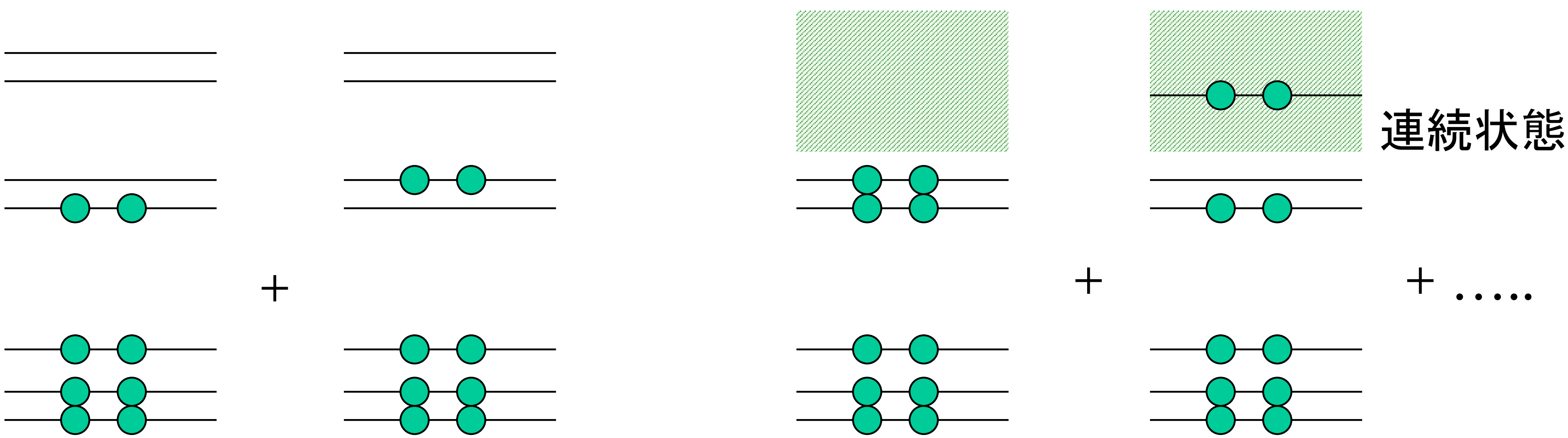
弱束縛核における対相関

$$H=\sum_i T_i+\sum_{i<j} v_{ij} \rightarrow H=\sum_i (T_i+V_i)+\underbrace{\sum_{i<j} v_{ij}-\sum_i V_i}_{\text{平均からのずれ（残留相互作用）}}$$

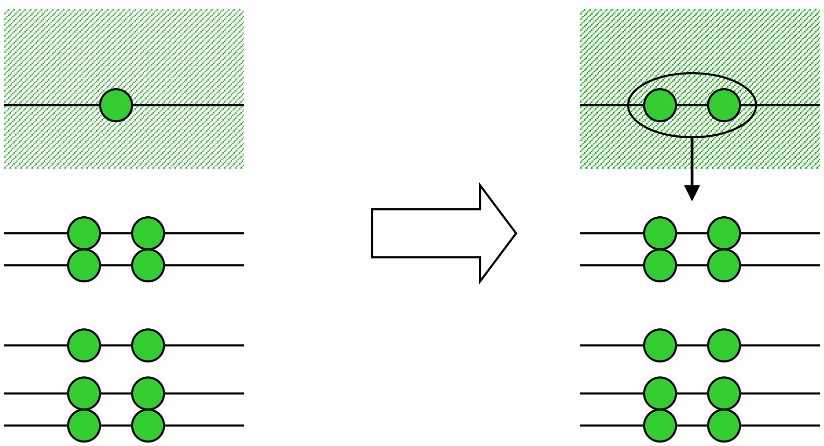


安定な原子核
→ 超流動状態

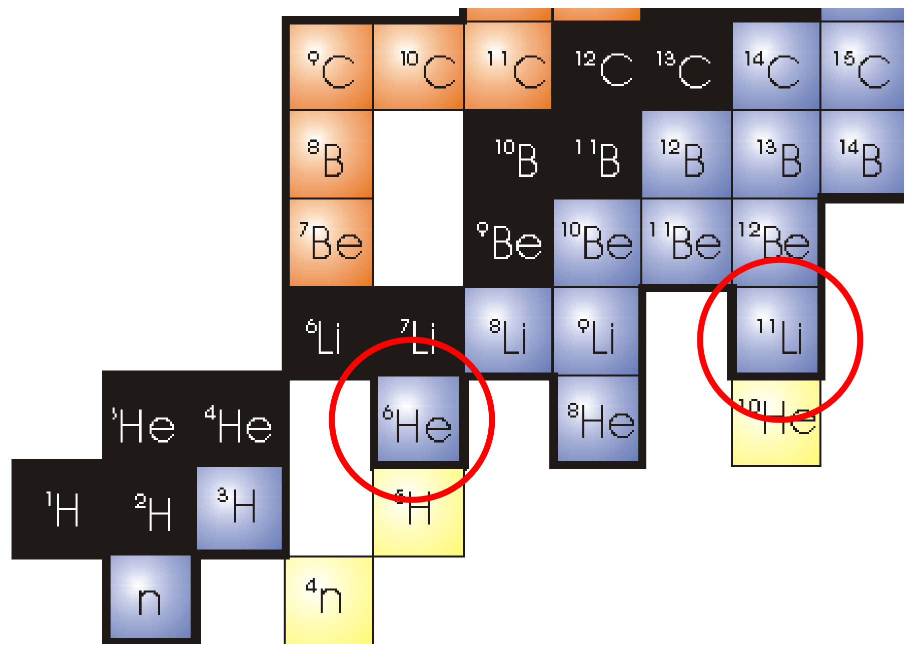
弱く束縛された系

ボロミアン原子核

残留相互作用 → 引力

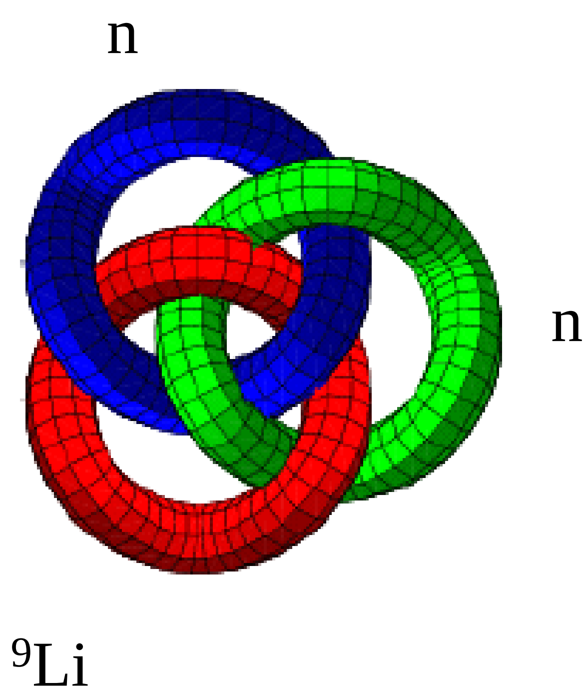


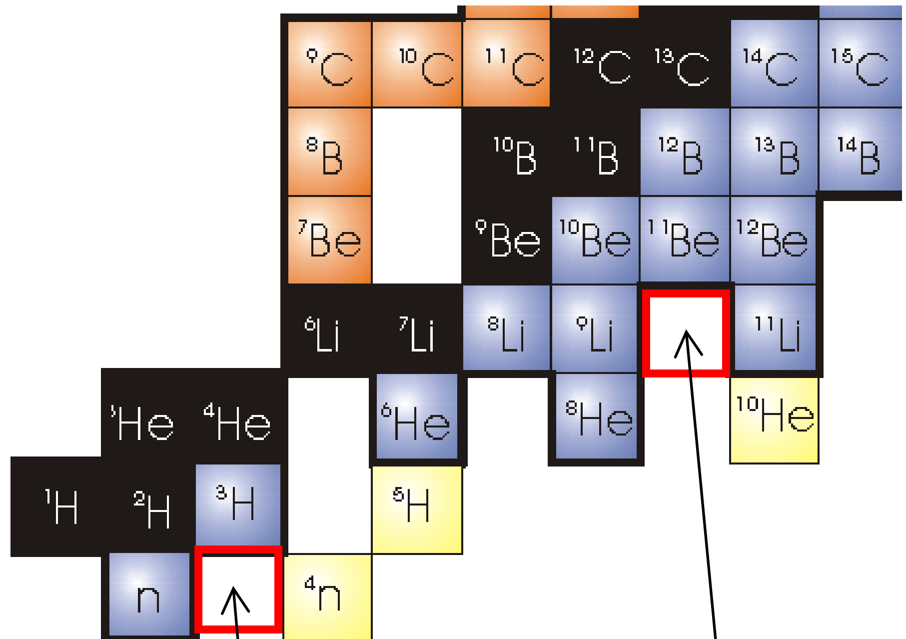
不安定　　　　　安定



“ボロミアン核”

ボロミアン原子核





^{10}Li (^{9}Li+n)
は存在せず

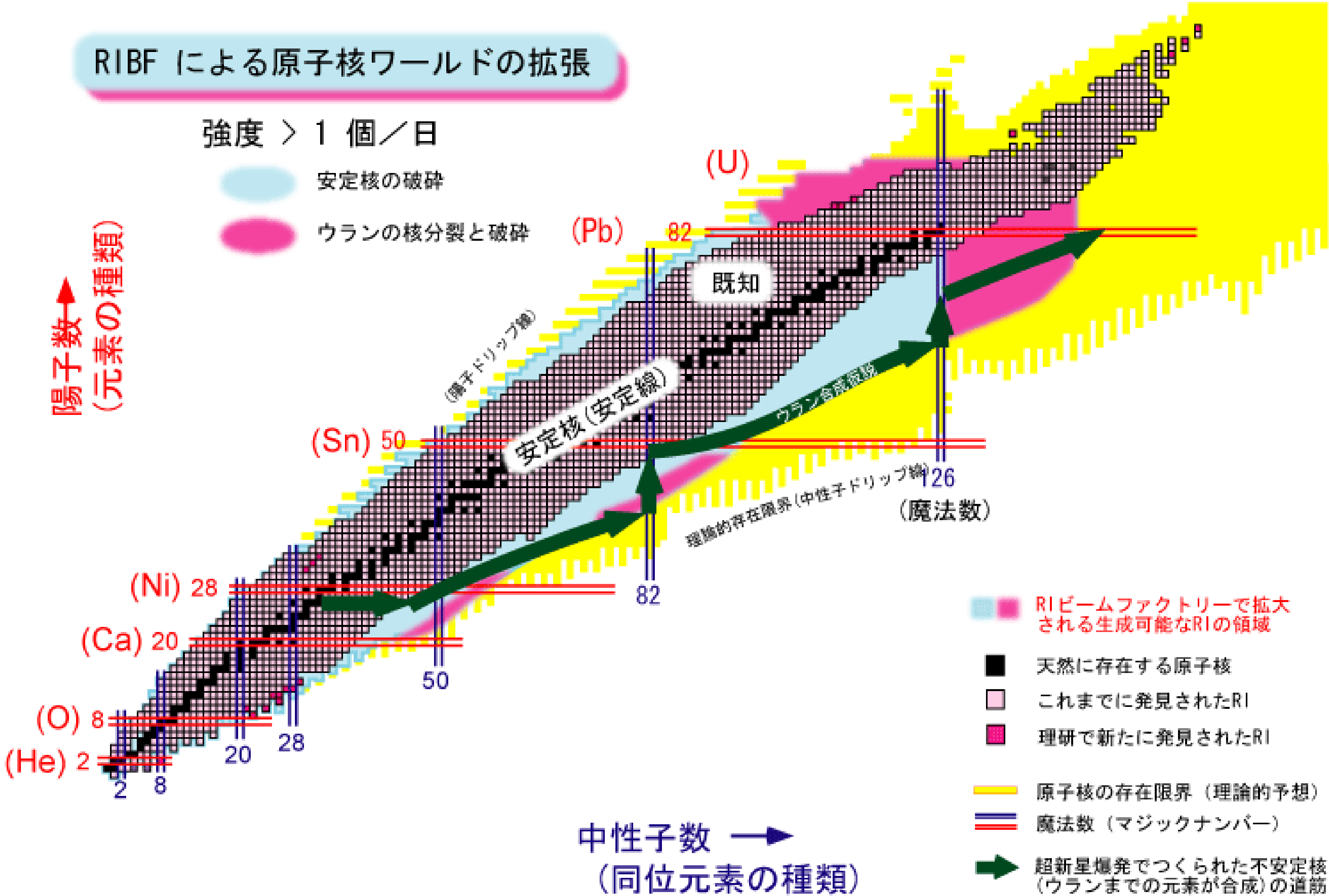
^{2}n (n+n) は存在せず

ボロミアン核

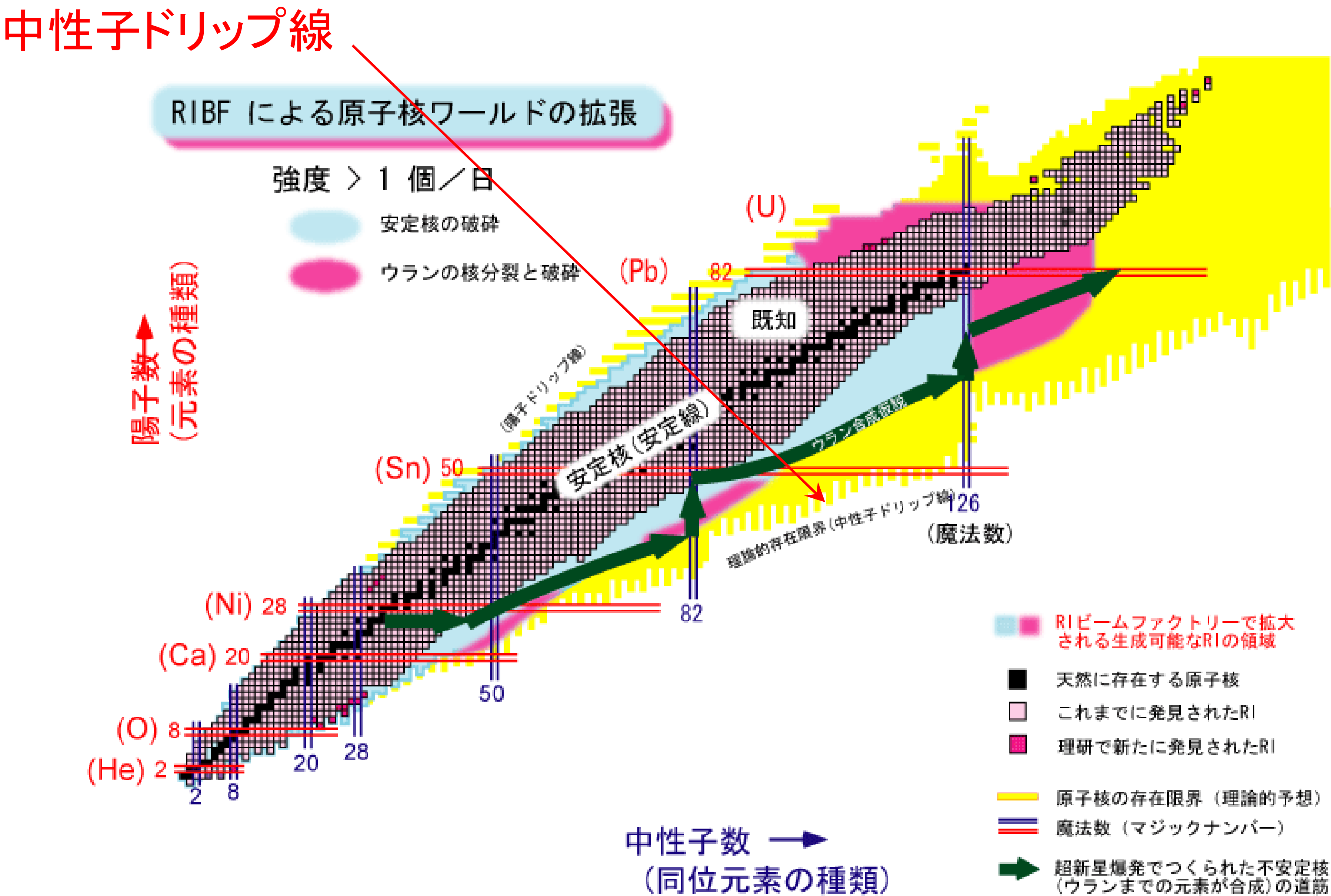
他にも、^{6}He が典型的な例

核子間相関（特にダイニュートロン相関）

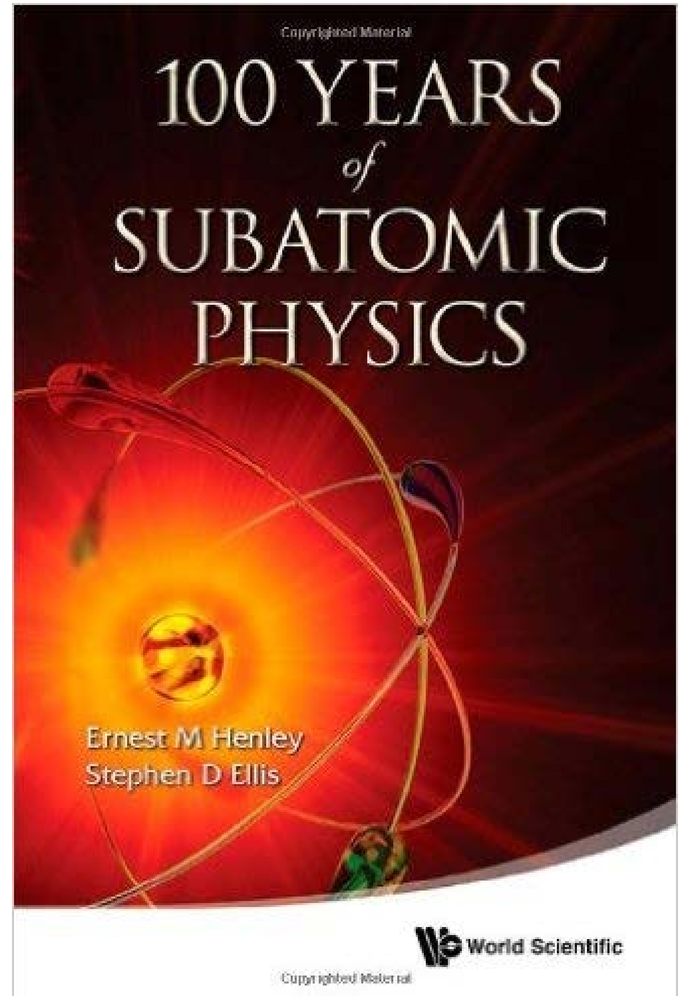
中性子過剰核(弱束縛核)の物理



中性子過剰核(弱束縛核)の物理



おススメ

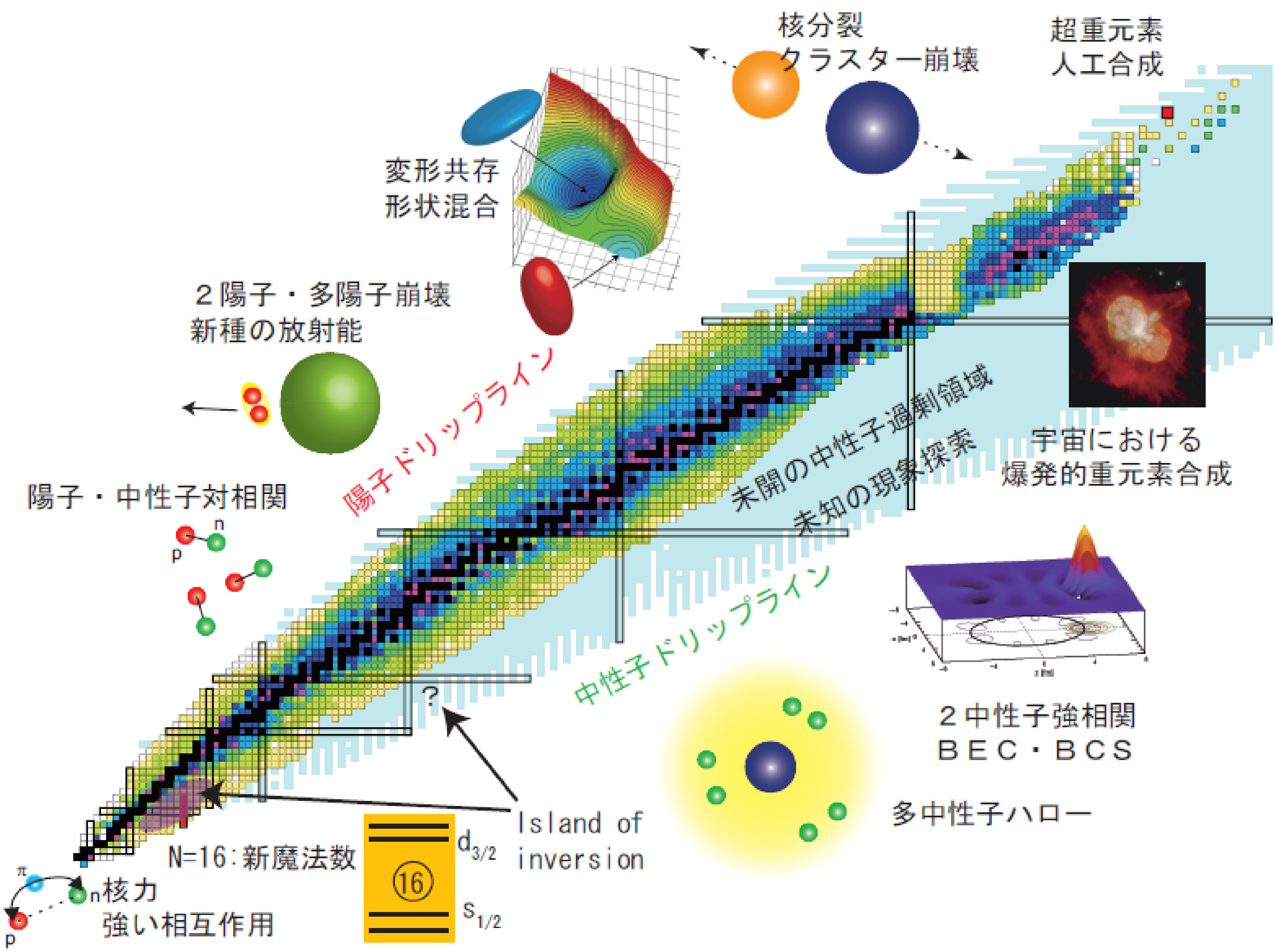


ed. by E.M. Henley and S.D. Ellis (2013)

