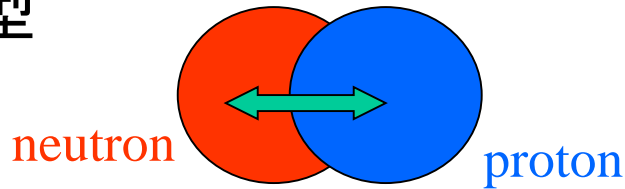


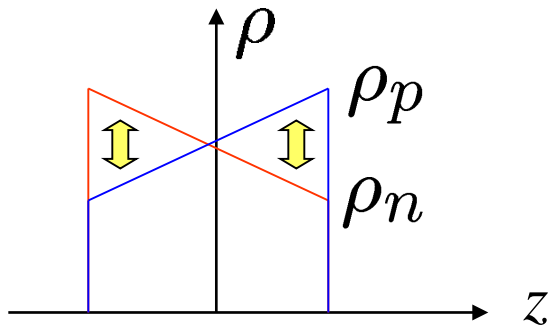
(先週のアンケートより)

➤ 双極子振動で GT 型と SJ 型の割合は決められるのか?

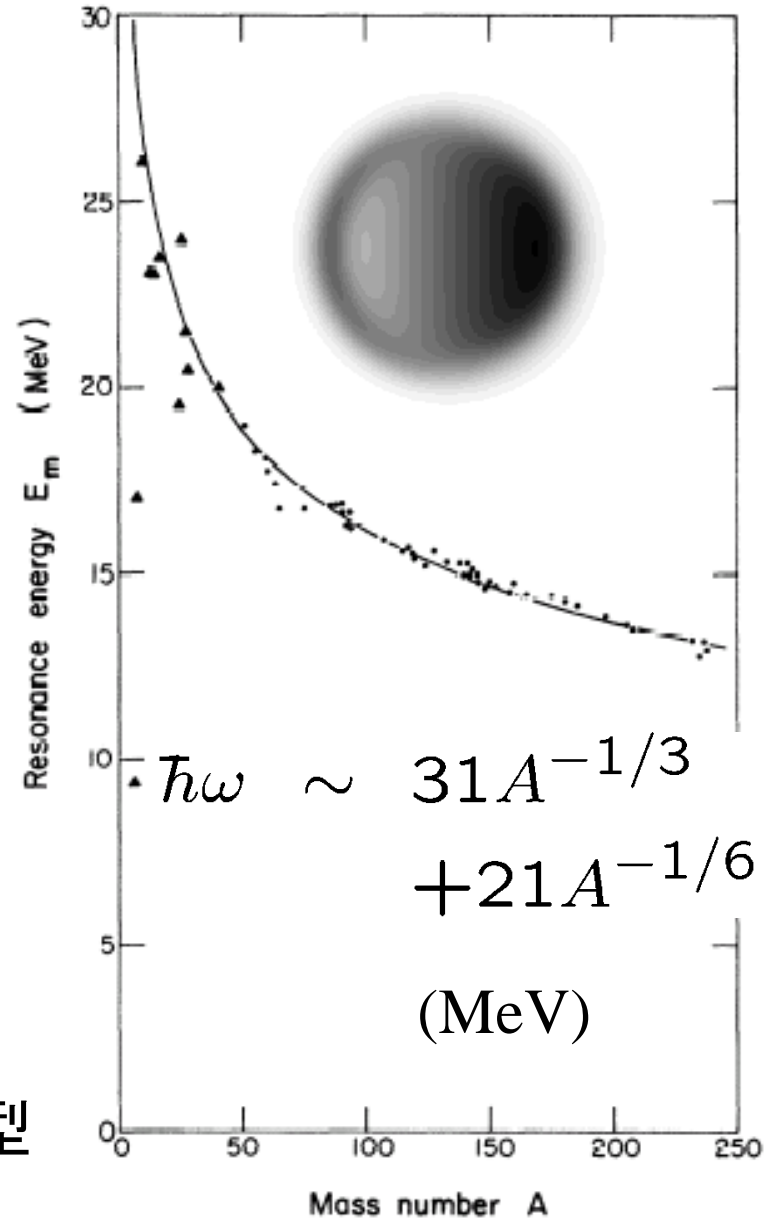
GT型



SJ型



✓ 微視的理論(乱雑位相近似など)で状態を求めて、それを GT 型と SJ 型に分ければ原理的には可能



➤ 中性子吸収の断面積でピークがあるのは何故ですか？

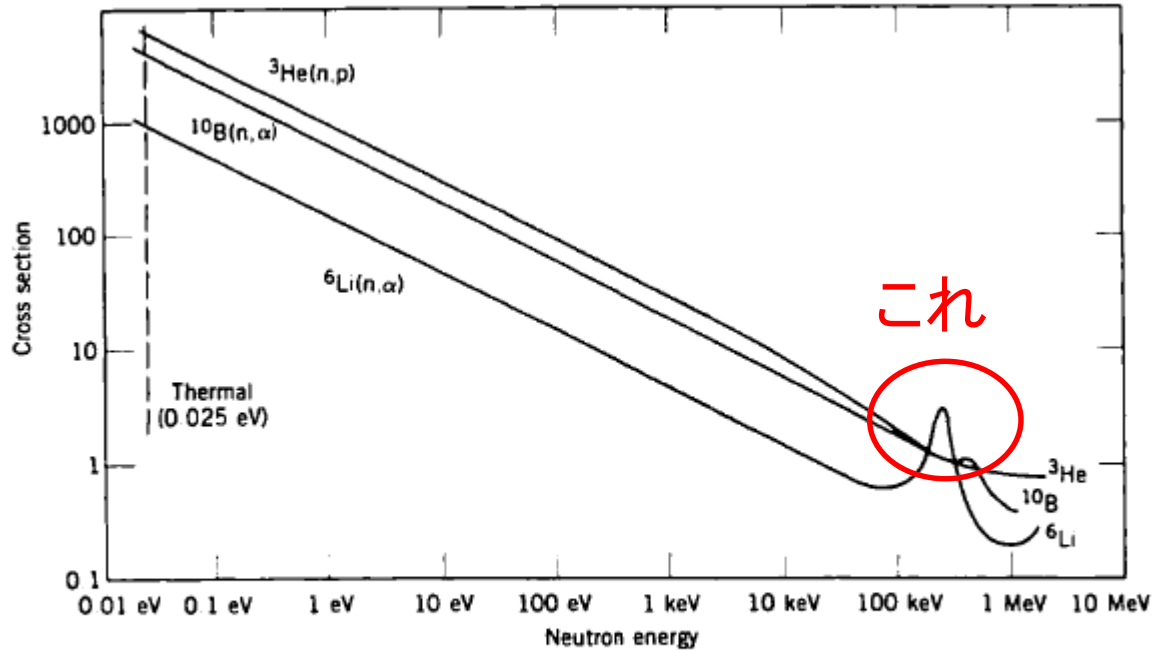
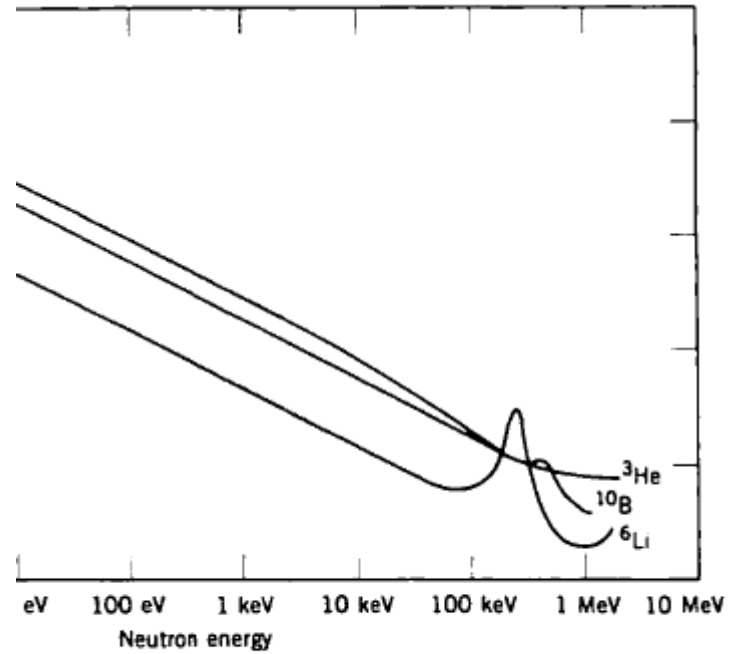
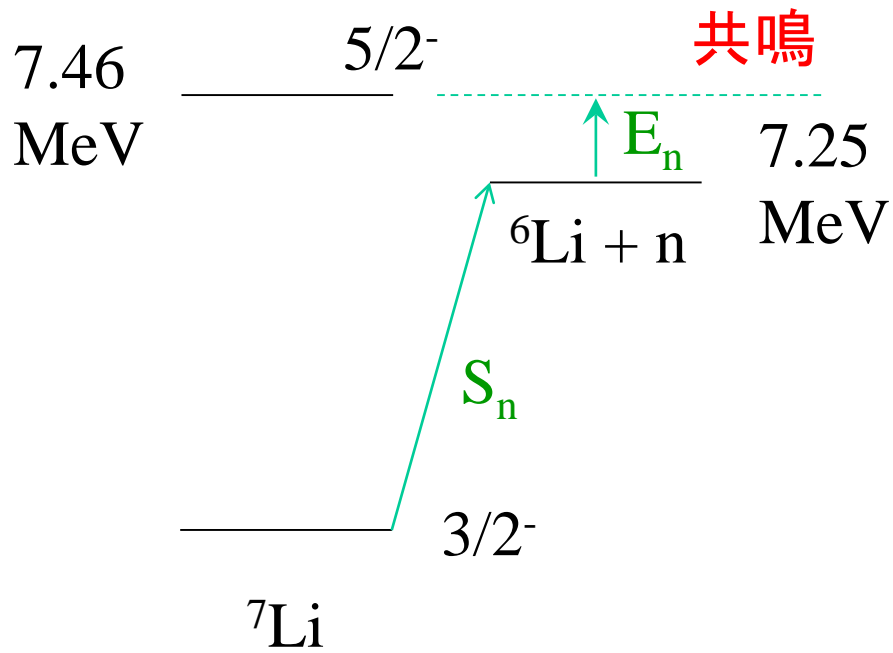


Figure 12.5 Neutron cross sections for ${}^3\text{He}(n,p)$, ${}^{10}\text{B}(n,\alpha)$, and ${}^6\text{Li}(n,\alpha)$. The cross section shows the $1/v$ behavior for $E < 1$ keV, but begins to show resonances above 100 keV.

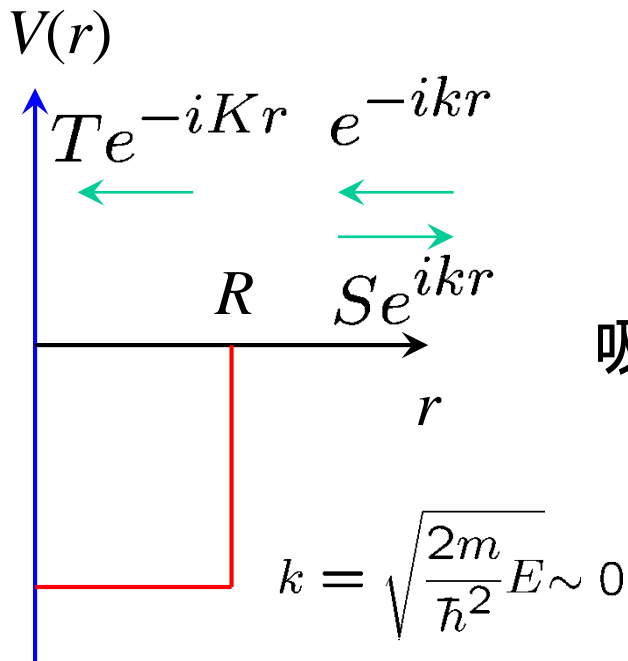
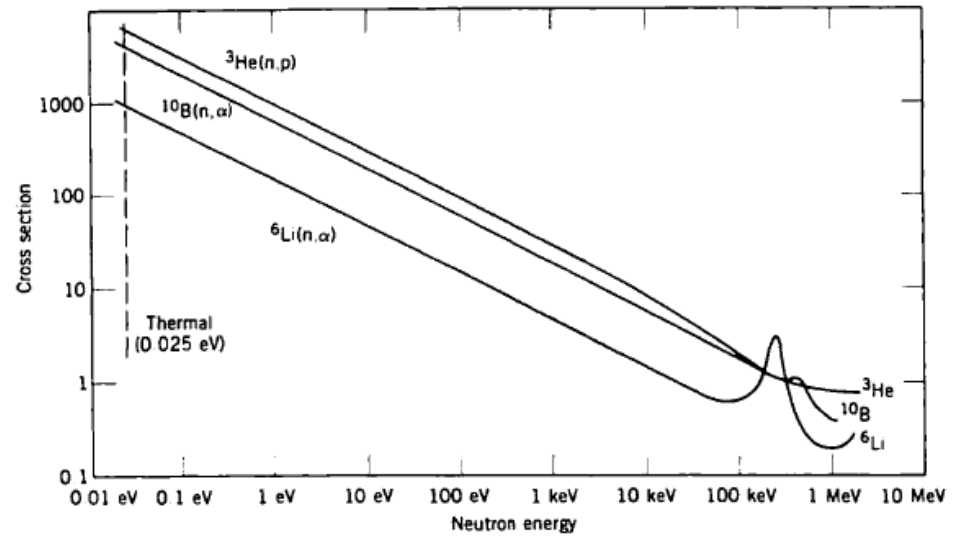
いいところに気が付きましたね！

${}^6\text{Li}(n,\alpha)$ 反応



sections for ${}^3\text{He}(n, p)$, ${}^{10}\text{B}(n, \alpha)$, and ${}^6\text{Li}(n, \alpha)$. The behavior for $E < 1$ keV, but begins to show reso-

➤ 吸収断面積の $1/v$ 則は
どうやって求まるか?



