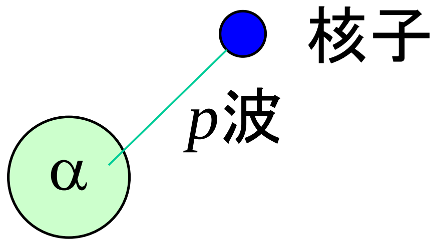
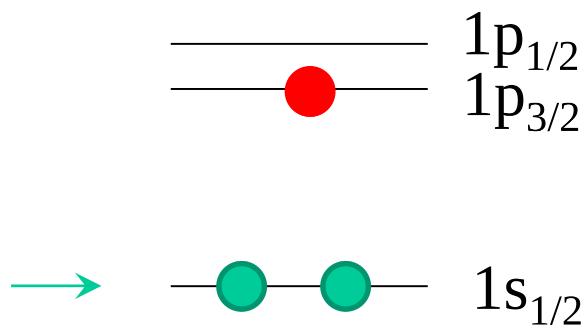
先週のアンケートより

➢ A=5の核で核子の角運動量が p 波になる理由をもう一度



✓ パウリ原理のため

アルファ粒子と最外殻核子の間のポテンシャル

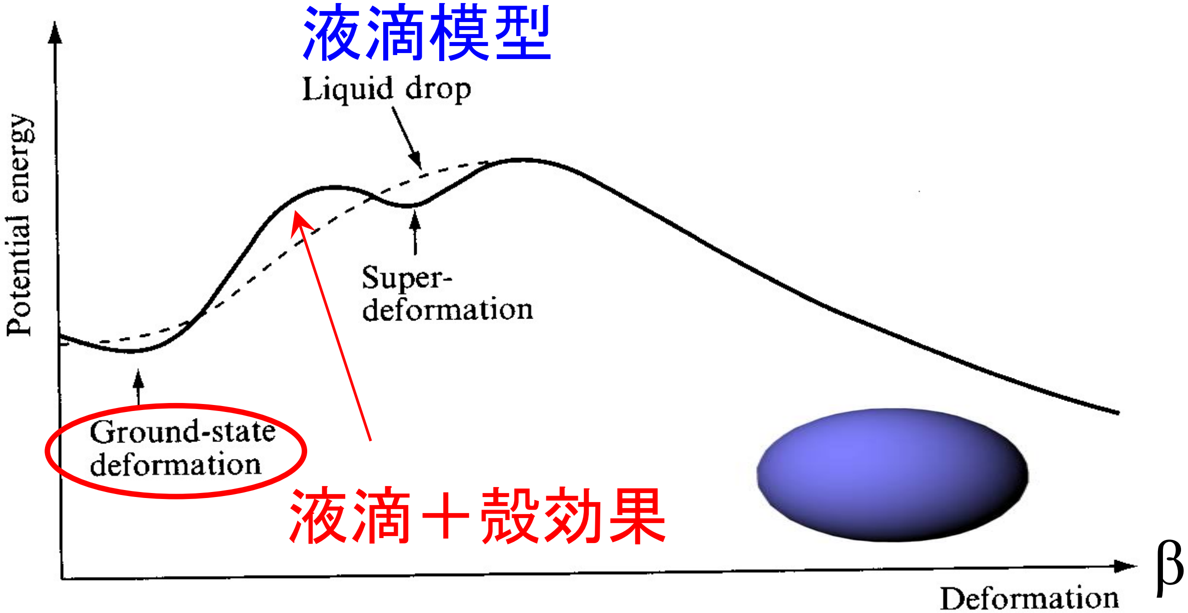


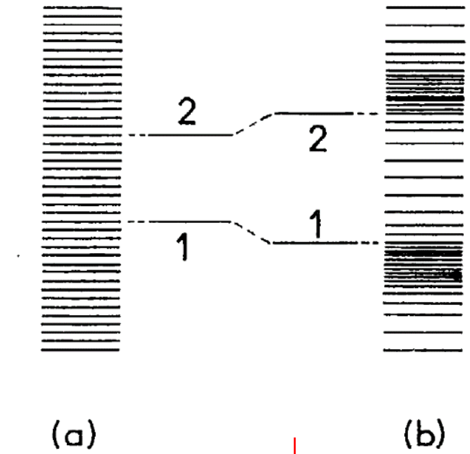
すでにα粒子
の中の核子により
詰まっている

＊他の質問は、この後、先週の続きをやりながら答えます。

先週の復習と続き（原子核の変形について）

原子核の変形





準位にギャップが開くと原子核が安定になる

$$E(\beta) = E_{LDM}(\beta) + E_{\text{shell}}(\beta)$$

液滴模型 ⇒ 必ず球形

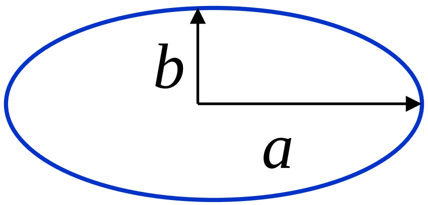
殻効果 ⇒ 変形状態が基底状態になる場合あり

➢ 液滴模型のエネルギーは前に計算してのと同じでしょうか?

✓ その通りです。

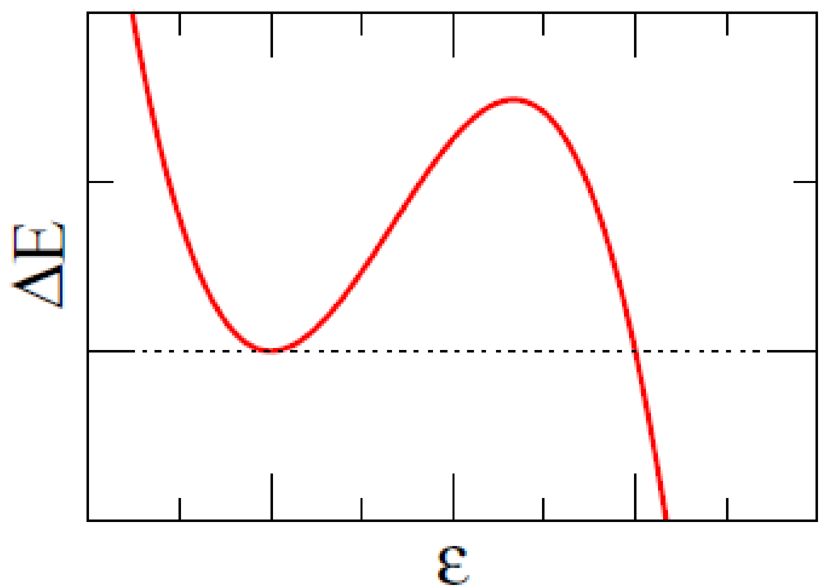
$$B(N,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\rm sym} \frac{(N-Z)^2}{A}$$ （球形の原子核）

例）回転楕円体



$$\begin{aligned} a &= R\cdot(1+\epsilon) \\ b &= R\cdot(1+\epsilon)^{-1/2} \end{aligned}$$

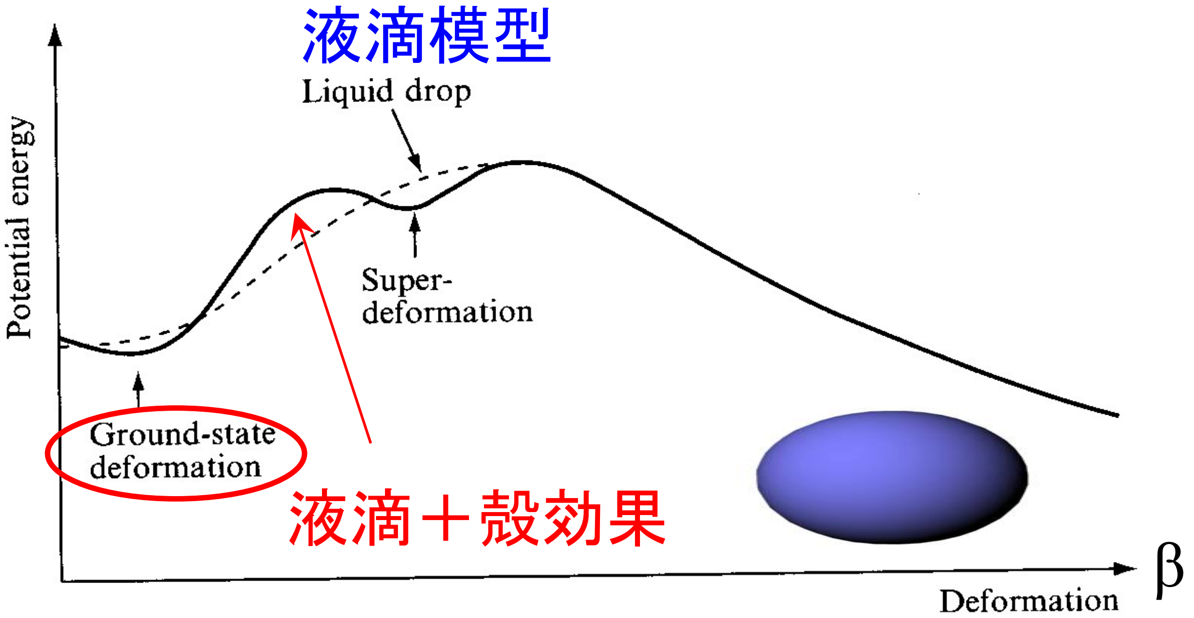
$ab^2 = R^3 =$ 一定



$$\Delta E = E_S^{(0)}\left\{\frac{2}{5}(1-x)\epsilon^2 - \frac{4}{105}(1+2x)\epsilon^3 + \cdots\right\}$$

表面エネルギーとクーロンエネルギーの競合

原子核の変形



- superdeformation 以降は殻効果はないのですか?

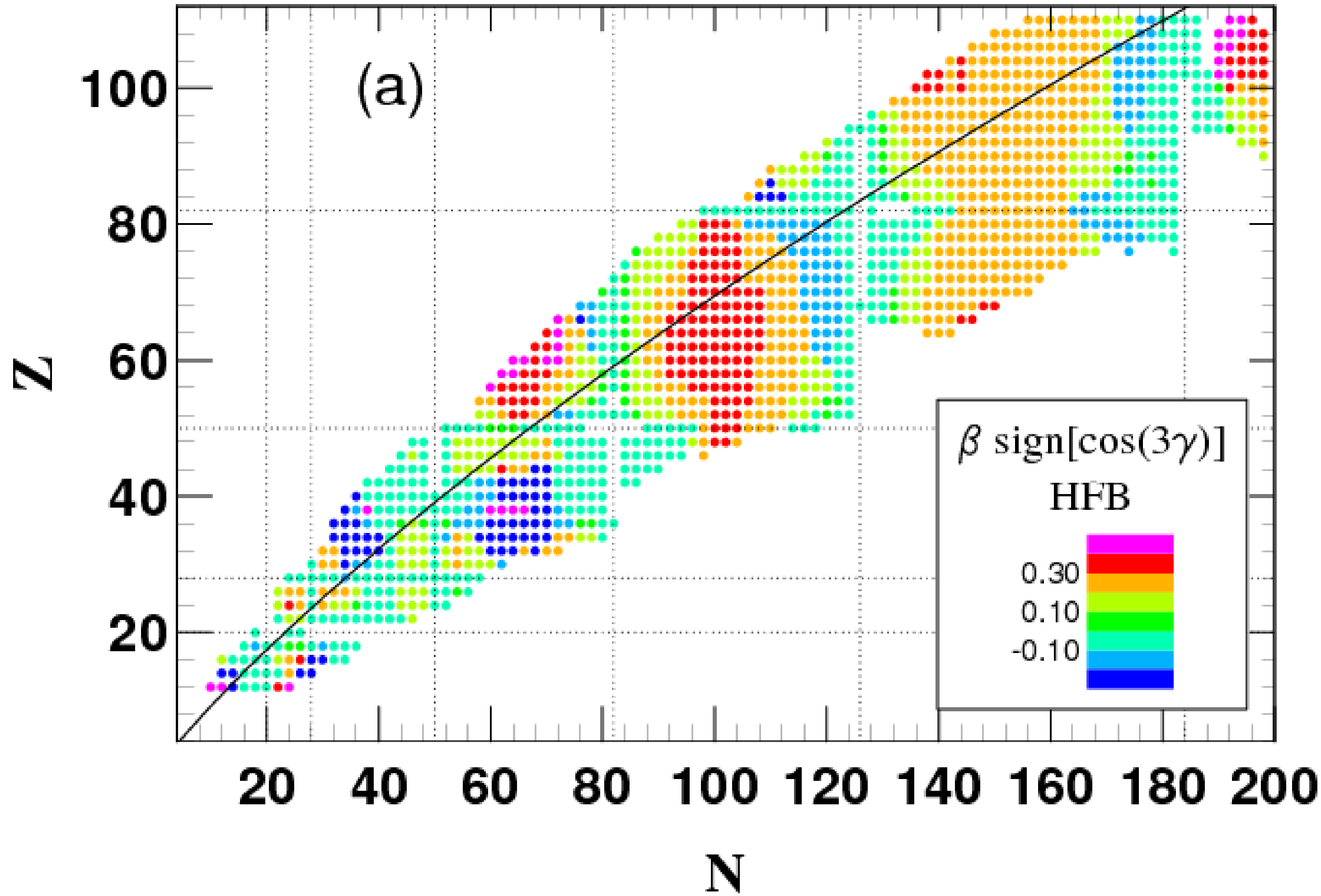
そんなことはないです。（図が悪い）

- へこんでいるところで安定な状態ができる?