"*Exotic nuclei far from the stability line*"
K.H., I. Tanihata, and H. Sagawa

中性子過剰核の物理

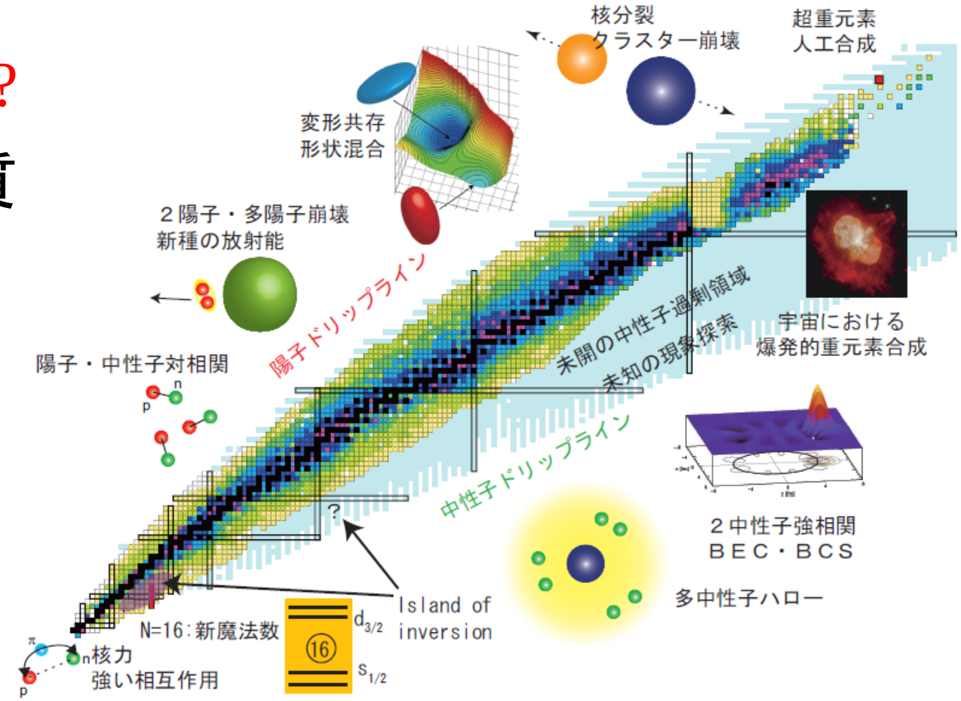
ドリップ線近傍の原子核の性質は?　　中性子過剰核　＝　新物質



中性子過剰核の物理

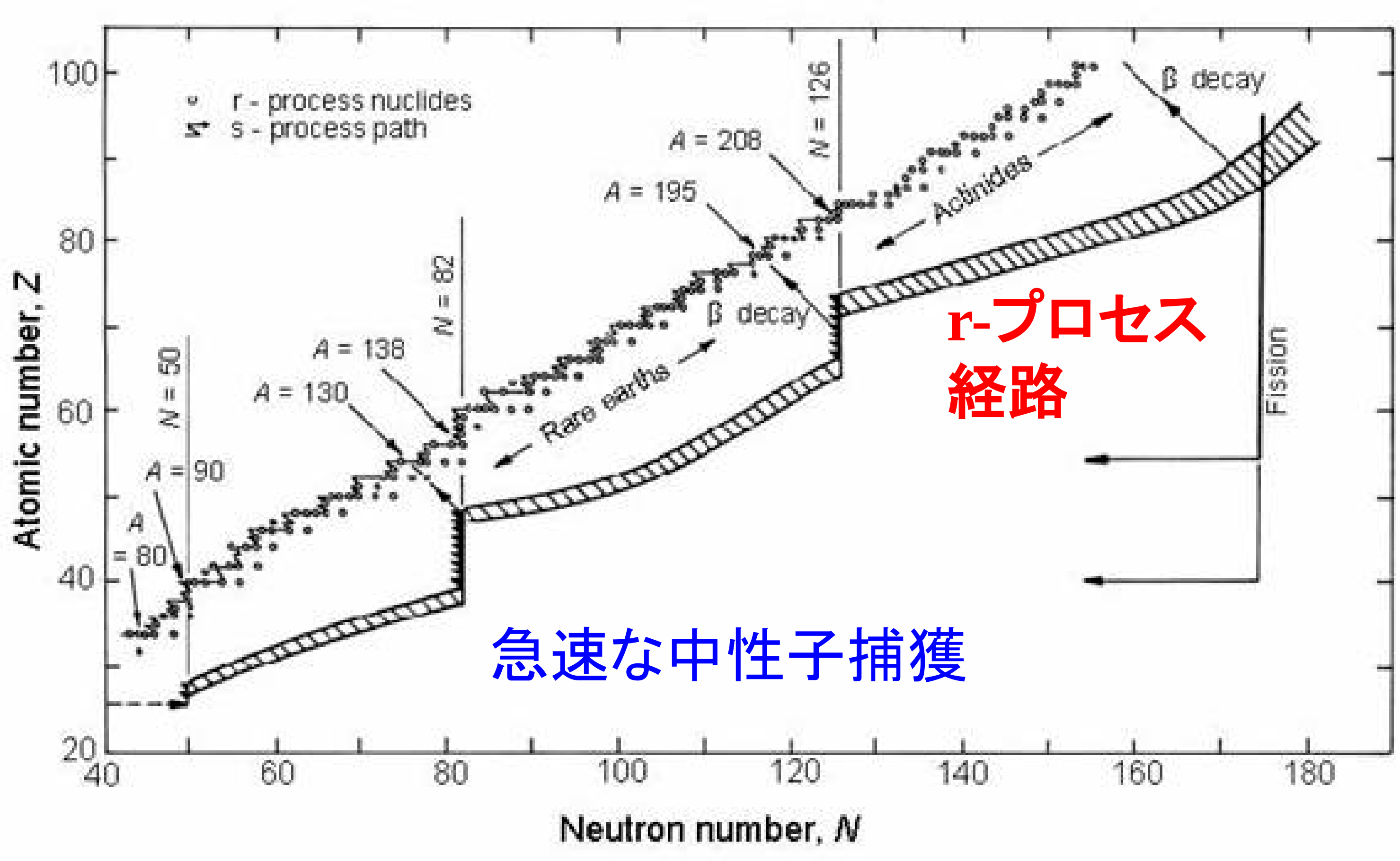
ドリップ線近傍の原子核の性質は?

中性子過剰核　＝　新物質



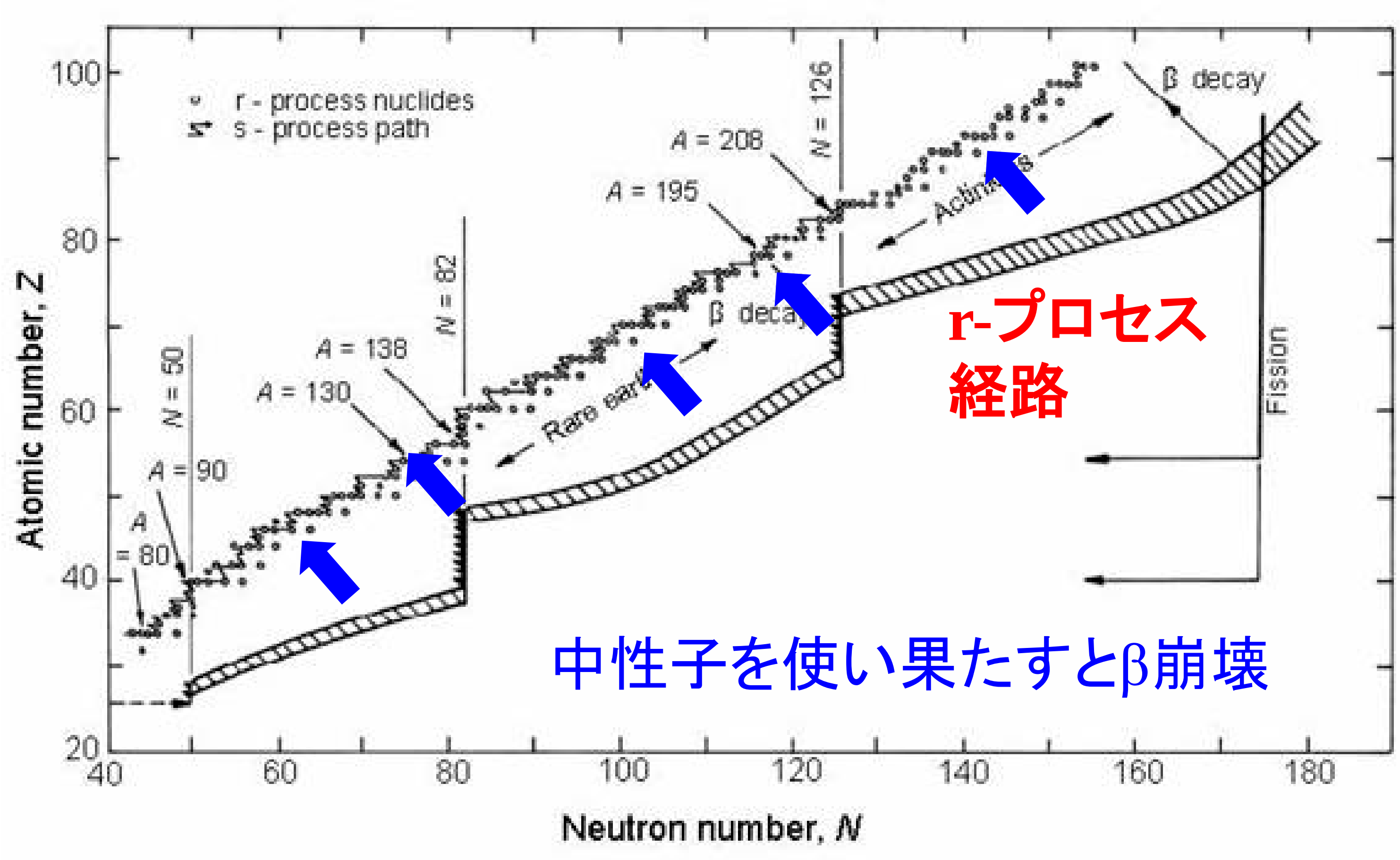
- ✓ 陽子･中性子数の人工的制御によって原子核の新しい形態を明らかにする
- ✓ 様々な陽子･中性子密度における核物質の新しい相とダイナミックスを探索する
- ✓ 元素の起源と宇宙の核現象を理解する
- ✓ 超重核に挑戦する
- ✓ 微視的核子多体論を体系化し、未知領域を予言する

r-プロセス元素合成



r - process nuclides
s - process path
A = 80
A = 90
A = 130
A = 138
A = 195
A = 208
N = 50
N = 82
N = 126
Rare earths
Actinides
β decay
β decay
Fission
r-プロセス
経路
急速な中性子捕獲
Atomic number, Z
Neutron number, N

r-プロセス元素合成



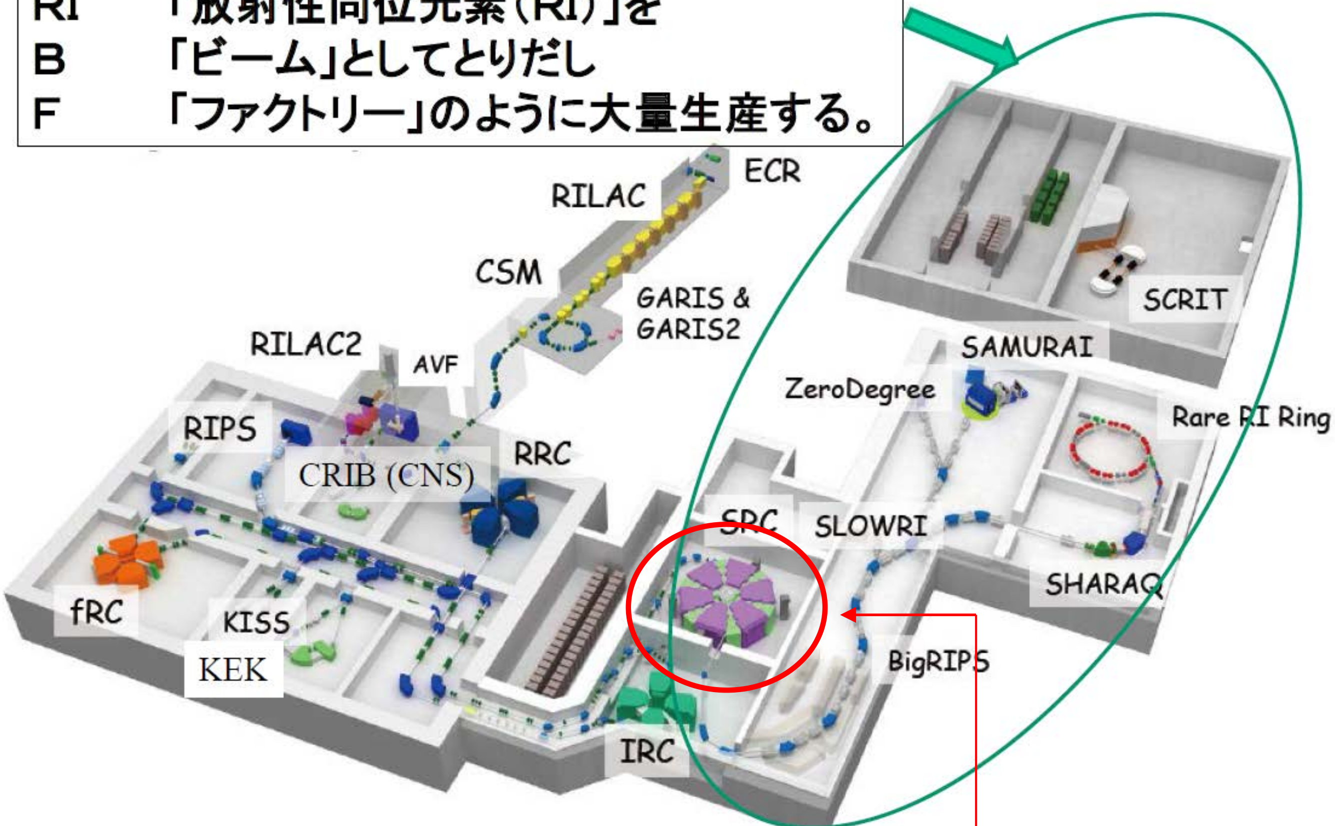
中性子過剰核の理解が必要

質量、魔法数、β崩壊半減期、中性子捕獲反応、核分裂

新世代不安定核ビーム施設:理研 RIBF
(Radioactive Isotope Beam Factory)

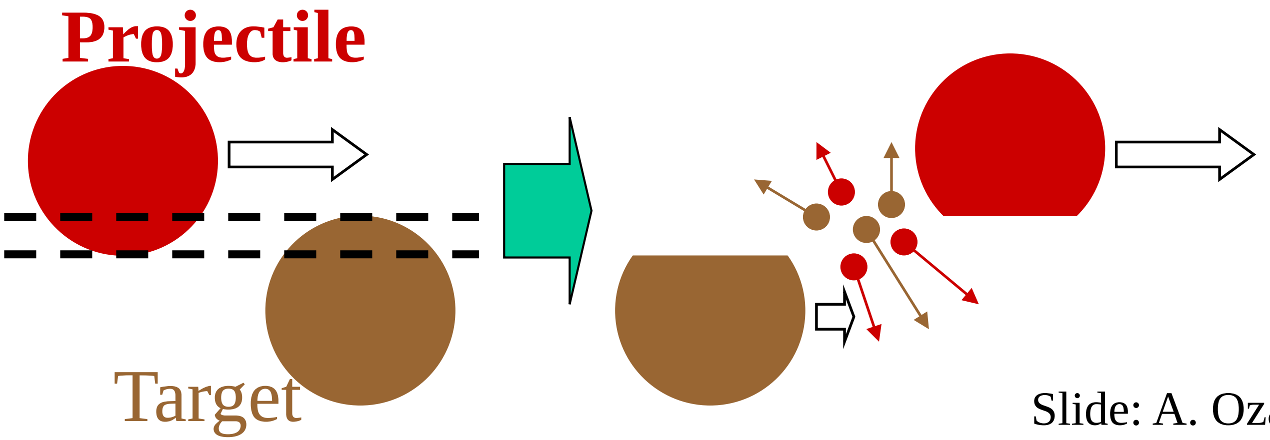
世界最大強度で不安定核を作り出す施設

RI	「放射性同位元素(RI)」を	
B	「ビーム」としてとりだし	
F	「ファクトリー」のように大量生産する。	

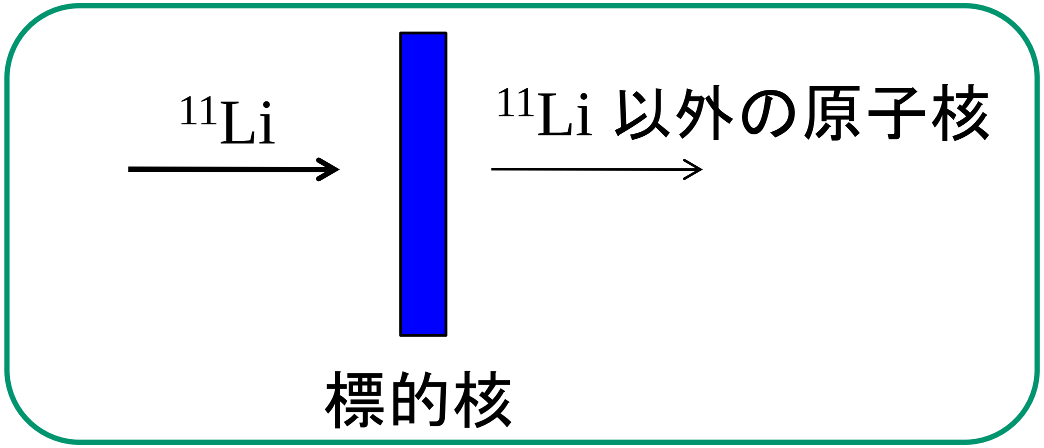


- 不安定原子核の物理
- 元素の起源の研究
- 超重元素(新元素113番)の研究

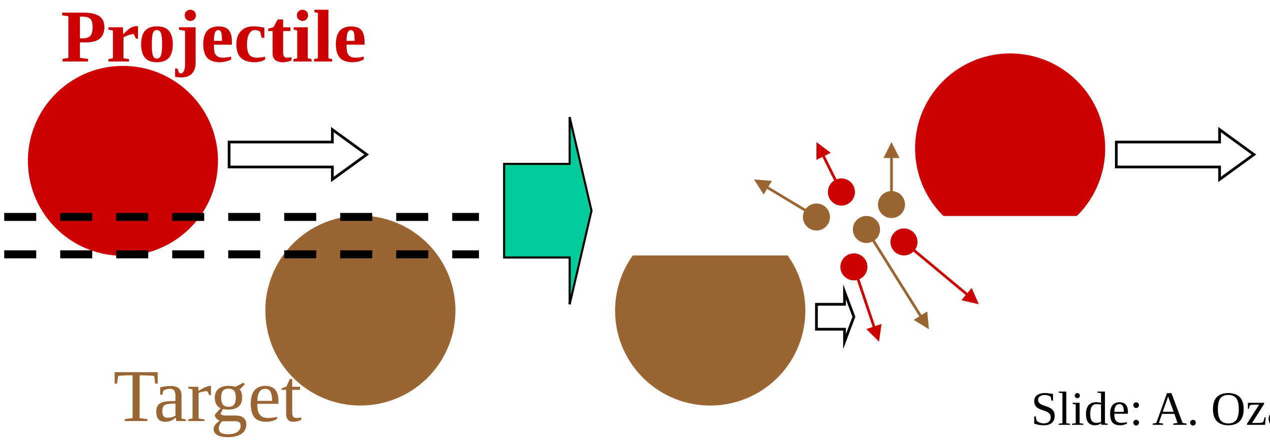
不安定核研究の本格的幕開け：相互作用断面積測定（1985）



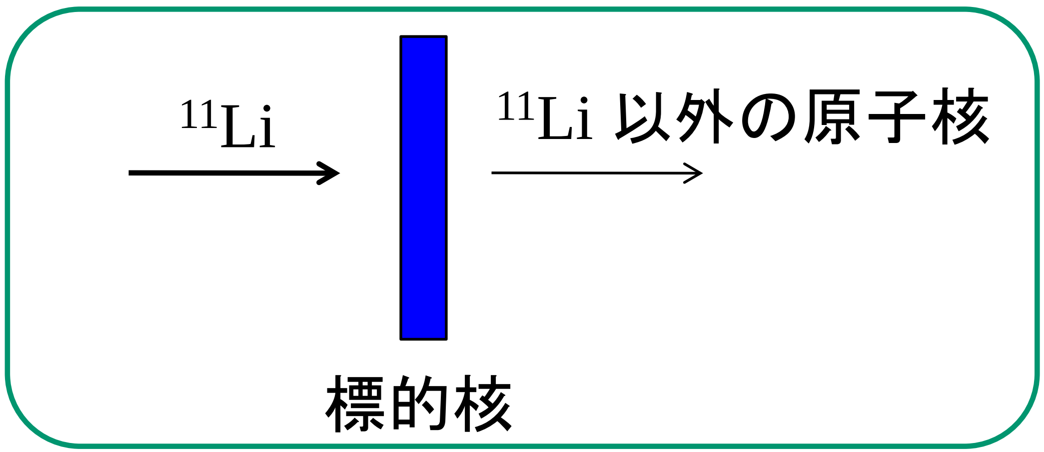
Slide: A. Ozawa



不安定核研究の本格的幕開け：相互作用断面積測定（1985）



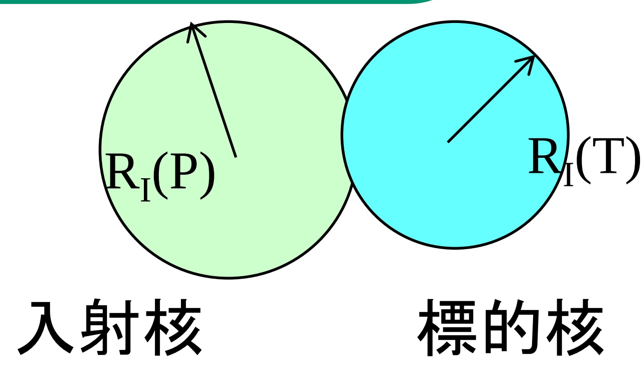
Slide: A. Ozawa



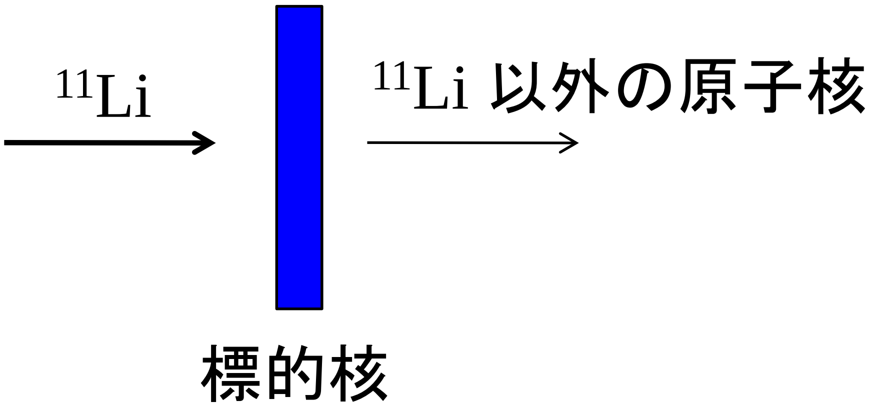
2つの原子核が重なった時に
反応が起こるとすると

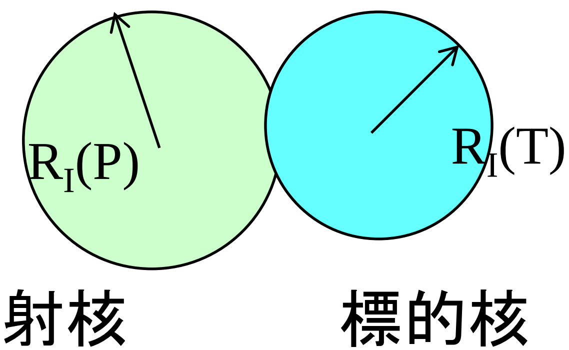
$$\sigma_I \sim \pi[R_I(P) + R_I(T)]^2$$