$r = R$ における波動関数の接続:

$$S = \frac{K - k}{K + k} e^{-2ikR}$$

吸収断面積:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cap}} &= \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l + 1) (1 - |S_l|^2) \\ &\sim \frac{\pi}{k^2} \frac{4kK}{(k + K)^2} \sim \frac{\pi}{k^2} \frac{4kK}{K^2} \end{aligned}$$

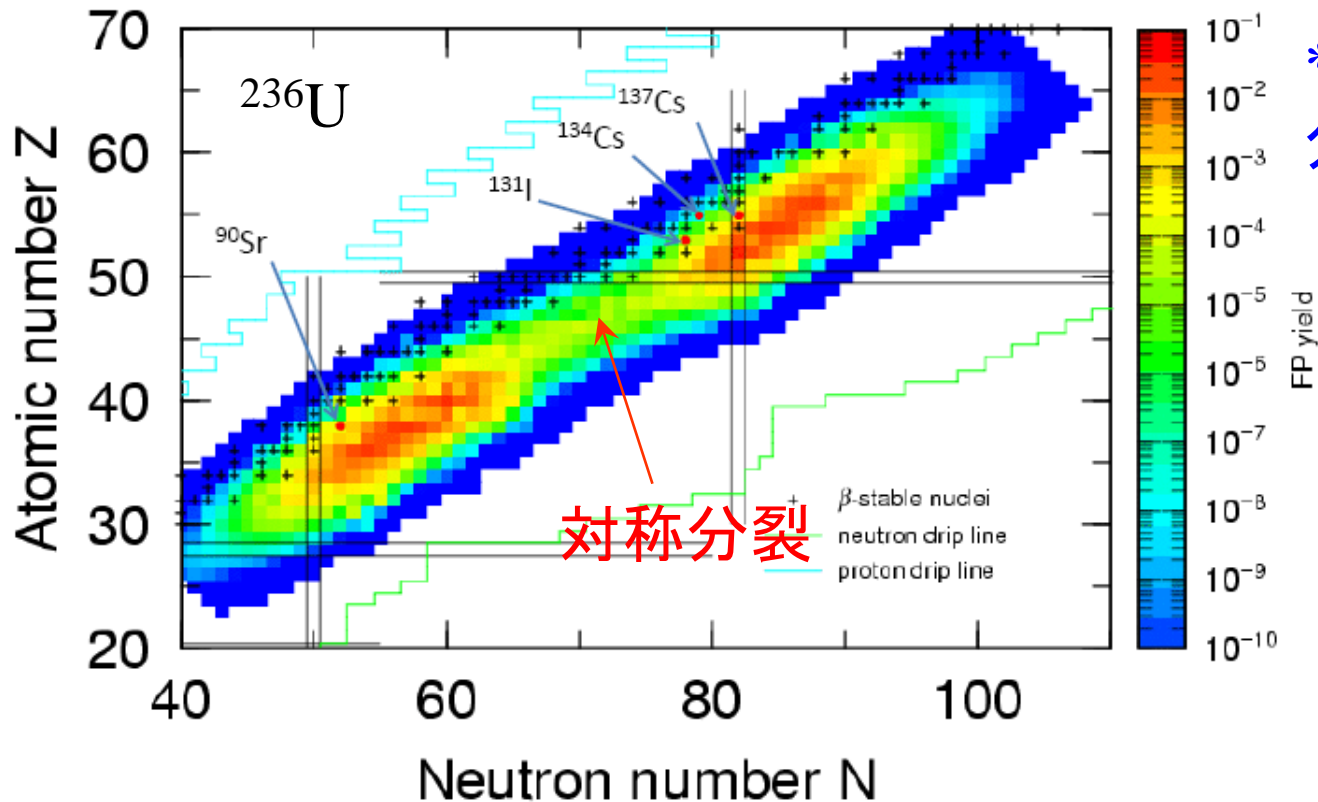
$$K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E + V_0)} \sim \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} V_0} \quad (E \sim 0) \quad \propto \frac{1}{k}$$

- 核分裂では対称に分かれるのが一番安定なのは？
そうだとすると、なぜ α 崩壊が起きる？

いい質問です！

液滴模型(古典)→対称に分かれるのが一番安定

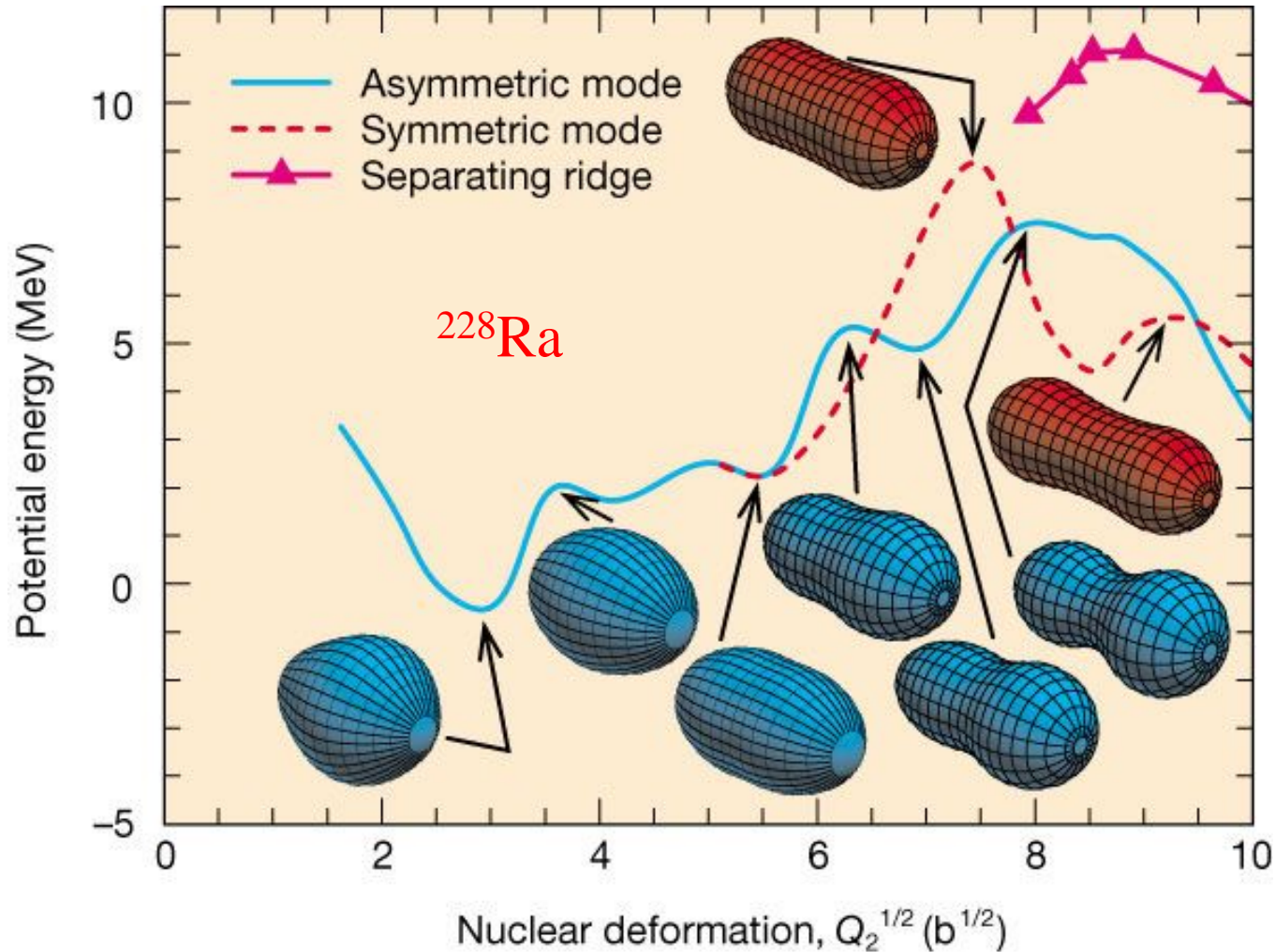
量子補正(殻効果)→非対称分裂



* α 崩壊は非対称
分裂の極端な場合

➤ ポテンシャルの障壁の高さは分裂の仕方によって変わりますか？

いい質問です！



➤ 核分裂した後の原子核はどのようなエネルギー状態ですか？

いい質問です！

一般的には励起状態

→ 中性子を 2~3 個放出

➤ 断面積が大きいエネルギーで下がっているのはなぜ？

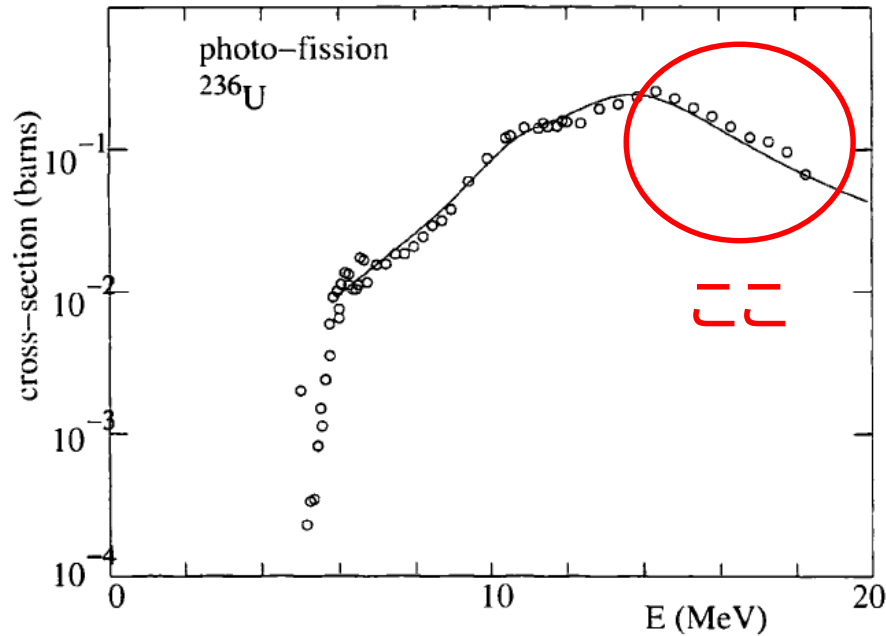


Fig. 6.5. Cross-section for $\gamma^{236}\text{U} \rightarrow \text{fission}$ [30].

✓ いい質問です。

励起エネルギーが大きくなると、核分裂の他にも様々な崩壊の仕方がある。

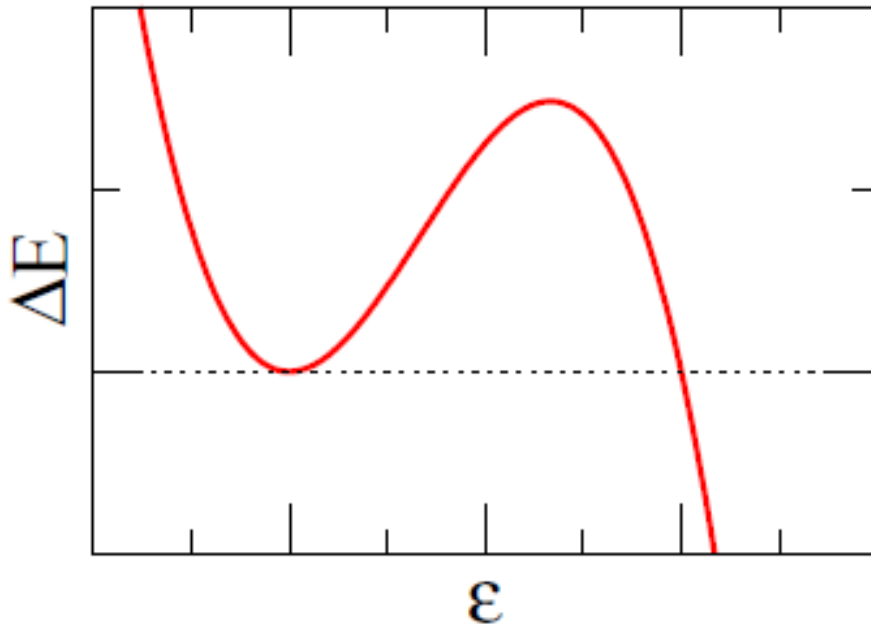
中性子放出、陽子放出、 α 粒子の放出。。。。

原子核の「蒸発」過程

➤ 変形エネルギーの計算を変形度の展開で計算していたけど、どのくらいの精度なのか？

$$E_S + E_C - E_S^{(0)} - E_C^{(0)} \\ = \left(\frac{2}{5} E_S^{(0)} - \frac{1}{5} E_C^{(0)} \right) \epsilon^2 - \frac{4}{105} \left(E_S^{(0)} + E_C^{(0)} \right) \epsilon^3 + \dots$$

