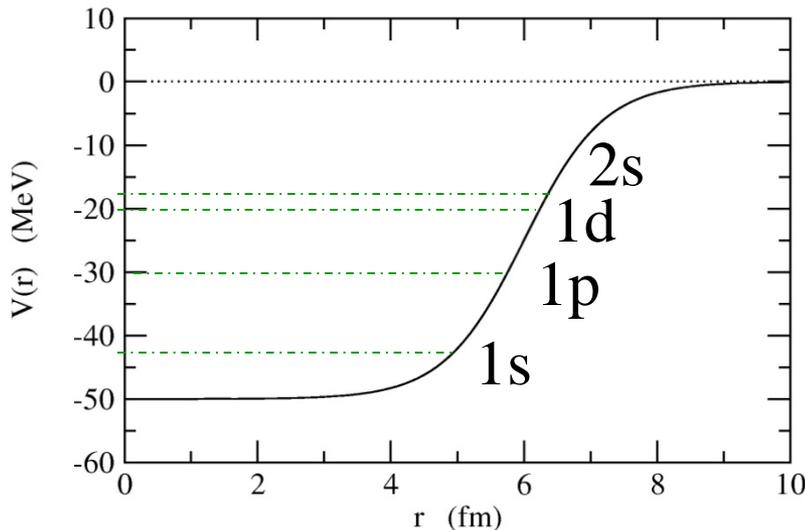
殻構造

原子核の周りを回る電子の軌道が埋まると安定になる

原子核物理における似た試み: ポテンシャル中の独立粒子運動

## Woods-Saxon ポテンシャル

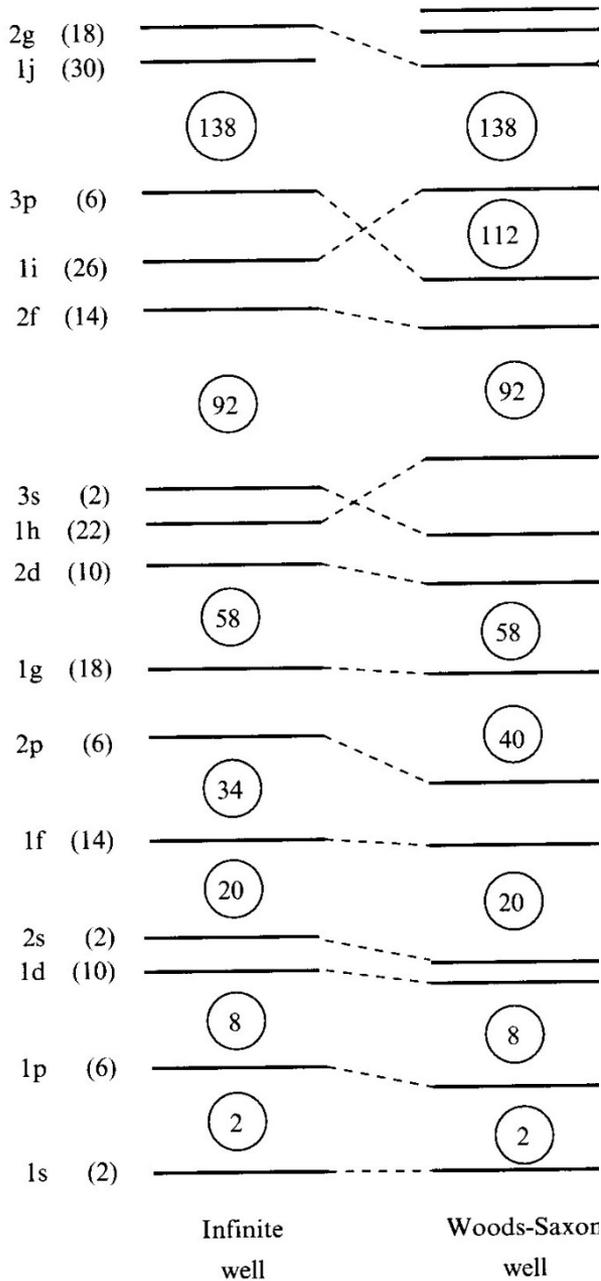
$$V(r) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0)/a)]$$



$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

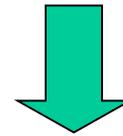
$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

縮退度に応じて下のレベルから核子を順々につめていく



Woods-Saxon ポテンシャルのみでは  
魔法数 (2,8,20,28,50,82,126) が正しく  
出ない. (2,8,20 のみ正しく出る)

ポテンシャルを変えても同じ結論



マイヤーとイエンセン (1949):  
強いスピン・軌道力

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$V_{ls}(r) \sim -\lambda \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \quad (\lambda > 0)$$

## jj 結合殻模型

軌道運動とスピンは独立の自由度

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0 \implies \psi_{l m m_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

## スピン・軌道力

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$\text{(note) } \mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \implies \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (j^2 - l^2 - s^2)/2$$

$l$  と  $s$  を結合して  $j$  を組む。

$$\rightarrow j = l \pm 1/2$$

## jj 結合殻模型

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0 \implies \psi_{lmm_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

## スピン・軌道力

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

(note)  $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \implies \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (j^2 - l^2 - s^2)/2$

$l$  と  $s$  を結合して  $j$  を組む。


$$\begin{aligned} \psi_{jlm}(\mathbf{r}) &= \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}}) \\ \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}}) &= \sum_{m_l, m_s} \langle l \ m_l \ 1/2 \ m_s | j \ m \rangle Y_{lm_l}(\hat{\mathbf{r}}) \chi_{m_s} \end{aligned}$$

$$j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$j_z |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = 3/4 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

## jj 結合殻模型

$l$  と  $s$  を結合して  $j$  を組む。

$$\psi_{jlm}(\mathbf{r}) = \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}})$$

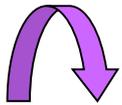
$$j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$j_z |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = 3/4 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

(note)  $j = l + s \implies l \cdot s = (j^2 - l^2 - s^2)/2$



$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{1}{2} \left( j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$

符号が逆！

## jj 結合殻模型

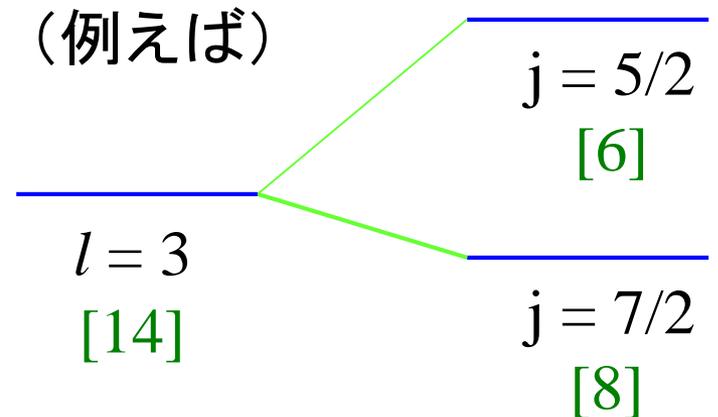
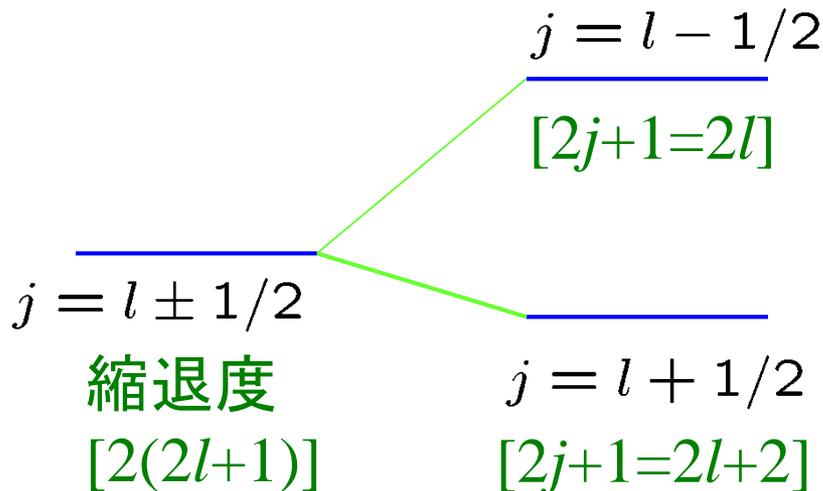
$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$