その通りです！　→「アイソマー状態」（準安定）

超変形状態や核分裂アイソマー

➢ どのような領域の原子核が変形しているの?



変形:オレンジ～赤、青

一般に、魔法数と魔法数の間で変形

J.-P. Delaroche et al.,
PRC81 ('10) 014303

原子核の変形の証拠

^{154}Sm の励起スペクトル

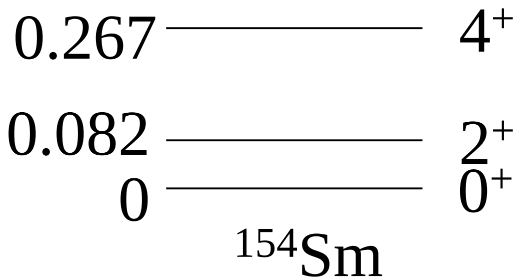
(MeV)	
0.903	8^+
0.544	6^+
0.267	4^+
0.082	2^+
0	0^+

^{154}Sm

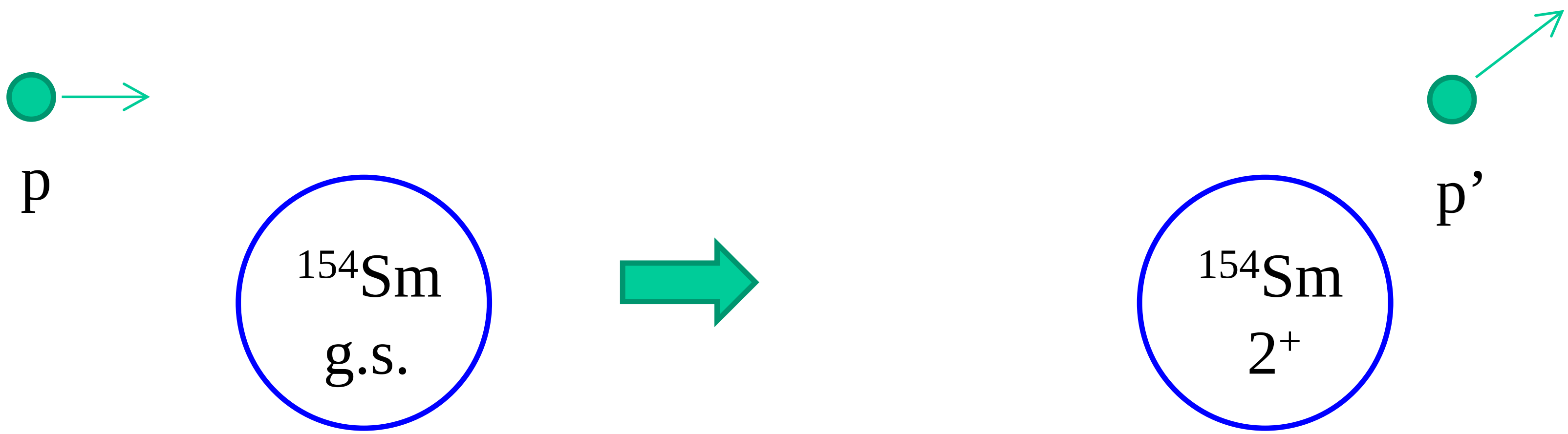
$$\boxed{E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}}$$

$\rightarrow$ E(4^+)/E(2^+) ~ 3.3

- 各状態の角運動量とパリティはどのように決定される?



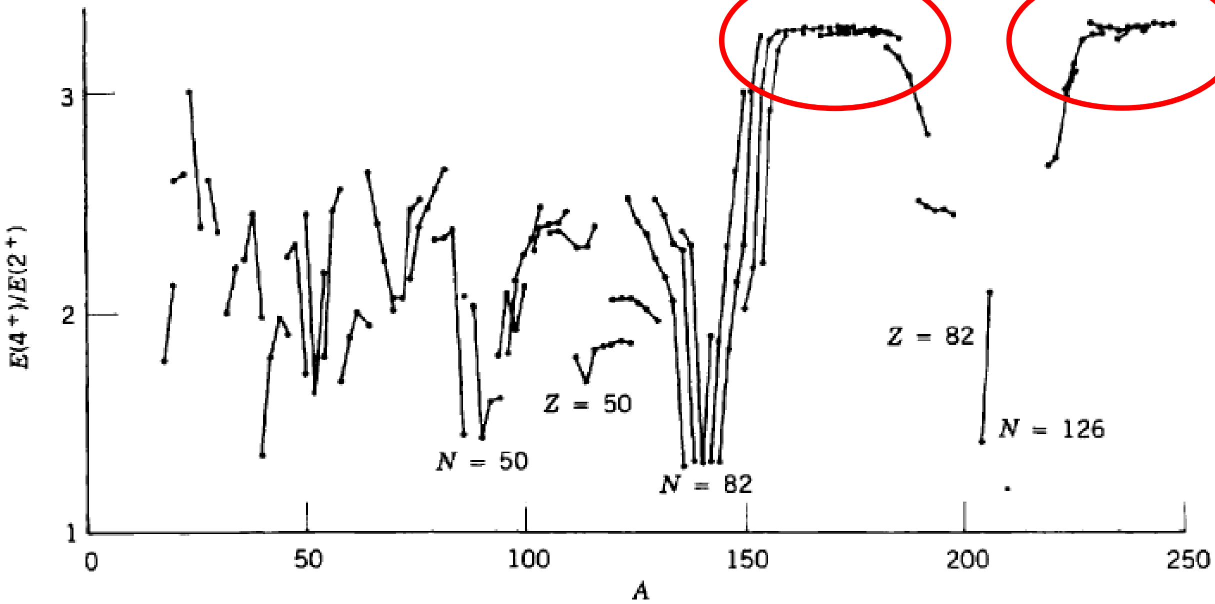
- 例えば、非弾性散乱の角度分布



2^+ 状態を励起したことにより、
陽子の軌道角運動量が変化 → それを反映した
角度分布

E(4$^+$)/E(2$^+$)　の比

変形核



K.S. Krane, "Introductory Nuclear Physics"

変形核なら
E(4$^+$)/E(2$^+$) ~ 3.3

球形核なら
E(4$^+$)/E(2$^+$) ~ 2

➢ 原子核の形に依らず、比は 3.3 になるのか?　　いい質問です！

✓ 変形した原子核の波動関数 (K=0) :

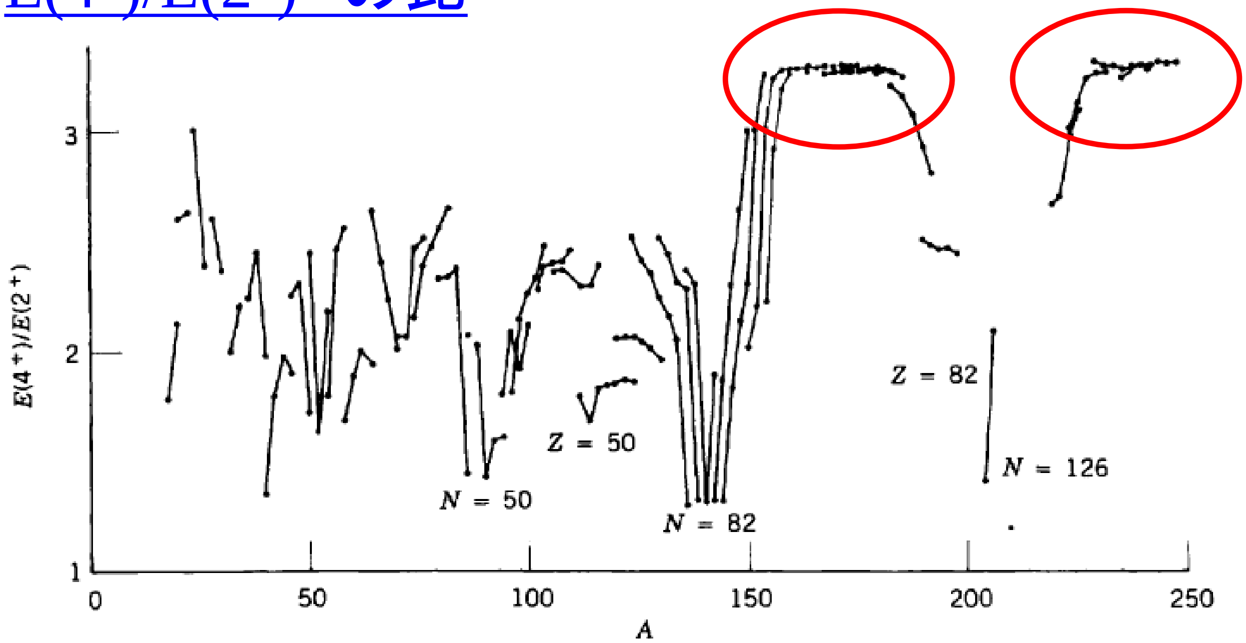
$$\Psi(x_1, x_2, \cdots x_A) = \underbrace{\phi_{\rm int}}_{\text{内部状態}} \cdot \underbrace{Y_{IM}(\hat{r})}_{\text{回転状態}}$$

内部状態 → 原子核の形

回転状態 → 回転スペクトル

E(4⁺)/E(2⁺)　の比

変形核



変形核なら
E(4⁺)/E(2⁺) ~ 3.3

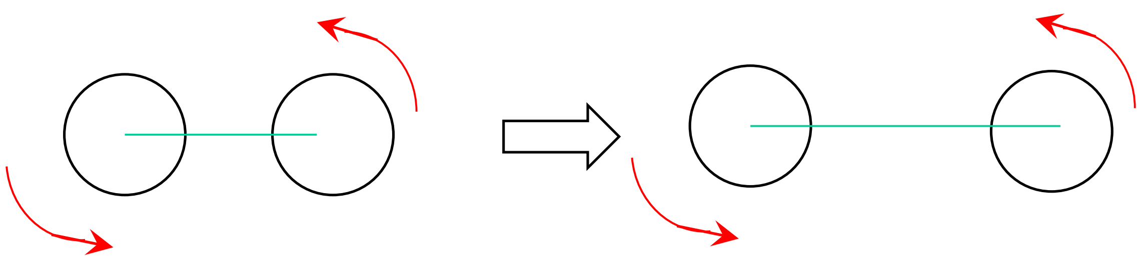
球形核なら
E(4⁺)/E(2⁺) ~ 2

K.S. Krane, “Introductory Nuclear Physics”

- 比は 3.3 が上限なのか?