✓ 確かめたわけではないが、障壁の高さに関する定性的な議論は多分OK(重い核ほど障壁が低い)。



$$E_B = \frac{98}{15} \cdot \frac{(1-x)^3}{(1+2x)^2} \cdot E_S^{(0)}$$

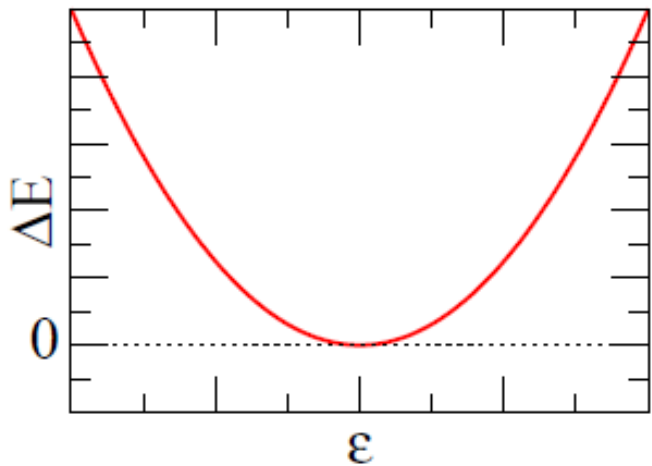
(高次項を入れると数値は少し変わるかもしれない)

➤ 重い核ほど核分裂障壁が低くなるところをもう一度

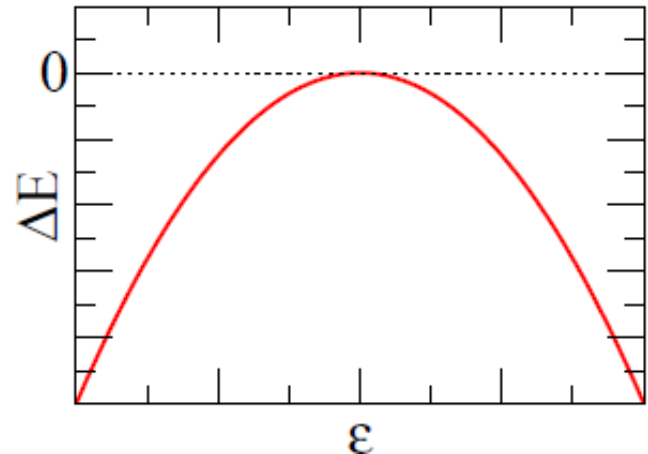
$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$

- 体積項、対称項: 変化せず
- 表面項: 損をする(表面積が大きくなるため)
- クーロン項: 得をする(平均的な陽子間距離が大きくなるため)

{ 表面項 → 球形になる傾向
 クーロン項 → 変形になる傾向 } → 2つの力の競合



重い核
 →
 クーロン大



表面項が十分大きくて安定

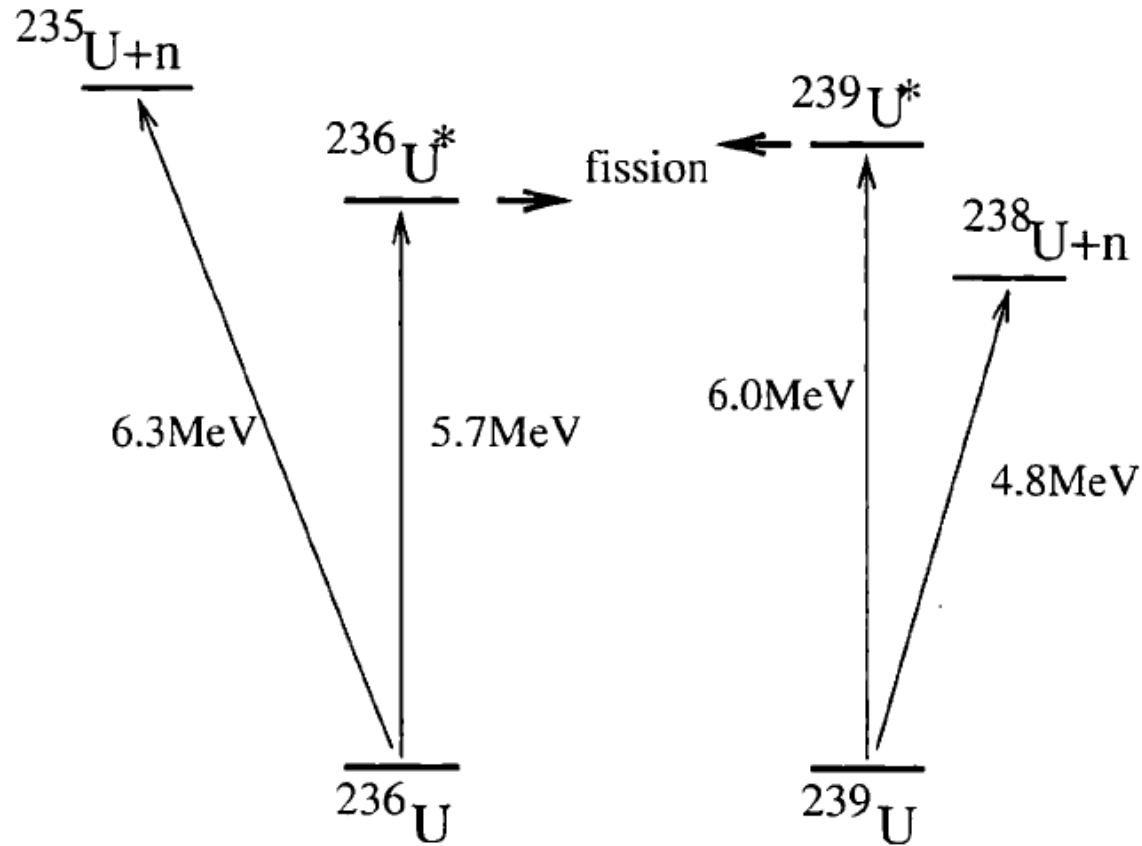
➤ 重い核ほど核分裂障壁が低くなるのに、Uより重い核を使わないのは存在量が少ないから？

その通り。

自然界にある元素で一番重いのはウラン。

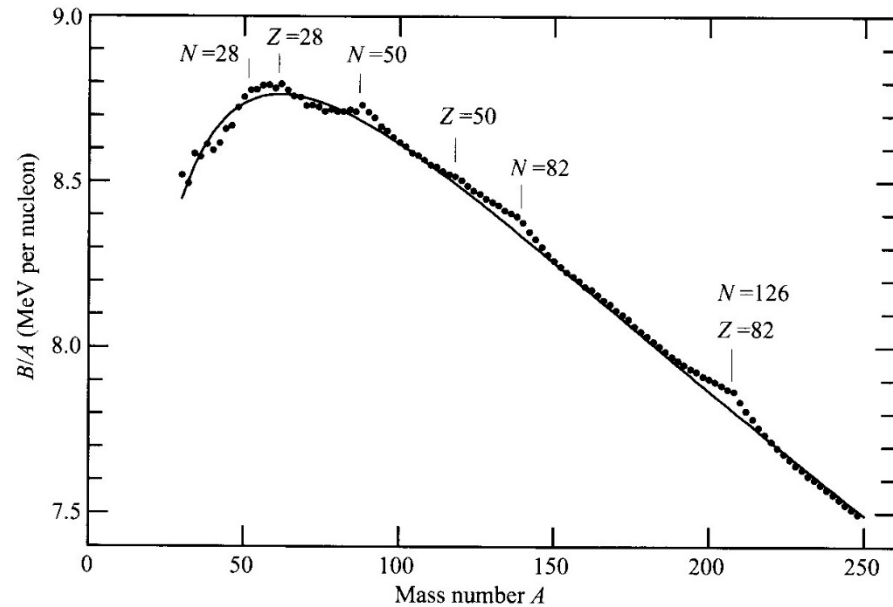
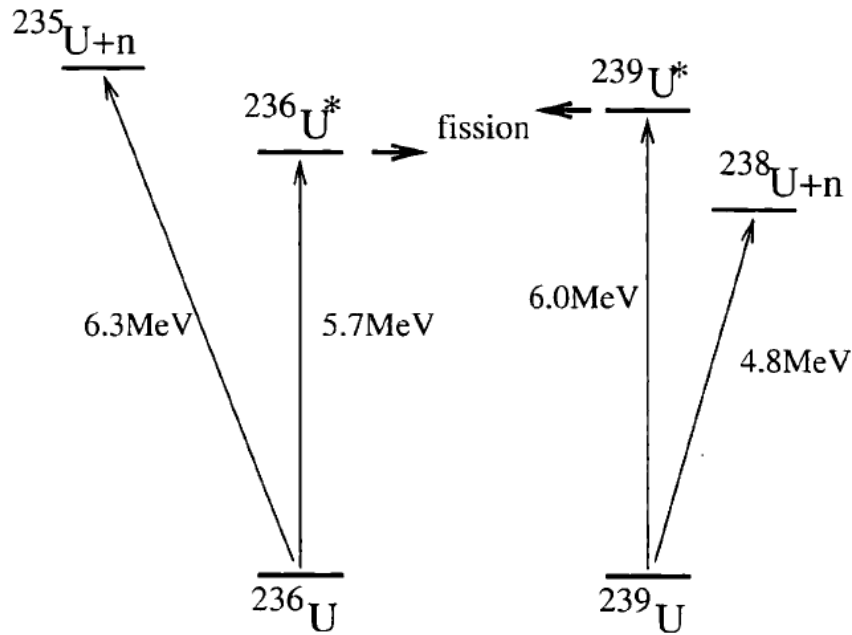
(プルトニウムもほんのわずかあるが、実用的にはウラン)

➤ 障壁の高さと分離エネルギーの間には相関があるか？



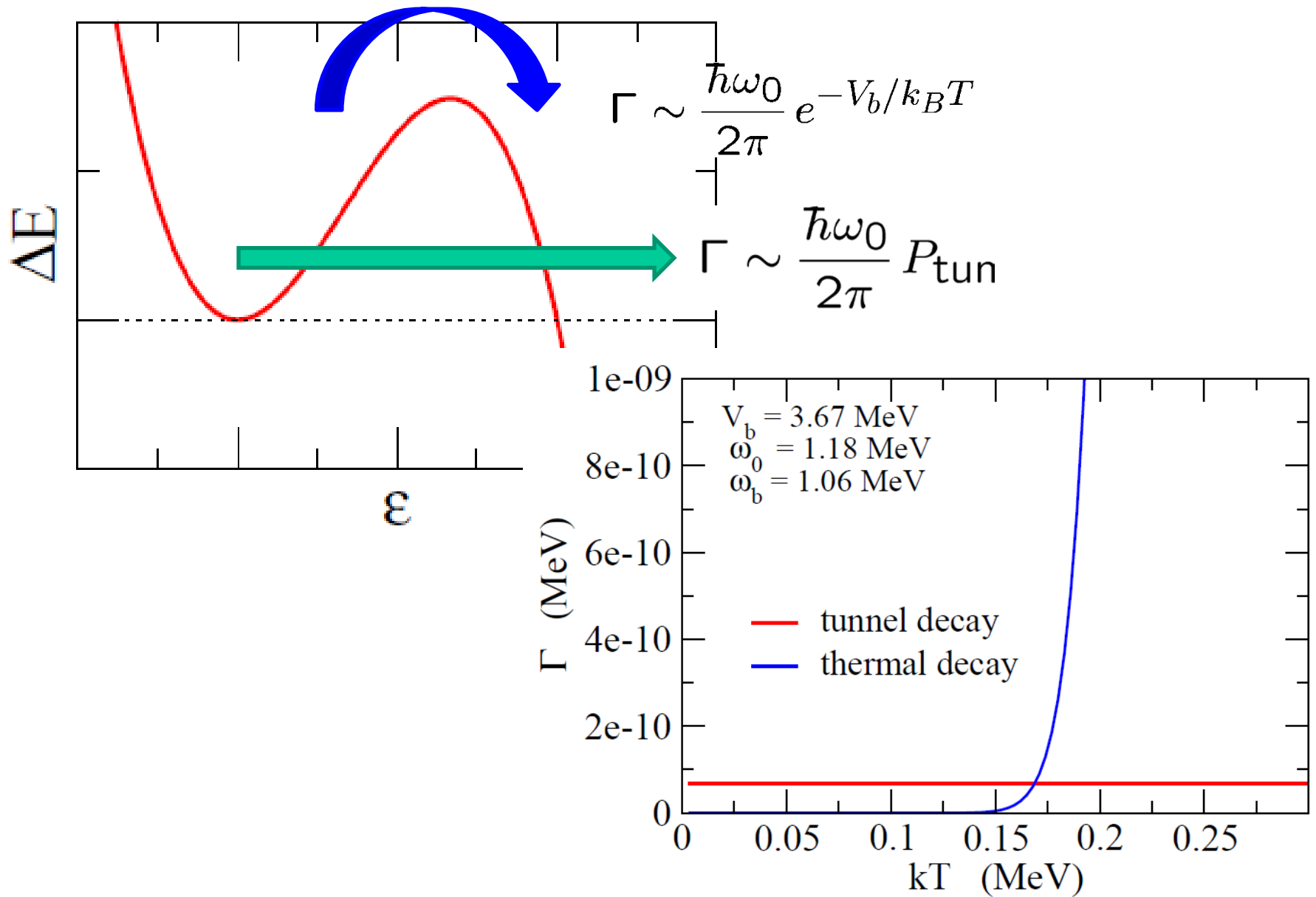
- ✓ 対相関の変形依存性を通じて多少の相関はあると思う
(ただし、ちゃんと調べたわけではない)