符号が逆！

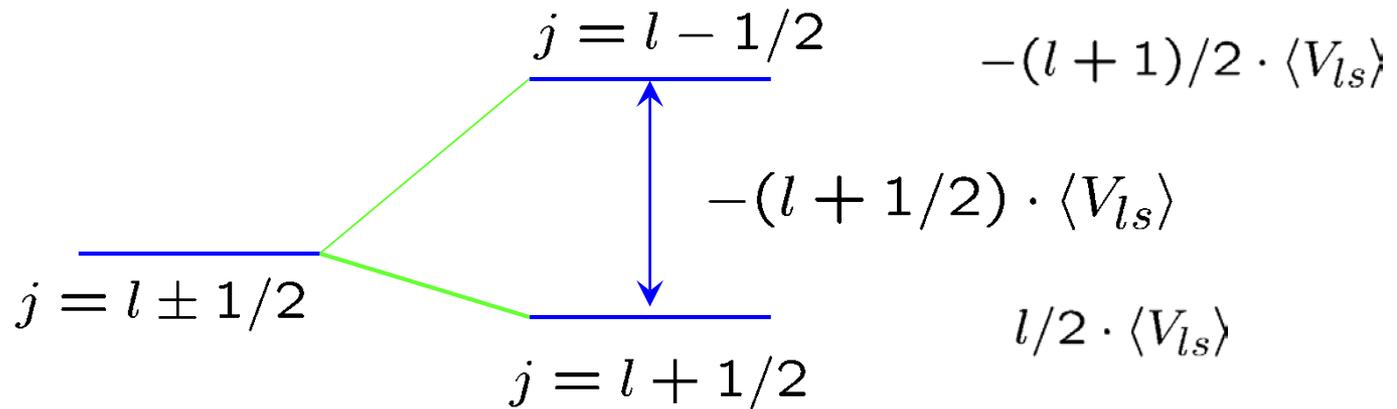
$j = l \pm 1/2$  で準位が分離



## jj 結合殻模型

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

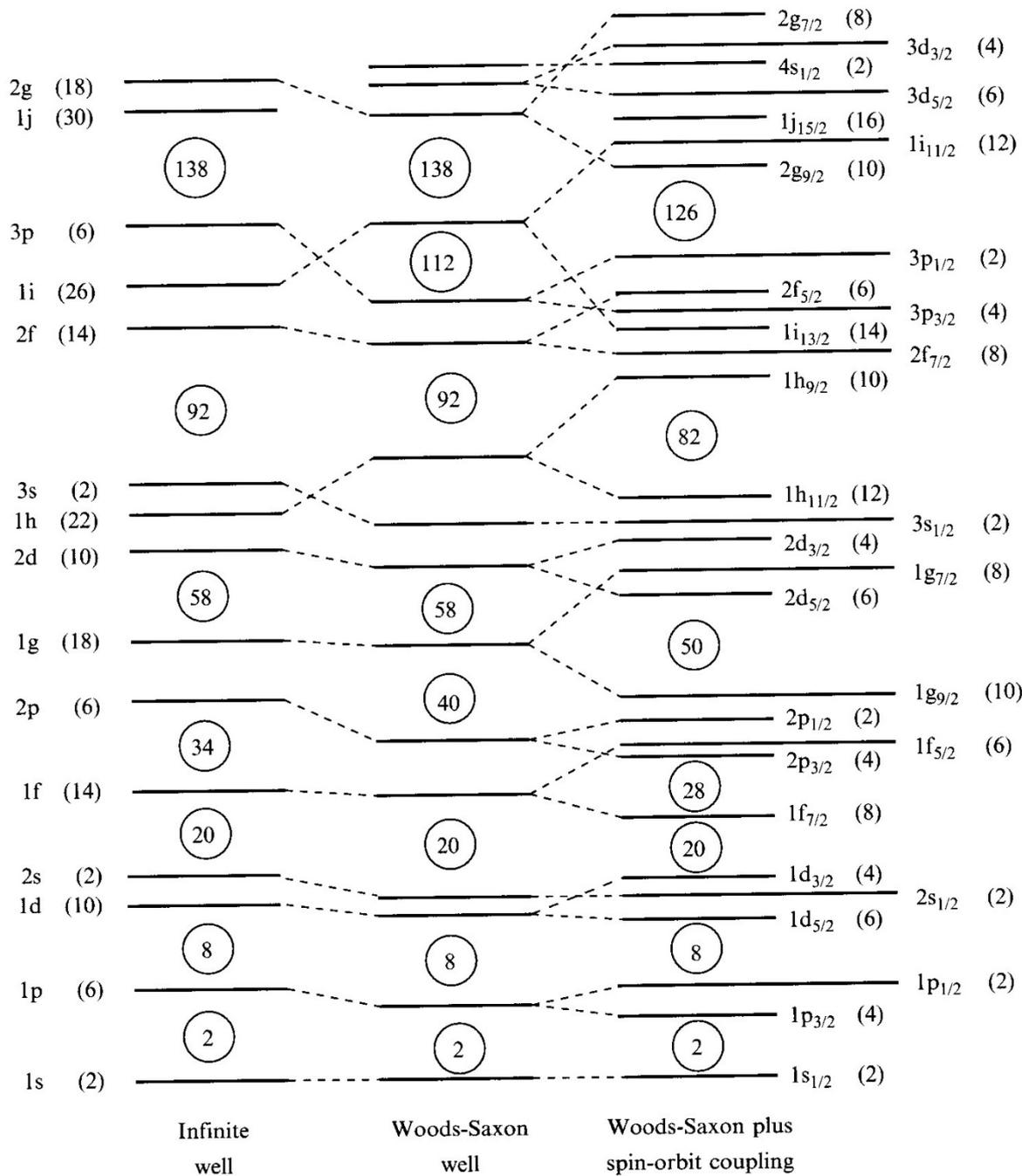
$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$



$j = l \pm 1/2$  で準位が分離:  $l$  が大きくなればなるほど  
分離は大

\* ただし、スピン平均はゼロ:

$$+\frac{l}{2} (2(l + 1/2) + 1) - \frac{l+1}{2} (2(l - 1/2) + 1) = 0$$



ノートーション:

例)  $2p_{3/2}$

2番目の  $(j,l)=(3/2,1)$

軌道

s,p,d,f,g,h,i,....