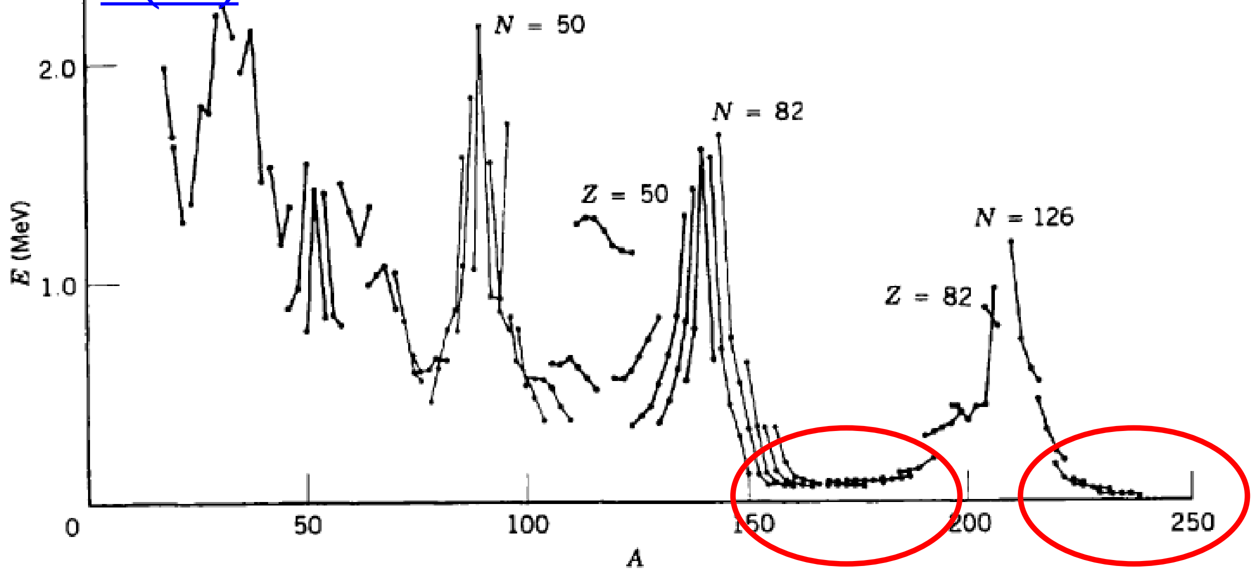
そうとは限らないが、そうなる傾向がある。

$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$



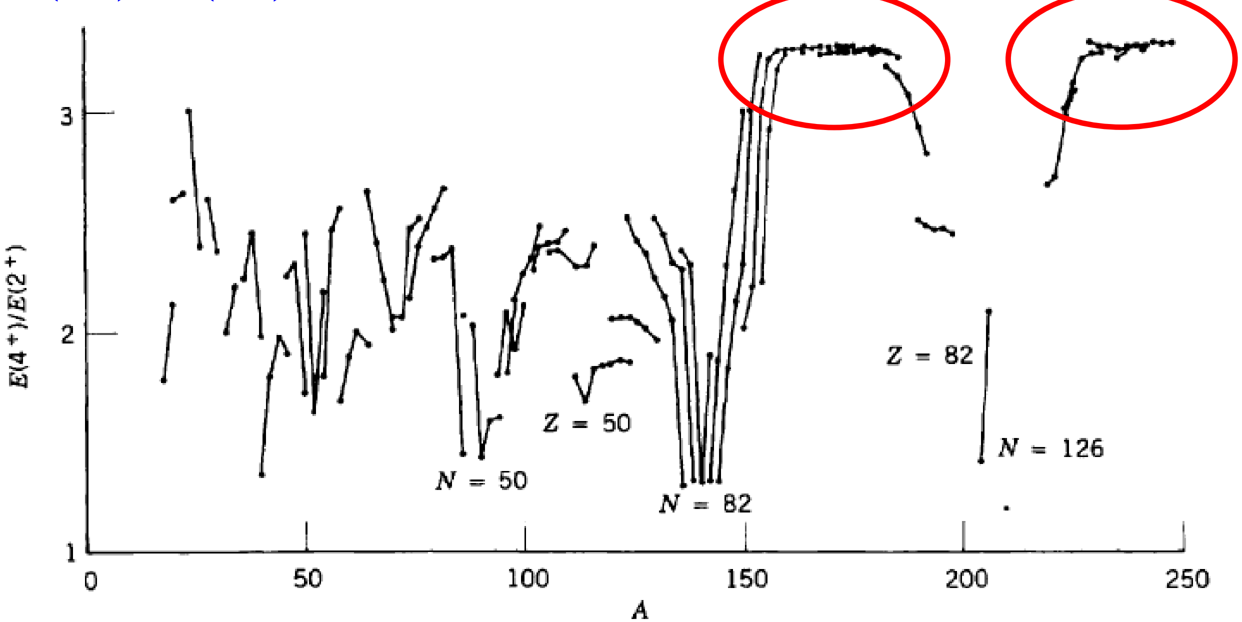
角運動量が大
→変形が大
→慣性能率が大
→エネルギーが小

E(2^+)



変形核

E(4^+)/E(2^+)　の比



変形した中重核

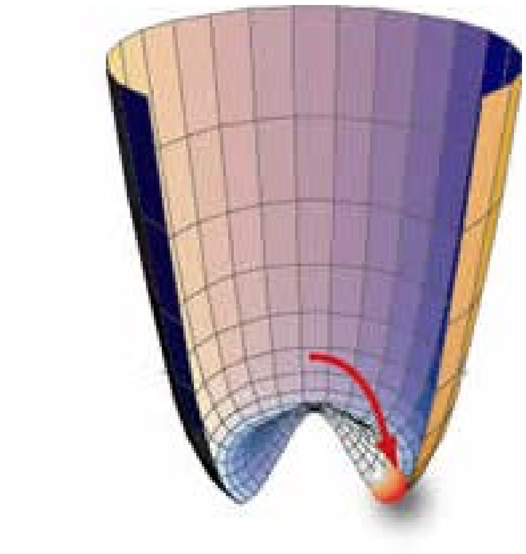
→ E(2^+) が小

対称性の自発的破れ

K.S. Krane, “Introductory Nuclear Physics”

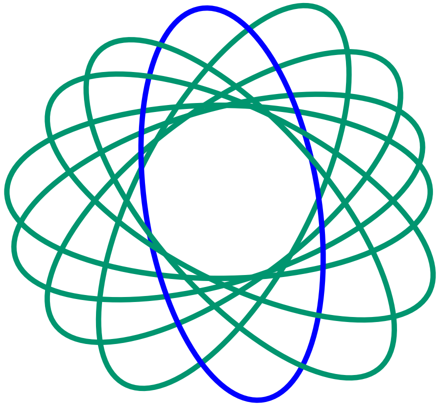
➢ 対称性が自発的に破れているということは具体的にはどういうこと?

✓ 対称性の自発的破れ



ハミルトニアンは対称だが
真空が対称性を破る

対称性を回復するように
ゼロ・エネルギーモード
が発生

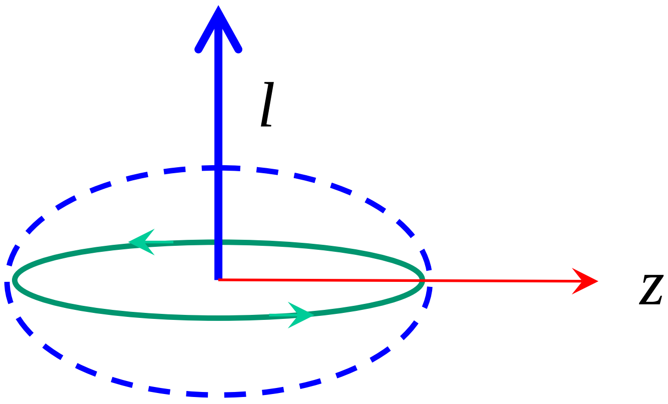


「真空」(基底状態)として
軸の方向をどれかに選ぶ

↓

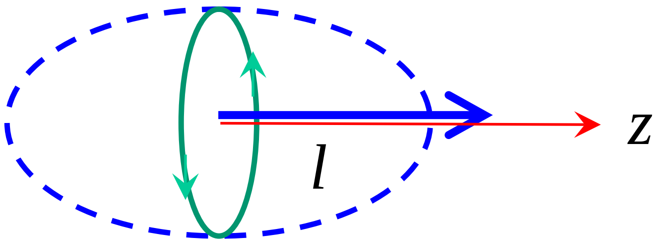
原子核が変形して見える
(回転対称性が自発的に
破れている)

変形したポテンシャルでのエネルギー固有値（もう一度説明）



$l_z = 0$

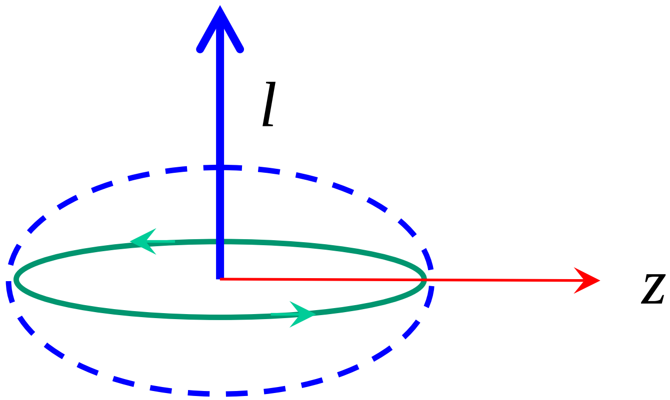
より引力を感じるので
$E \rightarrow$ 小



$l_z = l$

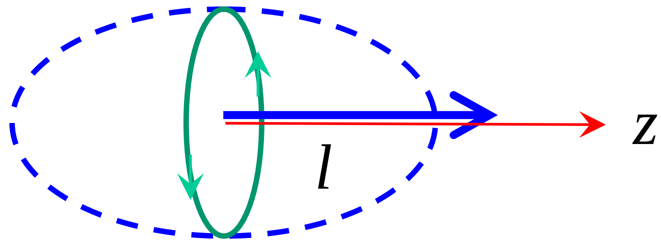
より引力を感じないので
$E \rightarrow$ 大

変形したポテンシャルでのエネルギー固有値(もう一度説明)