➤ 下の2つの図の関係は？



関係はあるが、差が 1.5 MeV 程度なので、 A で割ると見えなくなる(右の図)

➤ 誘起核分裂と自発核分裂で分裂が起きる確率に違いはあるか？



➤ 対相関について詳しく説明してください

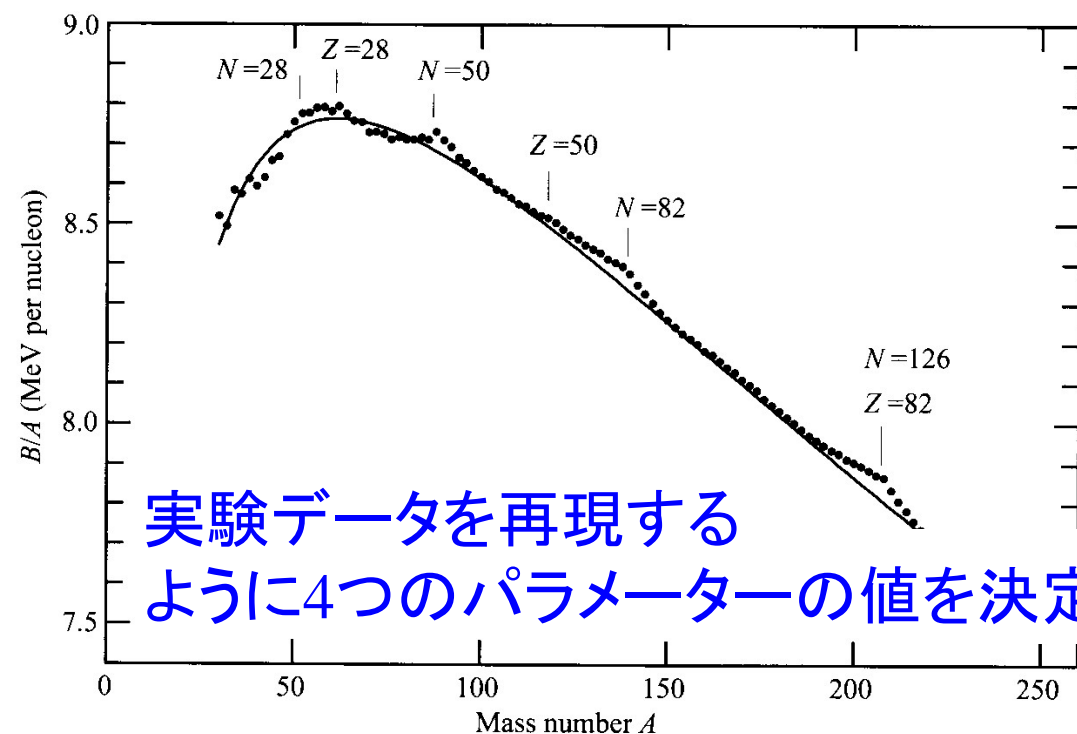
「対相関」の回に(再来週かその次)

原子核の殻構造

$$m(N, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

(Bethe-Weizacker 質量公式: 液滴模型)

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$



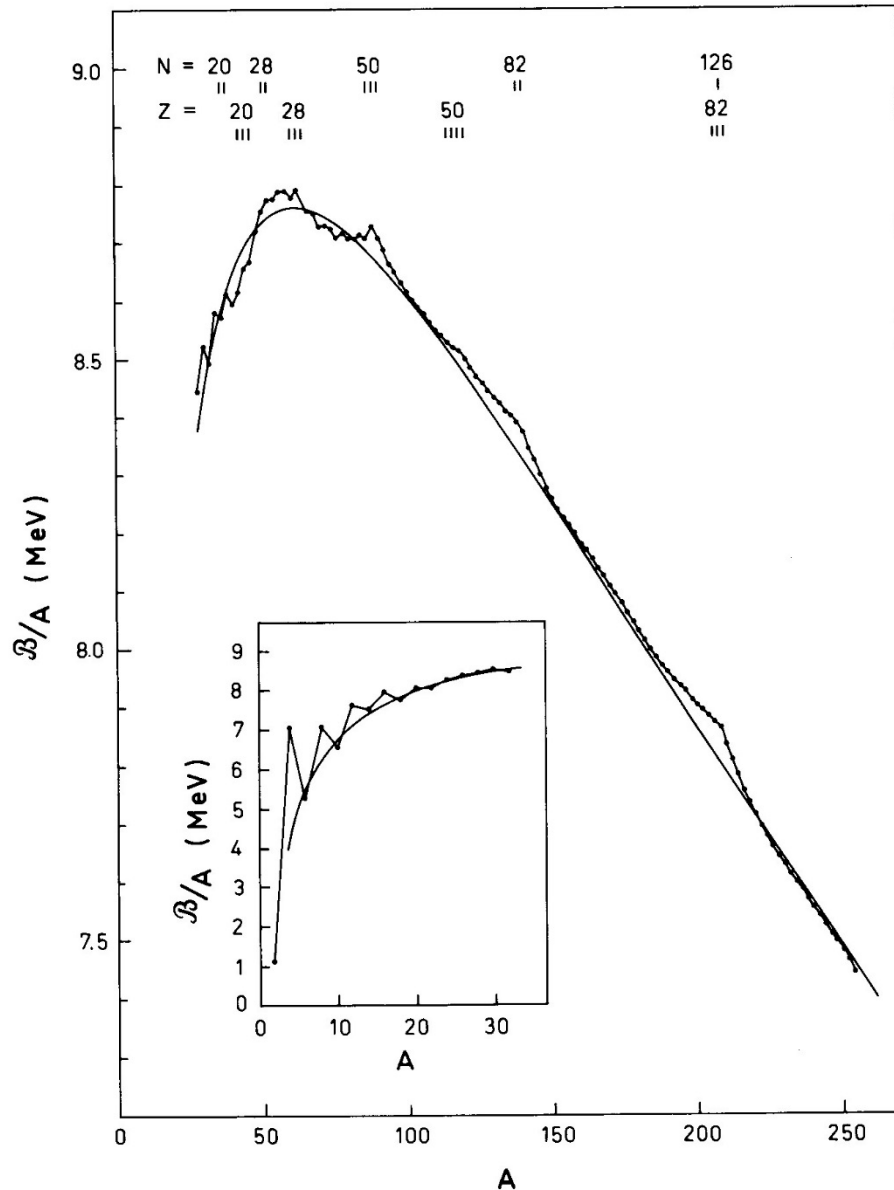
✓ 大体OK、
だけど所々にずれ

✓ $N, Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ (魔法数) に対して
束縛エネルギー大

→ 「殻構造」

殻構造

$$B(N, Z) = B_{\text{macro}}(N, Z) + B_{\text{micro}}(N, Z)$$



• スムーズな関数

$$B_{\text{macro}}(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$

• ゆらぎ (2つの起源)

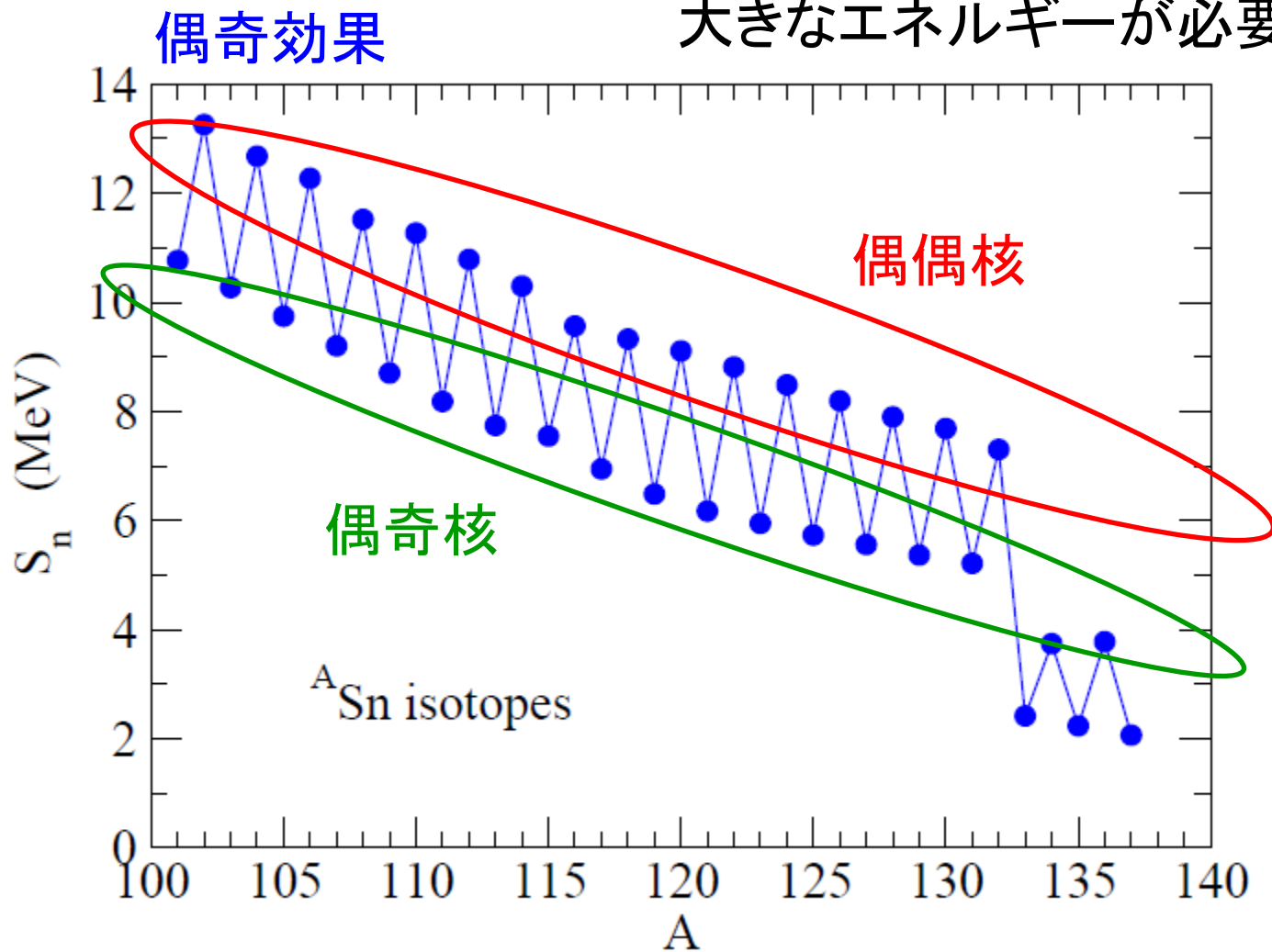
$$B_{\text{micro}} = B_{\text{pair}} + B_{\text{shell}}$$

液滴模型:

$$B_{\text{LDM}} = B_{\text{macro}} + B_{\text{pair}}$$

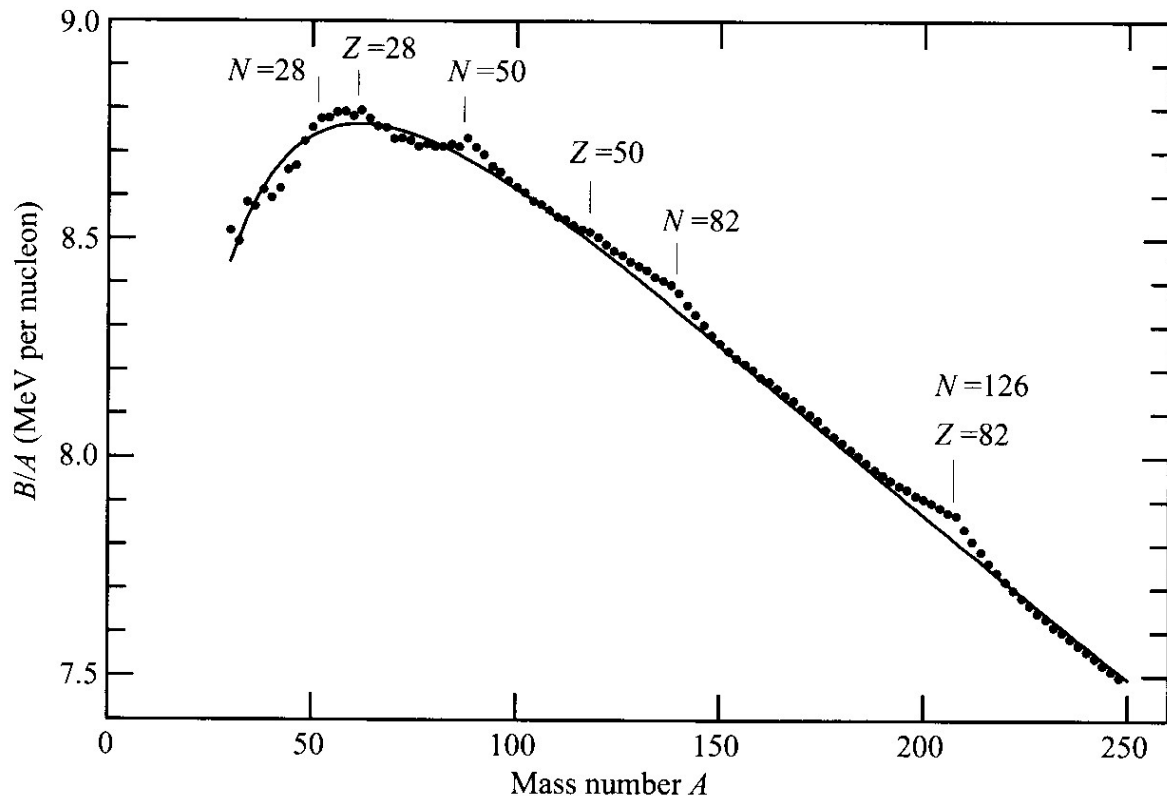
対相関エネルギー

偶数個の中性子から1つ中性子
を取る方が奇数個から取るより
大きなエネルギーが必要: 対相関



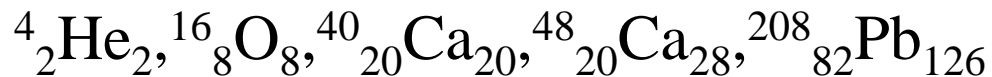
対相関に関してはまた後で(これが2重 β 崩壊で重要になる)