$l=0,1,2,3,4,5,6,....$

# 一粒子準位

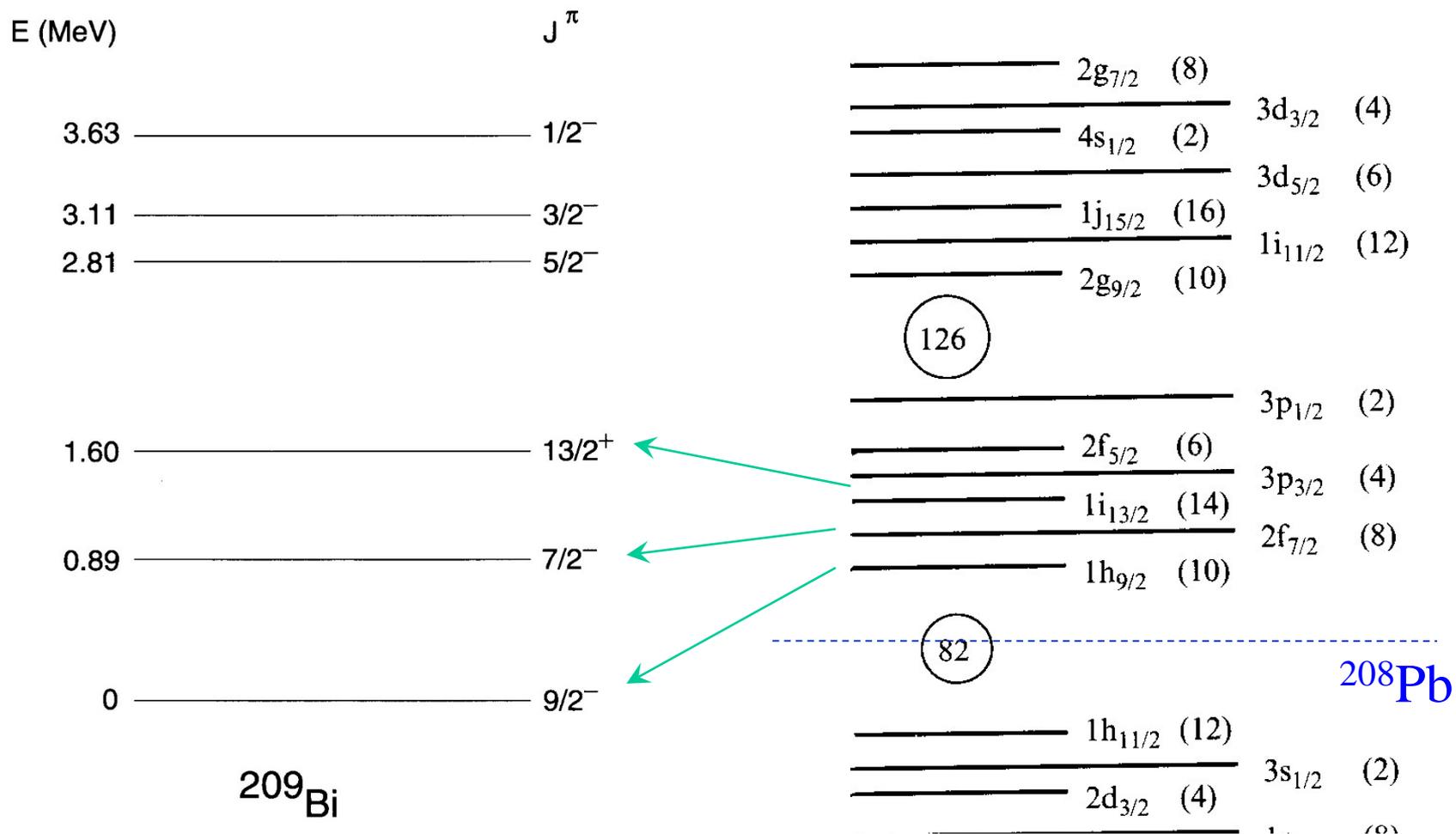
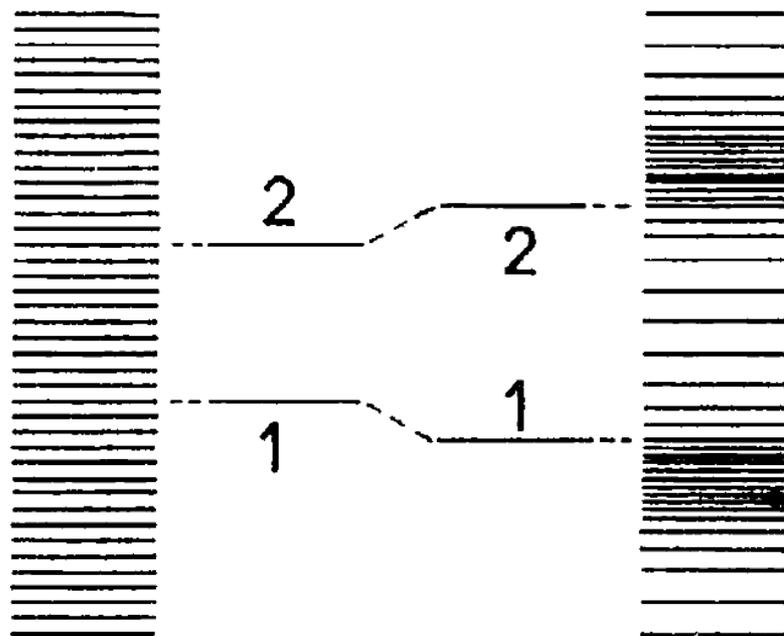


FIG. 3.6. Low-lying single-particle levels of  $^{209}\text{Bi}$ .

奇数の  $l$  は負パリティ、偶数の  $l$  は正パリティ

# 何故、閉殻の原子核は安定になるのか？

準位密度



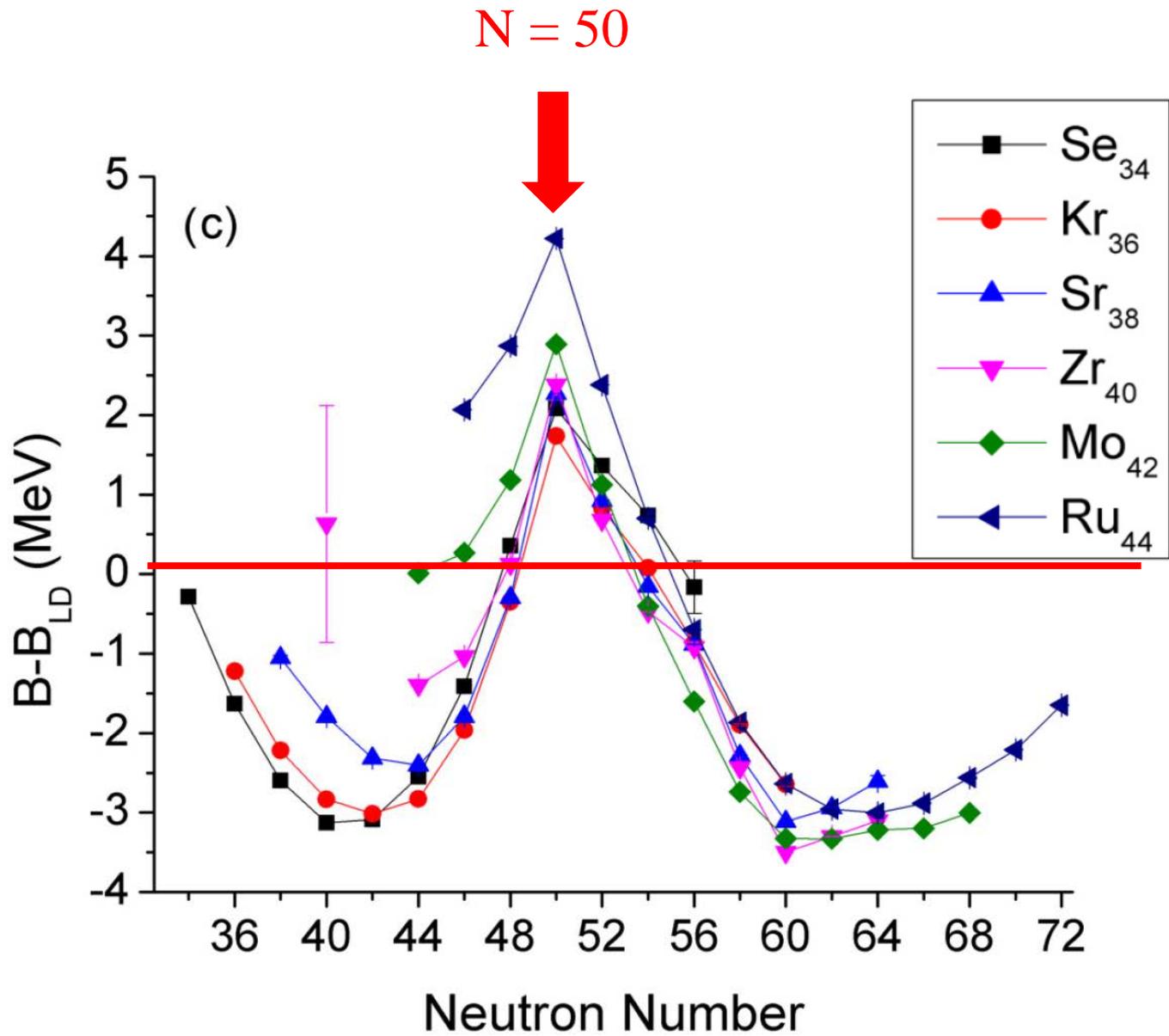
(a)