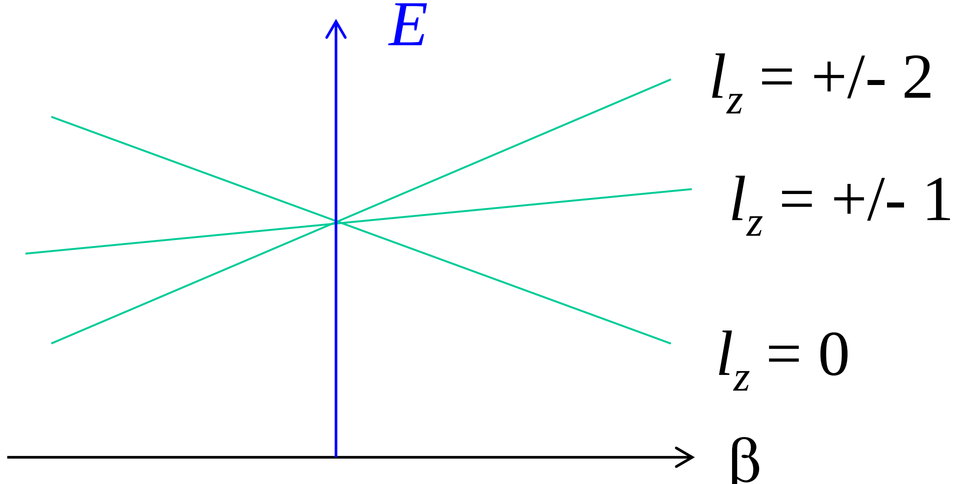
$l_z = 0$

より引力を感じるので
$E \rightarrow$ 小



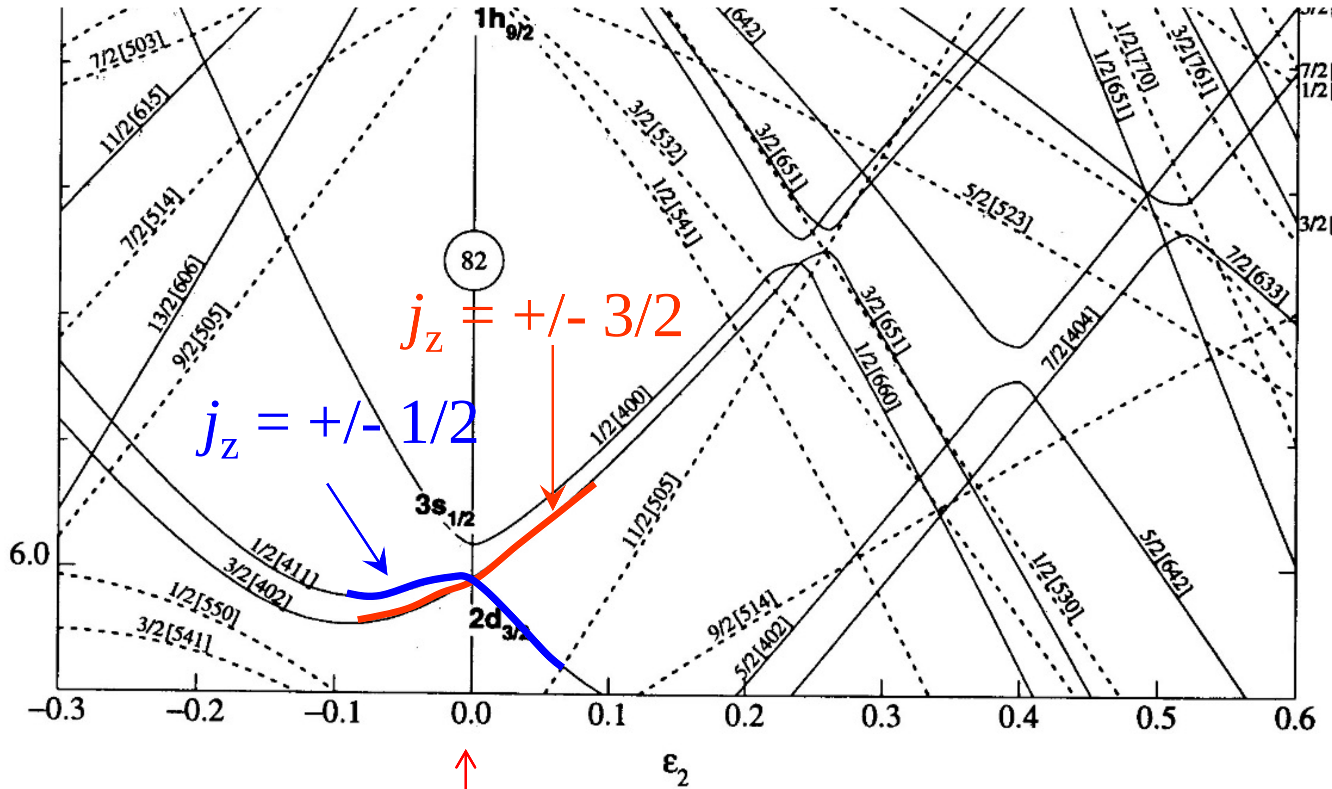
$l_z = l$

より引力を感じないので
$E \rightarrow$ 大



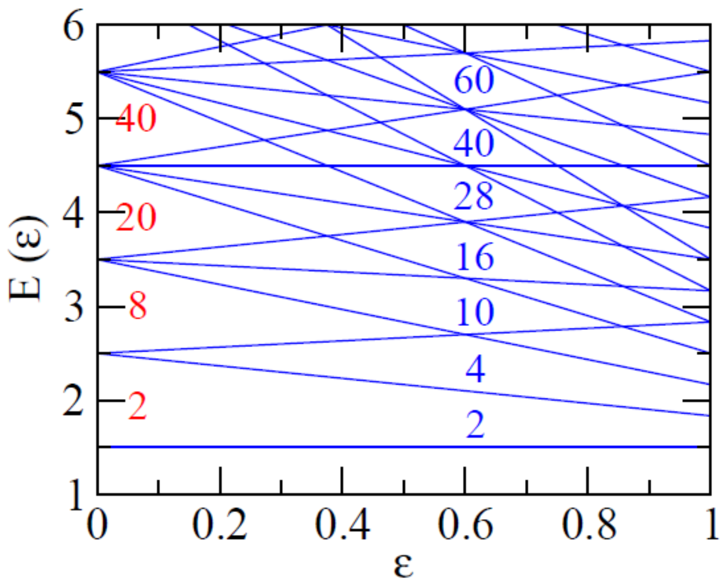
➢ ニルソン図の見方がよくわからない

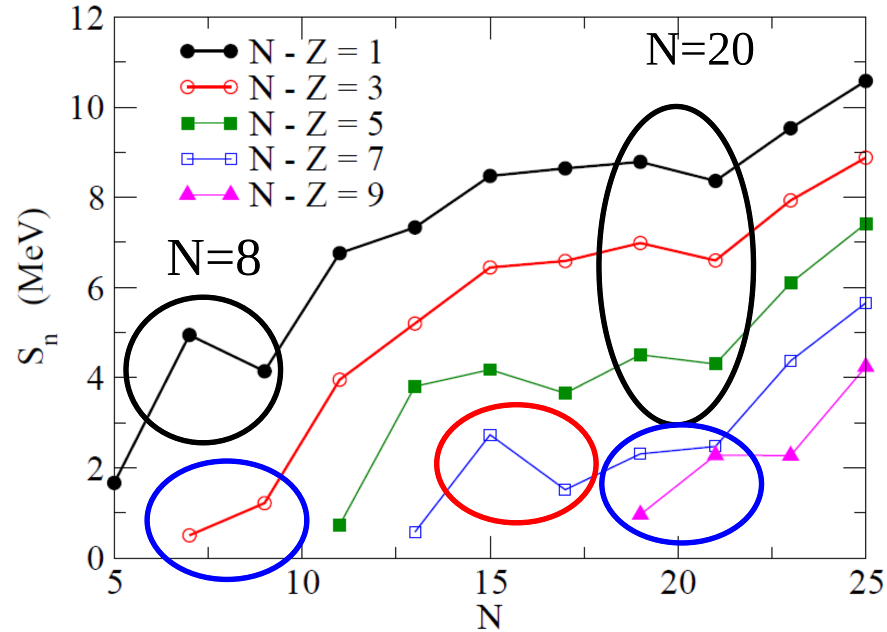
適当な変形ポテンシャルのエネルギー固有値を変形度の関数としてプロットしたもの



オブレート変形 ← 球形 → プロレート変形

➢ 中性子過剰核の魔法数の変化と変形の関係は?



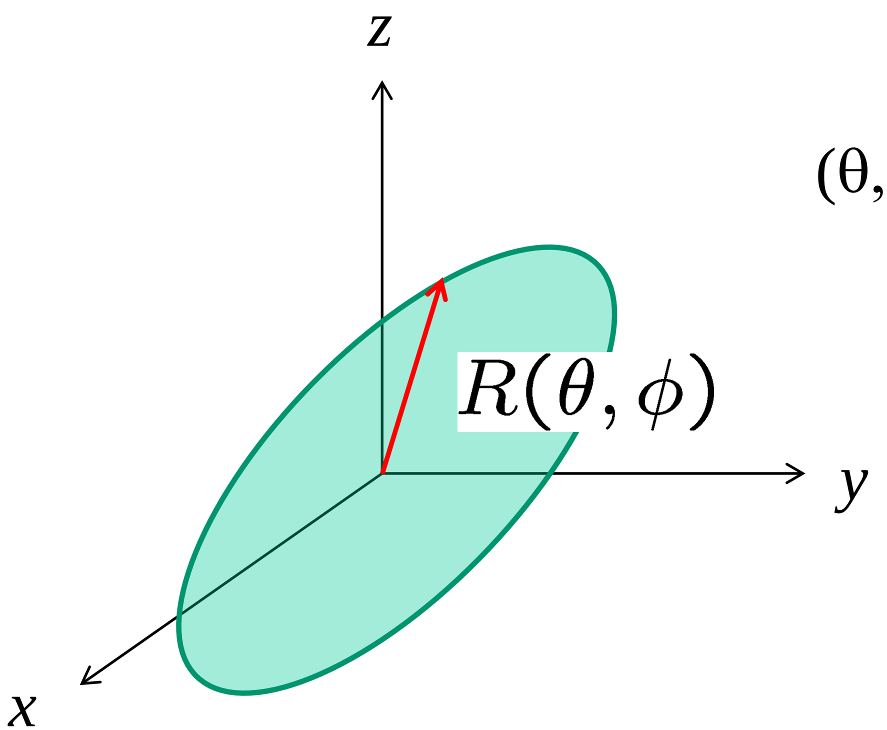


✓ いい質問です！

N = 8, 20 の消失　→ 球形魔法数の消失
N = 16 などの出現　→　変形のためかどうかを見極める必要がある

（N=16 は球形の新魔法数とされている。
$d_{5/2}$, $s_{1/2}$, $d_{3/2}$ から $d_{3/2}$ を除けば 16 ができる）

変形パラメーター



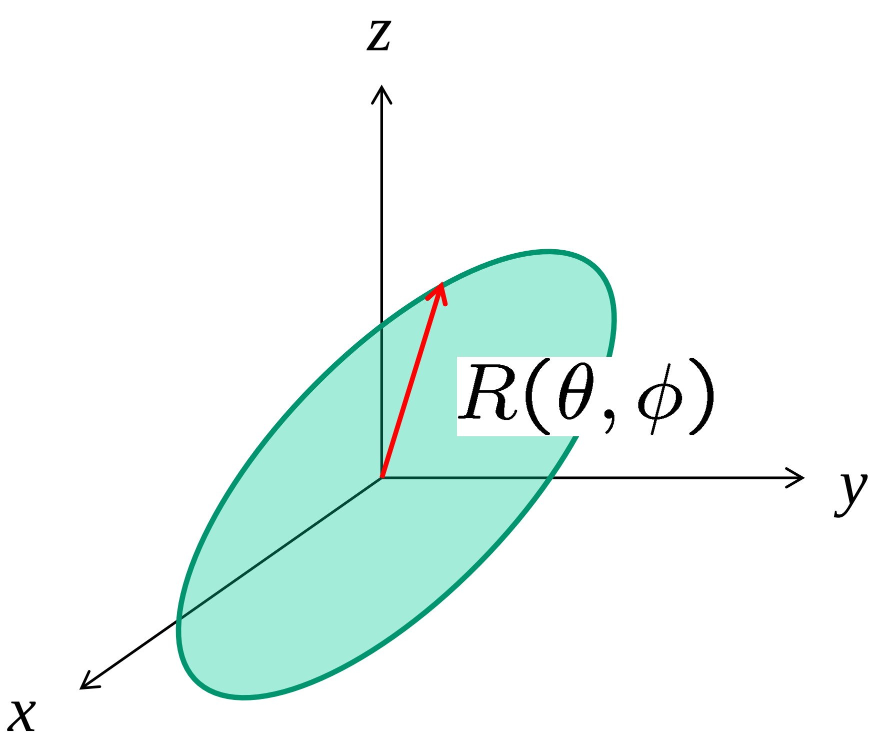
(θ,ϕ) 方向の半径: $R(\theta,\phi)$

任意の関数は球面調和関数で展開できる:

$$\boxed{R(\theta,\phi) = R_0\left(1 + \sum_{\lambda,\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y^*_{\lambda\mu}(\theta,\phi)\right)}$$

$\alpha_{\lambda\mu}$: 変形パラメーター

変形パラメーター



$$R(\theta,\phi) = R_0\left(1 + \sum_{\lambda,\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y^*_{\lambda\mu}(\theta,\phi)\right)$$