殻エネルギー



$N, Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ (魔法数) に対して束縛エネルギー大

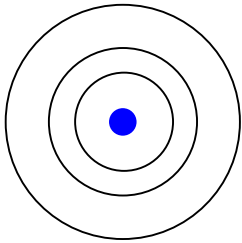
⇒ 陽子、中性子ともに魔法数だと、とても安定:



二重魔法数核

(note) 原子の魔法数 (貴ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



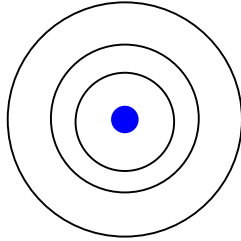
殻構造

原子核の周りを
回る電子の軌道が
埋まると安定に
なる



(note) 原子の魔法数 (貴ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



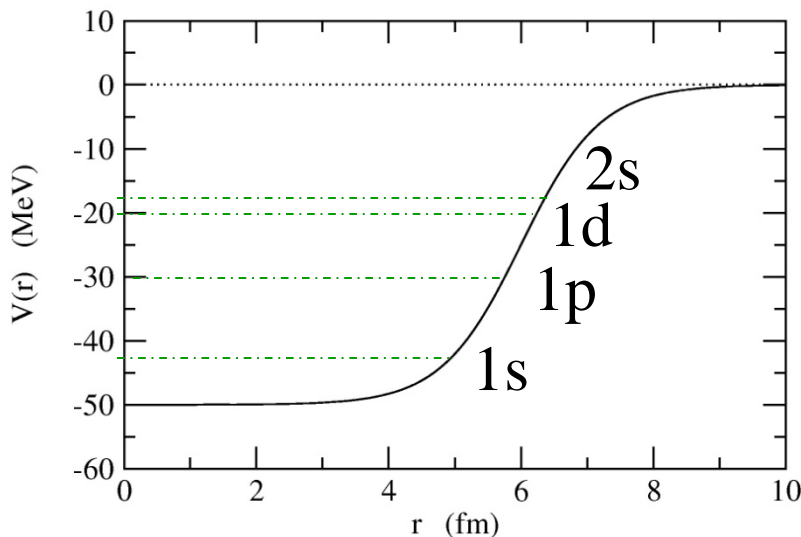
殻構造

原子核の周りを回る電子の軌道が埋まると安定になる

原子核物理における似た試み: ポテンシャル中の独立粒子運動

Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0)/a)]$$



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

縮退度に応じて下のレベルから核子を順番につめていく

彦坂忠義

世界に先駆けて原子核の殻模型を提唱
原子力に関する先駆的な研究（原子炉の彦坂模型の提案）



写真提供：彦坂三雄氏

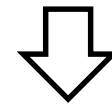
あまりにも研究の時期が「早すぎた」ため
偉大な業績が歴史に埋もれてしまった悲運の科学者 *Hitoshi Iiyama*

- 1902 愛知県瀬尾郡（現豊橋市）に生まれる *1902-1989*
- 1920 旧制第二高等学校（仙台）入学
- 1926 東北帝国大学理学部物理学科卒業
東北帝国大学副手
- 1934 原子核の殻模型の提唱
- 1939 旧制山口高等学校教授
- 1941 大阪大学秦池正士研究室に内地留学
- 1943 旧制第二高等学校教授
- 1944 原子核の彦坂模型の提案
- 1945 旅順工科大学教授
- 1949 岩手大学教授
- 1951 新潟大学理学部教授
- 1968 東北学院大学教授（～1977）
- 1989 逝去

彦坂忠義(1902 – 1989)

1934 年

殻模型の考えに基づき
計算を行う



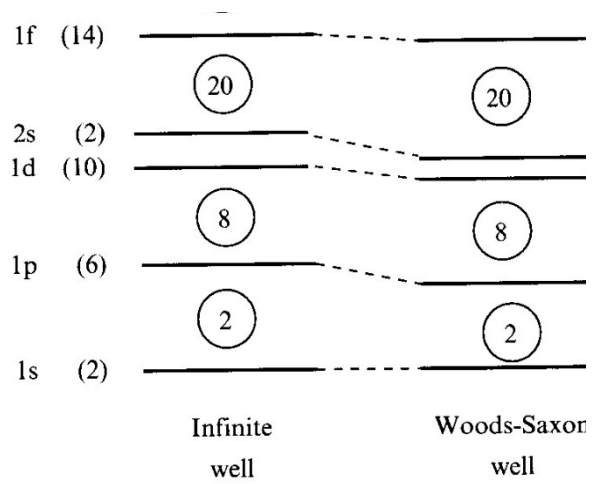
中性子の分離エネルギー、
原子核の安定領域、
磁気モーメント

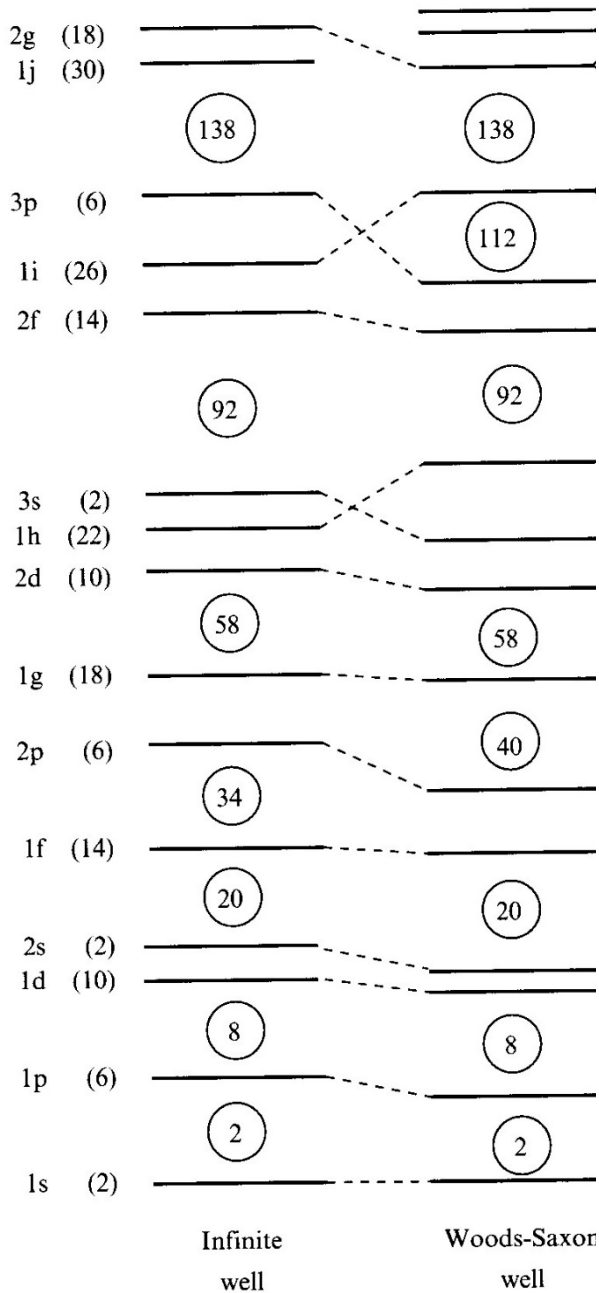
など当時測定されていた
実験データをきれいに説明

（ただし、当時、殻模型の
考えは受け入れられなかつた。）

Phys. Rev. に論文を reject をされる。
独語に書き直し、東北大紀要に発表。

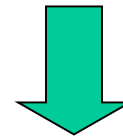
原子核の魔法数: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126





Woods-Saxon ポテンシャルのみでは
魔法数 (2,8,20,28,50,82,126) が正しく
出ない. (2,8,20 のみ正しく出る)

ポテンシャルを変えても同じ結論



メイヤーとイエンセン (1949):
強いスピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$V_{ls}(r) \sim -\lambda \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \quad (\lambda > 0)$$

jj 結合殻模型

軌道運動とスピンは独立の自由度

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0 \implies \psi_{lm m_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$\text{(note) } \mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \implies \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (j^2 - l^2 - s^2)/2$$

l と s を結合して j を組む。

$$\rightarrow j = l \pm 1/2$$

jj 結合殻模型

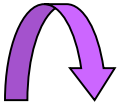
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0 \implies \psi_{lmm_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

(note) $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \implies \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (j^2 - l^2 - s^2)/2$

l と s を結合して j を組む。


$$\begin{aligned} \psi_{jlm}(\mathbf{r}) &= \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}}) \\ \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}}) &= \sum_{m_l, m_s} \langle l \ m_l \ 1/2 \ m_s | j \ m \rangle Y_{lm_l}(\hat{\mathbf{r}}) \chi_{m_s} \end{aligned}$$

$$j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$j_z |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = 3/4 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

jj 結合殻模型

l と s を結合して j を組む。

$$\psi_{jlm}(\mathbf{r}) = \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}})$$

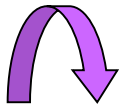
$$j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$j_z |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{3}{4} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

(note) $j = l + s \implies l \cdot s = (j^2 - l^2 - s^2)/2$



$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{1}{2} \left(j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$

符号が逆！

jj 結合殻模型

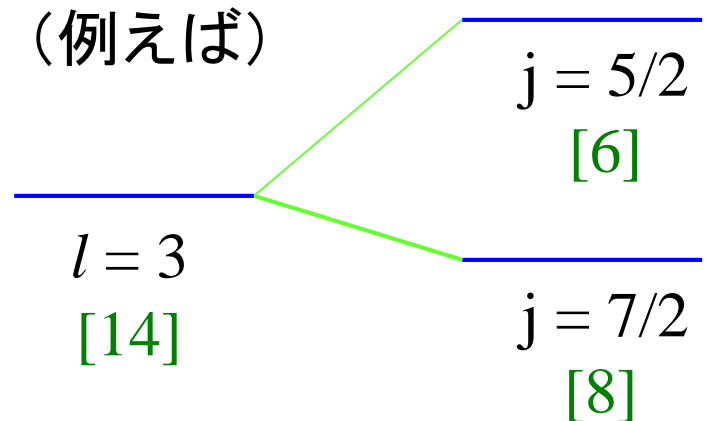
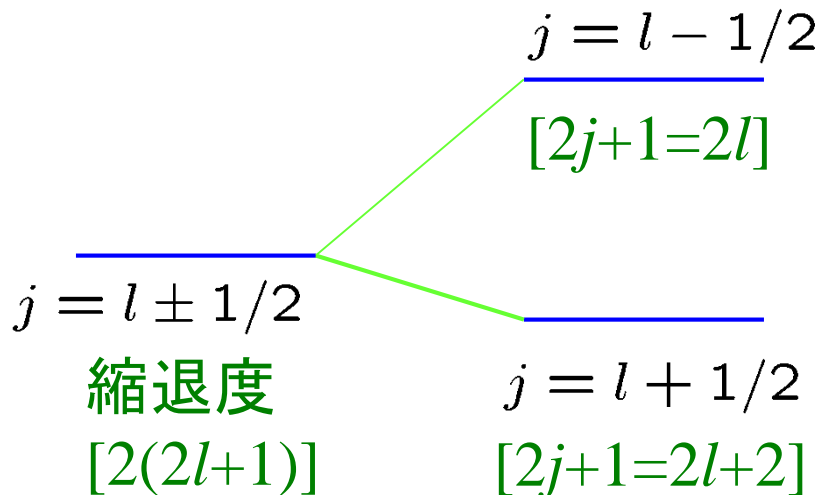
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