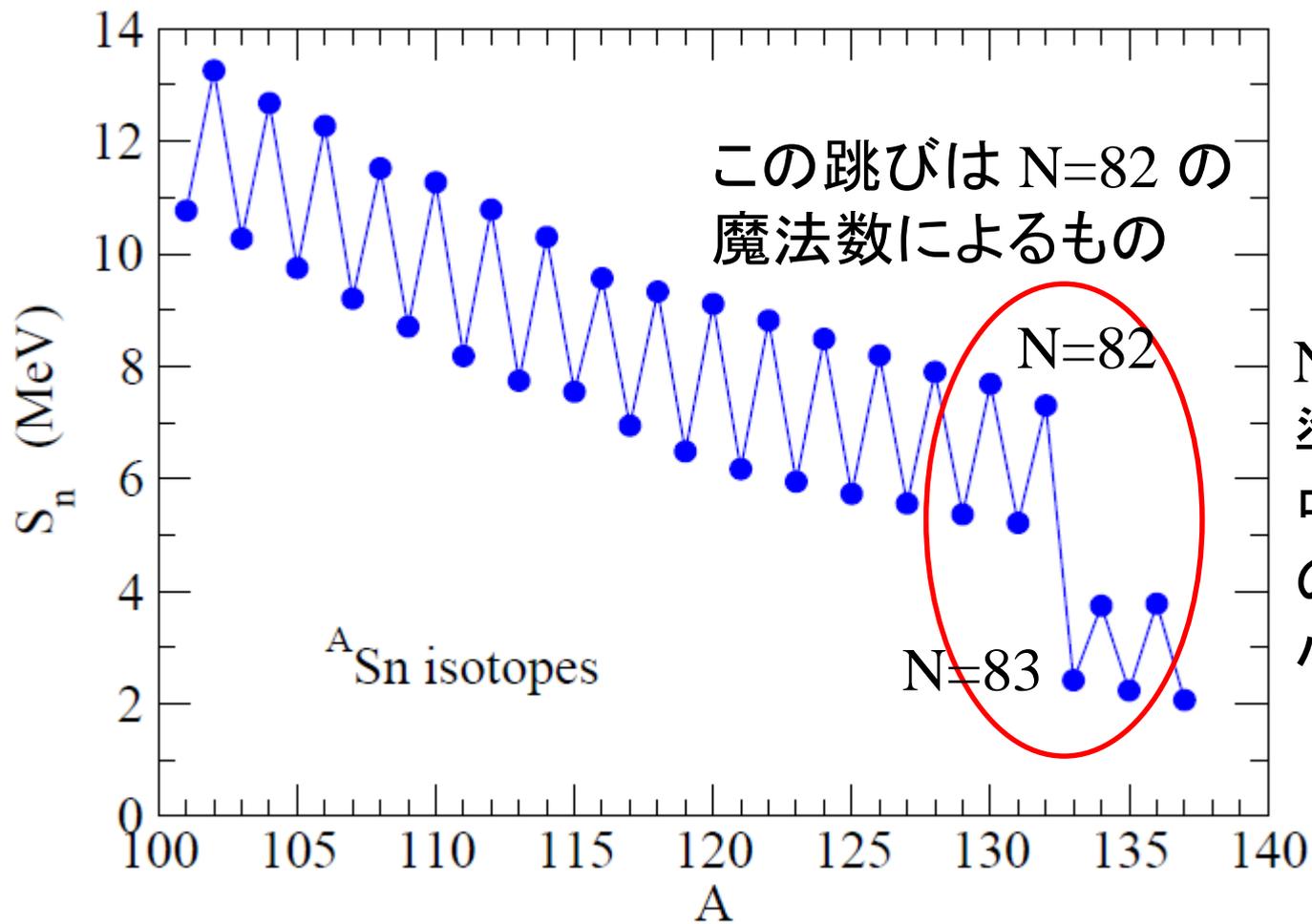
(b)