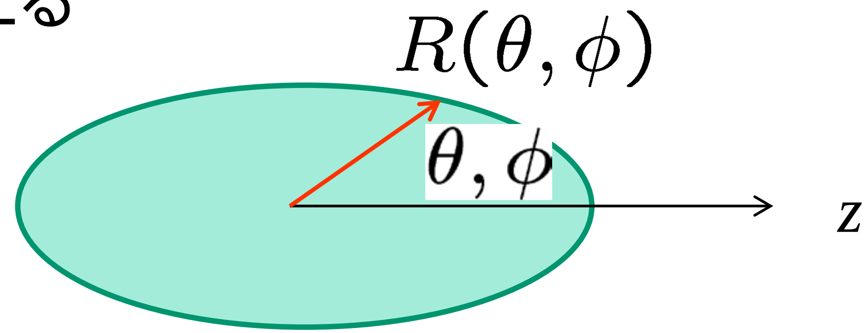
最も重要な変形は $\lambda = 2$
（四重極変形）

$\lambda = 0$: R_0 に吸収
$\lambda = 1$: 重心の位置を変えるだけ
（原点を適当にとれば
$\alpha_{1\mu} = 0$ とすることができる）
$\lambda = 2$:楕円体型の変形

以下、$\lambda = 2$ に話を限定

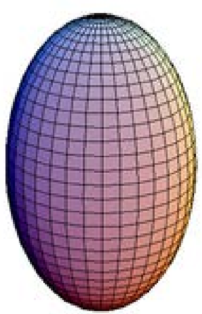
$$R(\theta,\phi) = R_0\left(1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu} Y^*_{2\mu}(\theta,\phi)\right)$$

✓軸対称変形
✓対称軸を z 軸にとる

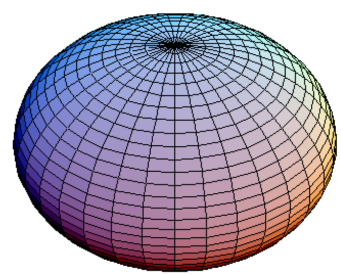


$$R(\theta,\phi) \;=\; R_0\left[1+\beta Y_{20}(\theta)\right]$$

半径は ϕ によらない：z 軸まわりの軸対称（回転楕円体）

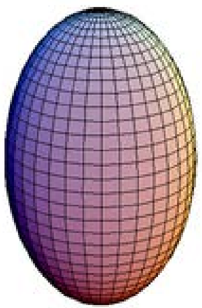



プロレート
変形 ($\beta > 0$)

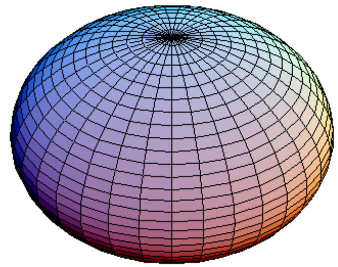



オブレート
変形 ($\beta < 0$)

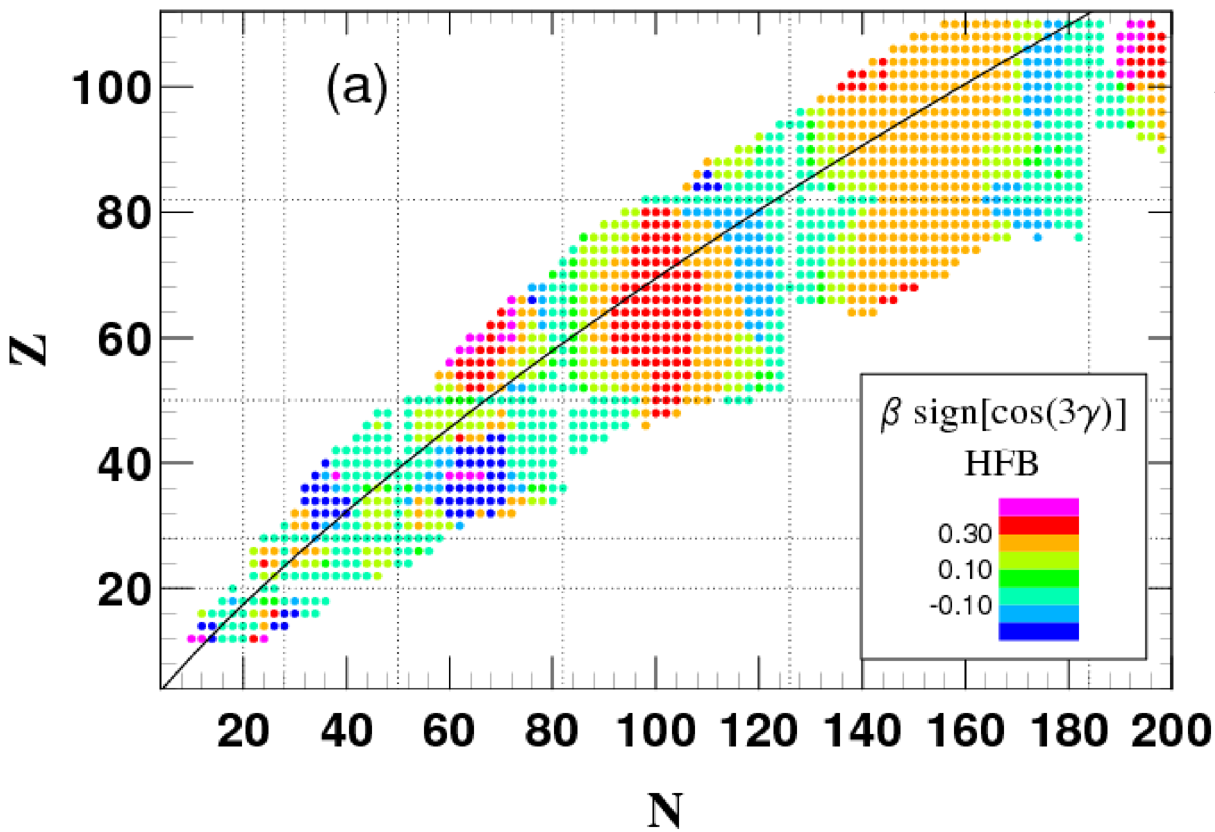
➢ プロレート変形とオブレート変形はどちらが多い?



プロレート
変形 (β > 0)



オブレート
変形 (β < 0)

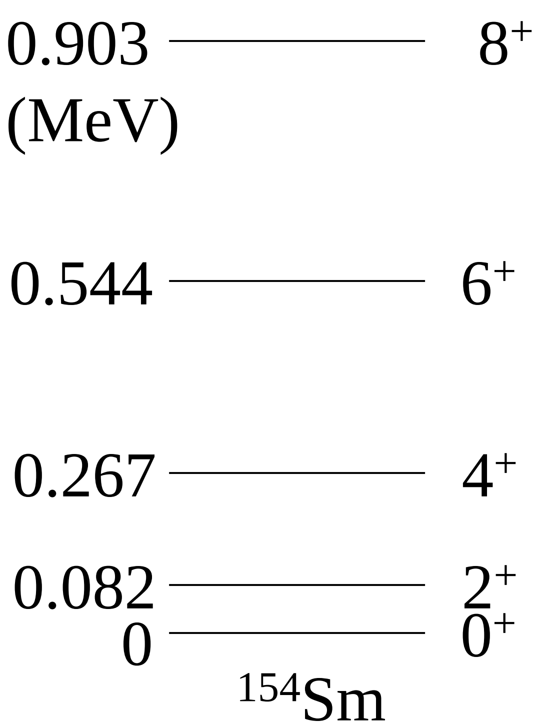


圧倒的にプロレート
変形の方が多い

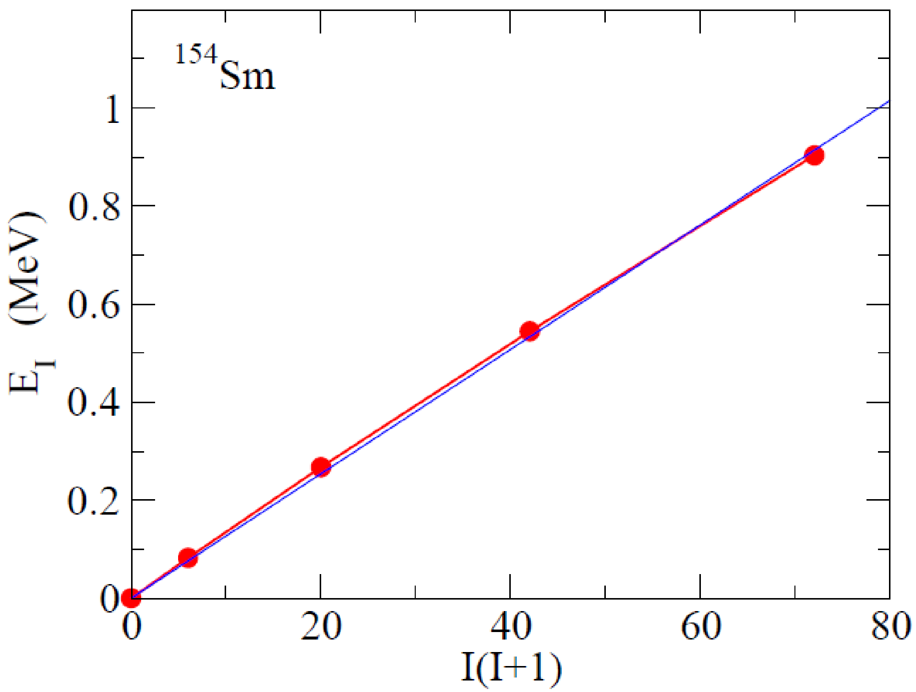
これはたまたま
（核力のパラメータを
変えるとオブレートの
方を多くすることが
できる）

軸対称変形核の回転運動

^{154}Sm の励起スペクトル



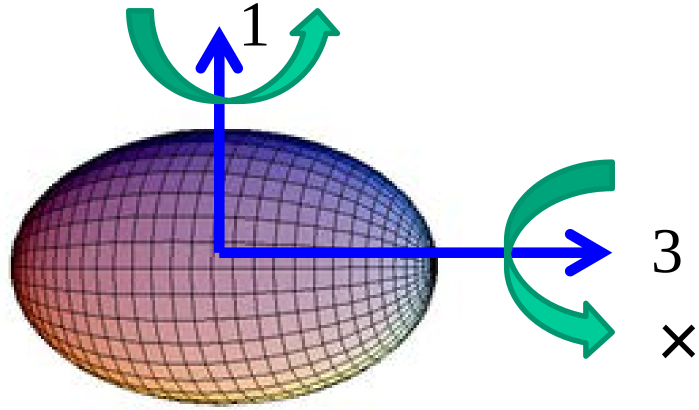
$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$



なぜ偶数スピンのみなのか?