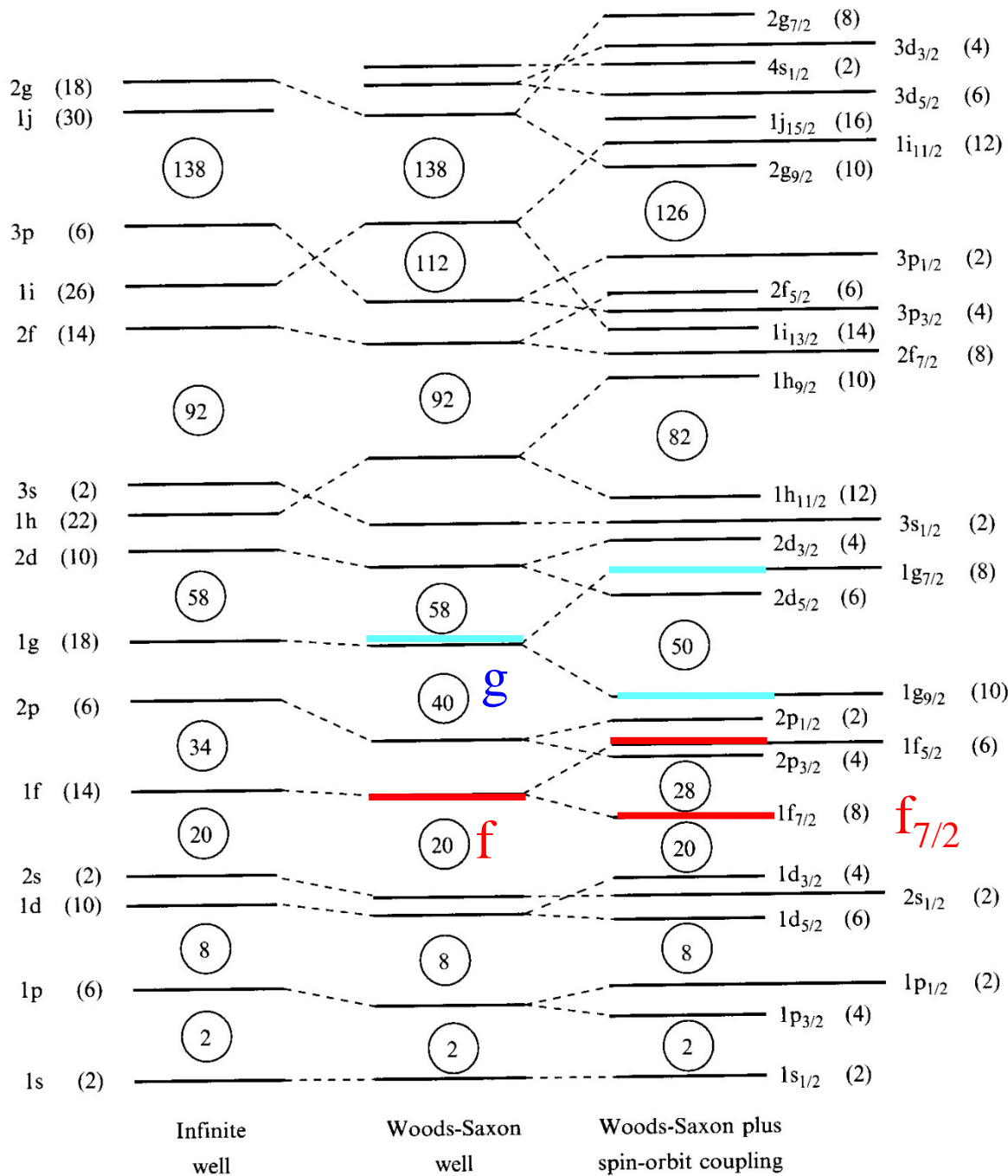
$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$

符号が逆！

$j = l \pm 1/2$ で準位が分離





$g [18]$

 $\nearrow g_{7/2} [8]$

 $\searrow g_{9/2} [10]$

$g_{7/2}$

$g_{9/2}$

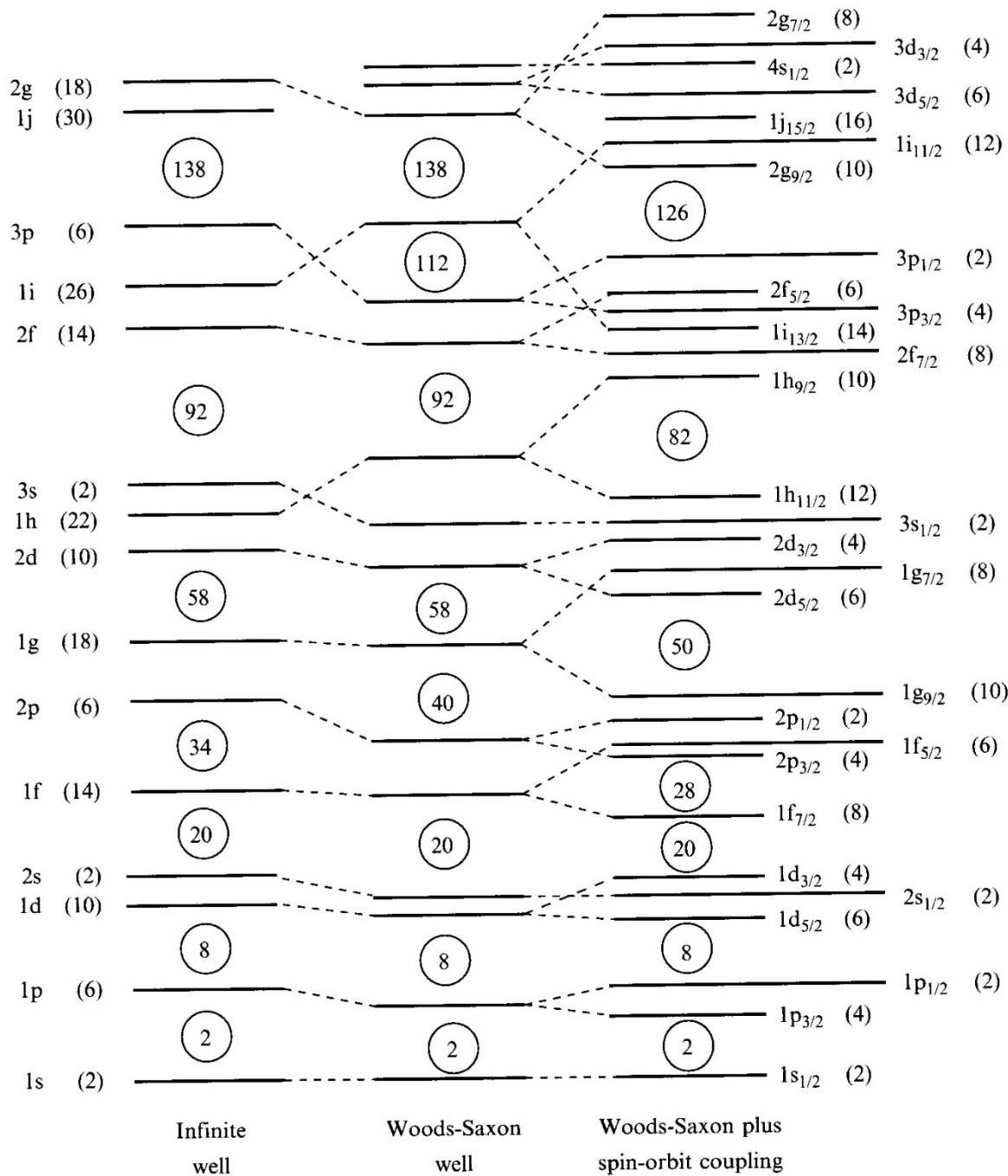
$f_{5/2}$

$f_{7/2}$

$f [14]$

 $\nearrow f_{5/2} [6]$

 $\searrow f_{7/2} [8]$



ノートーション:

例) $2p_{3/2}$

2番目の $(j,l)=(3/2,1)$

軌道

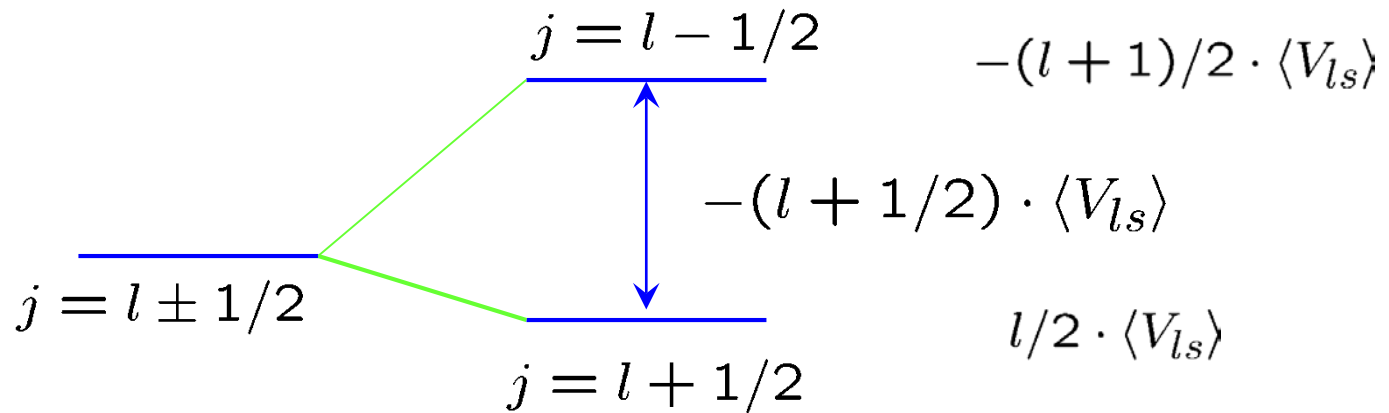
s,p,d,f,g,h,i,....

$l=0,1,2,3,4,5,6,....$

jj 結合殻模型

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$



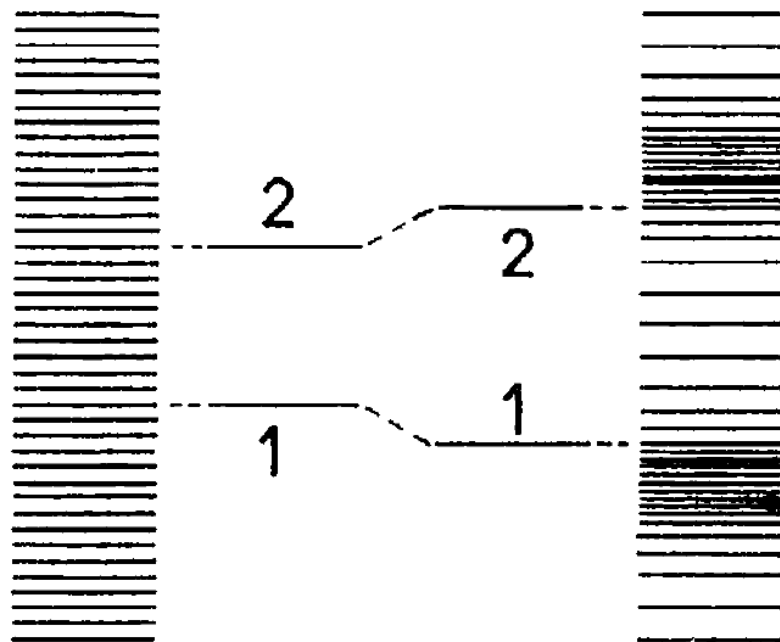
$j = l \pm 1/2$ で準位が分離: l が大きくなればなるほど
分離は大



$l = 0, 1, 2$ ではあまり分離が大きくない
(魔法数 2, 8, 20 が 1s 力なくとも説明できた理由)