均一の場合

濃淡がある場合

準位密度に濃淡があれば、下から数えて濃淡の終わりまで準位が  
つまると(図の1の場合)、均一の場合に比べてエネルギーが小さい

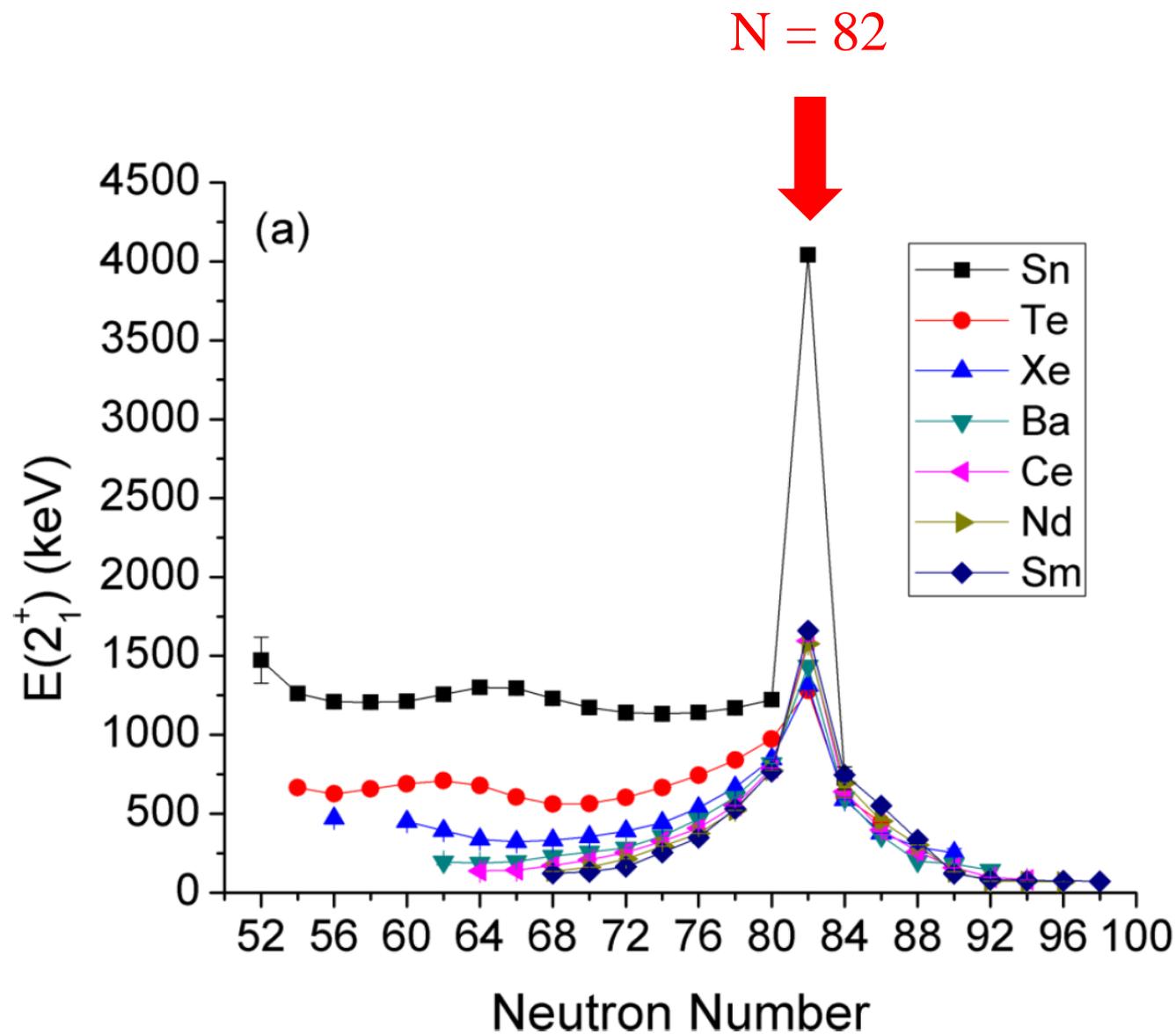




N=83から上の準位がつまるため中性子をとりのぞくのにエネルギーが小さくてすむ

1n separation energy:  $S_n (A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$

# 他の証拠：第一励起状態の励起エネルギー



# 生命誕生のための幸運な偶然

## 原子の魔法数

電子の数が 2, 10, 18, 36, 54, 86

元素の周期表

二重閉殻

1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8	1B	2B	3B	4B	5B	6B	7B	8		
1 H															2 He		
2 Li	4 Be														10 Ne		
3 Na	12 Mg														18 Ar		
4 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6 Cs	56 Ba	L	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
7 Fr	88 Ra	A															
		L	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
		A	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

● 典型金属元素  
● 半金属元素  
● 非金属元素  
● 遷移金属元素  
● 希ガス

不活性ガス: He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn

参考: 望月優子 ビデオ「元素の謎にせまる」

## 原子核の魔法数

陽子または中性子の数が

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 の時安定

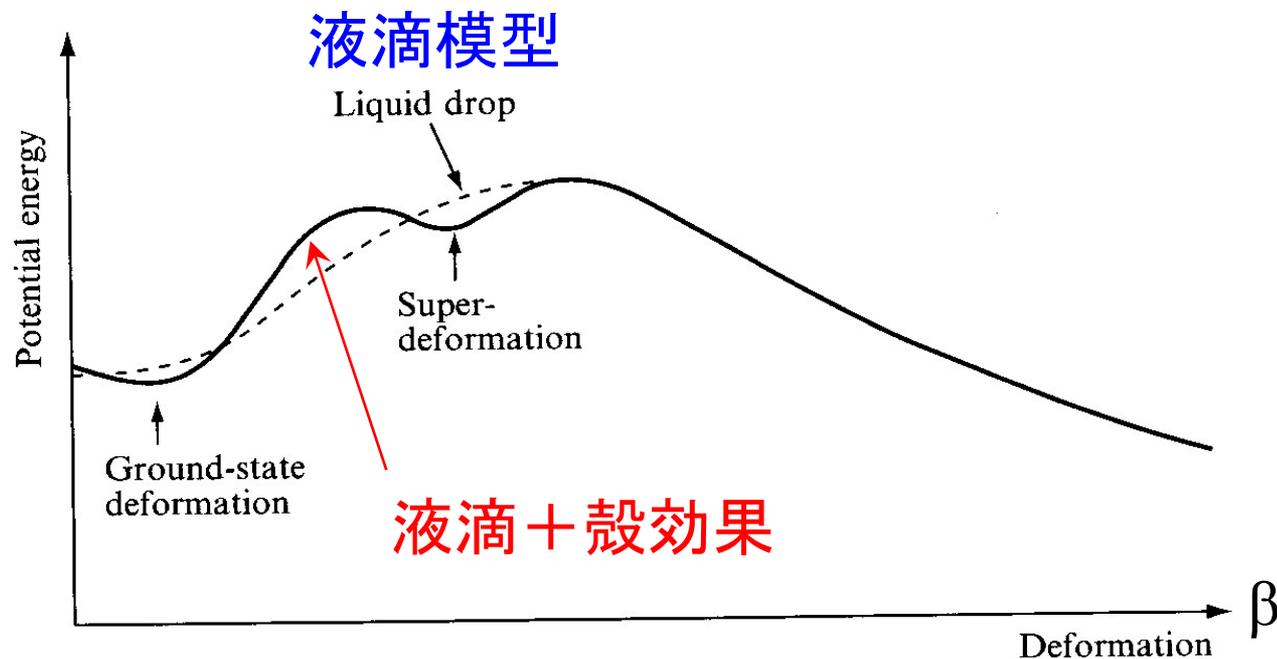
→ 例えば  $^{16}_8\text{O}_8$  (二重閉殻)