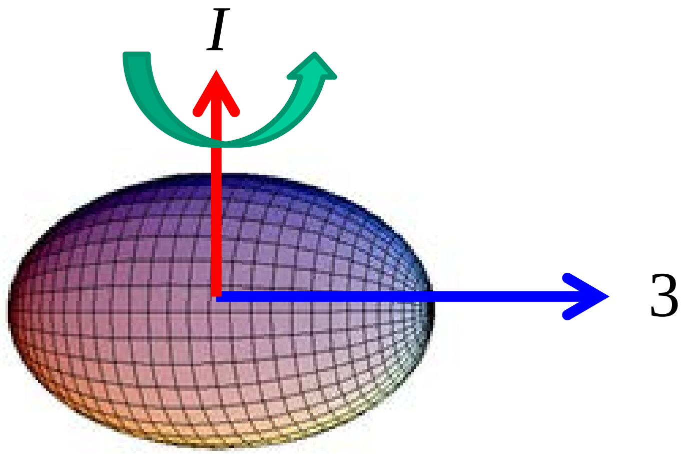
軸対称変形核の回転運動

軸対称変形核を考える（対称軸は3軸）



量子力学的には対称軸周りの回転は存在しない（波動関数全体の位相が変わるだけ）

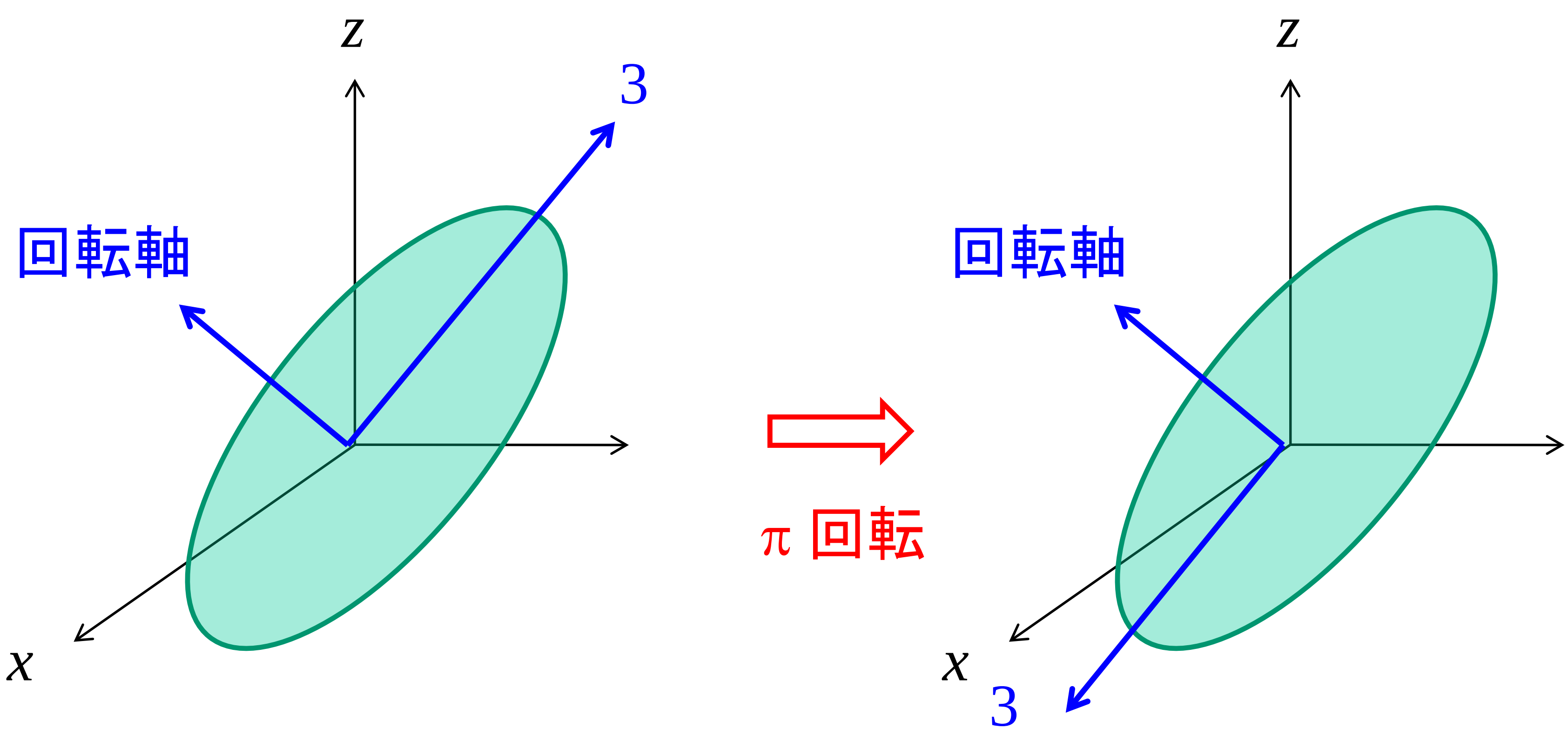
K = 0 のとき

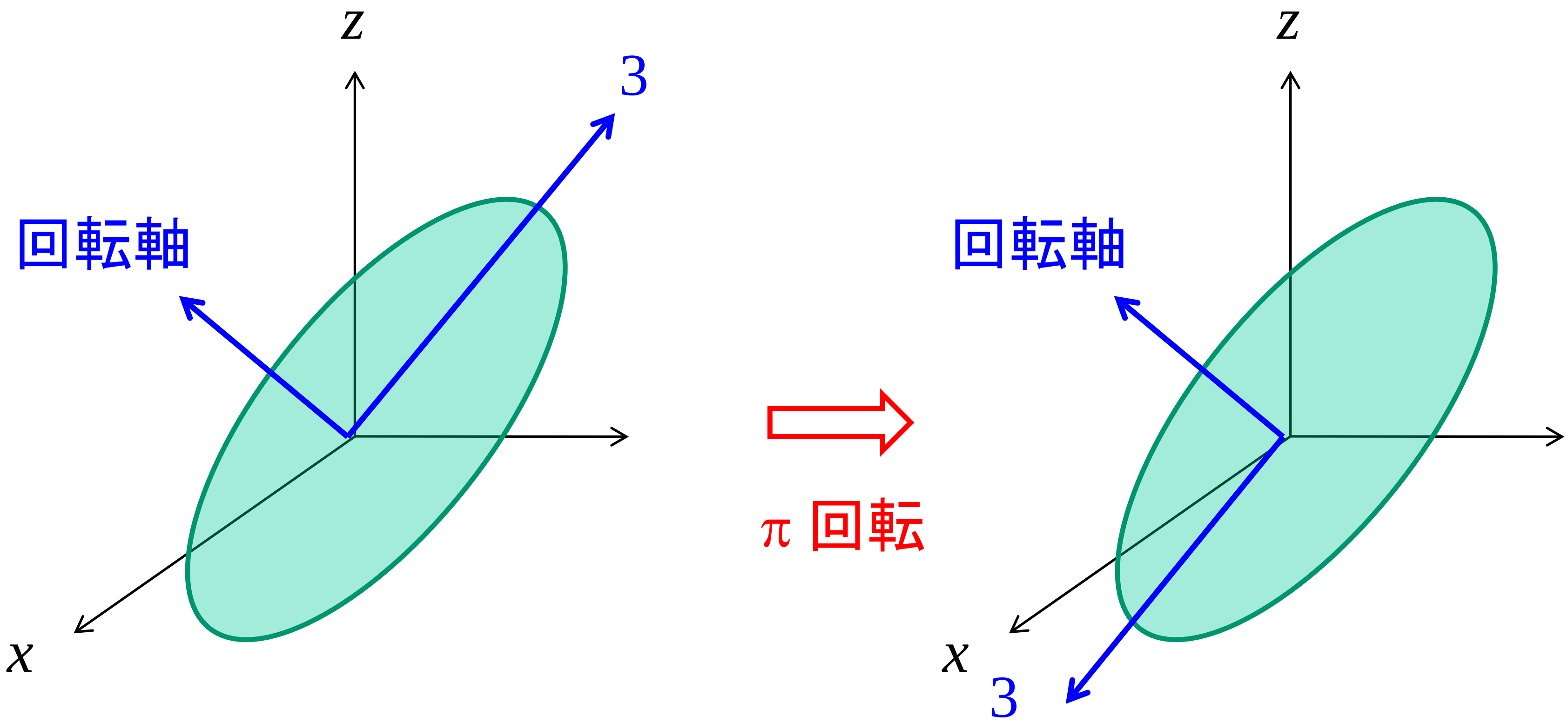


対称軸に垂直な軸のまわりの回転

π 回転に対して対称

⟶ 偶数角運動量のみが現れる



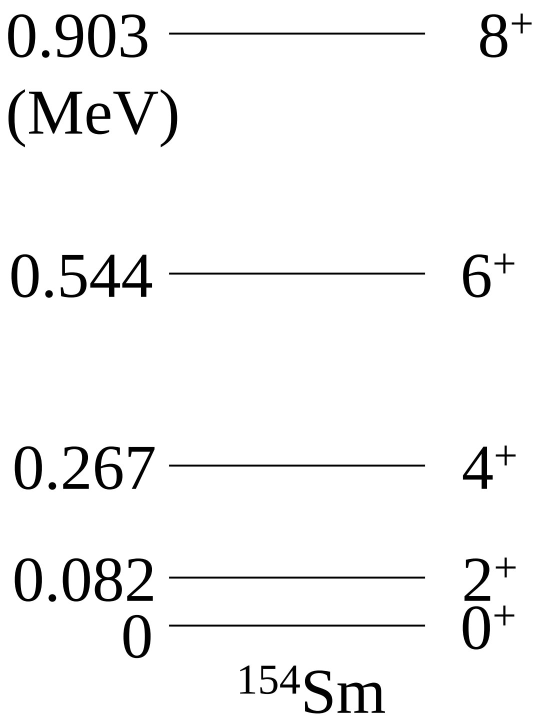


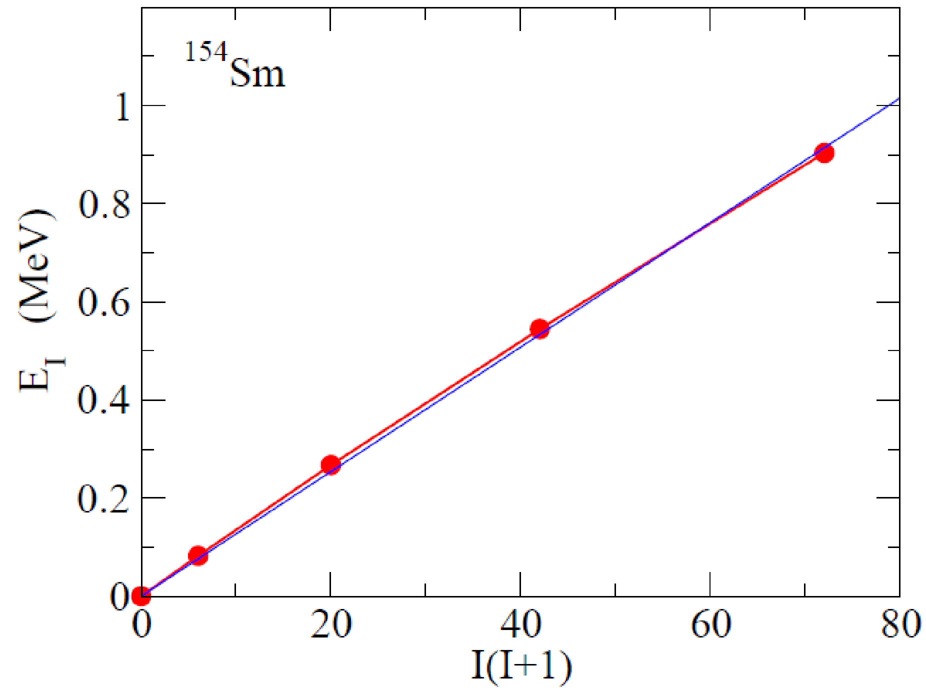
これは空間反転(パリティ変換)と同じ

$$Y_{IM}(\hat{\boldsymbol{r}}) \to Y_{IM}(-\hat{\boldsymbol{r}}) = (-)^I Y_{IM}(\hat{\boldsymbol{r}})$$

波動関数が変わらないためには I は偶数(偶パリティ状態の場合)