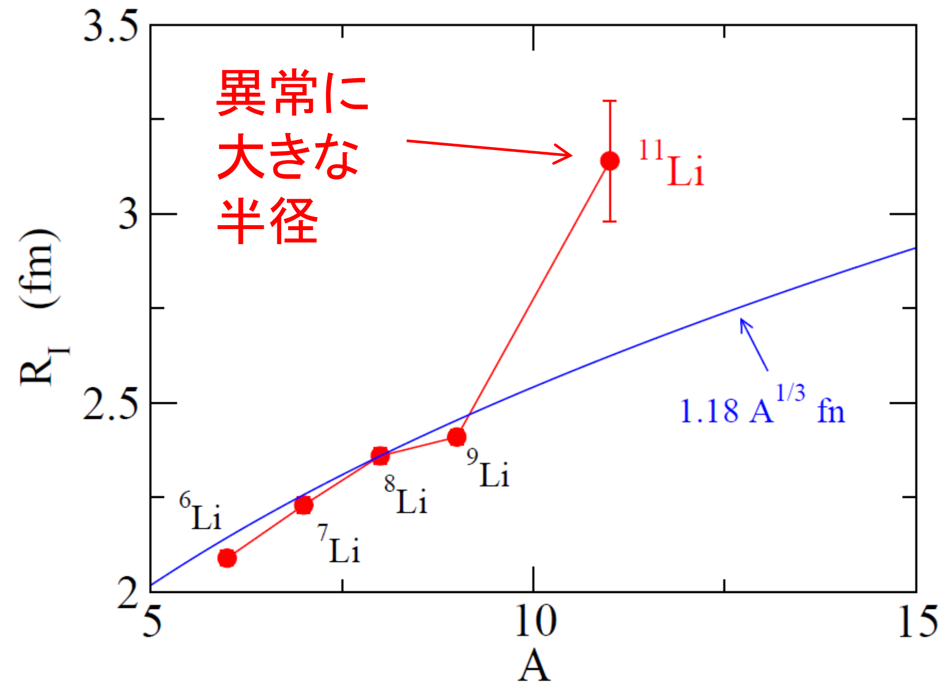
$$\longrightarrow R_I(P)$$



不安定核研究の本格的幕開け：相互作用断面積測定（1985）





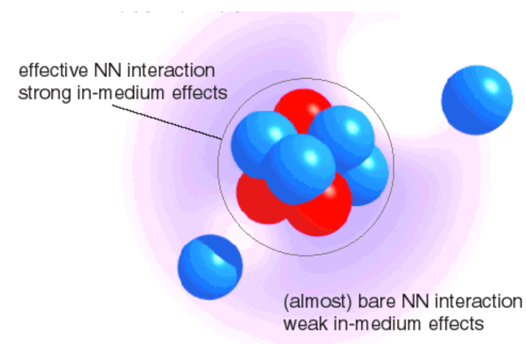


I. Tanihata et al., PRL55(‘85)2676

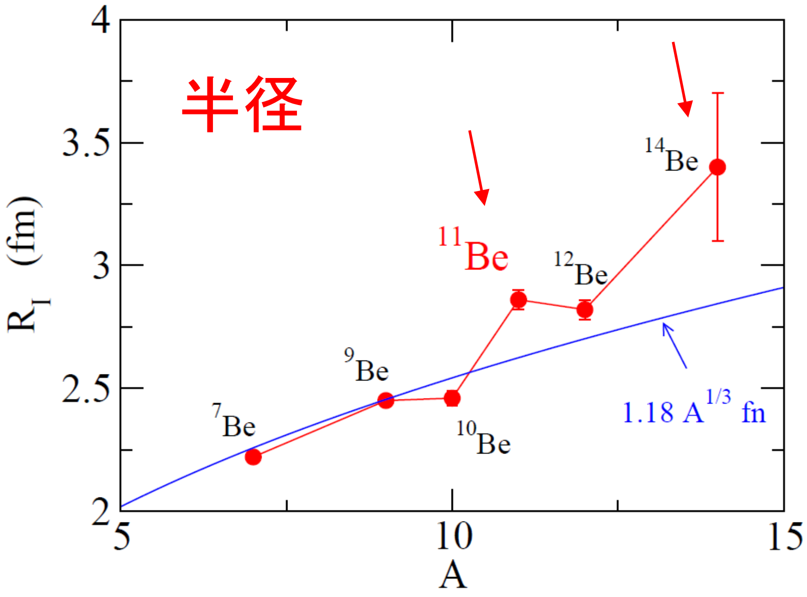
2つの原子核が重なった時に
反応が起こるとすると

$$\sigma_I \sim \pi[R_I(P) + R_I(T)]^2$$

$$\longrightarrow R_I(P)$$



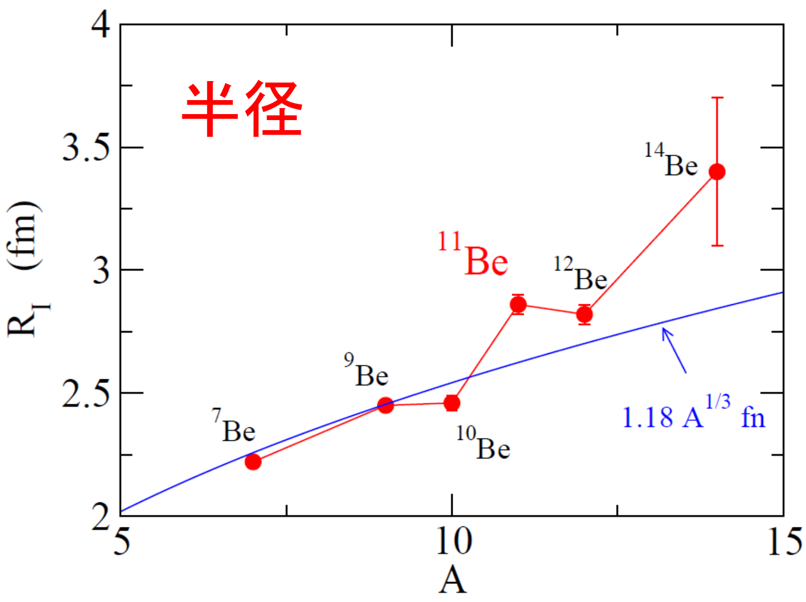
Beアイソトープでも



I. Tanihata et al.,
PRL55('85)2676; PLB206('88)592

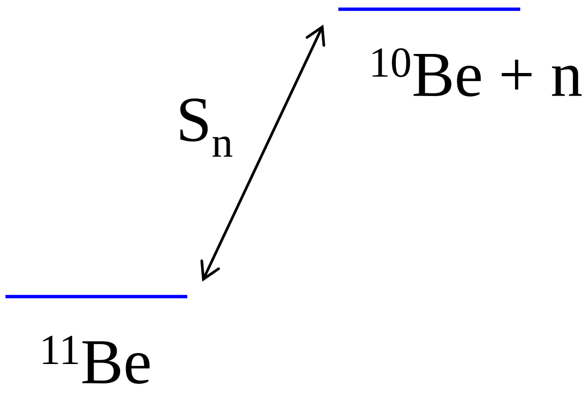
1中性子ハロー核

典型的な例：${}^{11}_{4}Be_7$



I. Tanihata et al.,
PRL55('85)2676; PLB206('88)592

1中性子分離エネルギー



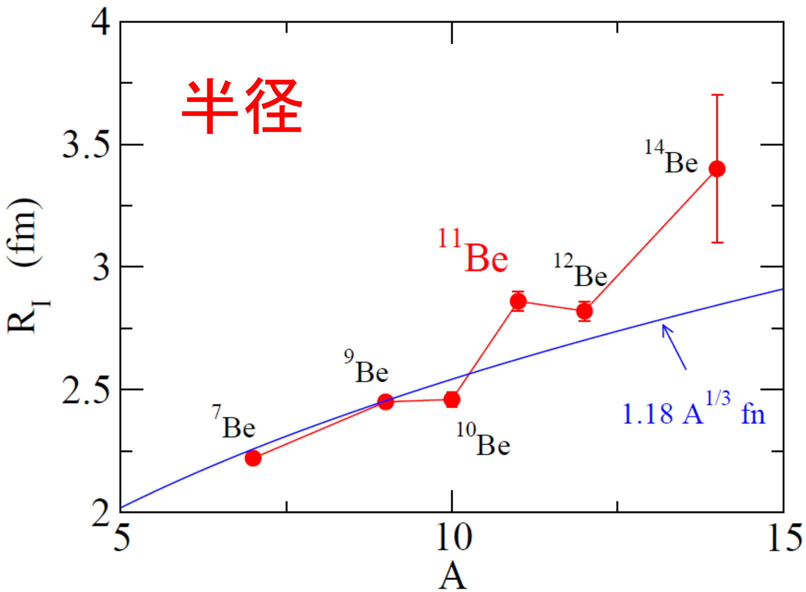
S_n = 504 +/- 6 keV

非常に小さい

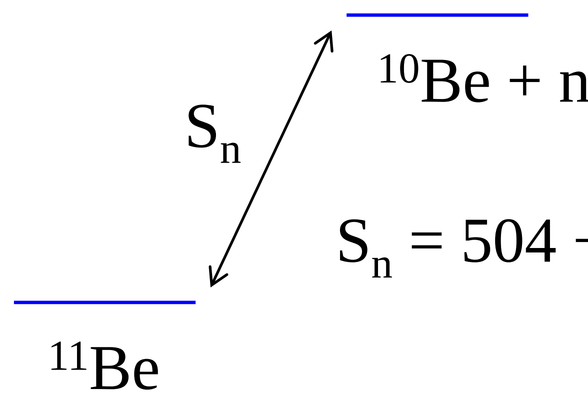
ちなみに ${}^{13}C$ では、
S_n = 4.95 MeV

1中性子ハロー核

典型的な例: $^{11}_{4}\mathrm{Be}_7$

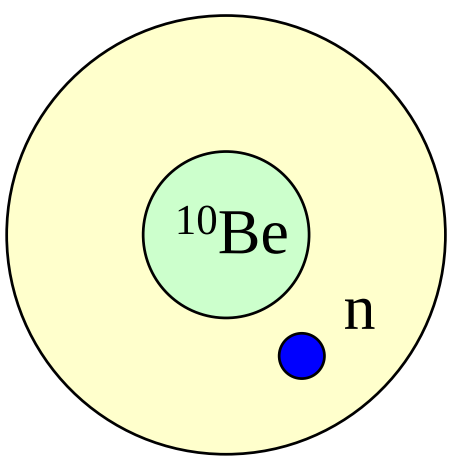


1中性子分離エネルギー



S_n = 504 +/- 6 keV

解釈: ^{10}Be のまわりに1つの中性子が弱く束縛され薄く広がっている

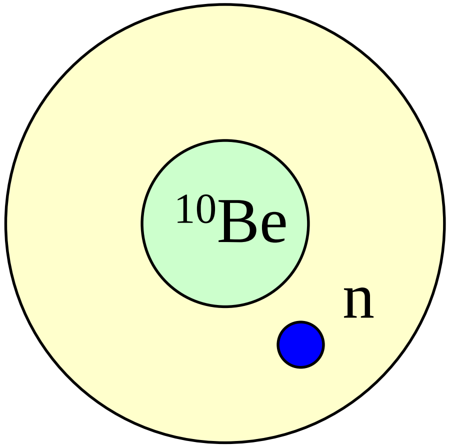


$$\psi(r) \sim \exp(-\kappa r) \qquad \kappa = \sqrt{2m|\epsilon|/\hbar^2}$$

弱く束縛された系

密度分布の空間的広がり（ハロー構造）

解釈：^{10}Be のまわりに1つの中性子が弱く束縛され薄く広がっている



$$\psi(r) \sim \exp(-\kappa r) \qquad \kappa = \sqrt{2m|\epsilon|/\hbar^2}$$

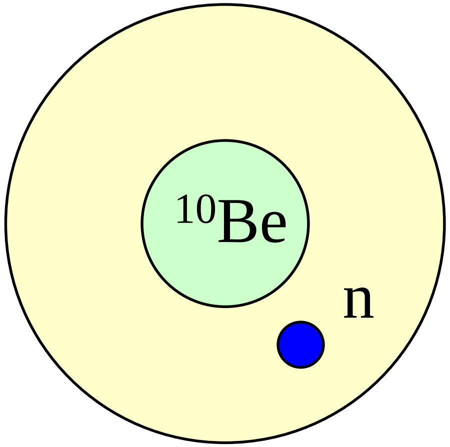
弱く束縛された系

⇓

密度分布の空間的広がり（ハロー構造）

月暈（月のまわりに広がる
薄い輪。ハロー。）

解釈: ^{10}Be のまわりに1つの中性子が弱く束縛され薄く広がっている



$$\psi(r) \sim \exp(-\kappa r) \qquad \kappa = \sqrt{2m|\epsilon|/\hbar^2}$$

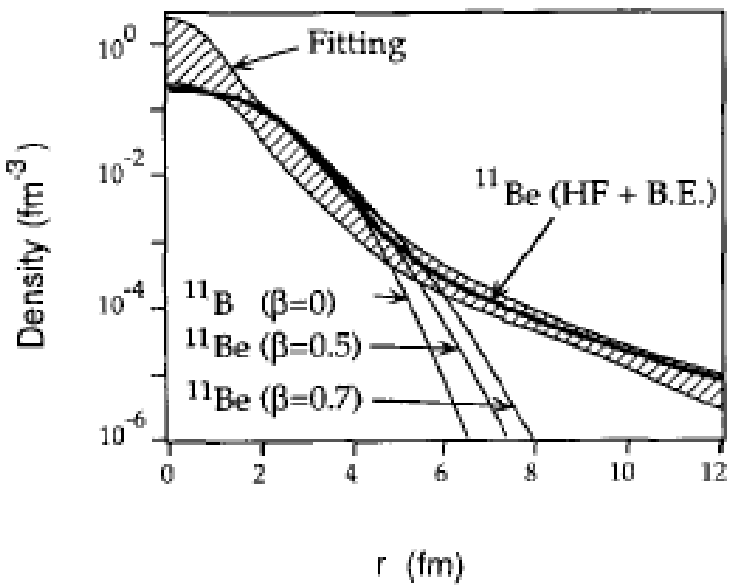
弱く束縛された系

↓

密度分布の空間的広がり(ハロー構造)

月暈(月のまわりに広がる薄い輪。ハロー。)

反応断面積の実験値を説明する密度分布



M. Fukuda et al., PLB268('91)339

運動量分布（不確定性関係）

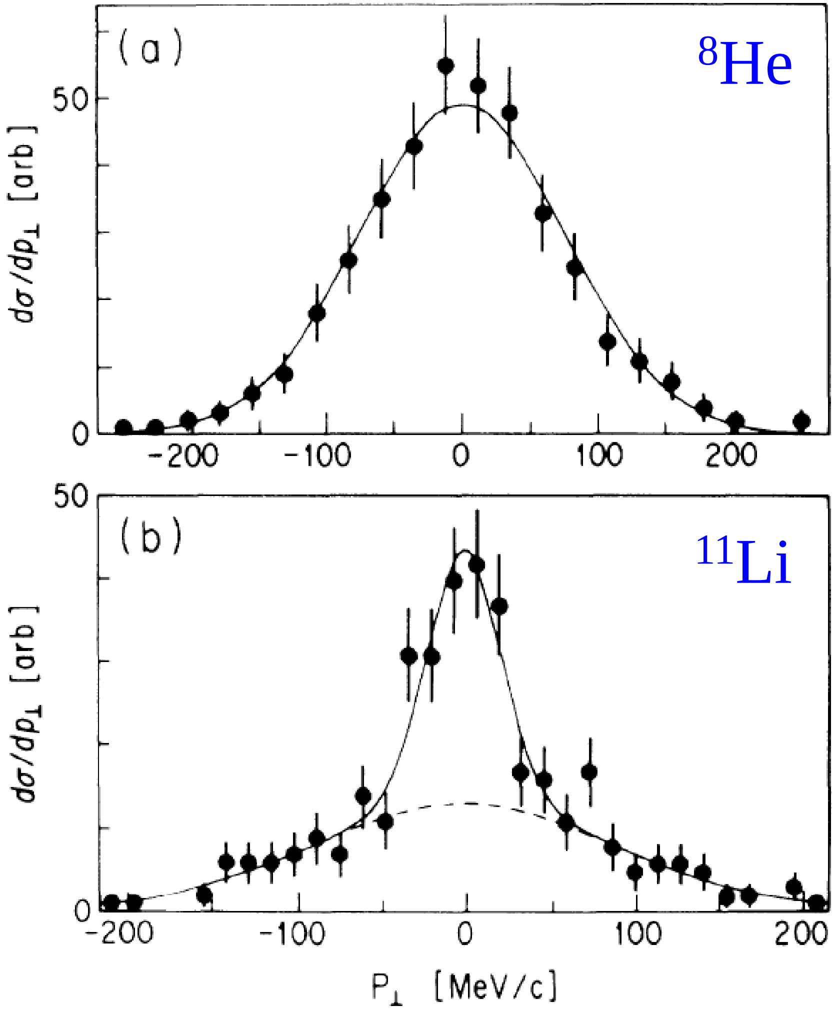


FIG. 1. Transverse-momentum distributions of (a) ^{6}He fragments from reaction ^{8}He+C and (b) ^{9}Li fragments from reaction ^{11}Li+C. The solid lines are fitted Gaussian distributions. The dotted line is a contribution of the wide component in the ^{9}Li distribution.

S_{2n} ~ 2.1 MeV

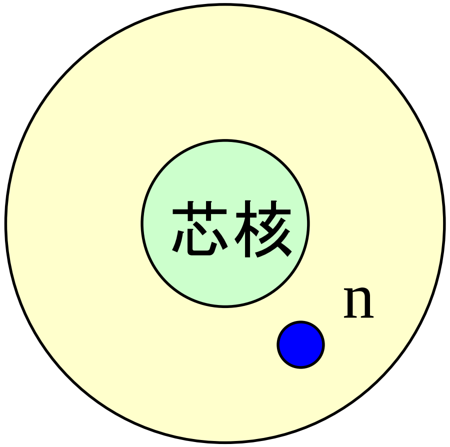
S_{2n} ~ 300 keV

束縛が弱くなり空間的に広がると運動量分布が狭くなる

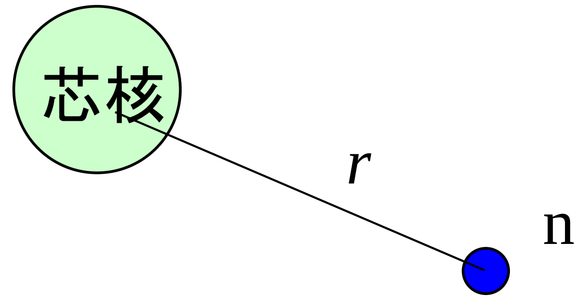
⟷ 中性子ハロー

T. Kobayashi et al., PRL60 ('88) 2599

一粒子運動の性質：束縛状態



芯核と中性子でできる2体問題と近似



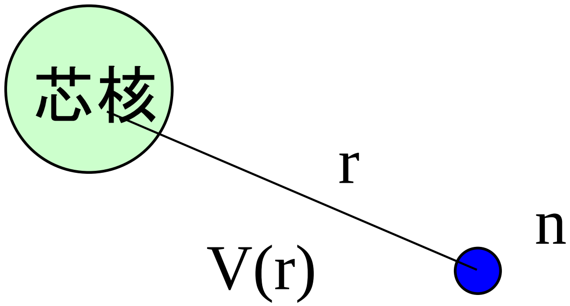
相対距離 r の関数として球対称ポテンシャル $V(r)$ を仮定。

cf. 平均場ポテンシャル：

$$V(\boldsymbol{r}) \sim \int v(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')\rho(\boldsymbol{r}')d\boldsymbol{r}'$$

相対運動のハミルトニアン

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(r)$$



相対運動のハミルトニアン

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(r)$$

簡単のためスピン軌道相互作用はないとすると（*ls* 力がなくても本質は変わらない）

$$\boxed{\Psi_{lm}(\boldsymbol{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})}$$