何故、閉殻の原子核は安定になるのか？

準位密度



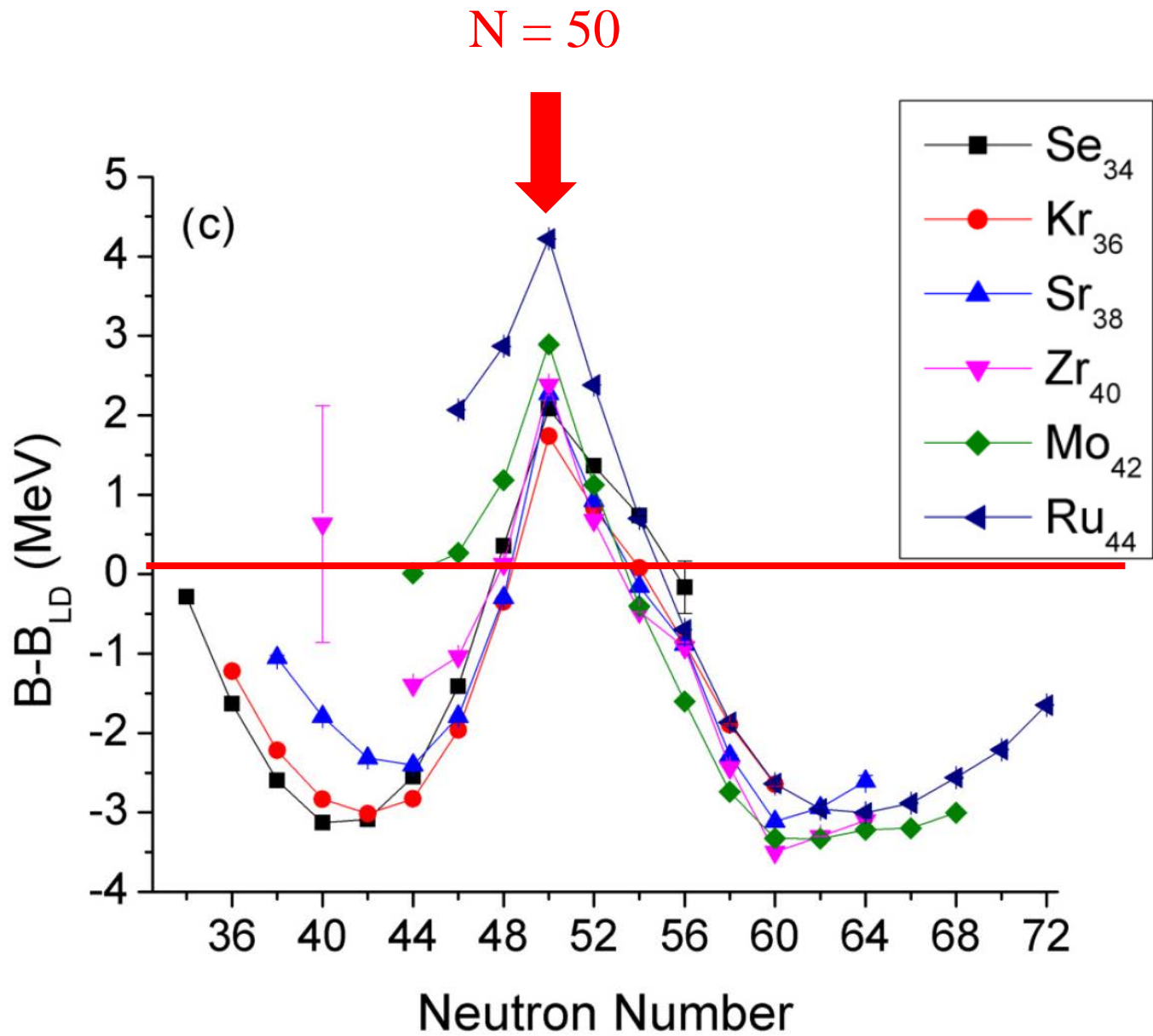
(a)

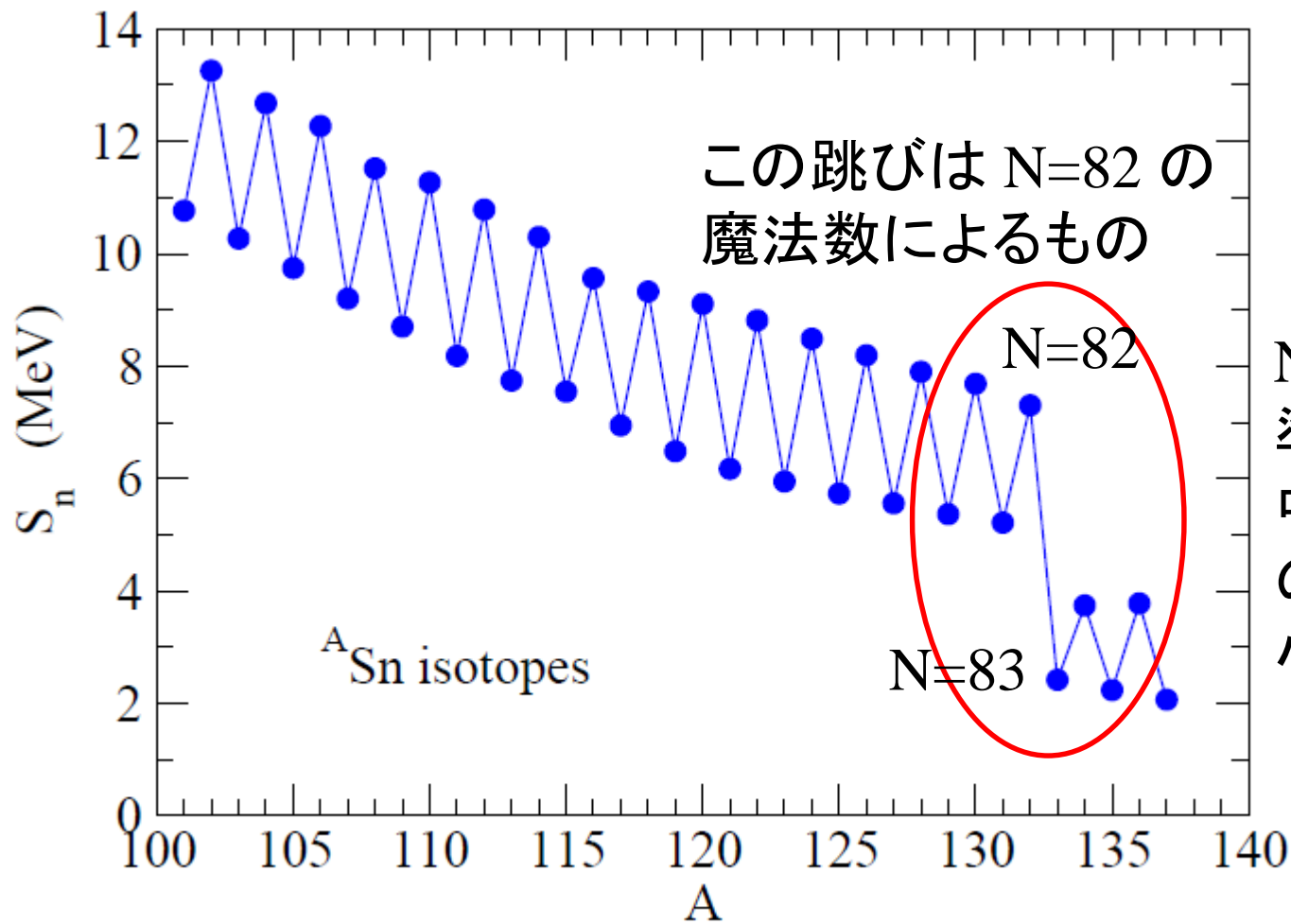
(b)

均一の場合

濃淡がある場合

準位密度に濃淡があれば、下から数えて濃淡の終わりまで準位が
つまると(図の1の場合)、均一の場合に比べてエネルギーが小さい



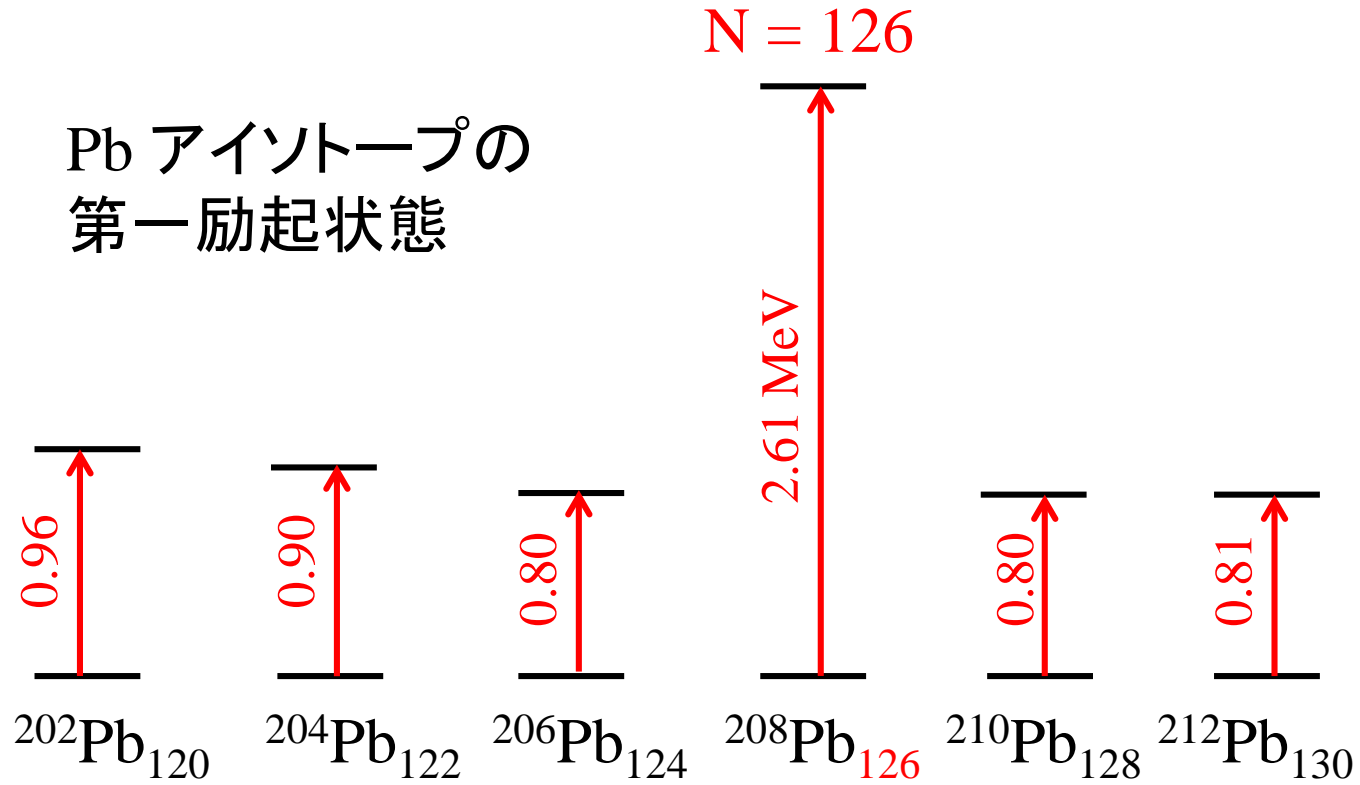


N=83から上の準位がつまるため中性子をとりのぞくのにエネルギーが小さくてすむ

1n separation energy: $S_n(A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$

他の証拠：第一励起状態の励起エネルギー

Pb アイソトープの
第一励起状態



生命誕生のための幸運な偶然

原子の魔法数

電子の数が 2, 10, 18, 36, 54, 86

元素の周期表

二重閉殻

1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8	1B	2B	3B	4B	5B	6B	7B	8		
1 H															2 He		
2 Li	4 Be														10 Ne		
3 Na	12 Mg														18 Ar		
4 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6 Cs	56 Ba	57 L	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
7 Fr	88 Ra	89 A															
		57 L	58 La	59 Ce	60 Pr	61 Nd	62 Pm	63 Sm	64 Eu	65 Gd	66 Tb	67 Dy	68 Ho	69 Er	70 Tm	71 Yb	72 Lu
		89 A	90 Ac	91 Th	92 Pa	93 U	94 Np	95 Pu	96 Am	97 Cm	98 Bk	99 Cf	100 Es	101 Fm	102 Md	103 No	104 Lr

Legend:
■ 典型金属元素 (Orange)
■ 半金属元素 (Light Green)
■ 非金属元素 (Light Blue)
■ 遷移金属元素 (Yellow)
■ 希ガス (Pink)

不活性ガス: He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn

参考: 望月優子 ビデオ「元素の謎にせまる」

原子核の魔法数

陽子または中性子の数が

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 の時安定

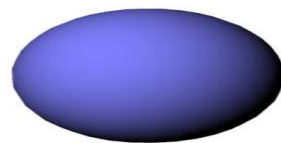
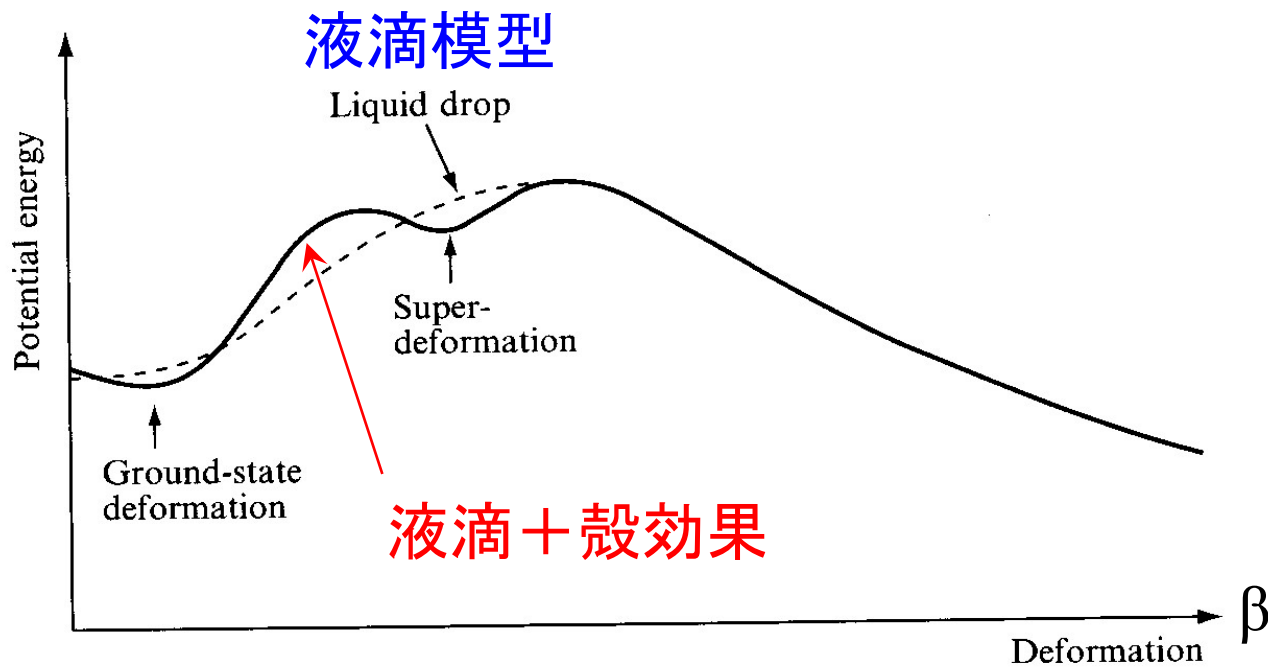
→ 例えば $^{16}_8\text{O}_8$ (二重閉殻)