→ 酸素元素は元素合成の過程で数多く生成された

→ しかし、酸素は化学的には「活性」

→ 化学反応により様々な複雑な物質をつくり生命に至った

# 殻構造の帰結：原子核の変形



液滴模型  
殻効果

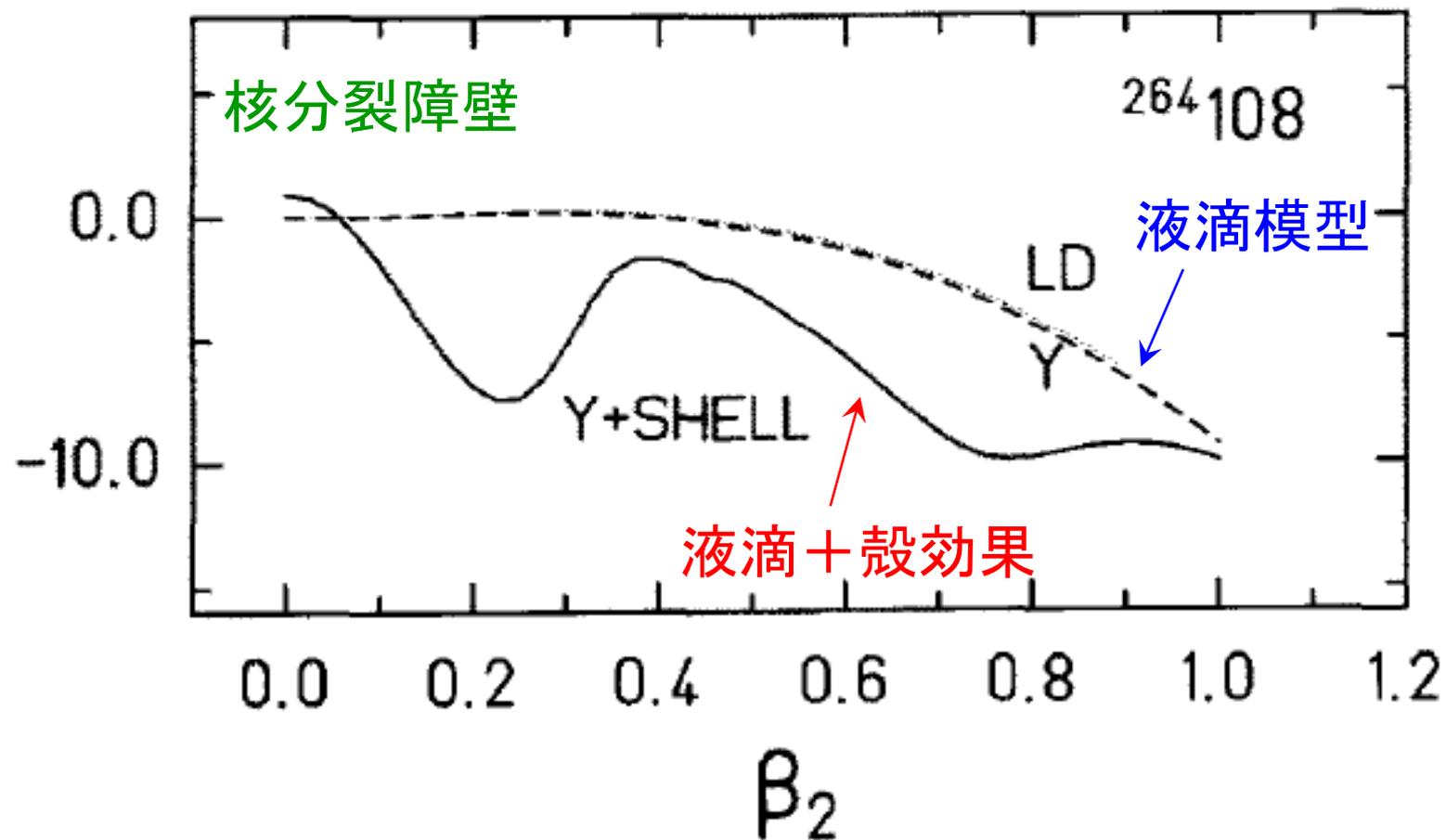


必ず球形

変形状態が基底状態になる場合あり

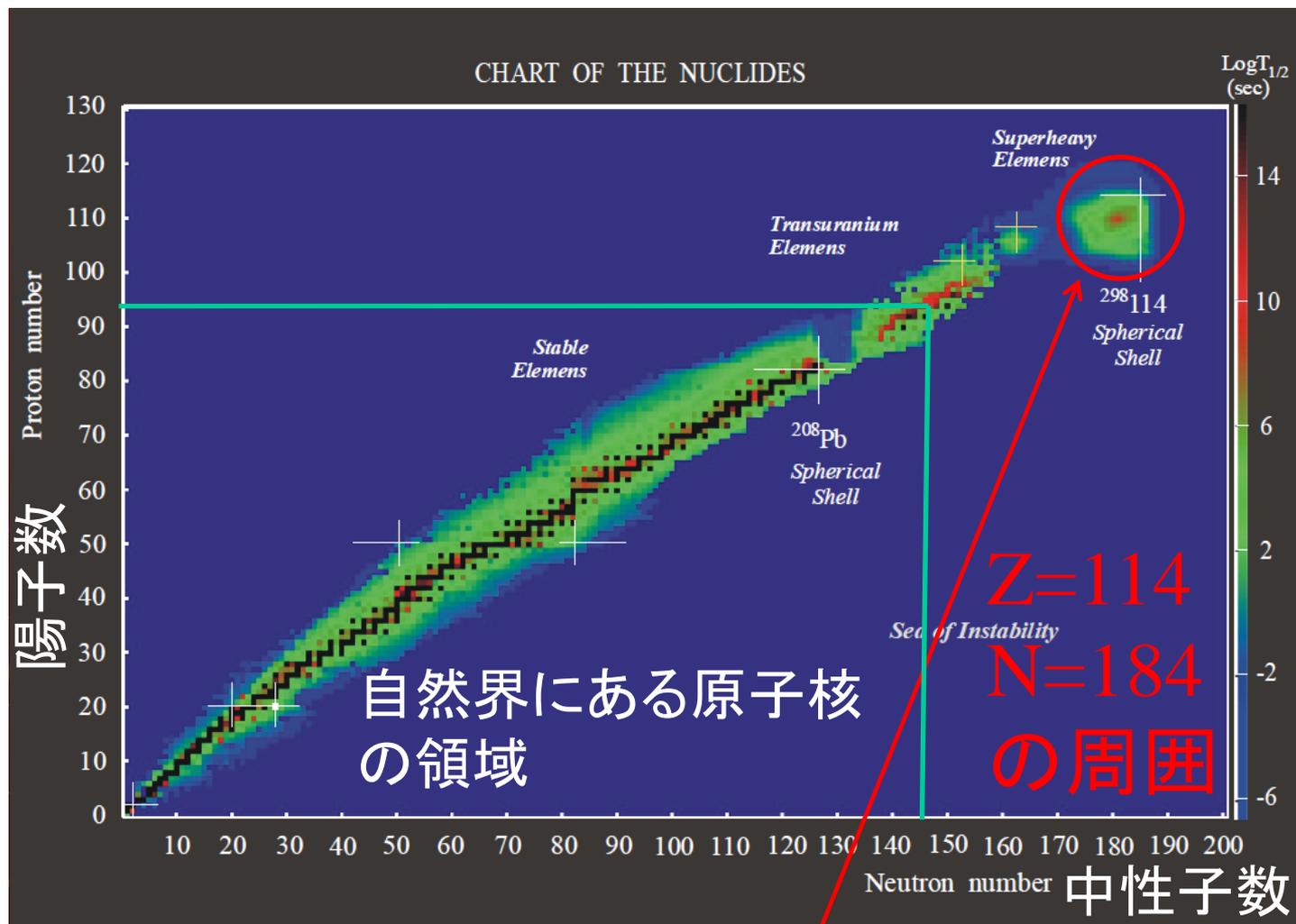
\* 後でもう少し詳しく解説します。

# 殻構造の帰結：超重核の安定化



殻効果により核分裂障壁が高くなり原子核が安定化する

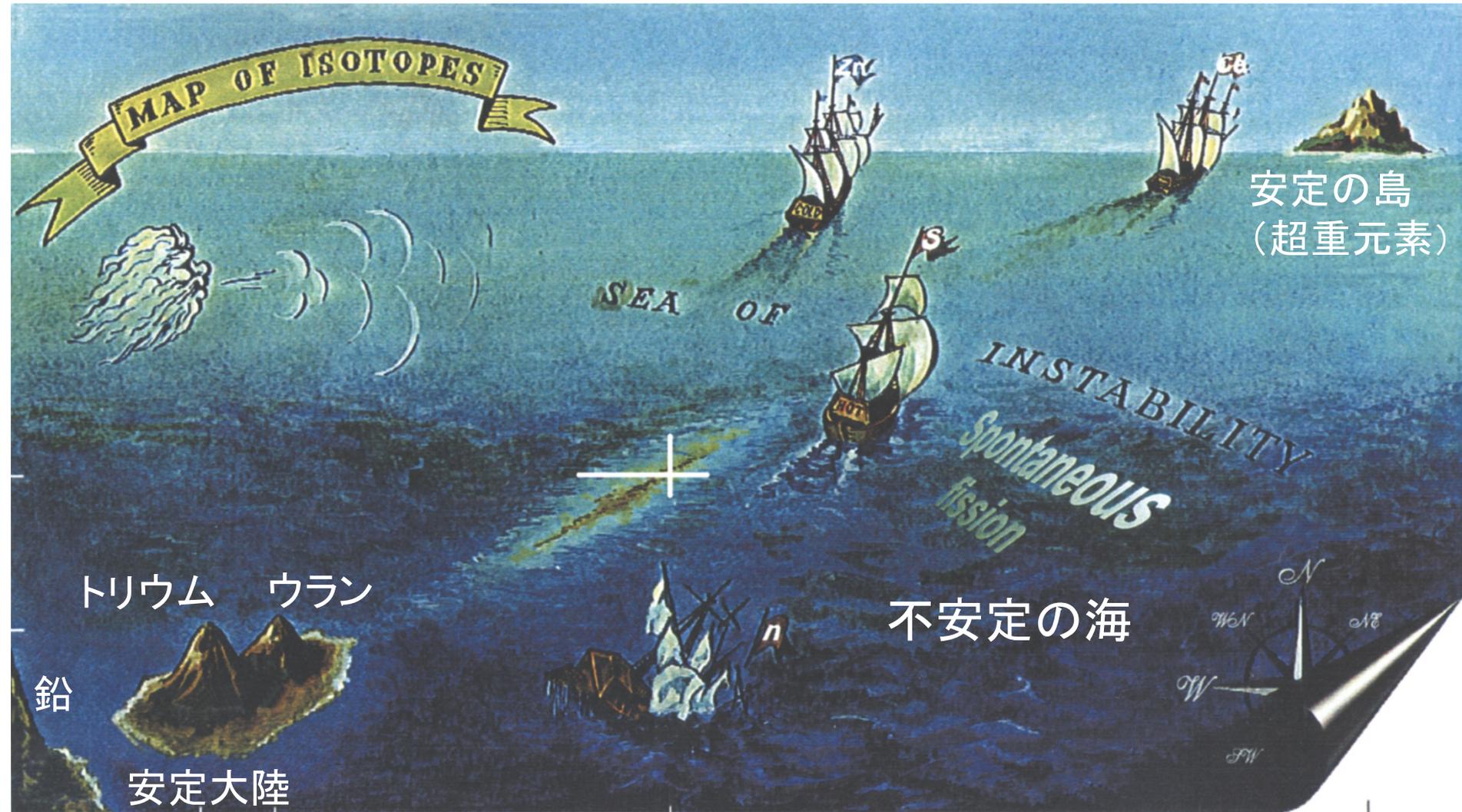
# 超重元素(超重原子核)