^{154}Sm の励起スペクトル



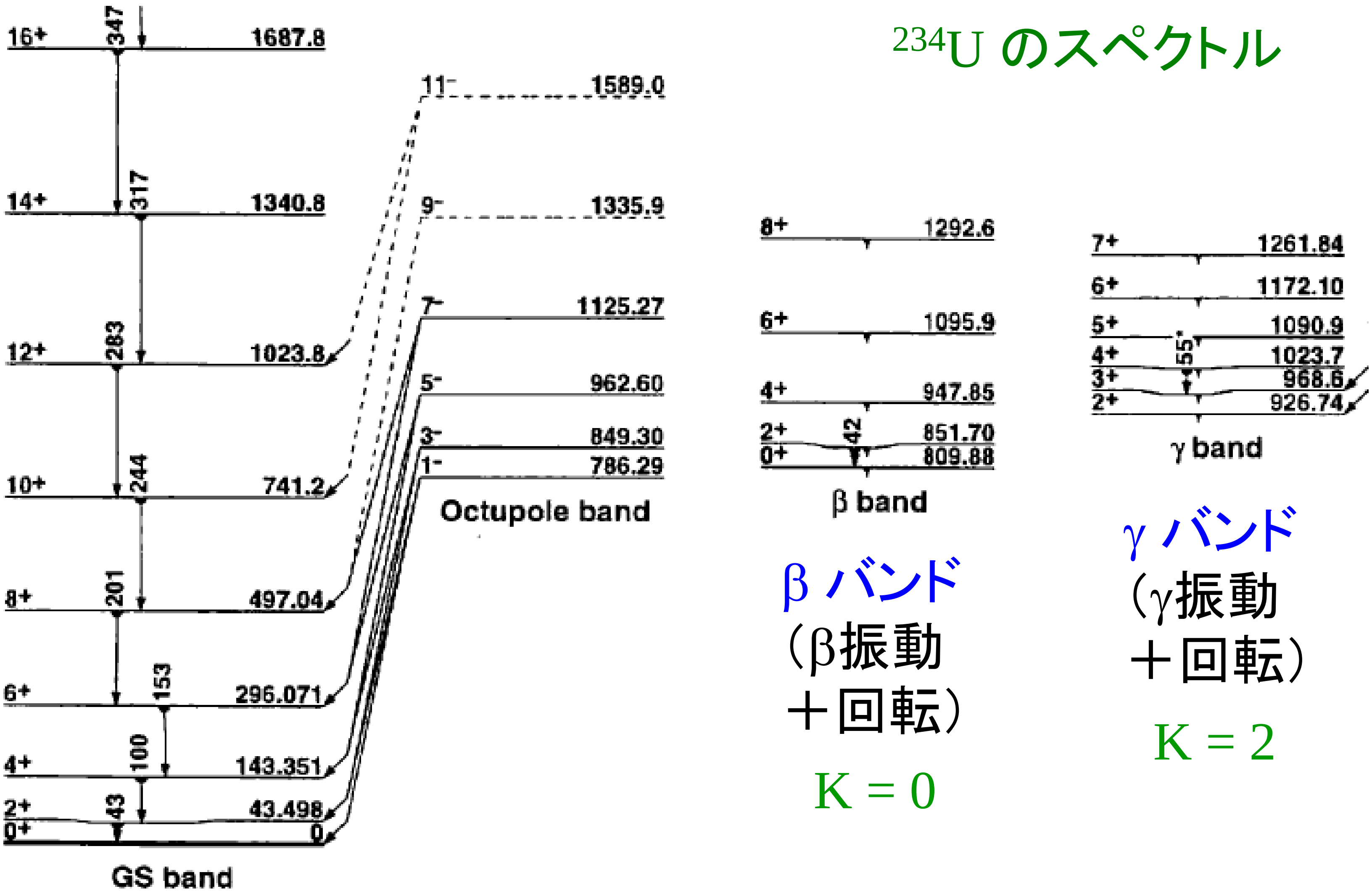


$$\boxed{E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}}$$

➢ 偶数スピンしか出ないのは K=0 だけ?

✓ その通りです！

^{234}U のスペクトル



K = 0

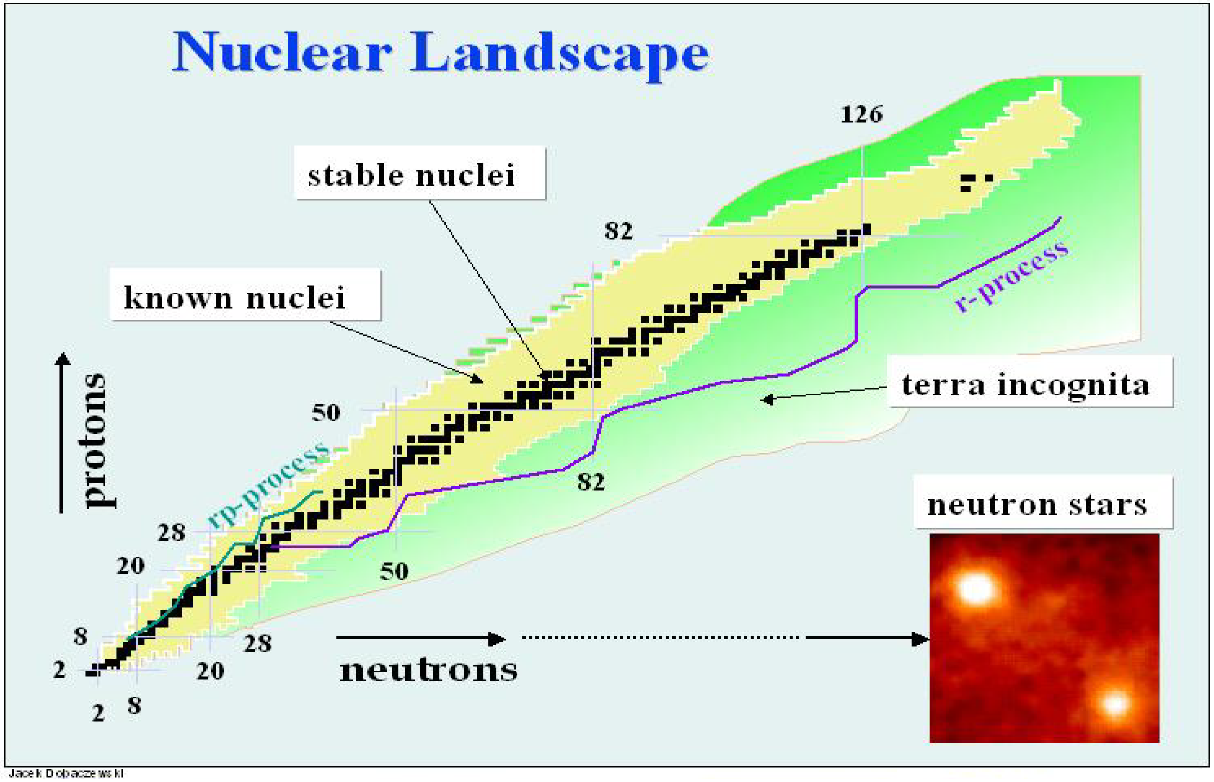
βバンド
(β振動
＋回転)

K = 0

γバンド
(γ振動
＋回転)

K = 2

原子核の安定性



自然界に存在する(ほぼ)安定な原子核:287種類

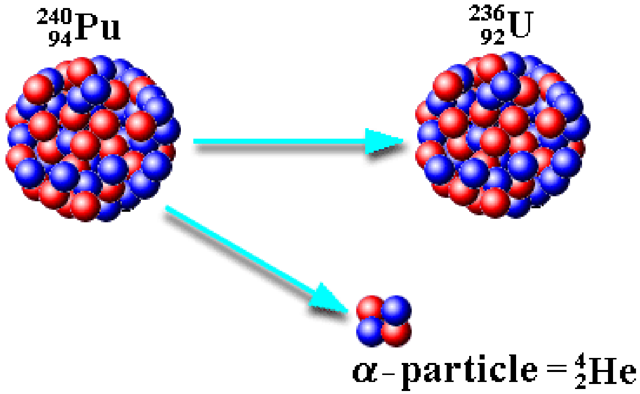
存在が予想されている原子核:約7,000 ~ 10,000種類

→ ほとんどの原子核が不安定

どのように壊れるか、どのくらいの時間(寿命)で壊れるか

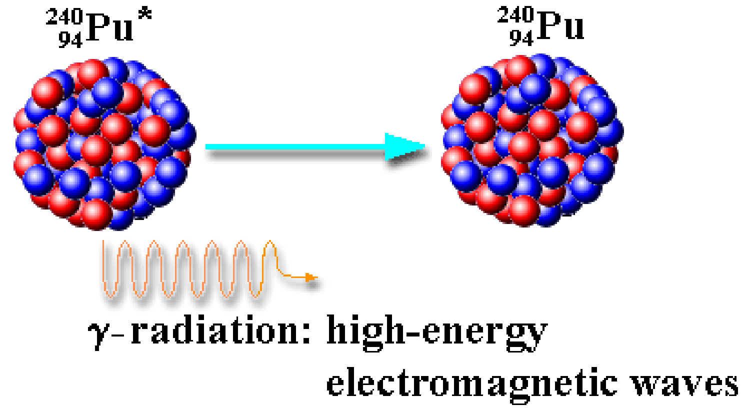
原子核の主な崩壊様式

α崩壊(陽子が多い原子核)



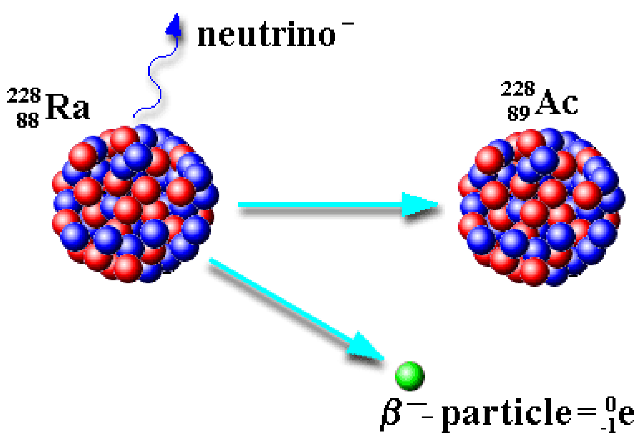
α線(^{4}He 原子核)

γ崩壊(原子核の励起状態)



γ線(高エネルギー電磁波)

β崩壊(中性子が多い原子核)

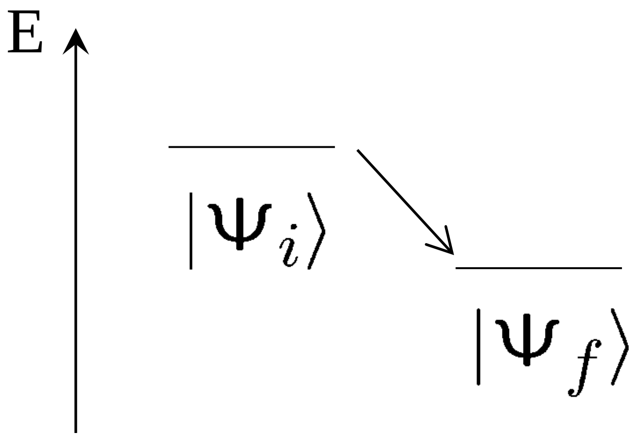


β線(電子)

$$n \longrightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e$$

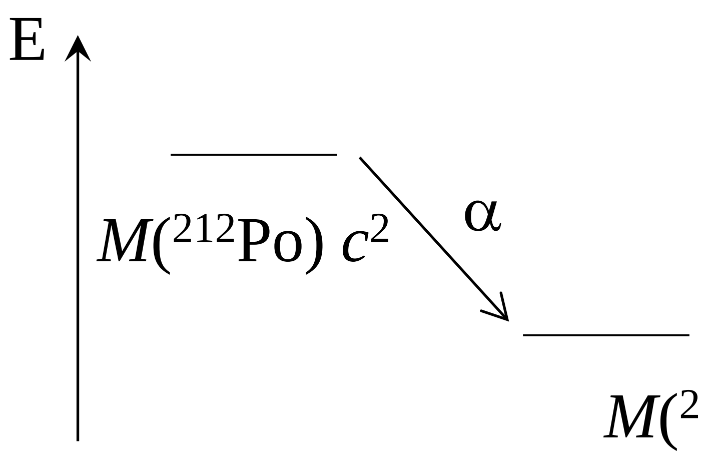
$$p \longrightarrow n + e^+ + \nu_e$$

自発的な崩壊



$E_\mathrm{i} > E_\mathrm{f}$ であれば崩壊は自発的に起こる

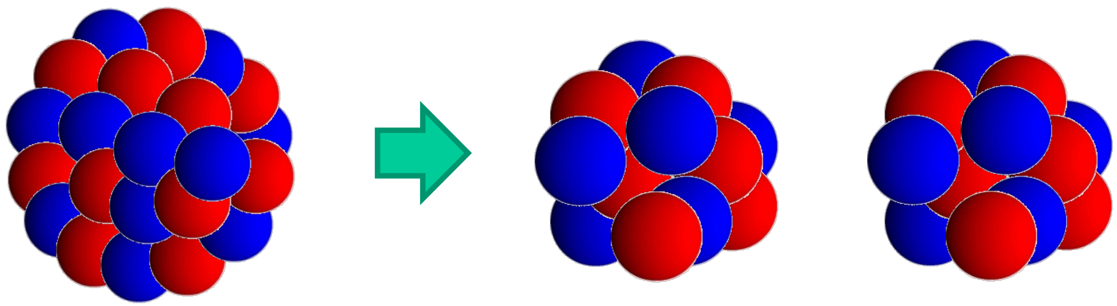
例）$^{212}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{208}\mathrm{Pb} + {}^{4}\mathrm{He}$