→ 酸素元素は元素合成の過程で数多く生成された

→ しかし、酸素は化学的には「活性」

→ 化学反応により様々な複雑な物質をつくり生命に至った

殻構造の帰結：原子核の変形



液滴模型
殻効果

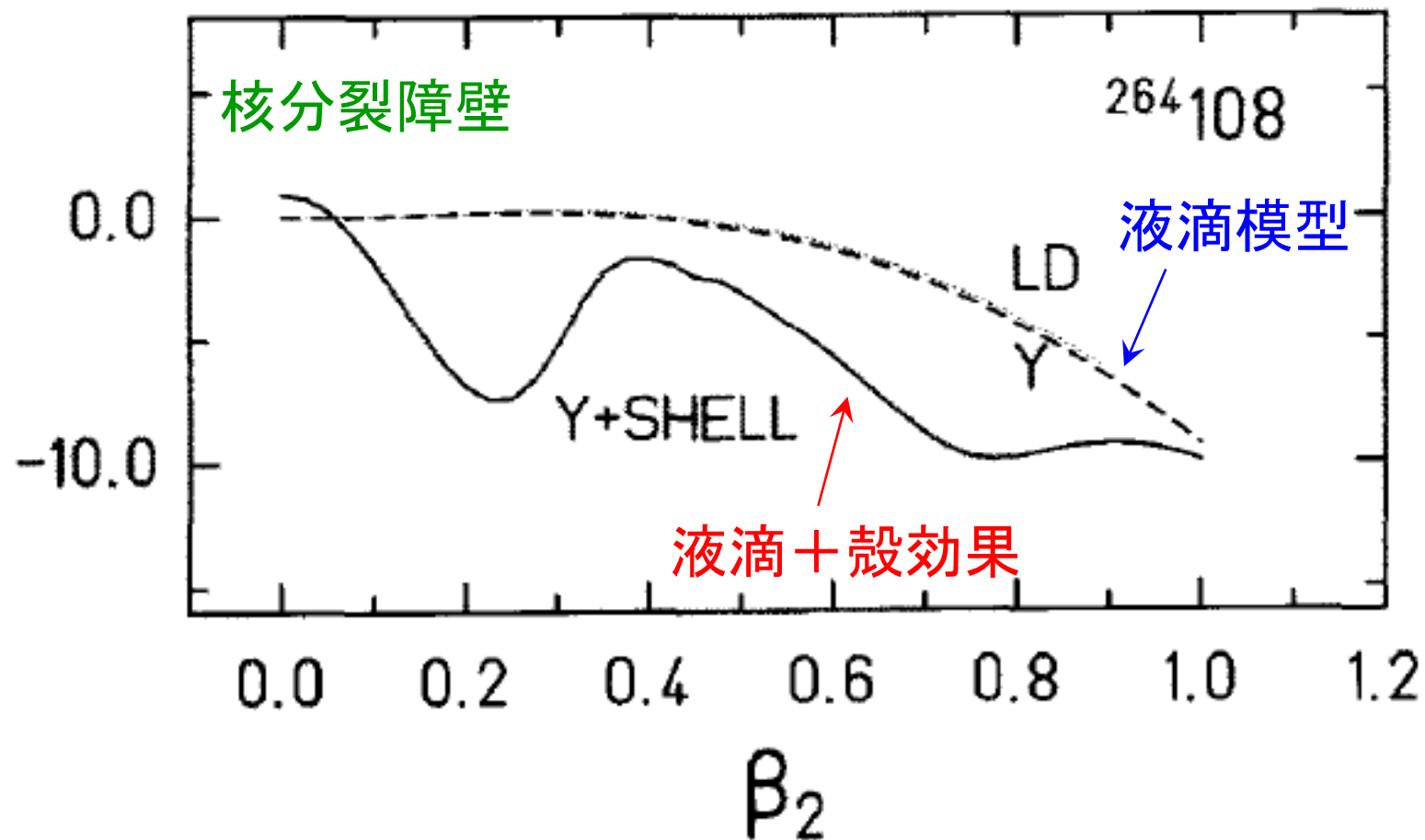


必ず球形

変形状態が基底状態になる場合あり

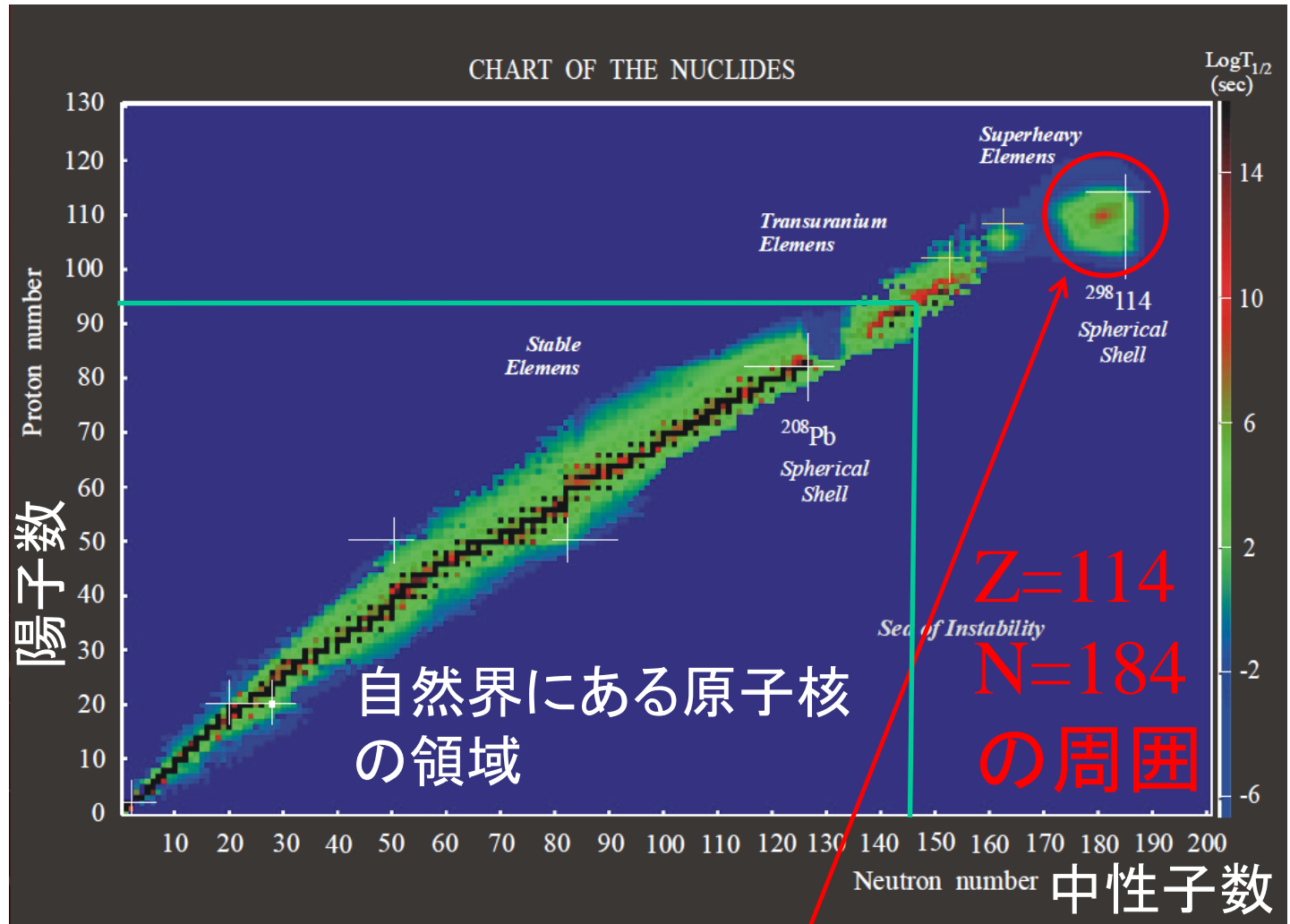
* 後でもう少し詳しく解説します。

殻構造の帰結：超重核の安定化



殻効果により核分裂障壁が高くなり原子核が安定化する

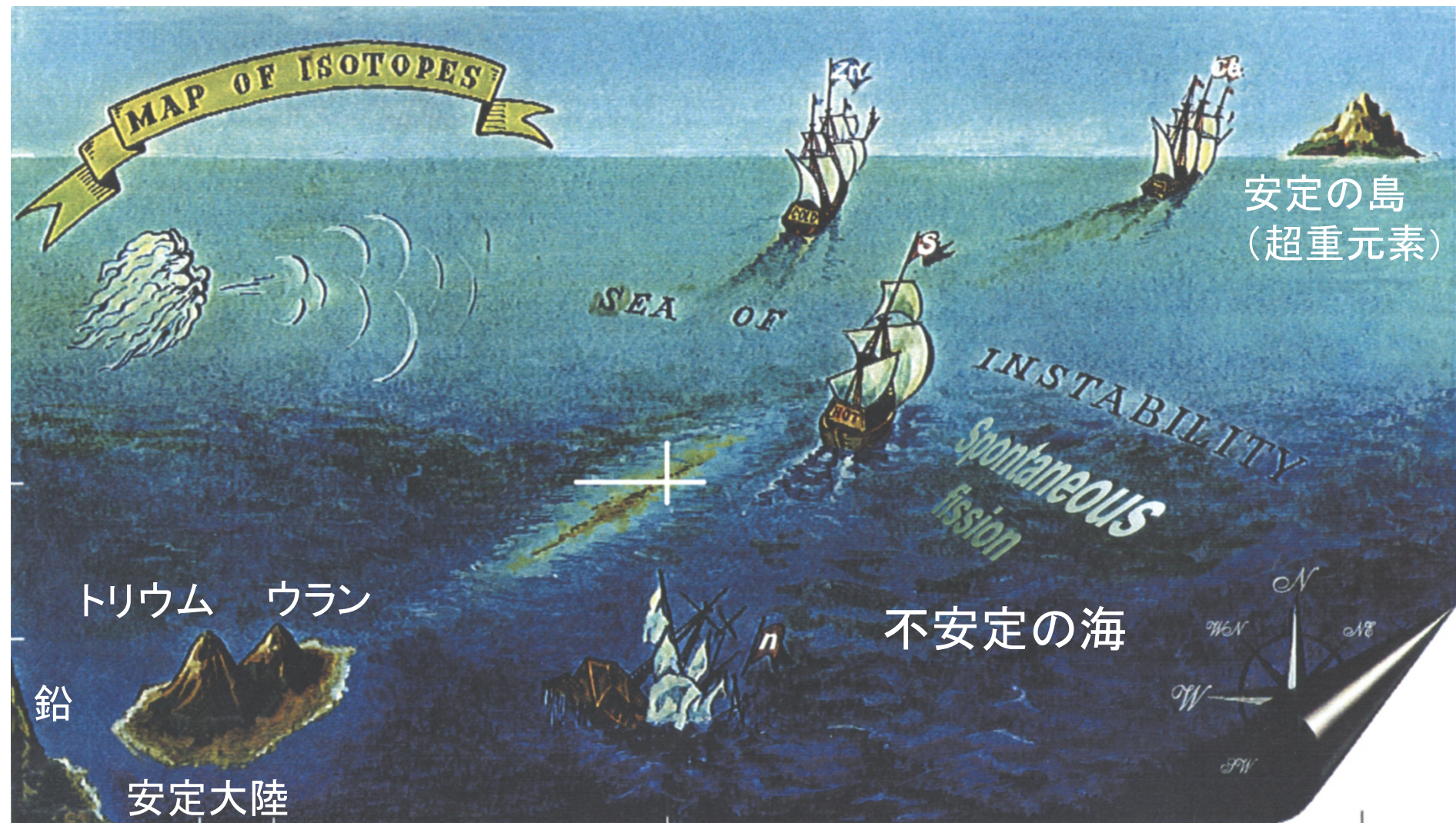
超重元素(超重原子核)



Yuri Oganessian

原子核の安定領域の理論的予言
(1966年: スビアテッキら)

安定の島(超重元素)を目指して



Yuri Oganessian

出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)

この授業に関して、**質問**や**疑問**を自由に何でも書いて下さい
(質問が特になければ**感想**でも可)

- 例)
- ・今日の授業で面白かったこと
 - ・自分にとって発見だったこと
 - ・今日の授業でわかりずらかったこと
(もう一度説明して欲しいこと)
 - ・今日の授業を聞いて疑問に思ったこと
 - ・**授業への要望等でもOK**

などなど