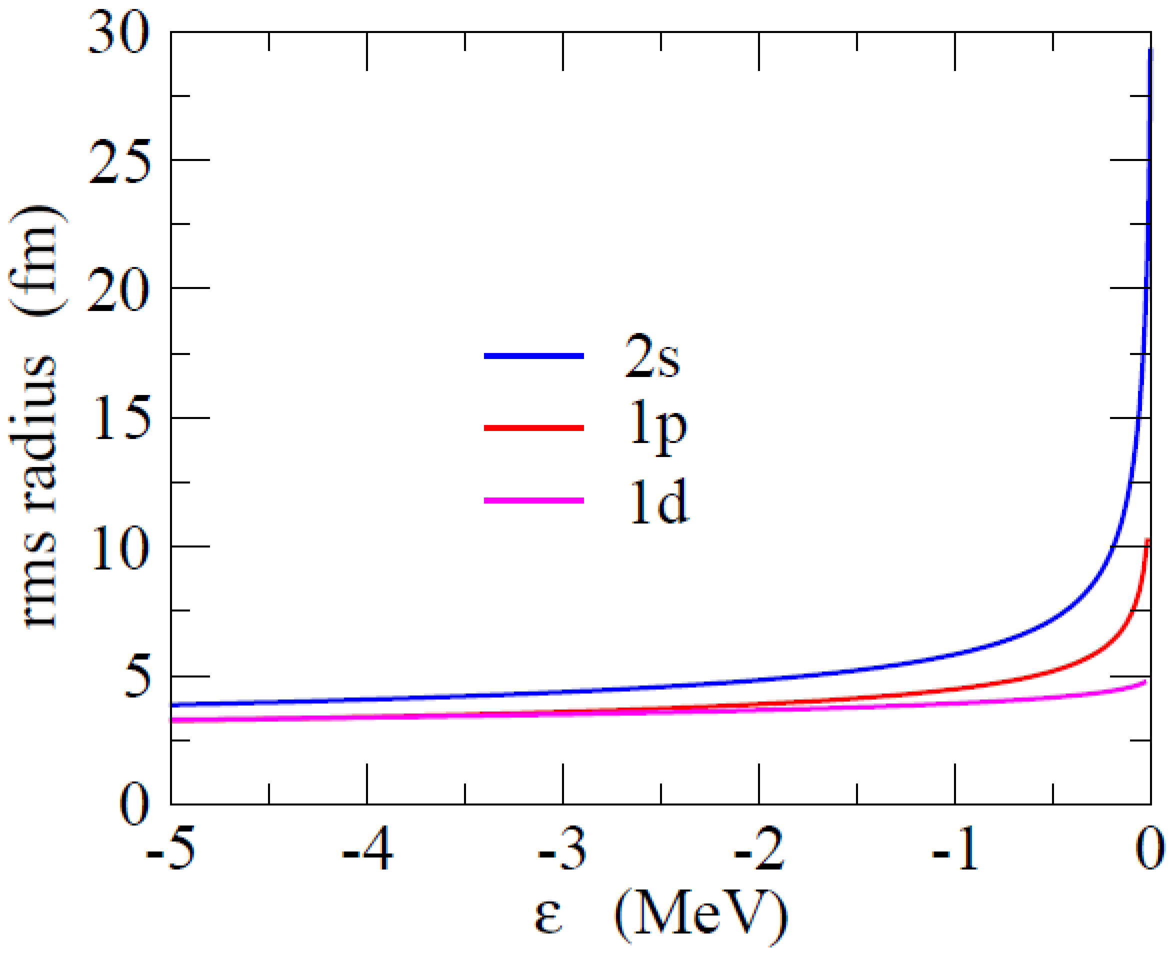
$$\boxed{\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r) - \epsilon_l\right] u_l(r) = 0}$$

境界条件（束縛状態）：

$$\begin{aligned} u_l(r) &\sim r^{l+1} && (r \sim 0) \\ &\to e^{-\kappa r} && (r \to \infty) \end{aligned}$$

＊正確には modified 球ベッセル関数

$$\langle r^2 \rangle \propto \begin{cases} 1/|\epsilon_0| & (l=0) \\ 1/\sqrt{|\epsilon_1|} & (l=1) \\ const. & (l=2) \end{cases}$$



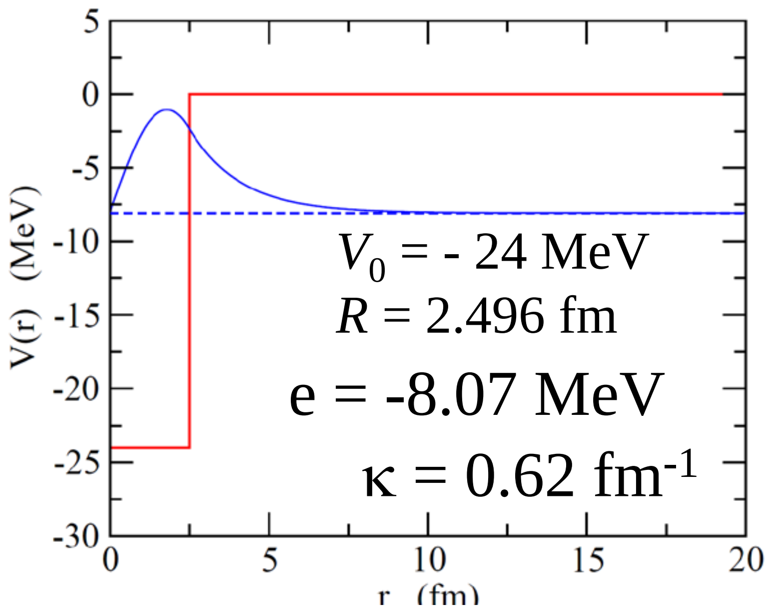
⇩

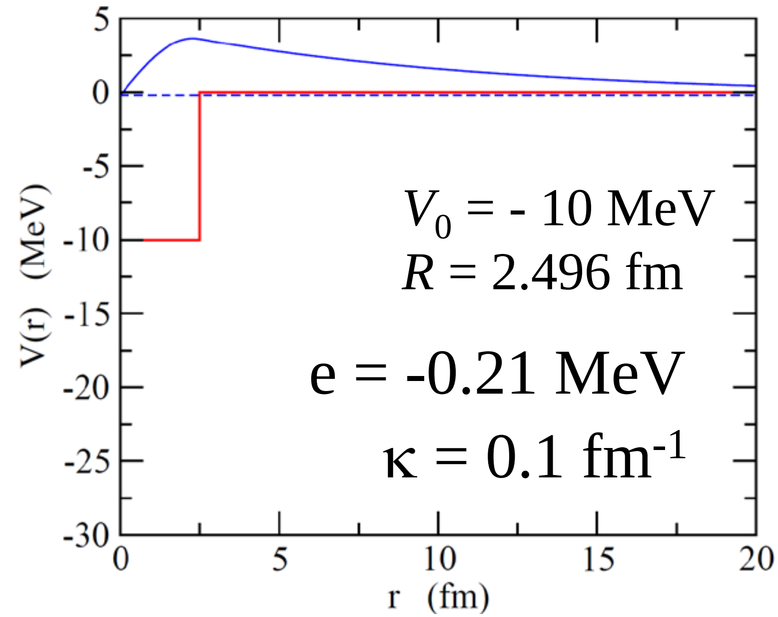
半径は $l = 0,1$ では発散
（ゼロ・エネルギー極限）

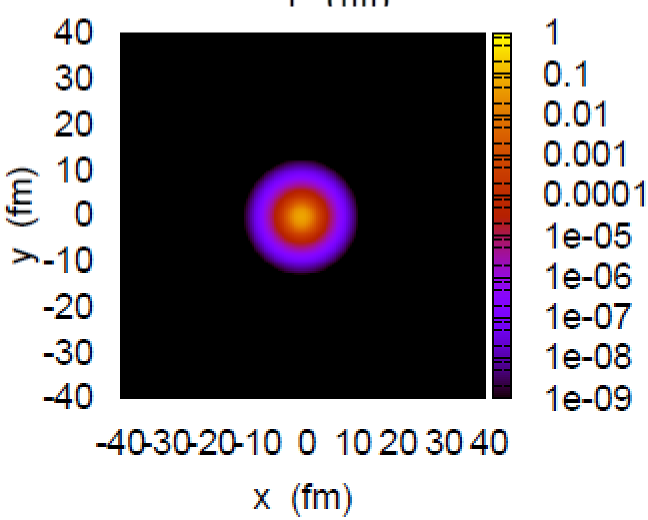
⇩

ハロー（異常に大きい半径）は $l = 0$ or 1 でのみおこる

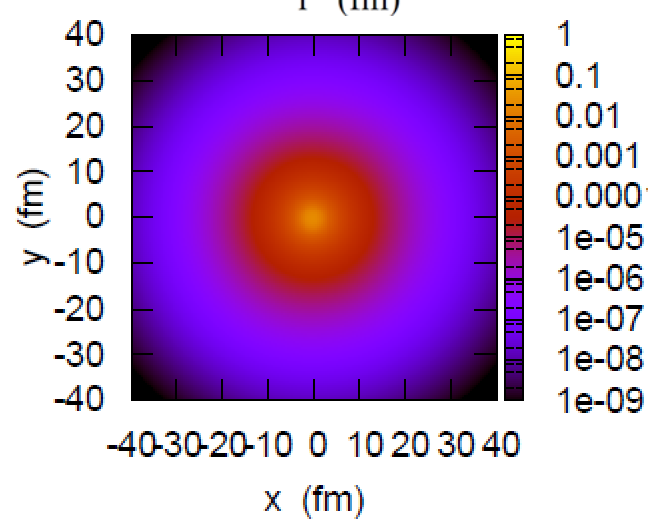
井戸型ポテンシャル（$l = 0$ 束縛状態） $u(r) \sim e^{-\kappa r}, \quad \kappa = \sqrt{2m|e|/\hbar^2}$



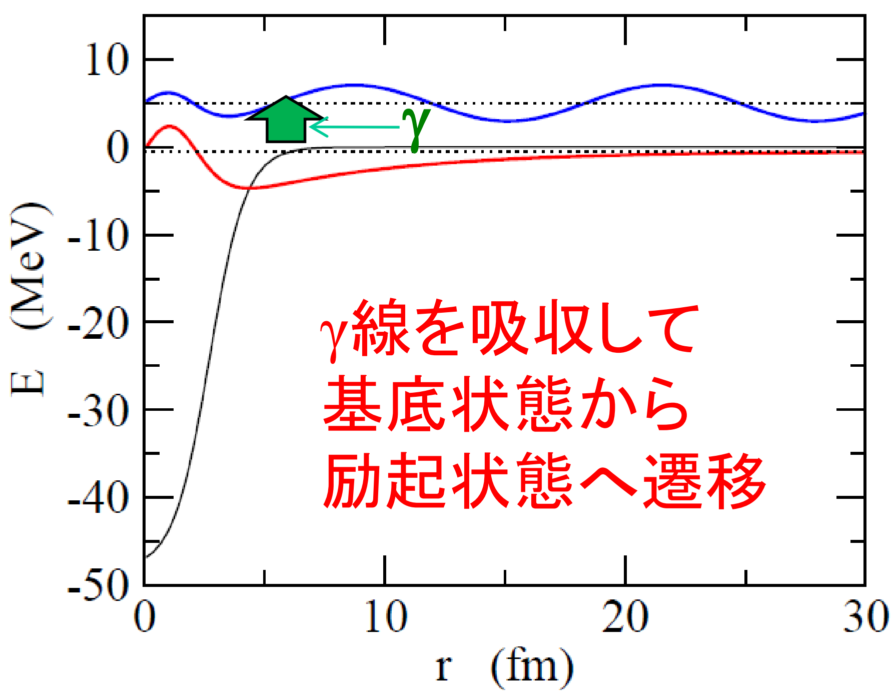


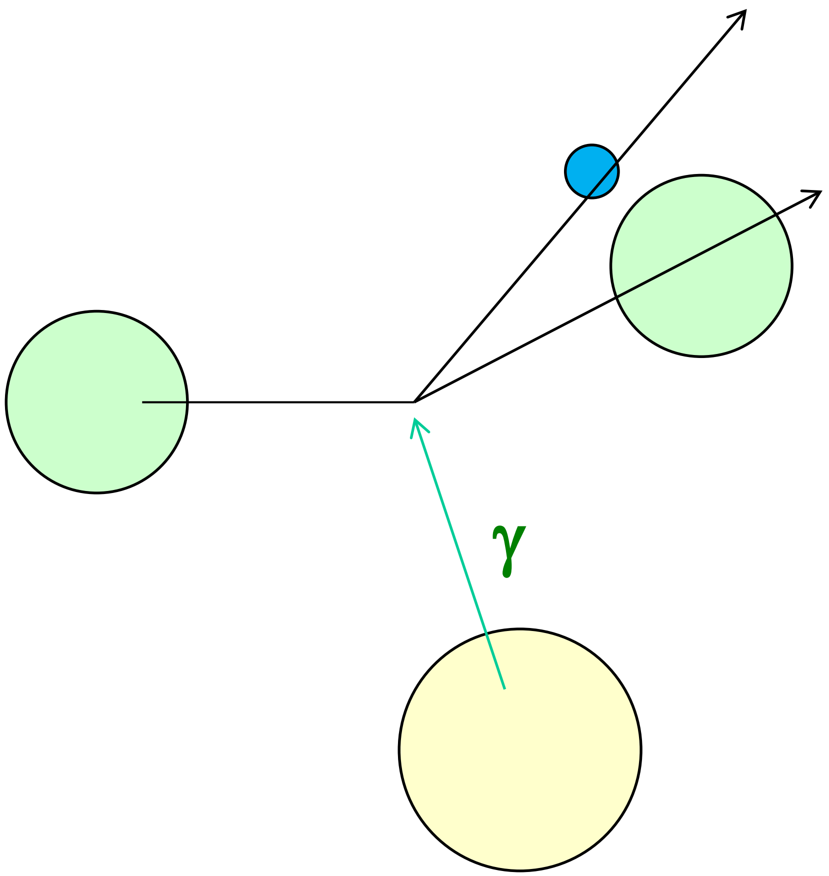


弱束縛



1中性子ハロー核のクーロン励起



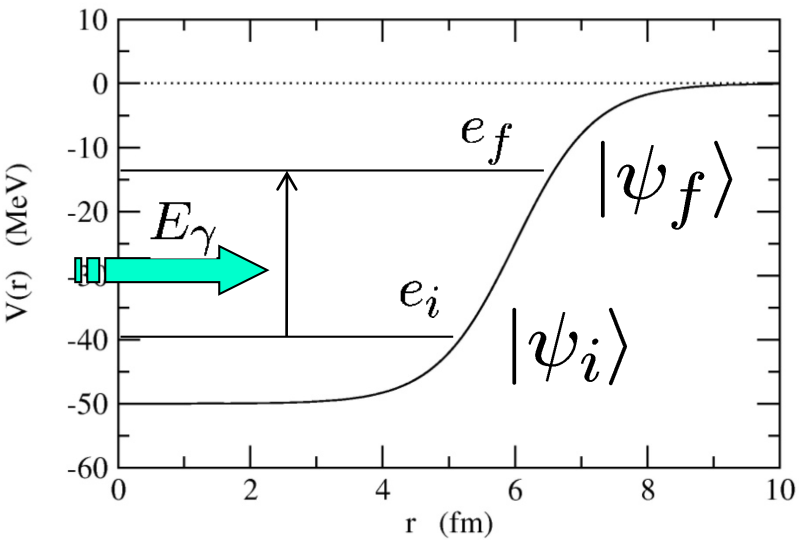


連続状態へ励起されれば
分解が起きる

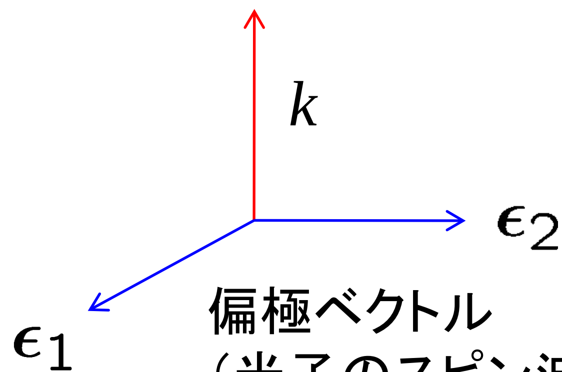
←

標的核の作るクーロン場に
よる励起

電磁遷移



光子



偏極ベクトル
（光子のスピン波動関数）

初期状態: $|\psi_i\rangle|n_{k\alpha}=1\rangle$ ← 原子核の状態が Ψ_i, 運動量 k, 偏極 α を持つ1個のフォトン (α = 1 or 2)

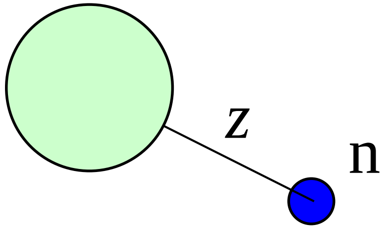
遷移 ↓ $H_{\rm int}$
（原子核と電磁場の相互作用）

終状態: $|\psi_f\rangle|n_{k\alpha}=0\rangle$

今の問題に適用すると（長波長 (dipole) 近似）:

$$\Gamma_{i\to f} = \frac{1}{2\pi\hbar}\left(\frac{Ze}{A+1}\right)^2 (e_f - e_i)\left|\langle\psi_f|z|\psi_i\rangle\right|^2 \delta(e_f - e_i - \hbar\omega)$$

$$\boxed{P_{i\to f} \sim \left|\langle\psi_f|z|\psi_i\rangle\right|^2}$$



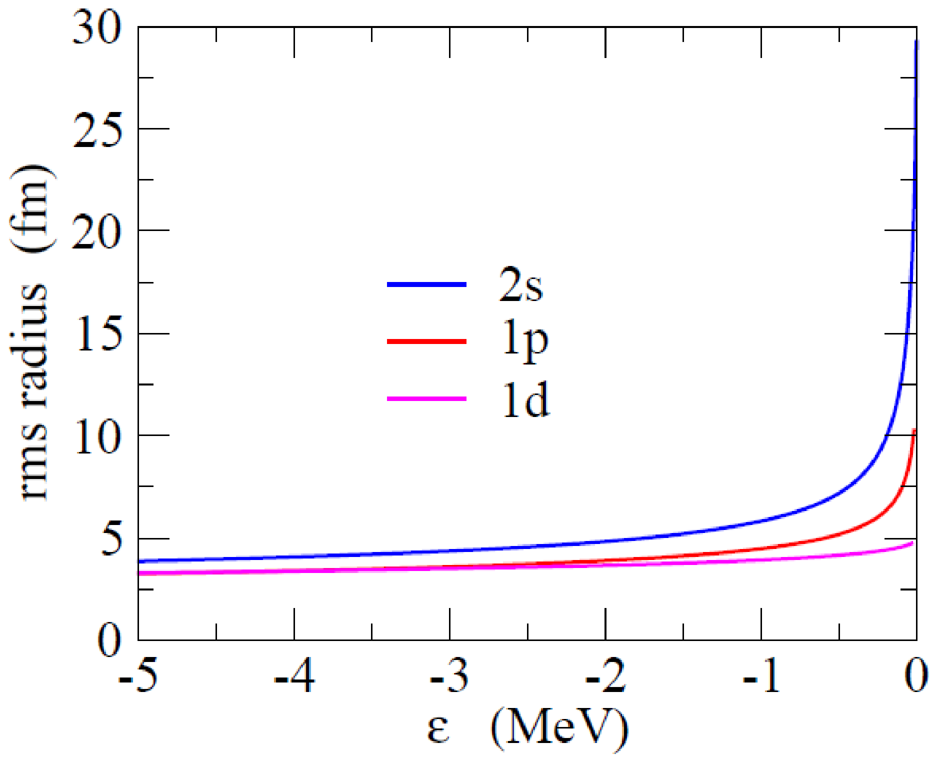
$$\sum_f P_{i\to f} = \sum_f \langle\psi_i|z|\psi_f\rangle\langle\psi_f|z|\psi_i\rangle$$
$$= \langle\psi_i|z^2|\psi_i\rangle$$

z の広がりが大きいと遷移確率が大きくなる

和則（わそく）: Sum Rule

$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c} = \frac{3}{4\pi} e_{\mathrm{E1}}^2 \langle r^2 \rangle_i$$

全E1遷移確率は r^2 の（基底状態）期待値に比例



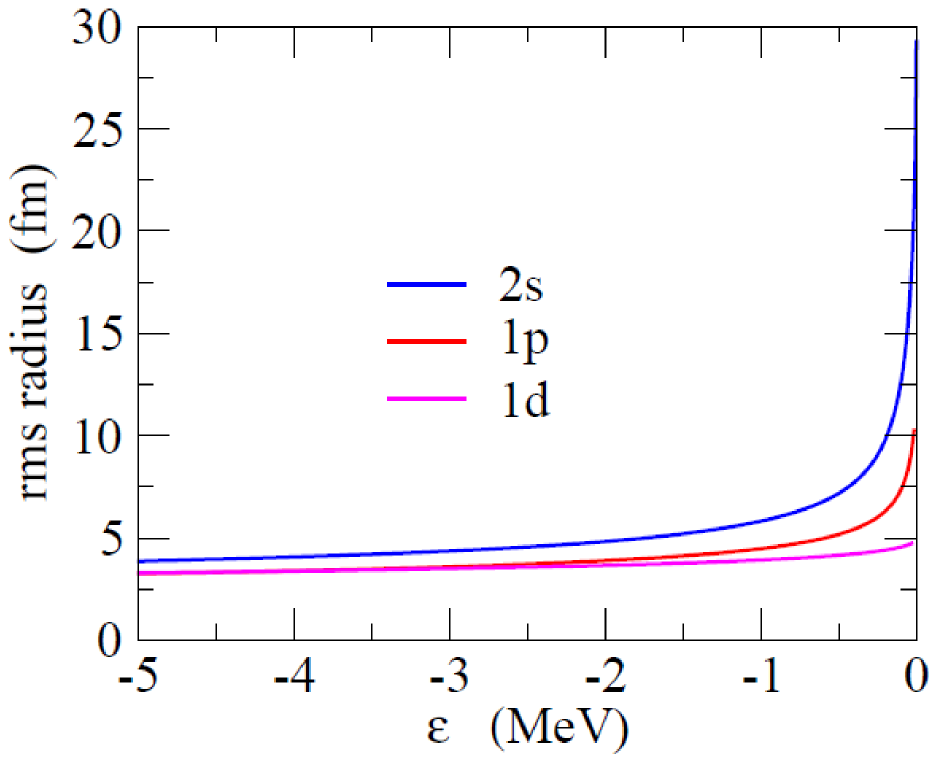
初期状態が l=0 または l=1だと
束縛が弱くなるほど半径は増大

全E1遷移確率も増大

和則（わそく）: Sum Rule

$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c} = \frac{3}{4\pi} e_{E1}^2 \langle r^2 \rangle_i$$