Yuri Oganessian

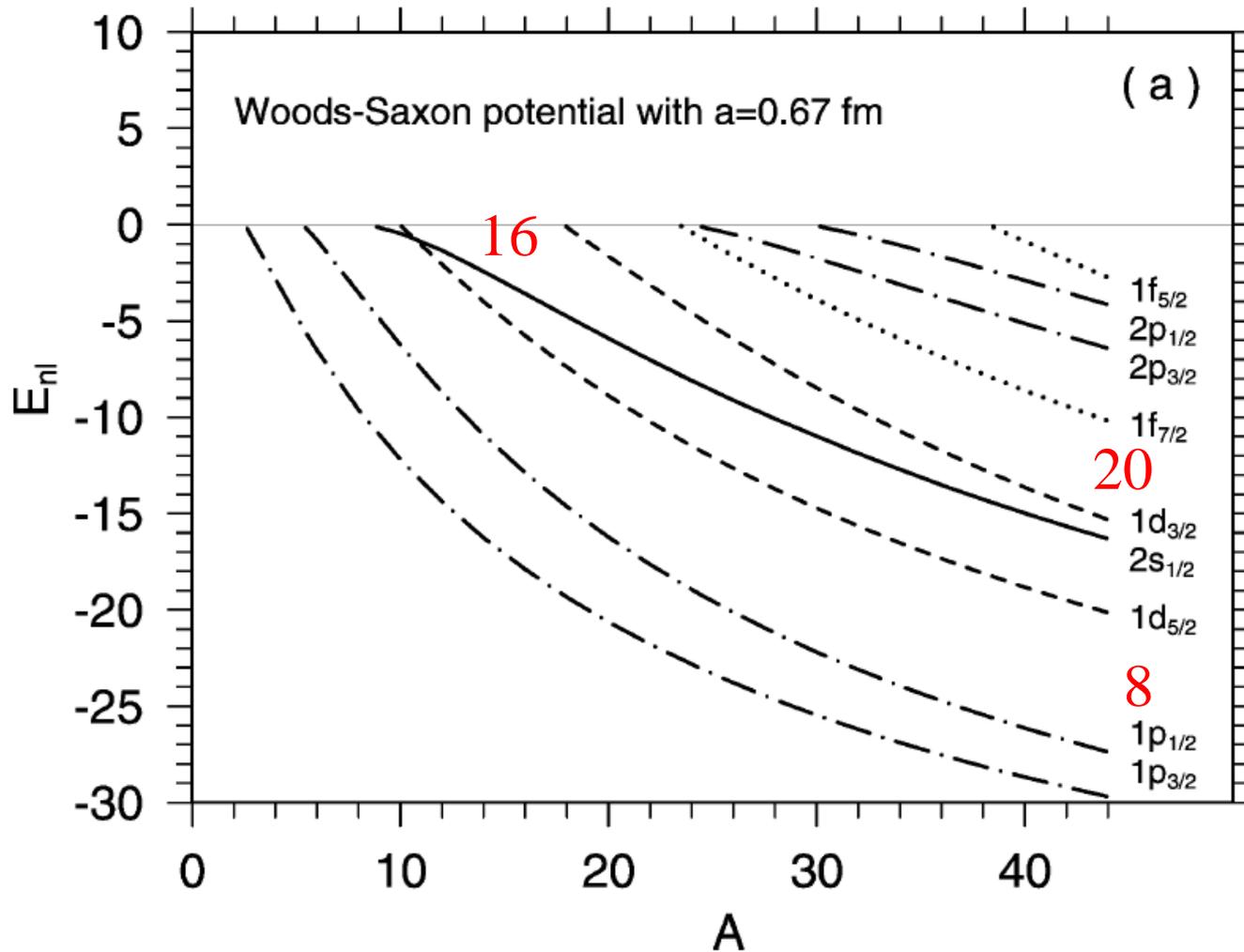
原子核の安定領域の理論的予言  
(1966年:スビアテッキら)