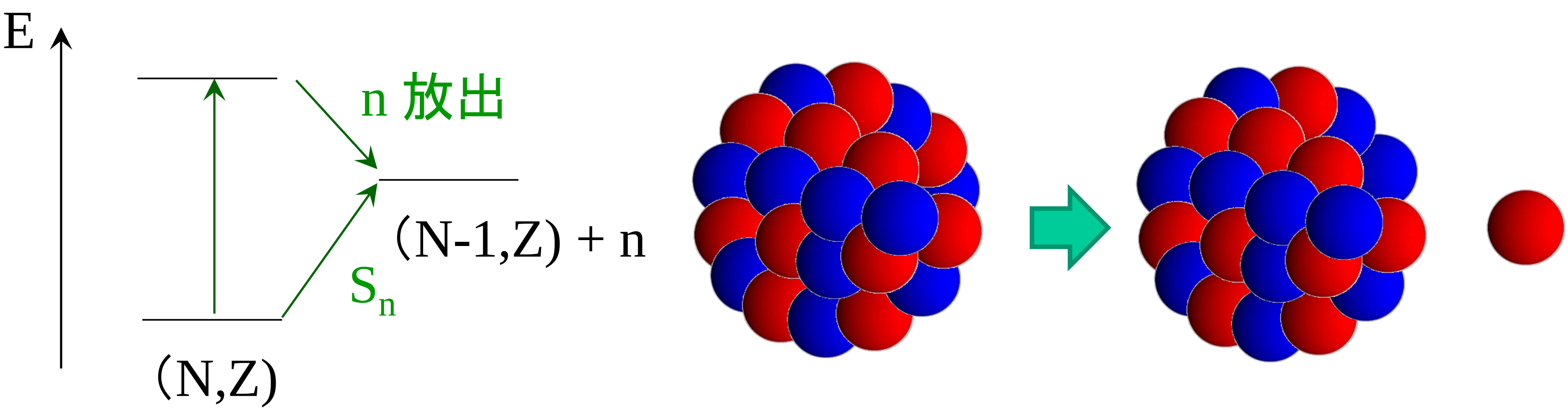
$\mathrm{BE}(^{212}\mathrm{Po}) = 1655.7$ MeV
$\mathrm{BE}(^{208}\mathrm{Pb}) = 1636.4$ MeV
$\mathrm{BE}(^{4}\mathrm{He}) = 28.296$ MeV
$\rightarrow$ Q = 9.00 MeV

原子核の主な崩壊様式

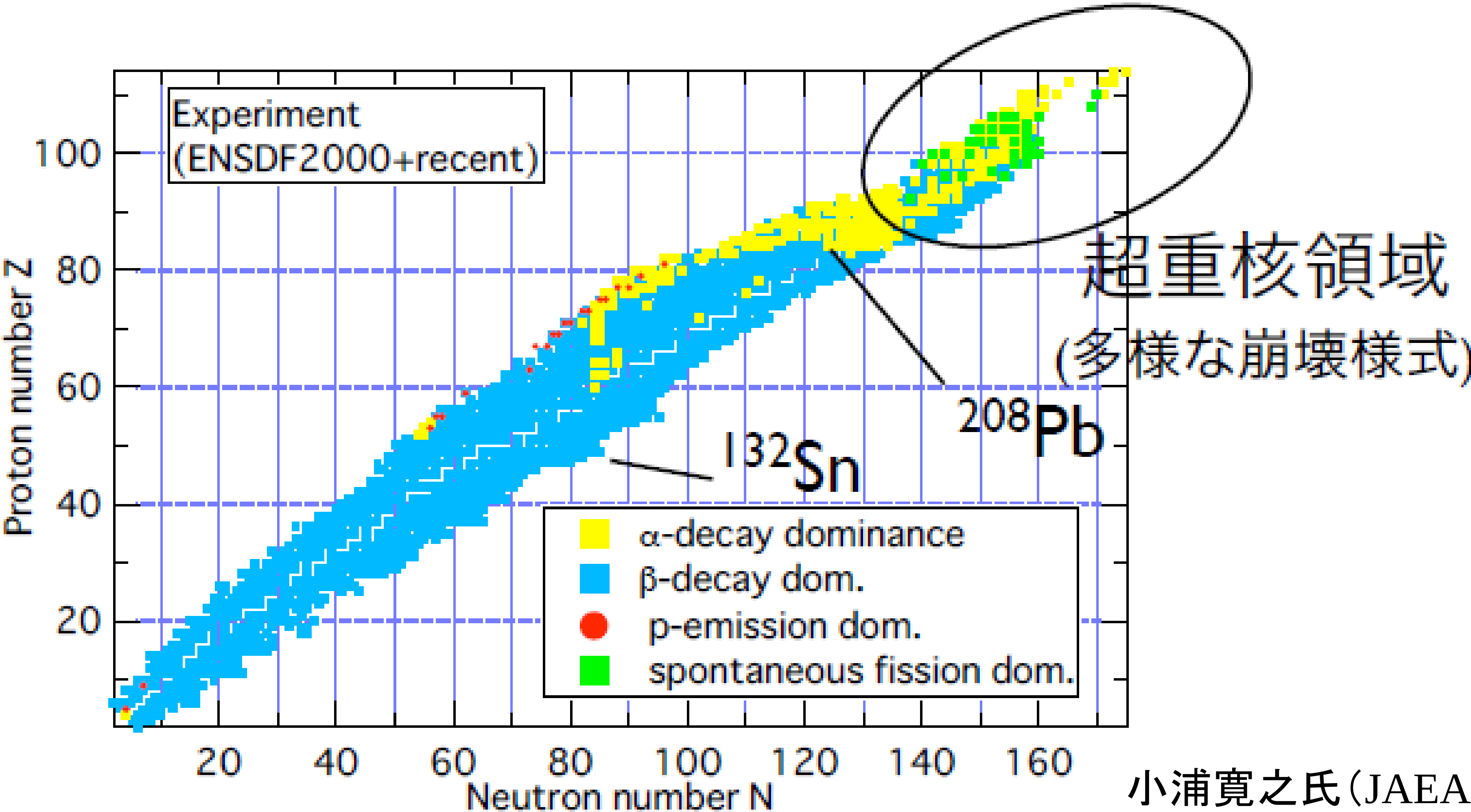
- ✓ α崩壊（陽子が多い原子核）
- ✓ β崩壊（中性子が多い原子核）
- ✓ γ崩壊（原子核の励起状態）
- ✓ 核分裂（重い原子核）



- ✓ 核子放出（高い励起状態、ドリップ線の外の非束縛な原子核）



基底状態からの崩壊様式（実験データ）



小浦寛之氏（JAEA）
のスライドより

- 多くの原子核がβ崩壊（水色）
- 重い原子核ではα崩壊（黄色）や核分裂（緑色）

崩壊に関与する相互作用

α崩壊(陽子が多い原子核)	⟷	強い相互作用
β崩壊(中性子が多い原子核)	⟷	弱い相互作用
γ崩壊(原子核の励起状態)	⟷	電磁相互作用
核分裂(重い原子核)	⟷	強い相互作用
中性子放出	⟷	強い相互作用

原子核は自然界の相互作用を知るためのよい実験場になっている

崩壊に関与する相互作用

α崩壊(陽子が多い原子核) $\longleftrightarrow$ 強い相互作用
β崩壊(中性子が多い原子核) $\longleftrightarrow$ 弱い相互作用
γ崩壊(原子核の励起状態) $\longleftrightarrow$ 電磁相互作用
核分裂(重い原子核) $\longleftrightarrow$ 強い相互作用
中性子放出 $\longleftrightarrow$ 強い相互作用

一般に、 $\tau_W \gg \tau_\gamma \gg \tau_S$

$$\left\{\begin{array}{l} \tau_W \\ \tau_\gamma \\ \tau_S \end{array}\right.$$

τ_W : 弱い相互作用による崩壊の寿命
τ_γ : 電磁相互作用による崩壊の寿命
τ_S : 強い相互作用による崩壊の寿命

結合定数の違い(状態間の結合の強さ)による

→ ただし、α崩壊は例外(量子トンネル現象が関係)

崩壊に関与する相互作用

一般に、 $\tau_W \gg \tau_\gamma \gg \tau_S$

$$\left\{\begin{array}{ll} \tau_W & \text{: 弱い相互作用による崩壊の寿命} \\ \tau_\gamma & \text{: 電磁相互作用による崩壊の寿命} \\ \tau_S & \text{: 強い相互作用による崩壊の寿命} \end{array}\right.$$

結合定数の違い(状態間の結合の強さ)による

→ ただし、α崩壊は例外(量子トンネル現象が関係)

具体的な例:

$^{24}O \rightarrow ^{24}F$ (β崩壊) $T_{1/2} = 0.065$ 秒
$^{22}O\,(2^+) \rightarrow ^{22}O(0^+) + \gamma$ (γ崩壊) $T_{1/2} = 1.94 \times 10^{-12}$ 秒
$^{25}O \rightarrow ^{24}O + n$ (中性子放出) $T_{1/2} = 2.8 \times 10^{-21}$ 秒

cf. ^{232}Th のα崩壊の半減期: $T_{1/2} = 1.4 \times 10^{10}$ 年 $= 4.4 \times 10^{17}$ 秒
cf. 1 MeV の核子が半径 5 fm の原子核を横切るために必要な時間: $t \sim 10^{-21}$ 秒

時間に依存する摂動論と崩壊に対する寿命

時間に依存する摂動論

$$H = H_0 + \underbrace{V(t)}_{\text{外場}}$$

$V(t) = \hat{F} e^{\mp i\omega t}$　のとき、

外場 $V(t)$ による状態 $n \to k$ への遷移確率 :

$$P_{n\to k} \sim \frac{2\pi}{\hbar} t \, |\langle \phi_k | \hat{F} | \phi_n \rangle|^2 \delta(\epsilon_k - \epsilon_n \mp \hbar\omega)$$

（フェルミの黄金則）

いくつかの状態が終状態のエネルギーに縮退しているとき

$$P_{n\to k} \sim \frac{2\pi}{\hbar} t \, |\langle \phi_k | \hat{F} | \phi_n \rangle|^2 \underbrace{\rho(\epsilon_k)}_{\text{終状態の状態数}}$$

時間に依存する摂動論と崩壊に対する寿命

時間に依存する摂動論

$$P_{n\to k} \sim \frac{2\pi}{\hbar} t \, |\langle \phi_k | \widehat{F} | \phi_n \rangle|^2 \rho(\epsilon_k) \equiv \lambda_k t$$

時間 t たったとき遷移（崩壊）が起きていない確率：

$$P_{\mathrm{sur}}(t) \sim 1 - \sum_{k \neq n} \lambda_k t \sim e^{-\lambda t} \qquad (\lambda \equiv \sum_{k \neq n} \lambda_k)$$

(note) $\lambda \propto |F|^2$

$$\longrightarrow \quad \lambda_S \gg \lambda_\gamma \gg \lambda_W$$

$$\longrightarrow \quad \tau_S \ll \tau_\gamma \ll \tau_W \qquad (\tau \equiv 1/\lambda)$$

出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室（所属大講座）

この授業に関して、質問や疑問を自由に何でも書いて下さい
（質問が特になければ感想でも可）

例）

・今日の授業で面白かったこと
・自分にとって発見だったこと
・今日の授業でわかりずらかったこと
（もう一度説明して欲しいこと）
・今日の授業を聞いて疑問に思ったこと
・授業への要望等でもOK

などなど