全E1遷移確率は r^2 の（基底状態）期待値に比例



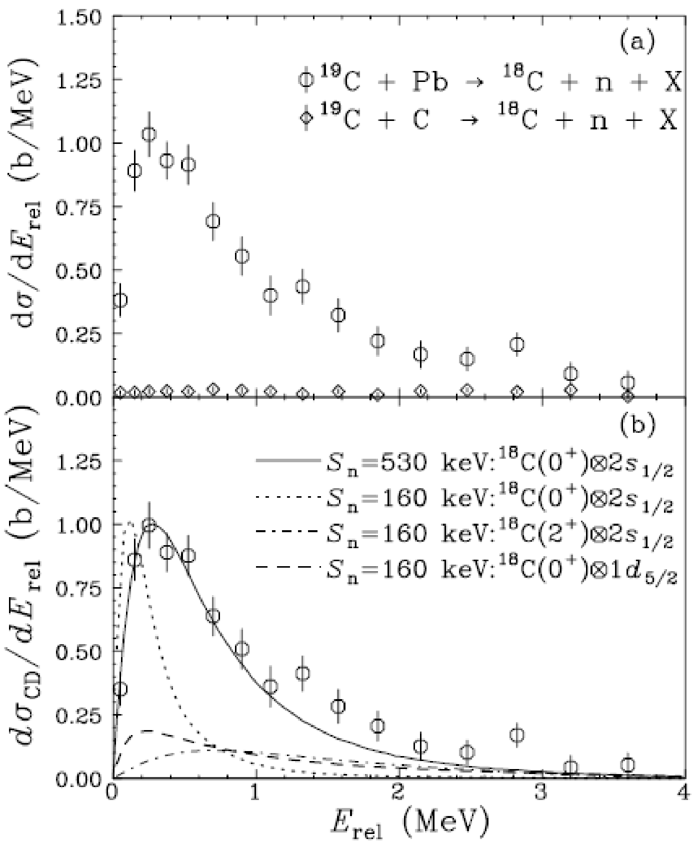
初期状態が l=0 または l=1だと束縛が弱くなるほど半径は増大

全E1遷移確率も増大

逆に大きな全E1遷移確率（またはクーロン分解断面積）が観測されたら l=0 or l=1 が示唆される → ハロー構造

1n ハロー核の他の候補

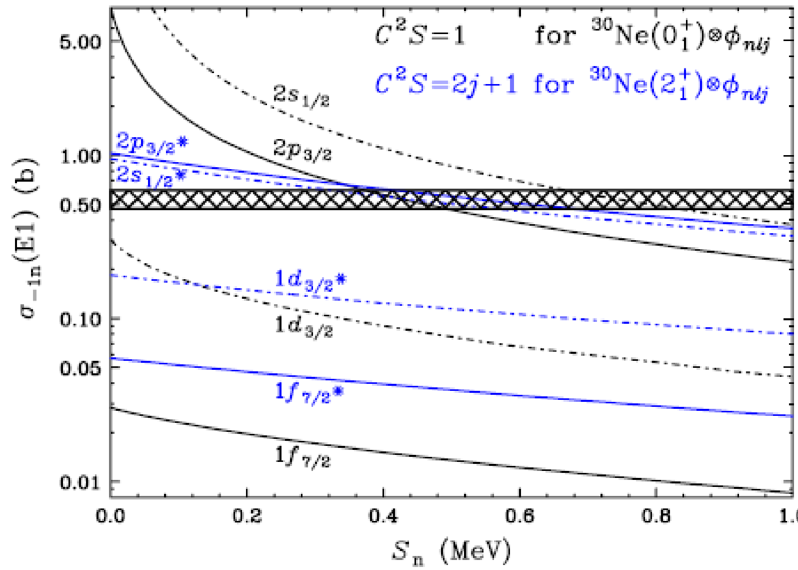
^{19}C: S_n = 0.58(9) MeV



^{19}C のクーロン分解反応

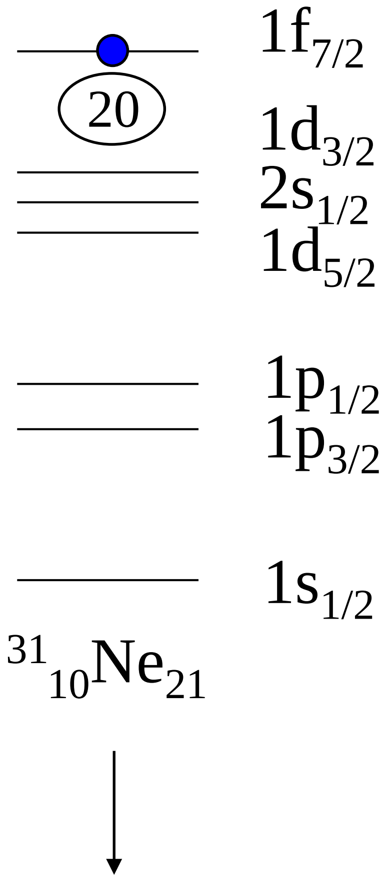
T. Nakamura et al., PRL83(‘99)1112

^{31}Ne: S_n = 0.29 +/- 1.64 MeV



大きなクーロン分解反応の断面積

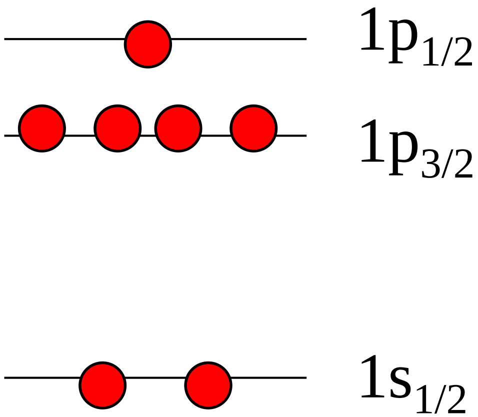
T. Nakamura et al.,
PRL103(‘09)262501



^{31}Ne がハロー構造を
持つためには球形だと
ダメ (f 波なので）

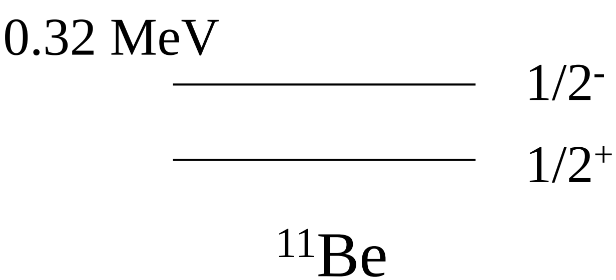
原子核の変形

球形ポテンシャルの準位

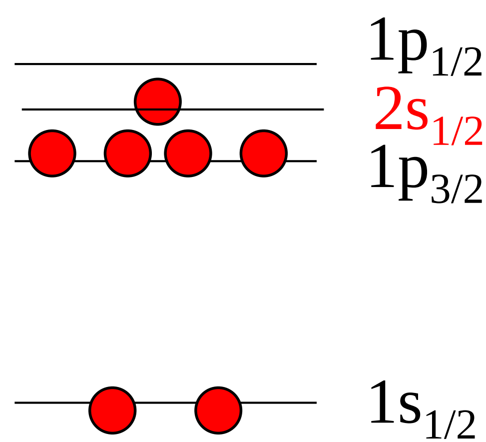


^{11}Be の基底状態は $I^{\pi} = 1/2^{-}$

実際の ^{11}Be の準位

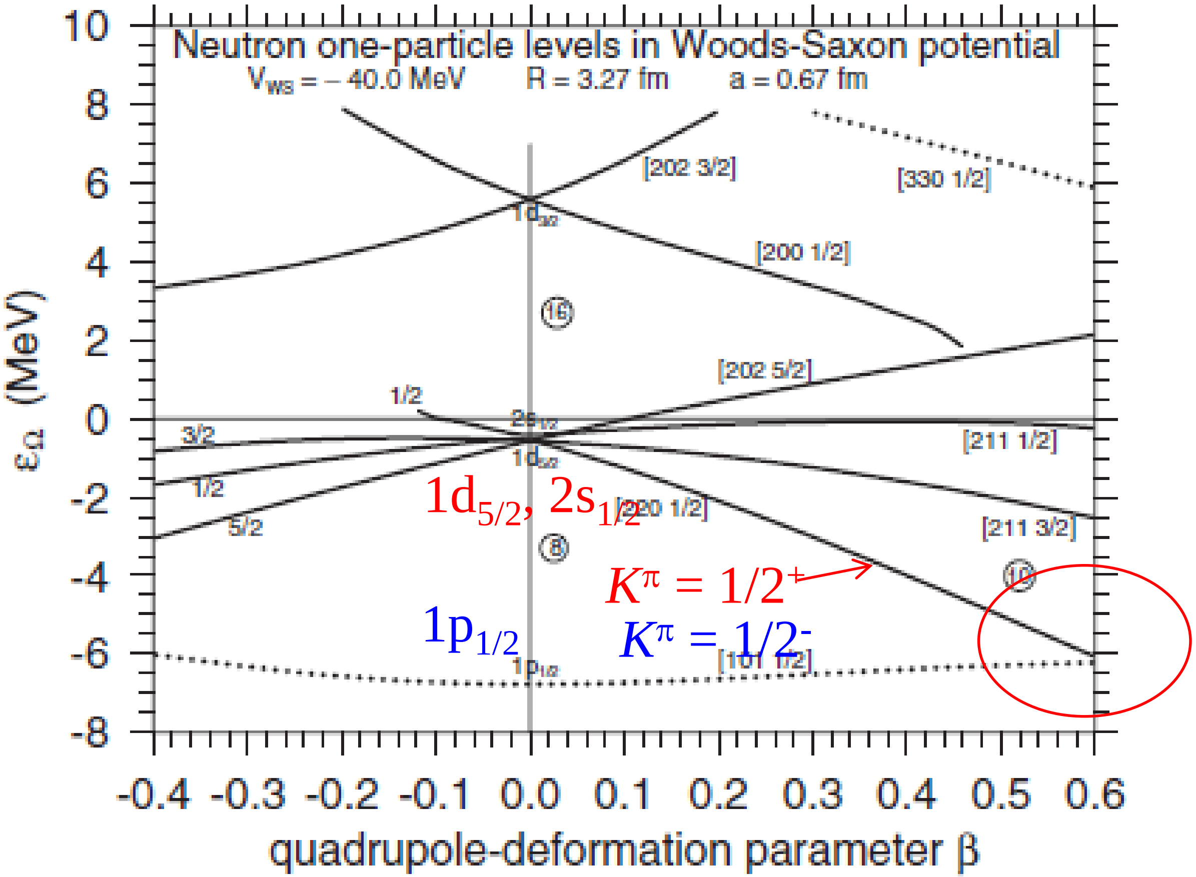


?



"parity inversion"

^{11}Be は変形している? ⟶ 変形したポテンシャル中の一粒子運動



← 変形度が大きくなると正パリティ状態と負パリティ状態が確かに逆転する

I. Hamamoto, J. Phys. G37('10)055102

変形核では様々な l の成分が混ざる:

$$\begin{aligned}\Psi_{K^\pi=0^+}(\boldsymbol{r}) &= R_0(r)Y_{00}(\hat{\boldsymbol{r}}) + R_2(r)Y_{20}(\hat{\boldsymbol{r}}) \\ &\quad + R_4(r)Y_{40}(\hat{\boldsymbol{r}}) + \cdots\end{aligned}$$

s-wave dominance 現象

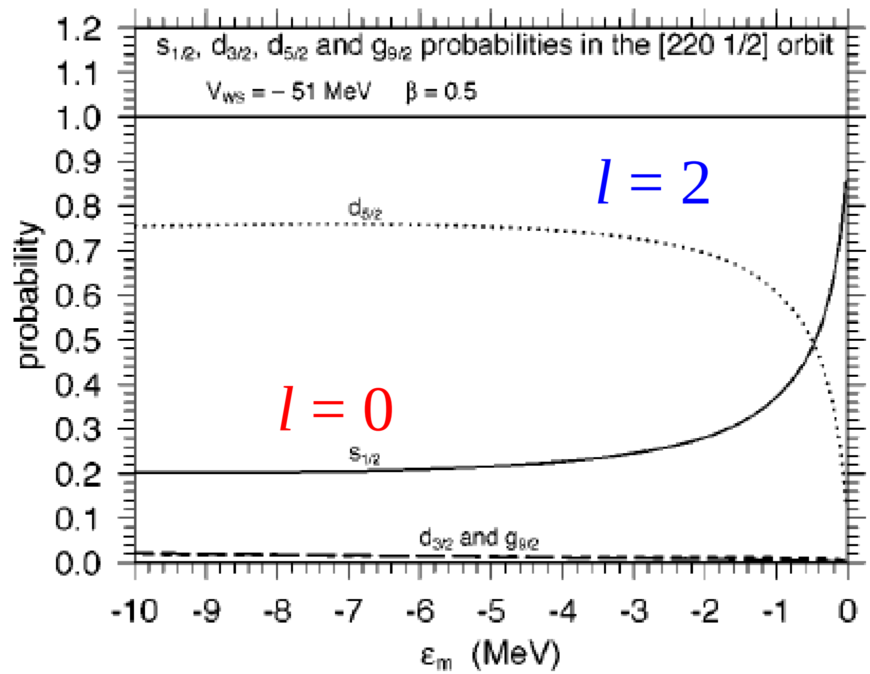
変形核では様々な *l* の成分が混ざる:

$$\Psi_{K^\pi=0^+}(\boldsymbol{r}) = R_0(r)Y_{00}(\hat{\boldsymbol{r}}) + R_2(r)Y_{20}(\hat{\boldsymbol{r}}) + R_4(r)Y_{40}(\hat{\boldsymbol{r}}) + \cdots$$

束縛が弱くなると、どんなに小さな変形においても、$l = 0$ の項がドミナントになる。

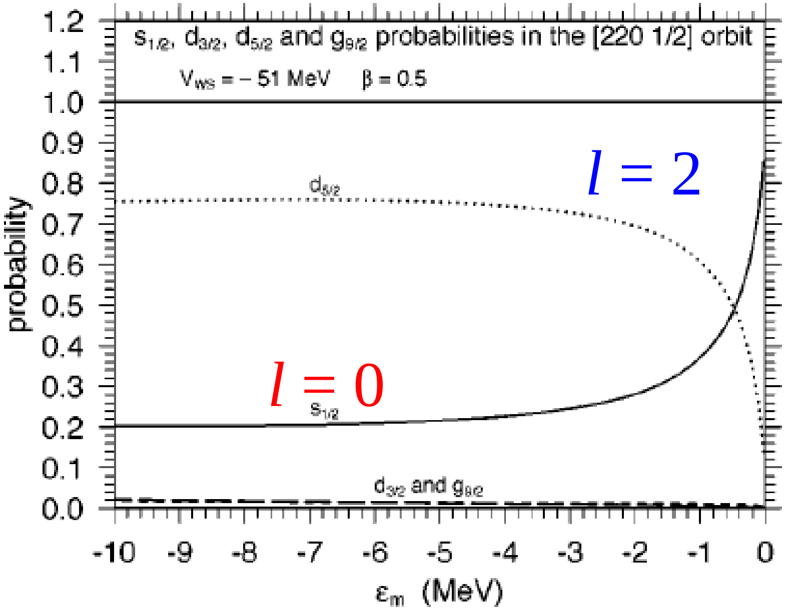
（束縛エネルギーがゼロの極限では $l = 0$ の成分が 100%）

T. Misu, W. Nazarewicz, and S. Aberg, NPA614('97)44

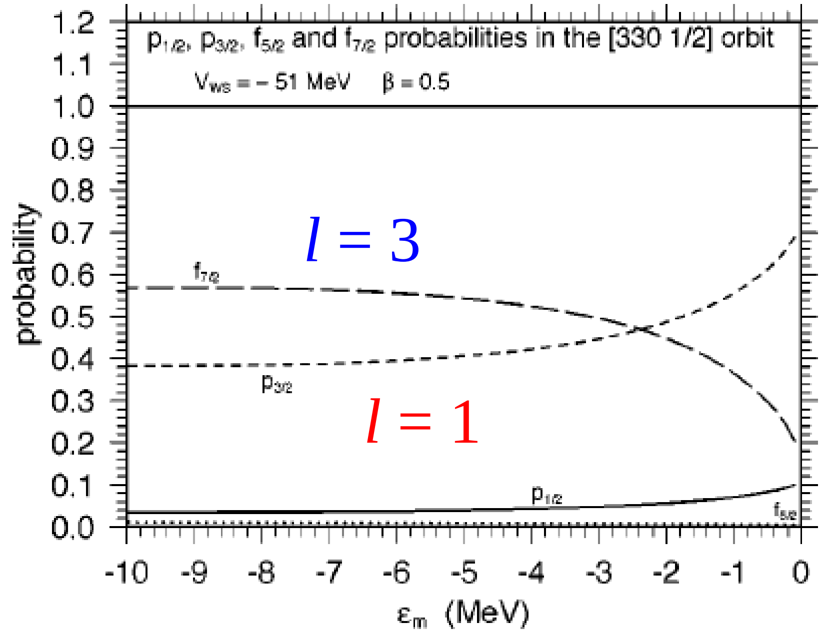


I. Hamamoto, PRC69('04)041306(R)

s-wave dominance 現象



I. Hamamoto, PRC69(‘04)041306(R)

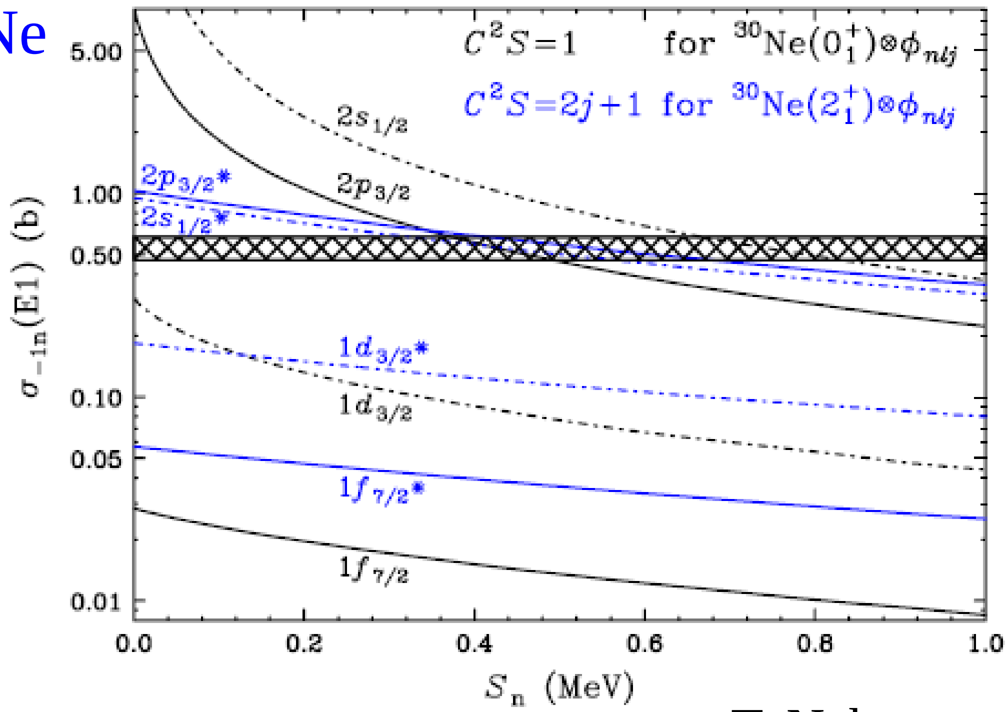


$l = 1$ の成分も同様に弱束縛で増大（但し 100% にはならない）

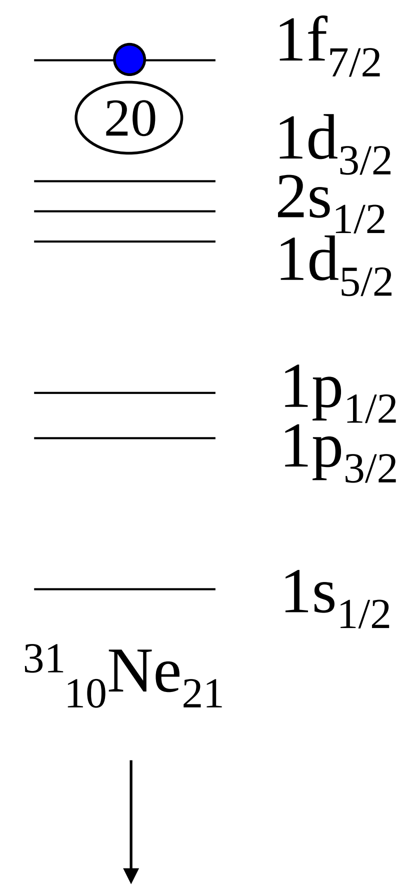
➡ 変形したハロー核の可能性: ^{31}Ne

変形ハロー核

^{31}Ne



T. Nakamura et al.,
PRL103(‘09)262501



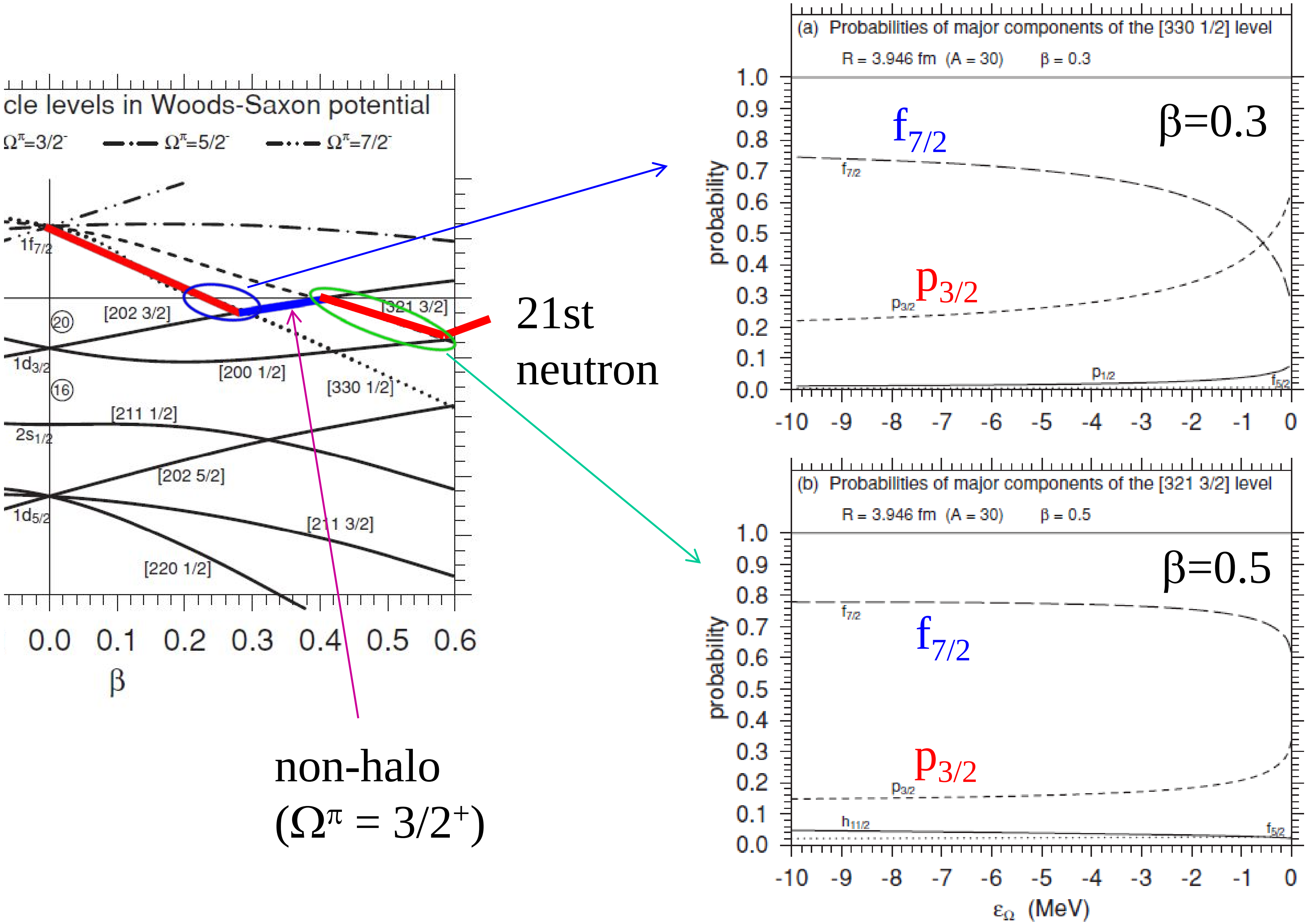
大きなクーロン分解反応の断面積

→ ハロー構造を示唆

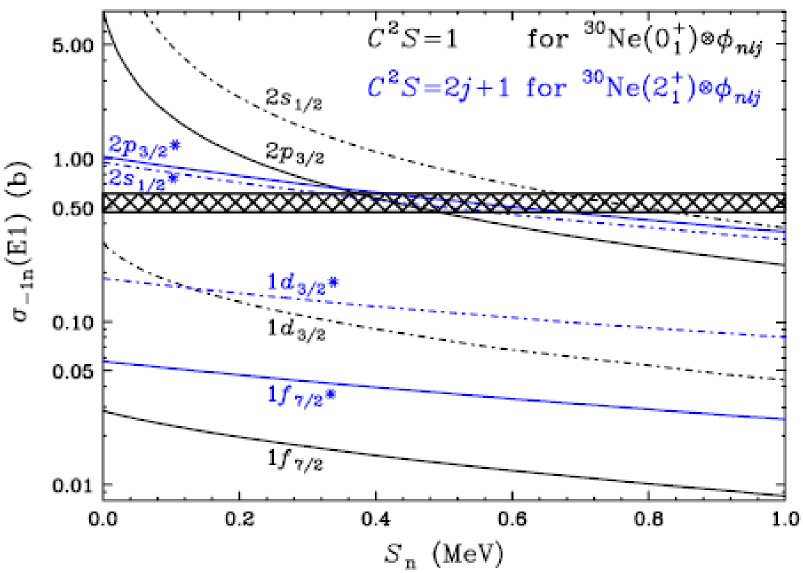
^{31}Ne がハロー構造を
持つためには球形だと
ダメ (f 波なので)

→ 変形?