# 安定の島(超重元素)を目指して

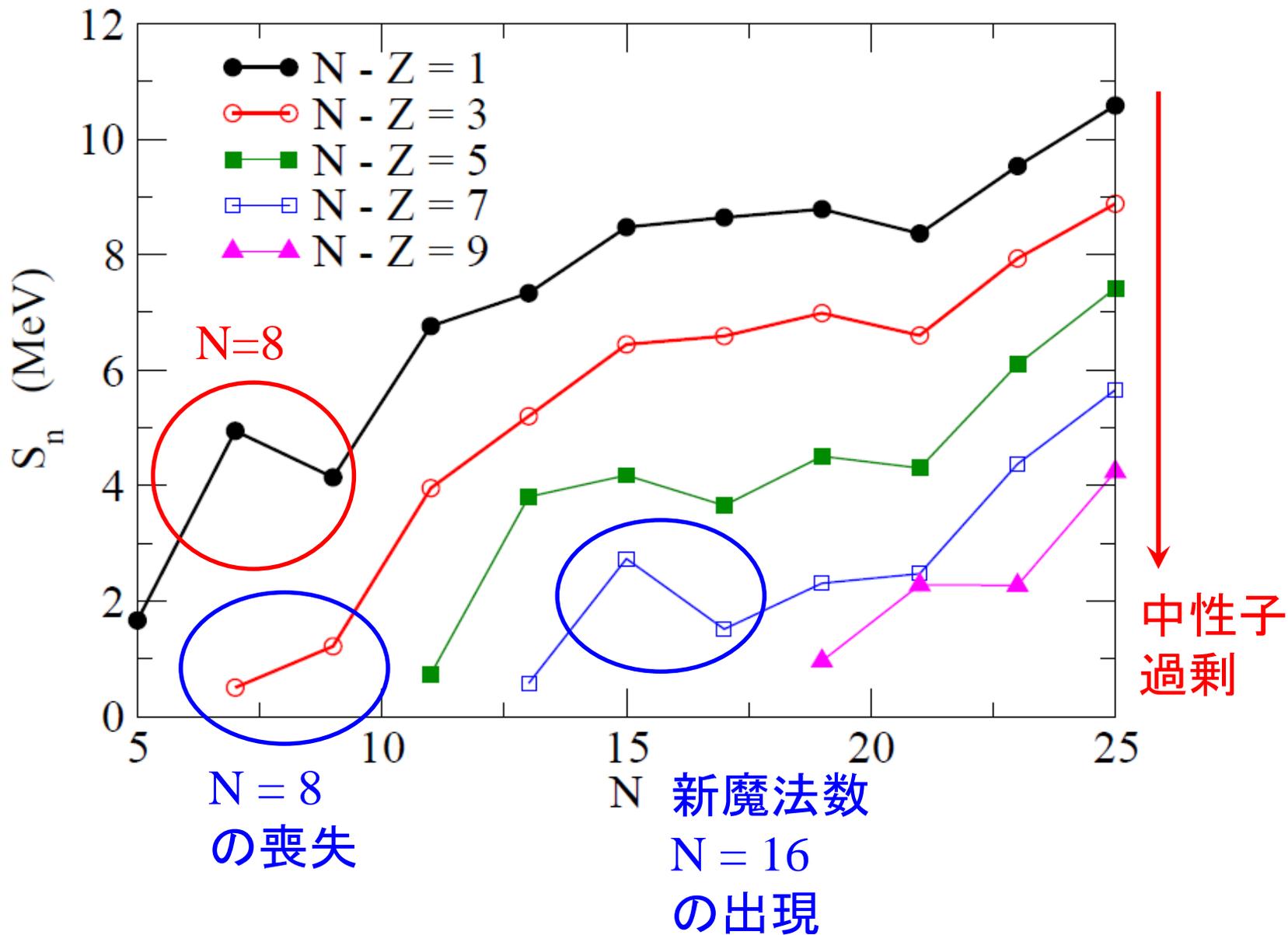


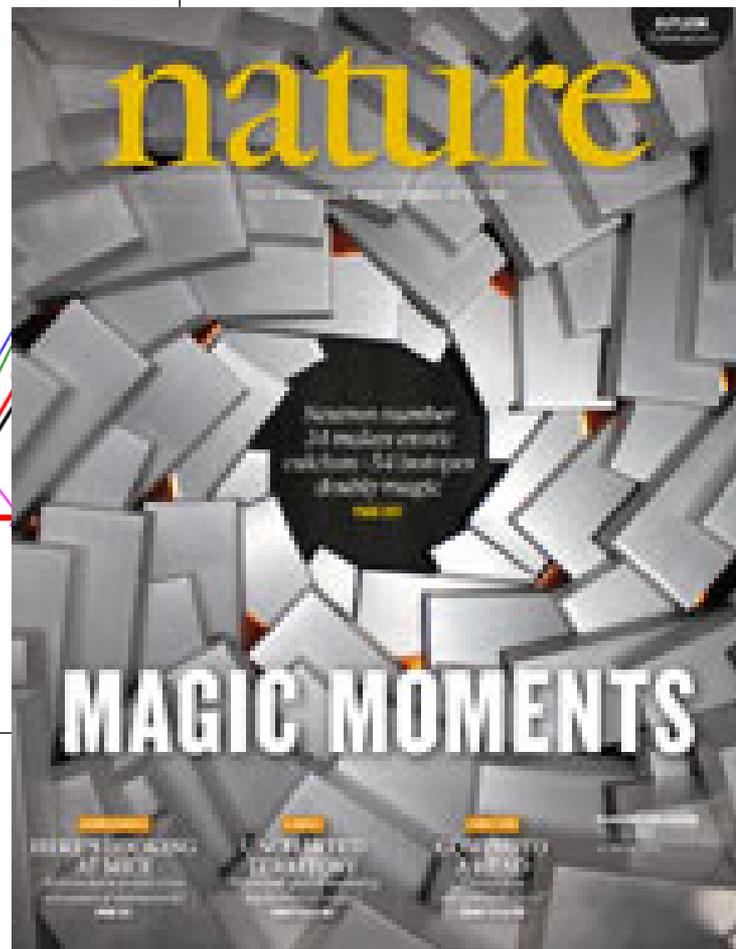
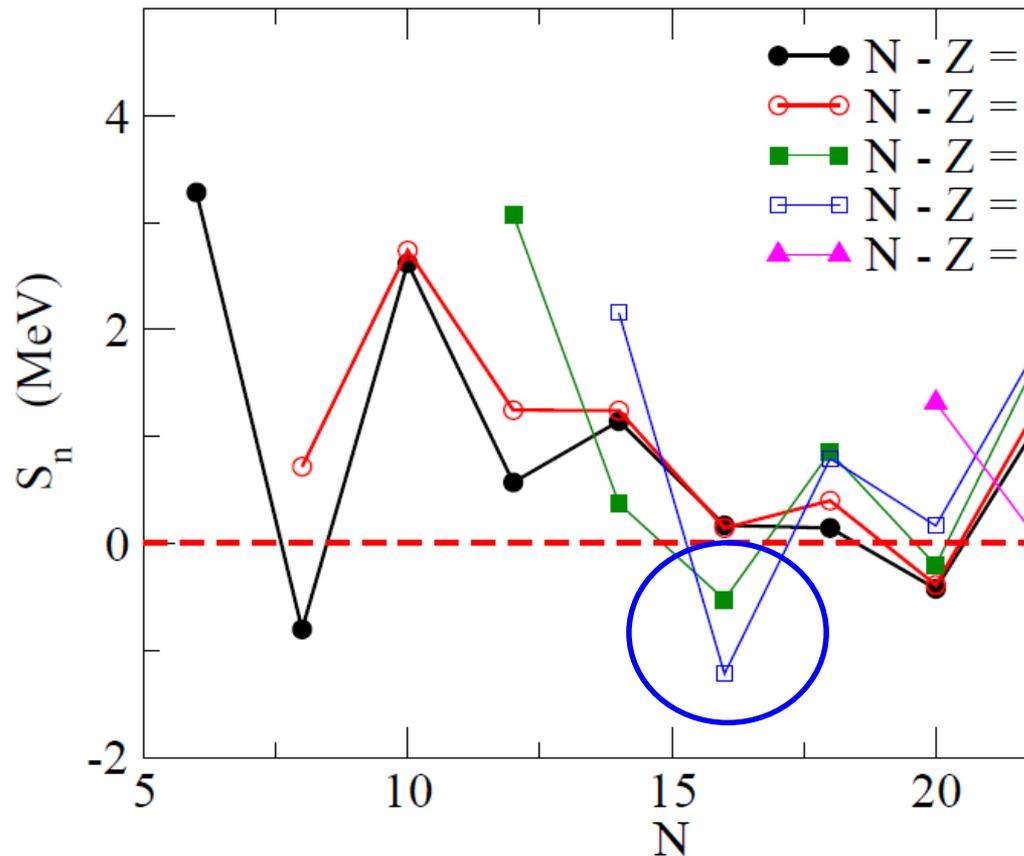
Yuri Oganessian

# 最近の話題: 魔法数は変化する?



# 実験的な証拠





最近では、  
魔法数  $N=20, 28$  の喪失  
新魔法数  $N=34$  の出現  
なども。

Nature, vol. 502 (2013)  
新魔法数  $N=34$  の発見

## 出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)

- ・今日の授業でわかりずらかったこと  
(もう一度説明して欲しいこと)
- ・今日の授業の内容で、もう少し掘り下げてほしいこと
- ・授業の感想
- ・今日の授業で初めて知ったことや、前から知っていたけど今日の授業で整理できたこと(忘れていたこと)

などを書いて下さい。