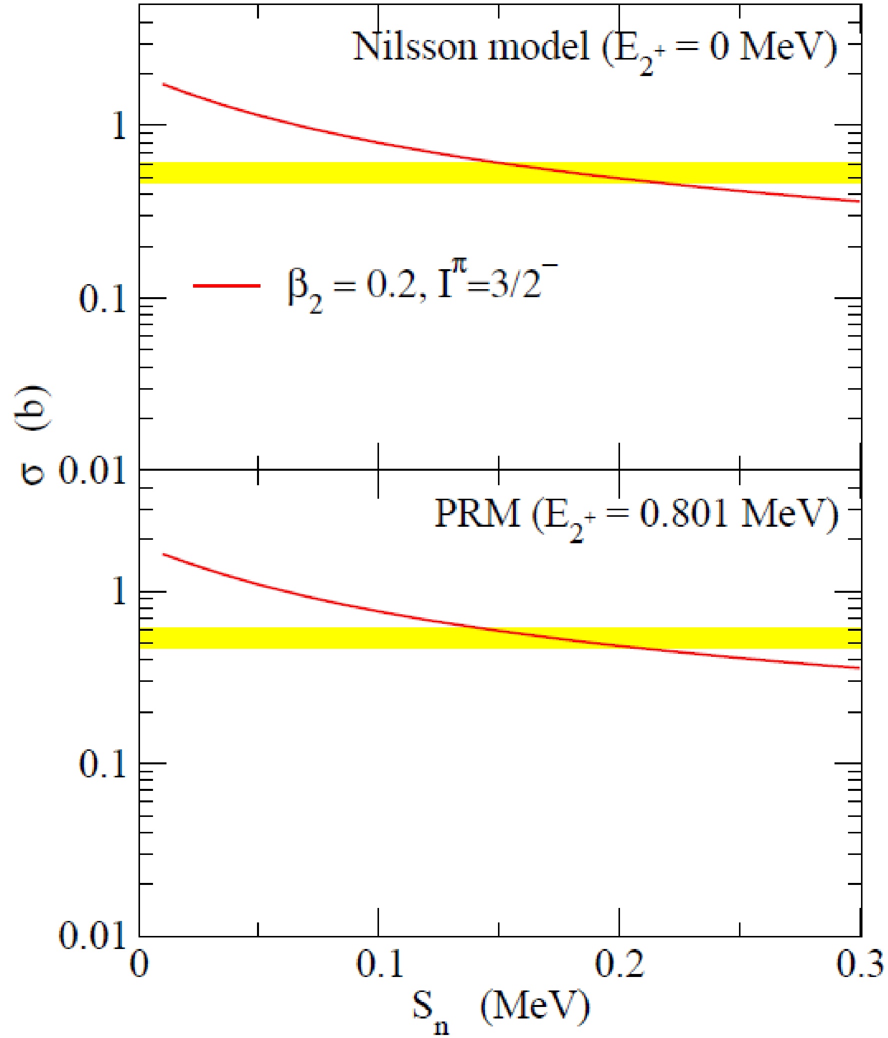
Nilsson model analysis [I. Hamamoto, PRC81('10)021304(R)]



^{31}Ne



T. Nakamura et al.,
PRL103(‘09)262501



大きなクーロン分解反応の
断面積

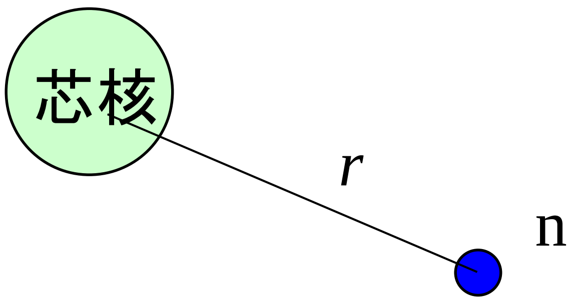
E_{2+} (^{30}Ne) = 0.801(7) MeV
P. Doornenbal et al.,
PRL103(‘09)032501

S_n (^{31}Ne) = 0.29 +/- 1.64 MeV

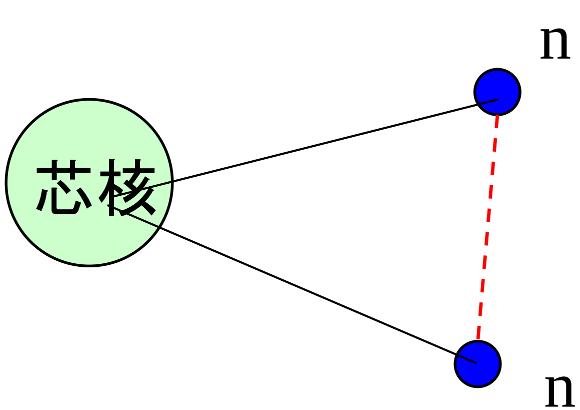
Y. Urata, K.H., and H. Sagawa,
PRC83(‘11)041303(R)

２中性子ハロー核

これまでは、芯核のまわりに中性子が１個ある場合を考えてきた

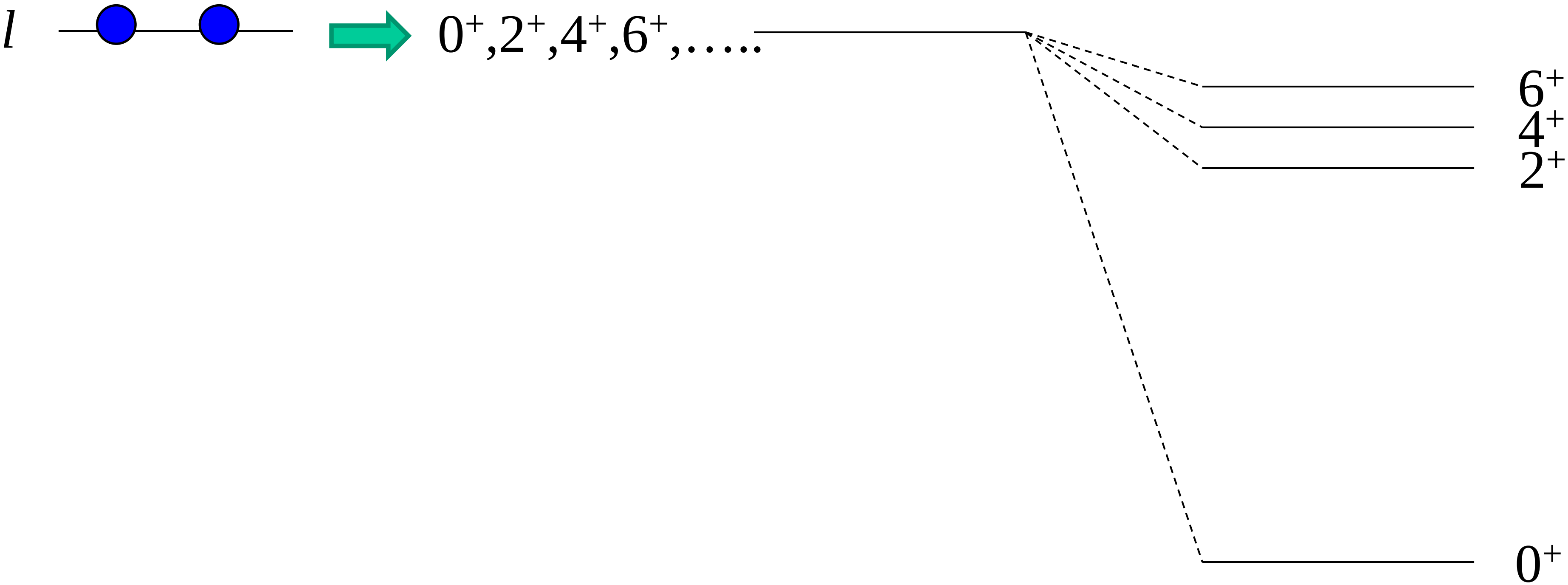


芯核のまわりに中性子が２個あるとどうなる?



2中性子間に働く相互作用の影響は?

対相関(ペアリング)



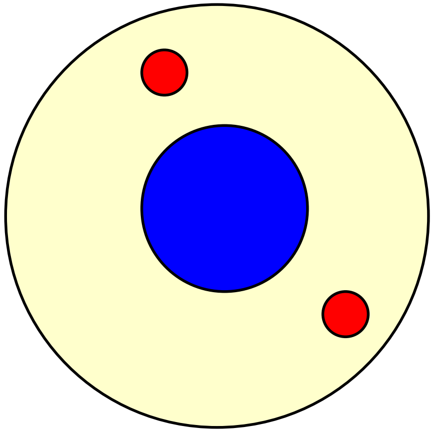
対相関相互作用なし

対相関相互作用あり

原子核の基底状態のスピン

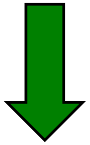
➢偶々核:例外なしに 0^+

ダイ・ニュートロン相関



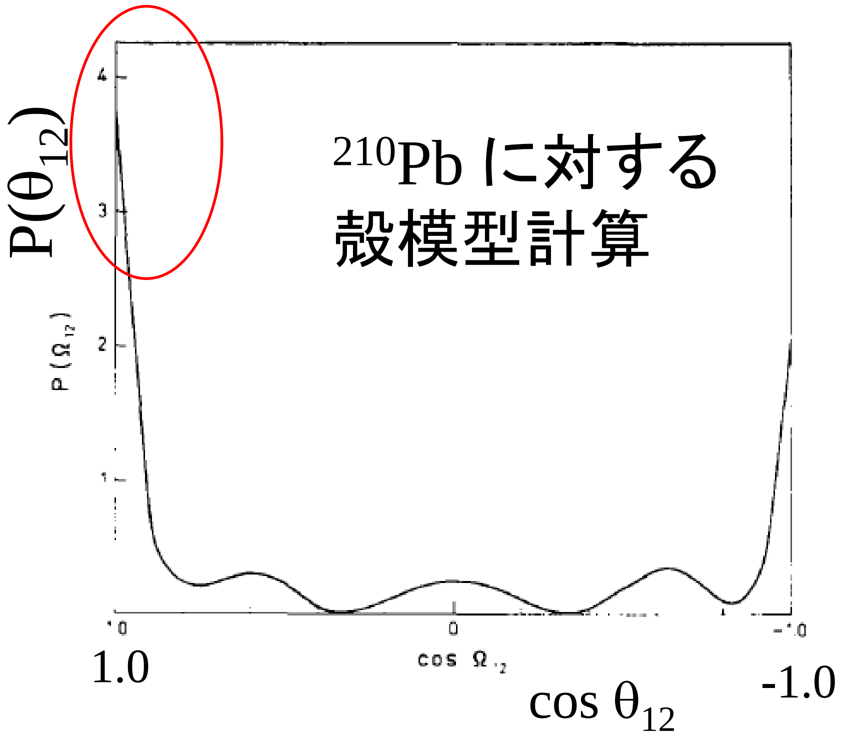
原子核中での2中性子の空間的配置?

独立粒子
→片方の中性子がどこにいようとも関知せず

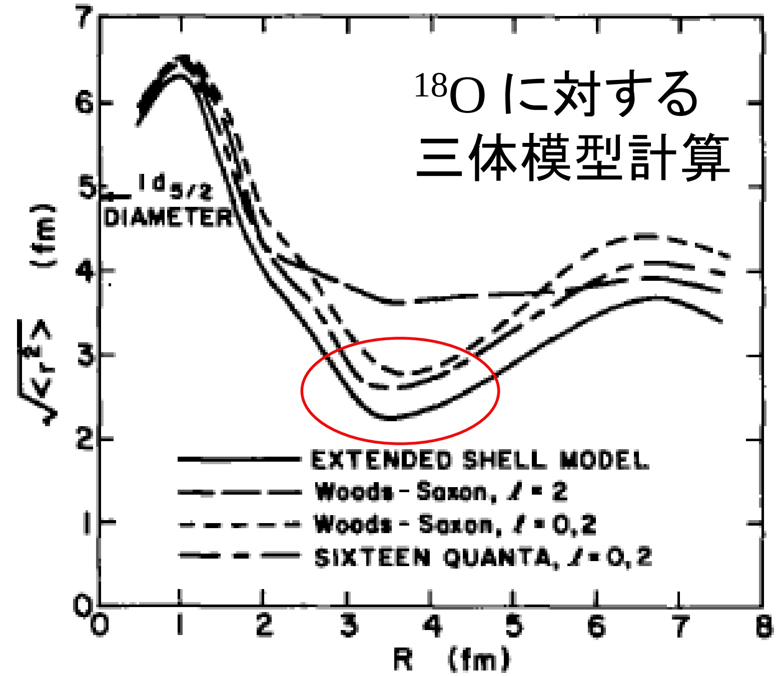


対相関が働くとどうなるか?

この問題はかなり古くから議論されてきた



G.F. Bertsch, R.A. Broglia, and C. Riedel,
NPA91(‘67)123



R.H. Ibarra et al.,
NPA288(‘77)397

2中性子は空間的に局在している（ダイ・ニュートロン相関）

cf. A.B. Migdal, “Two interacting particles in a potential well”,
Soviet J. of Nucl. Phys. 16 (‘73) 238.

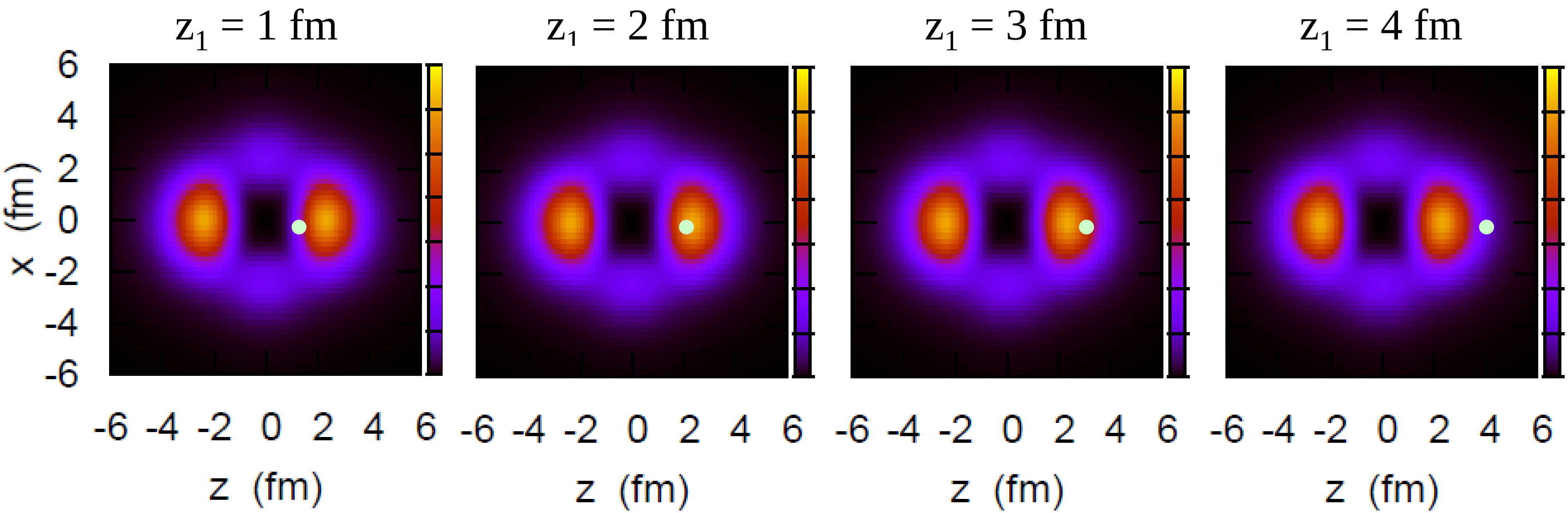
Dineutron 相関とはどういうものか?

相関: $\langle AB \rangle \neq \langle A \rangle \langle B \rangle$

例) $^{18}O = {}^{16}O + n + n$ cf. $^{16}O + n$: 3つの束縛状態($1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$)

i) 2中性子相関がない場合 $|nn\rangle = |(1d_{5/2})^2\rangle$

中性子1を z_1 に置いたときの中性子2の分布:



✓2つの粒子が独立に運動

✓中性子1がどこにいても中性子2の分布は影響されない

$$\langle AB \rangle = \langle A \rangle \langle B \rangle$$

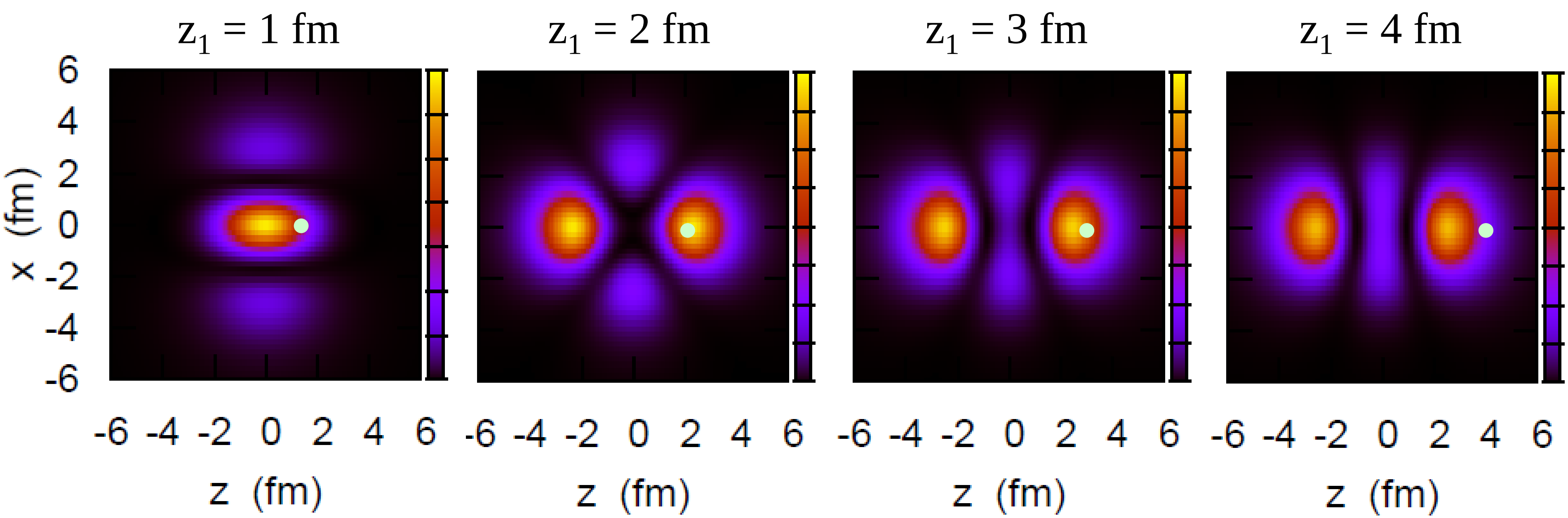
Dineutron 相関とはどういうものか?

相関: $\langle AB \rangle \neq \langle A \rangle \langle B \rangle$

例) ^{18}O = ^{16}O + n + n　　cf. ^{16}O + n : 3つの束縛状態($1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$)

ii) 2中性子相関が同パリティ状態(束縛状態)にのみ働く場合

$$|nn\rangle = \alpha|(1d_{5/2})^2\rangle + \beta|(2s_{1/2})^2\rangle + \gamma|(1d_{3/2})^2\rangle$$



✓中性子1とともに中性子2の分布が変化 (2中性子相関)

✓ただし、中性子2は z_1 と $-z_1$ の両方にピーク

$\longrightarrow$ このようなものは di-neutron 相関とは言わない

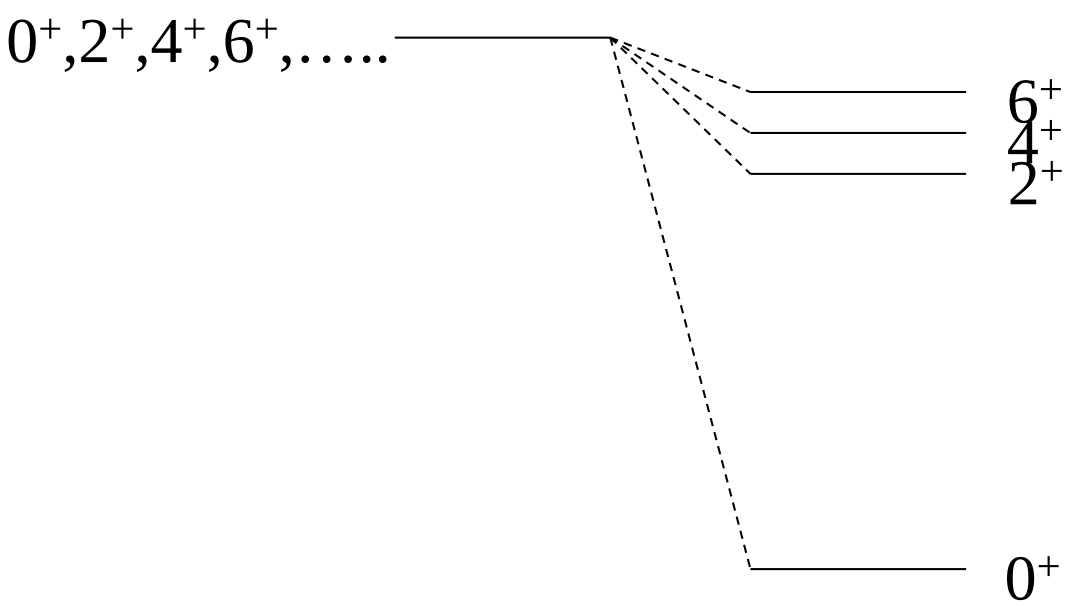
Dineutron 相関とはどういうものか?

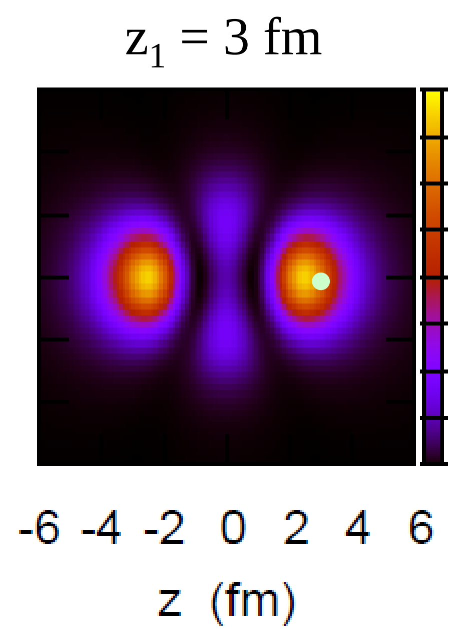
相関:　$\langle AB \rangle \neq \langle A \rangle \langle B \rangle$

例) $^{18}O = {}^{16}O + n + n$　　cf. $^{16}O + n$: 3つの束縛状態($1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$)

ii) 2中性子相関が同パリティ状態(束縛状態)にのみ働く場合

$$|nn\rangle = \alpha|(1d_{5/2})^2\rangle + \beta|(2s_{1/2})^2\rangle + \gamma|(1d_{3/2})^2\rangle$$





ペアリングを適当に効かせても2中性子の空間分布がコンパクトになるとは限らない

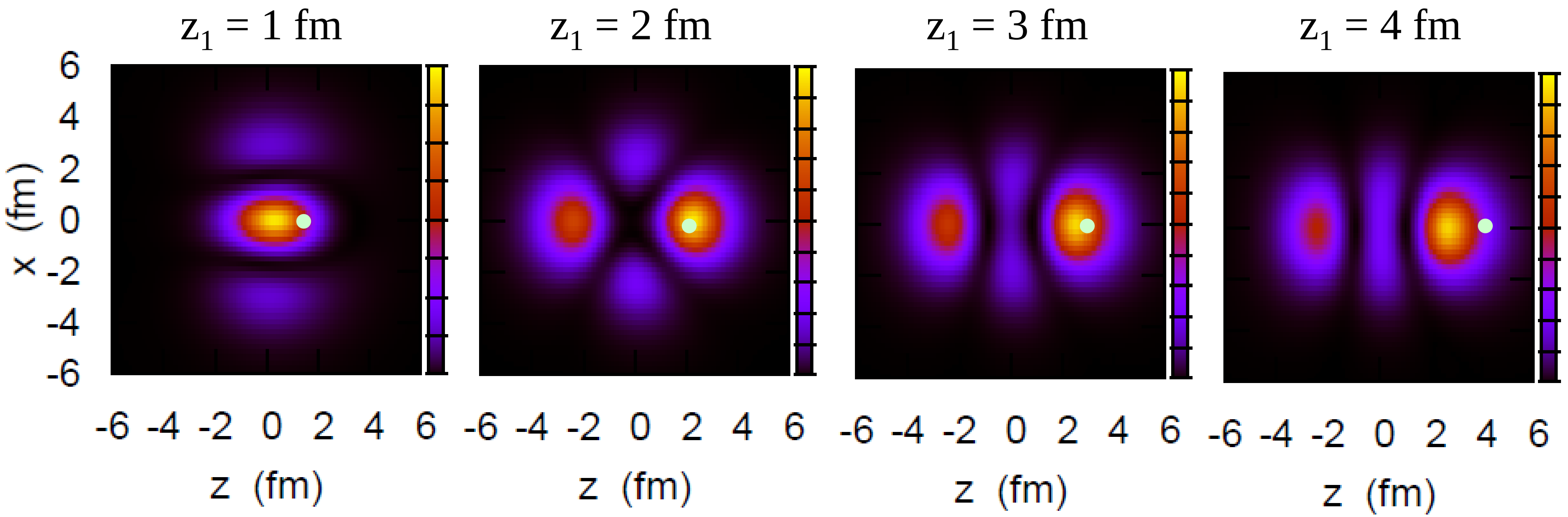
Dineutron 相関とはどういうものか?

相関: $\langle AB \rangle \neq \langle A \rangle \langle B \rangle$

例) $^{18}O = {}^{16}O + n + n$　　cf. $^{16}O + n$: 3つの束縛状態 ($1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$)

iii) 2中性子相関が連続状態にも働く場合

$$|nn\rangle = \sum_{n,n',j,l} C_{nn'jl} |(nn'jl)^2\rangle$$



✓空間的な相関: 中性子2の密度は中性子1側にかたよる

✓パリティ混合が本質的な役割　　(dineutron 相関)

cf. F. Catara, A. Insolia, E. Maglione, and A. Vitturi, PRC29('84)1091

2体波動関数

$$\Psi(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \sum_l R_l(r)R_l(r')[Y_l(\hat{\boldsymbol{r}})Y_l(\hat{\boldsymbol{r}}')]^{(00)}|S=0\rangle$$

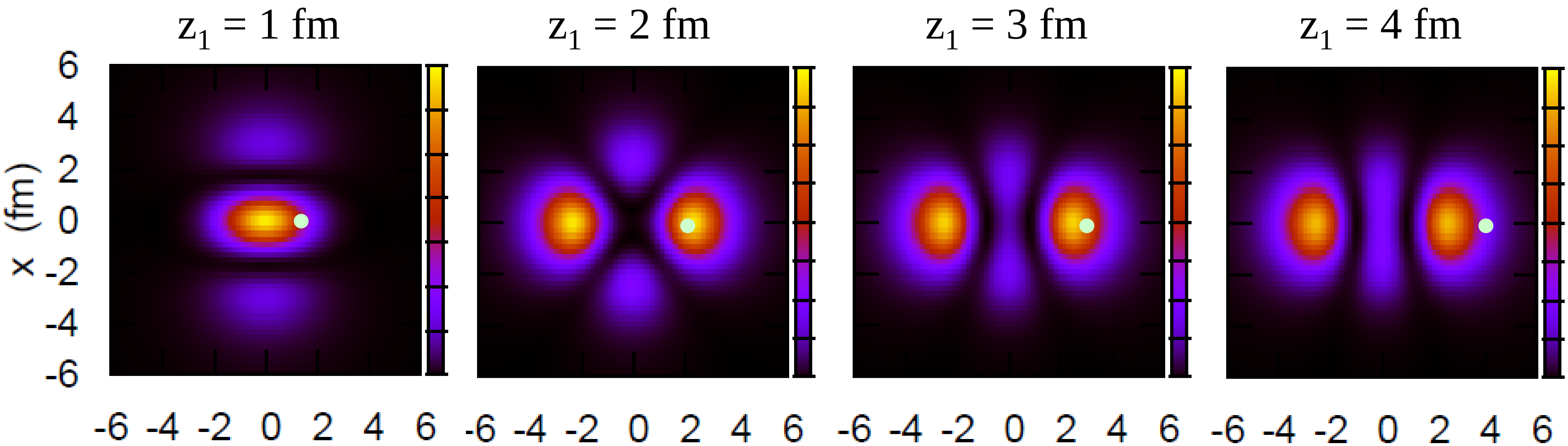
球面調和関数の加法定理

$$\sum_m Y^*_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}) = \frac{2l+1}{4\pi}$$

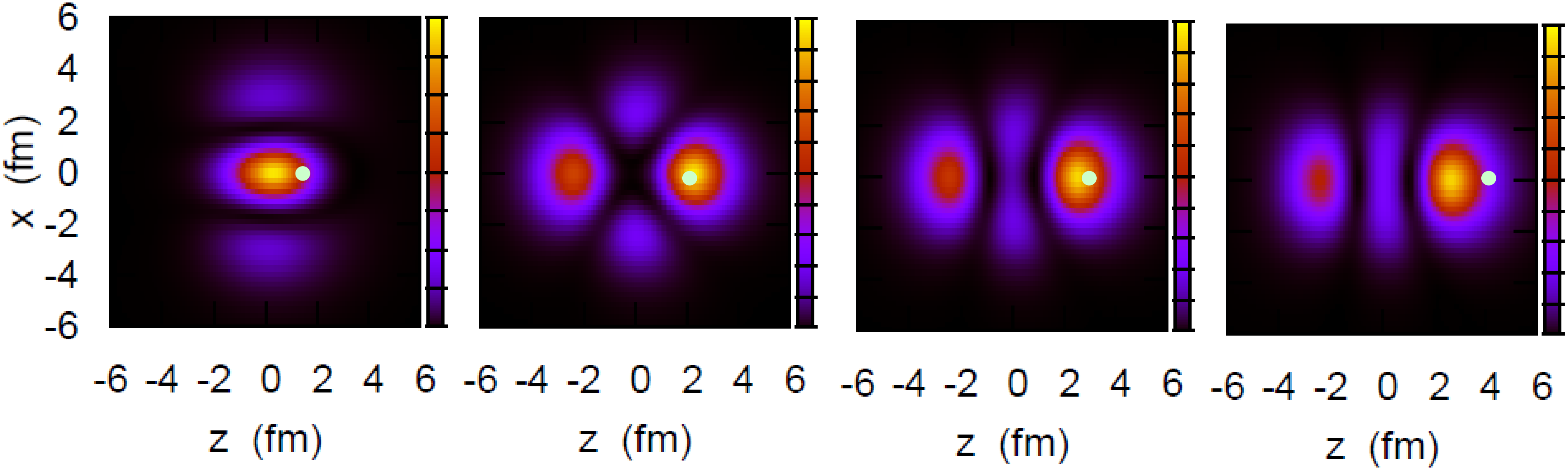
パリティ $\quad Y_{lm}(-\hat{\boldsymbol{r}}) = (-)^l Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})$

例）$^{18}O = {}^{16}O + n + n$　　cf. $^{16}O + n$: 3つの束縛状態（$1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$）

i) 正パリティのみ　⟶　不十分



ii) 正＋負パリティ（束縛＋連続状態）

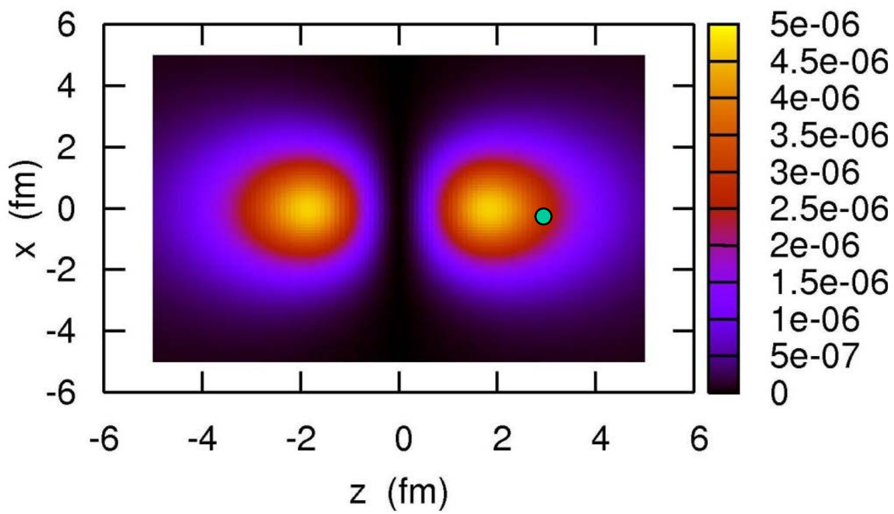


ダイニュートロン相関

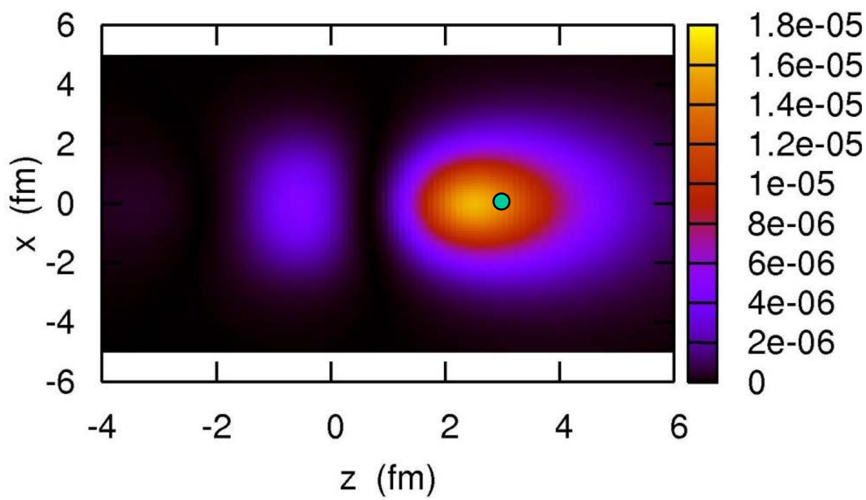
対相関力がある場合とない場合の比較

^{11}Li　1つの中性子を $(z_1, x_1)=(3.4\ \mathrm{fm}, 0)$ に置いたときのもう一つの中性子の分布

対相関がない場合 $[1p_{1/2}]^2$

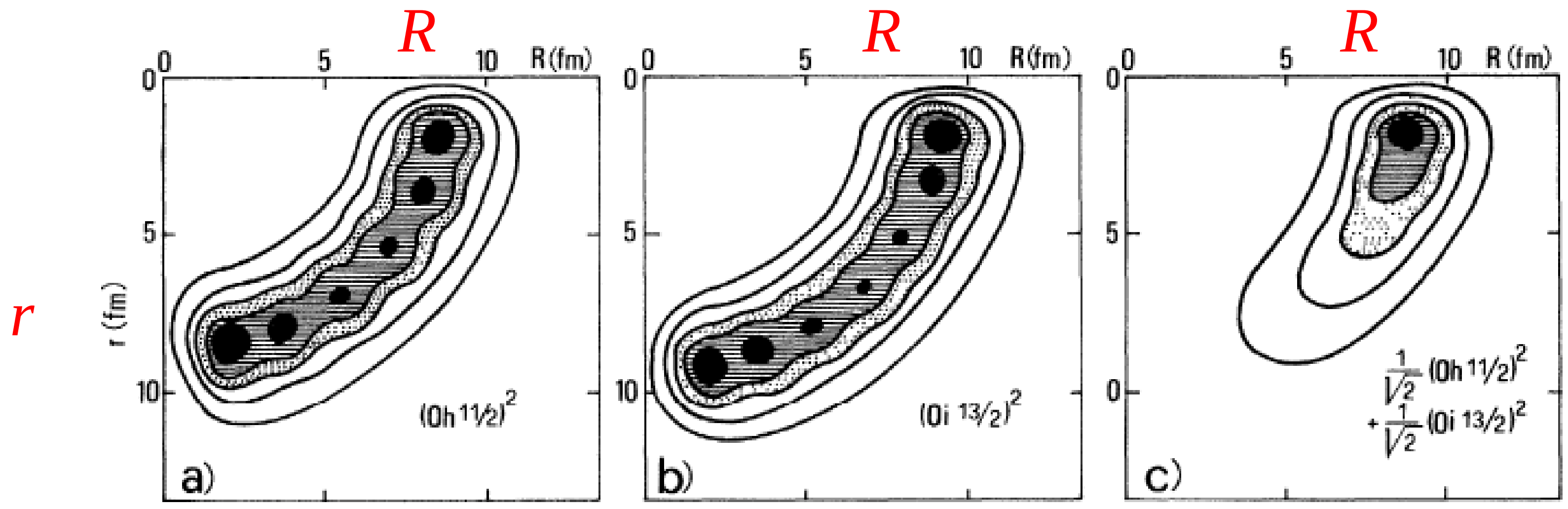


対相関がある場合



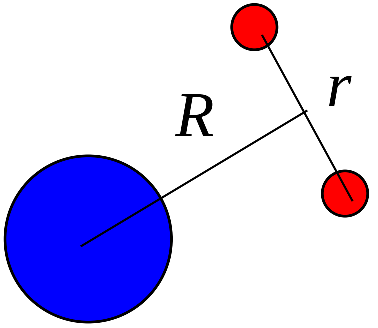
- 対相関がないと、z と $-z$ で対称的な分布。片方の中性子がどこにいても分布は変わらない。
- 対相関があると、2つの中性子は近くにいる。1つの中性子の場所が変わると、もう1つも変わる。

dineutron 相関は異なるパリティ状態の混合によって生じる



$(0h_{11/2})^2$ $(0i_{13/2})^2$ $\frac{1}{\sqrt{2}}(0h_{11/2})^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(0i_{13/2})^2$

F. Catara, A. Insolia, E. Maglione, and A. Vitturi, PRC29(‘84)1091



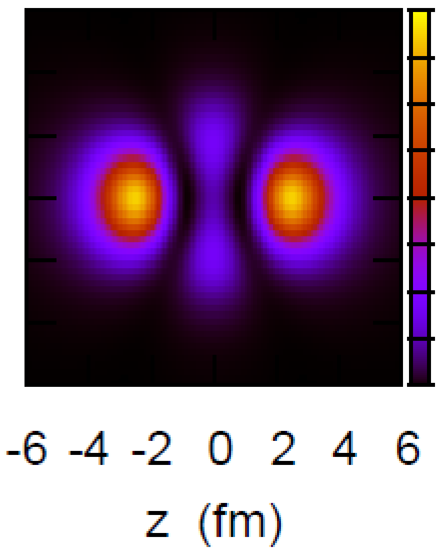
2中性子は空間的に局在（dineutron相関）

cf. Migdal, Soviet J. of Nucl. Phys. 16 (‘73) 238
Bertsch, Broglia, Riedel, NPA91(‘67)123

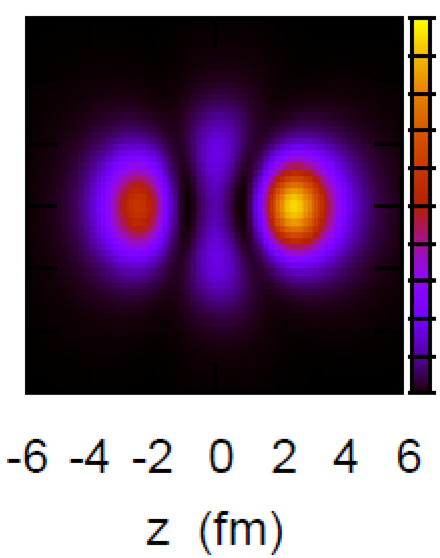
弱束縛核

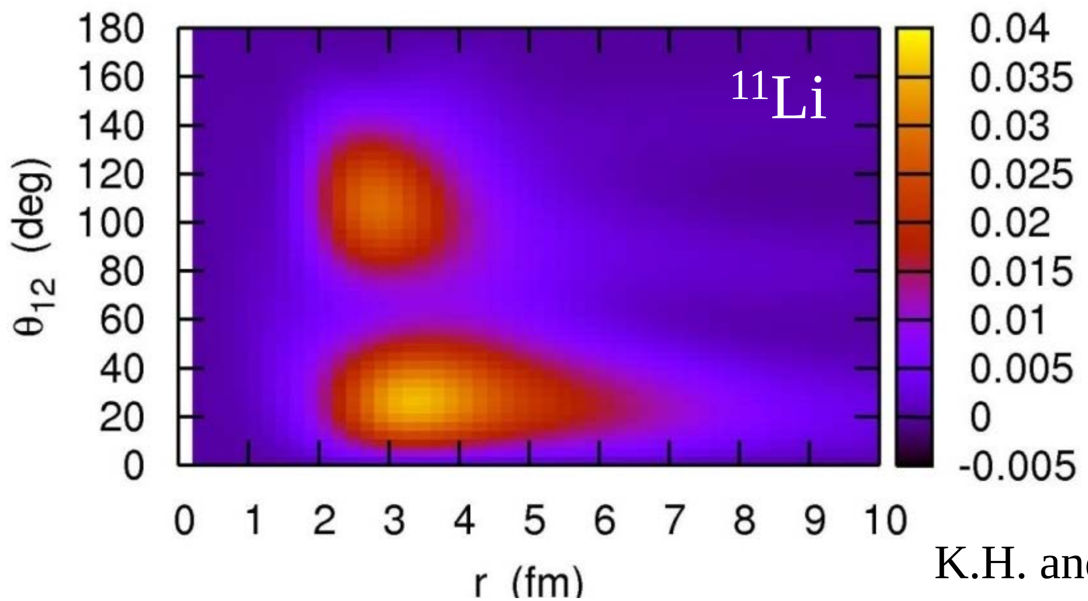
→連続状態のためにパリティ混合が起きやすい
＋ 表面領域における対相関力の増大
→dineutron 相関が増幅される

cf. - Bertsch, Esbensen, Ann. of Phys. 209(’91)327
- M. Matsuo, K. Mizuyama, Y. Serizawa, PRC71(‘05)064326



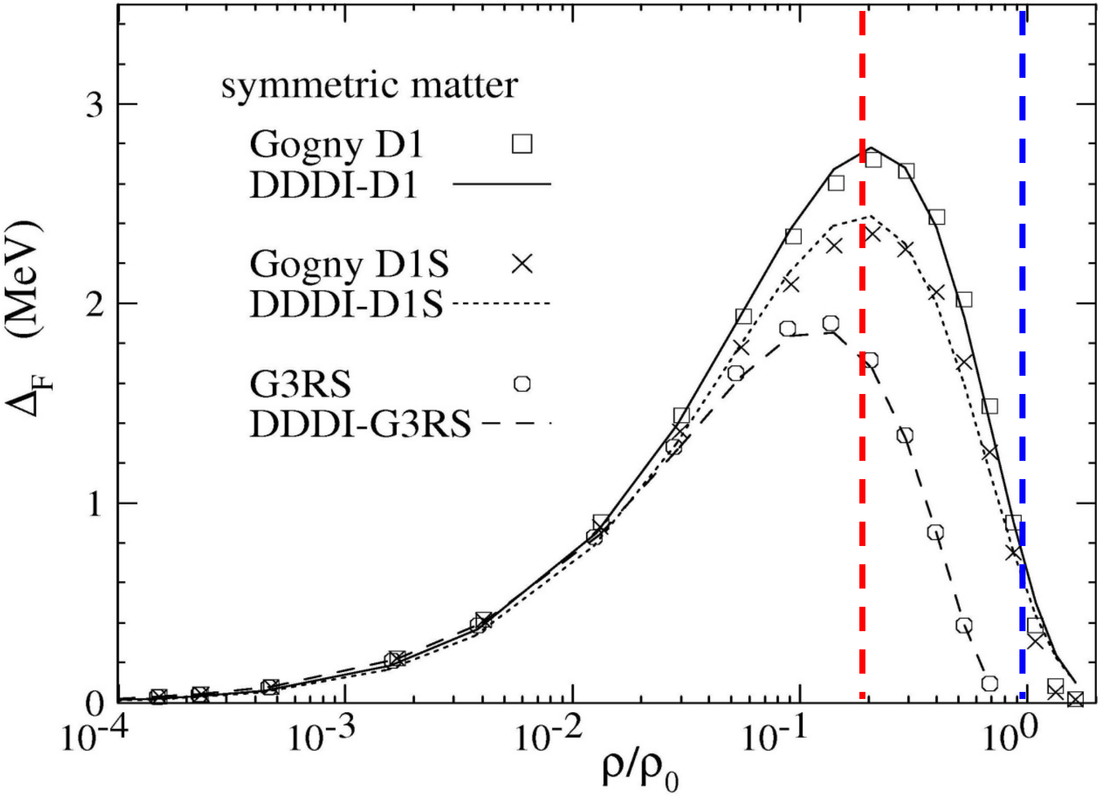
パリティ混合





K.H. and H. Sagawa, PRC72(’05)044321

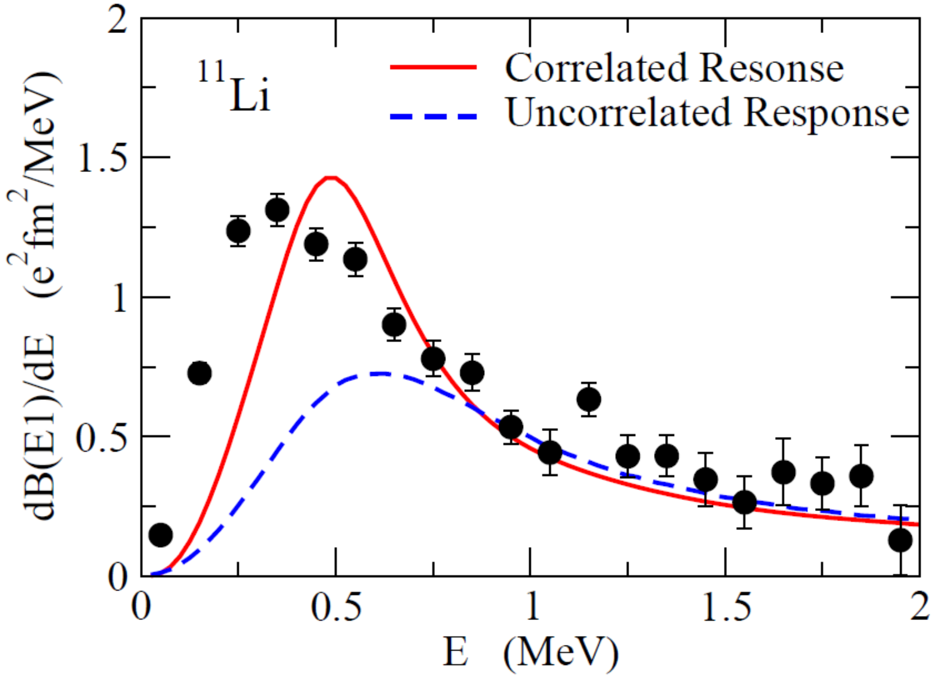
無限核物質の対ギャップ

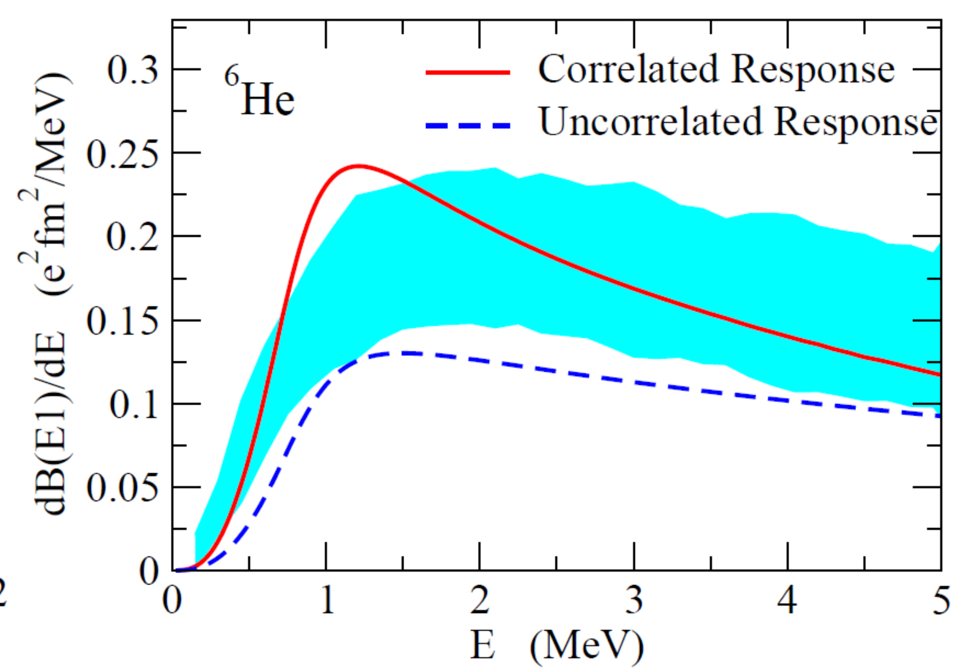


M. Matsuo, PRC73('06)044309

2中性子ハロー核のクーロン分解

外的刺激を与えて放出2粒子(2中性子)を観測する ⟶ クーロン分解





実験:

T. Nakamura et al., PRL96('06)252502

T. Aumann et al., PRC59('99)1252

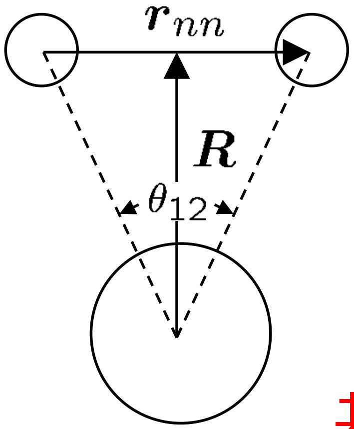
三体模型計算:

K.H., H. Sagawa, T. Nakamura, S. Shimoura, PRC80('09)031301(R)

cf. Y. Kikuchi et al., PRC87('13)034606 ⟵ ^{9}Li の構造

他にも ^{22}C, ^{14}Be, ^{19}B など (T. Nakamura et al.)

ボロミアン原子核の幾何学

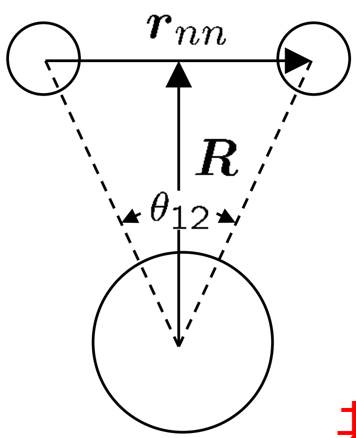


クラスター和則

$$B_{\rm tot}(E1) \sim \frac{3}{\pi}\left(\frac{Z_c e}{A_c+2}\right)^2 \langle R^2 \rangle$$

基底状態の相関のみが反映

ボロミアン原子核の幾何学

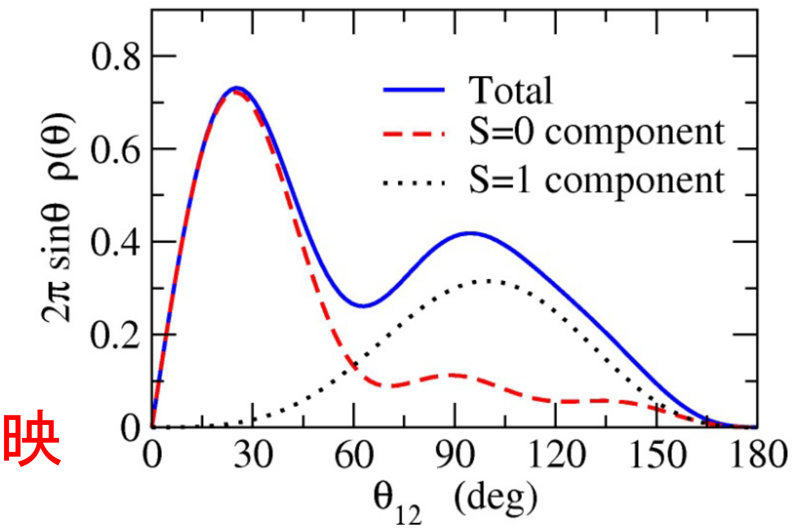


クラスター和則

$$B_{\rm tot}(E1) \sim \frac{3}{\pi}\left(\frac{Z_c e}{A_c+2}\right)^2 \langle R^2\rangle$$

基底状態の相関のみが反映

3体模型計算 (^{11}Li)



$$\langle\theta_{12}\rangle = 65.29 \quad \text{deg.}$$

nn 間角度の「実験値」

$\sqrt{\langle R^2\rangle} \longleftarrow$ $B_{\rm tot}$(E1)

$\sqrt{\langle r_{\rm nn}^2\rangle} \longleftarrow$ matter radius or HBT

$$\langle\theta_{12}\rangle = 65.2 \pm 12.2 \;\; (^{11}\text{Li})$$
$$= 74.5 \pm 12.1 \;\; (^{6}\text{He})$$

K.H. and H. Sagawa,PRC76('07)047302

$\langle\theta_{12}\rangle$ が90度より著しく小

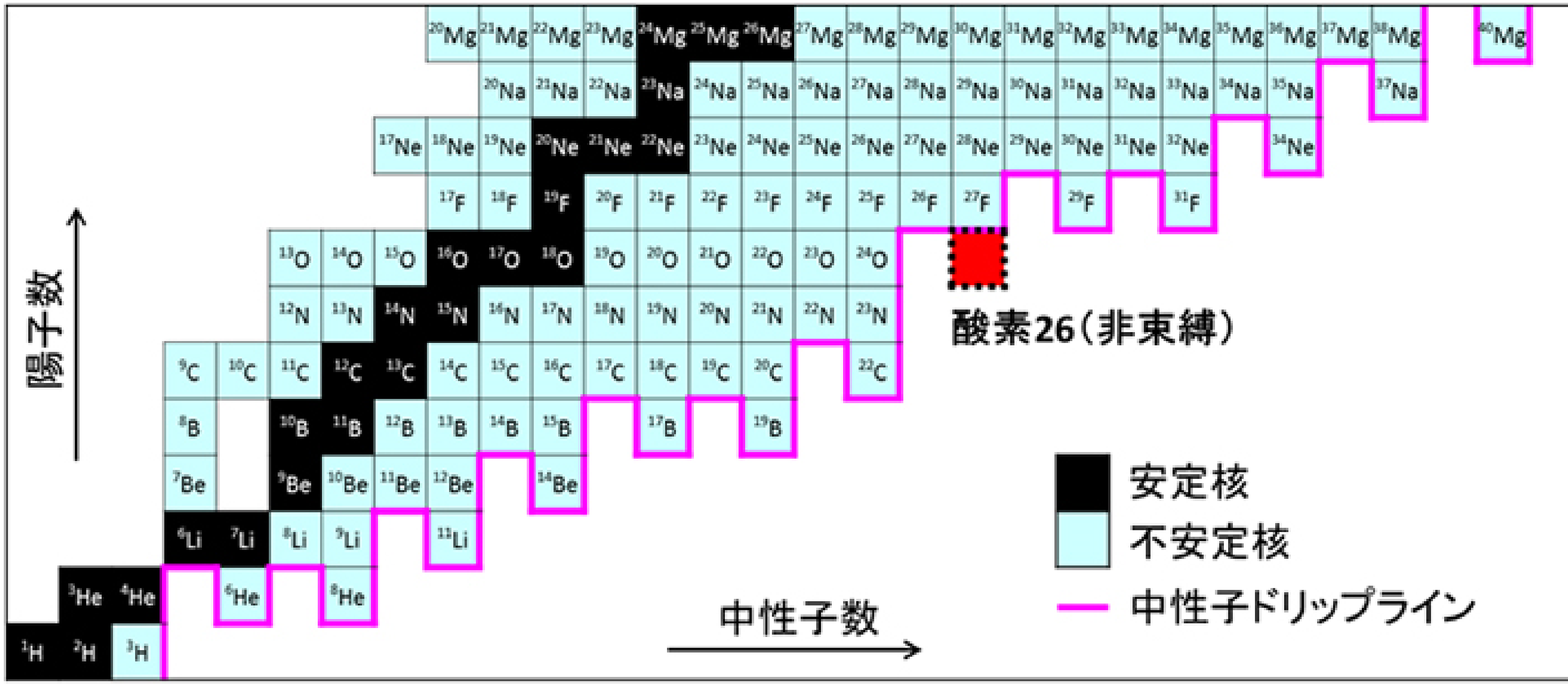
↓

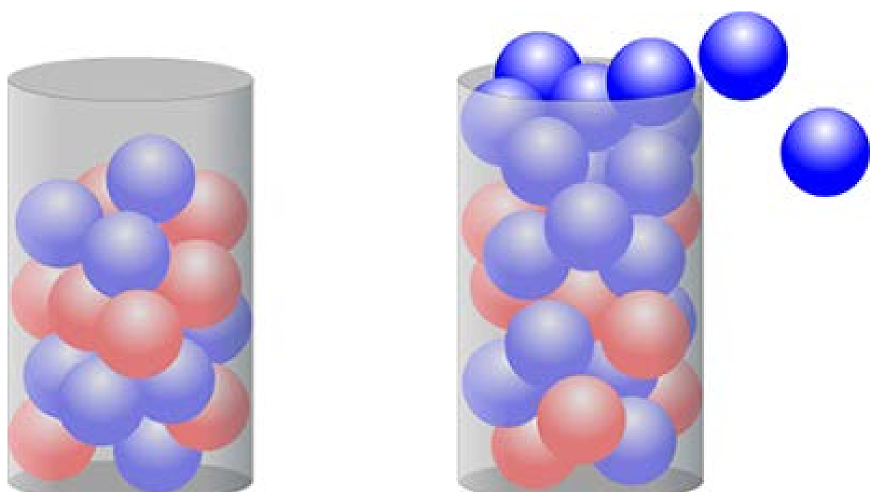
di-neutron 相関を示唆

(ただし、大きい角度の成分が混ざって見えている)

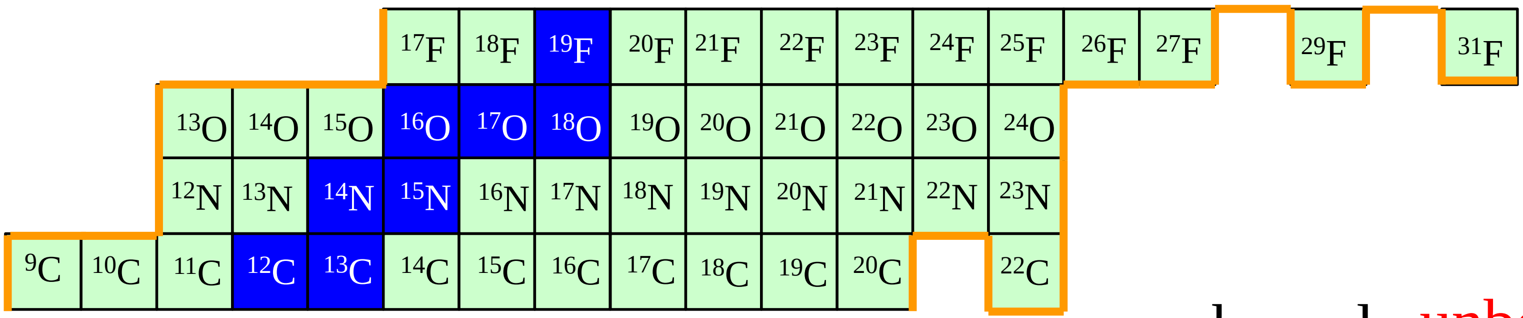
cf. T. Nakamura et al., PRL96('06)252502
C.A. Bertulani and M.S. Hussein, PRC76('07)051602

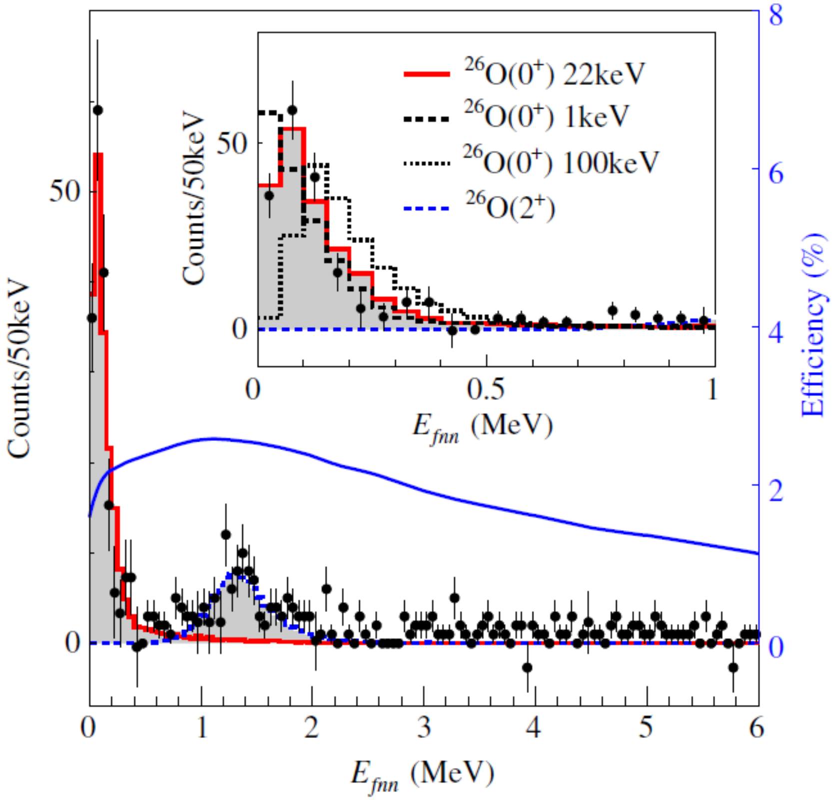
2中性子ハロー核の最新の話題：非束縛核 ^{26}O の2n 崩壊



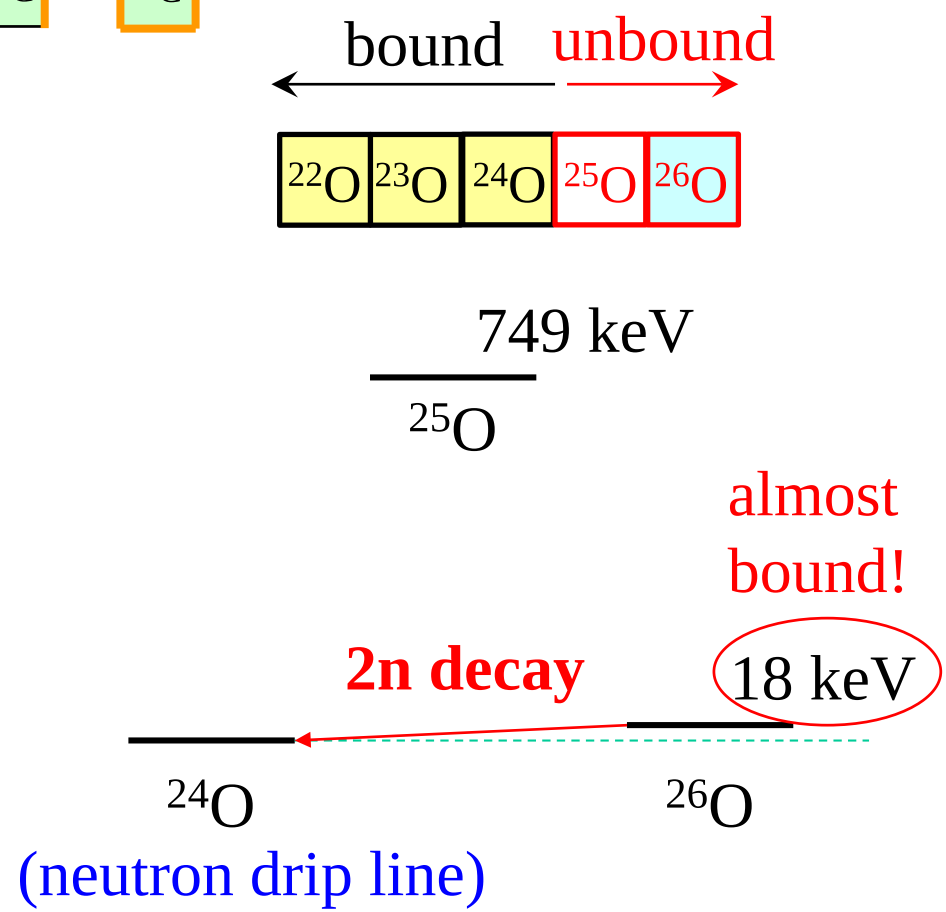


中性子ドリップ線を超えた非束縛核の2中性子放出崩壊





Y. Kondo et al., PRL116('16)102503

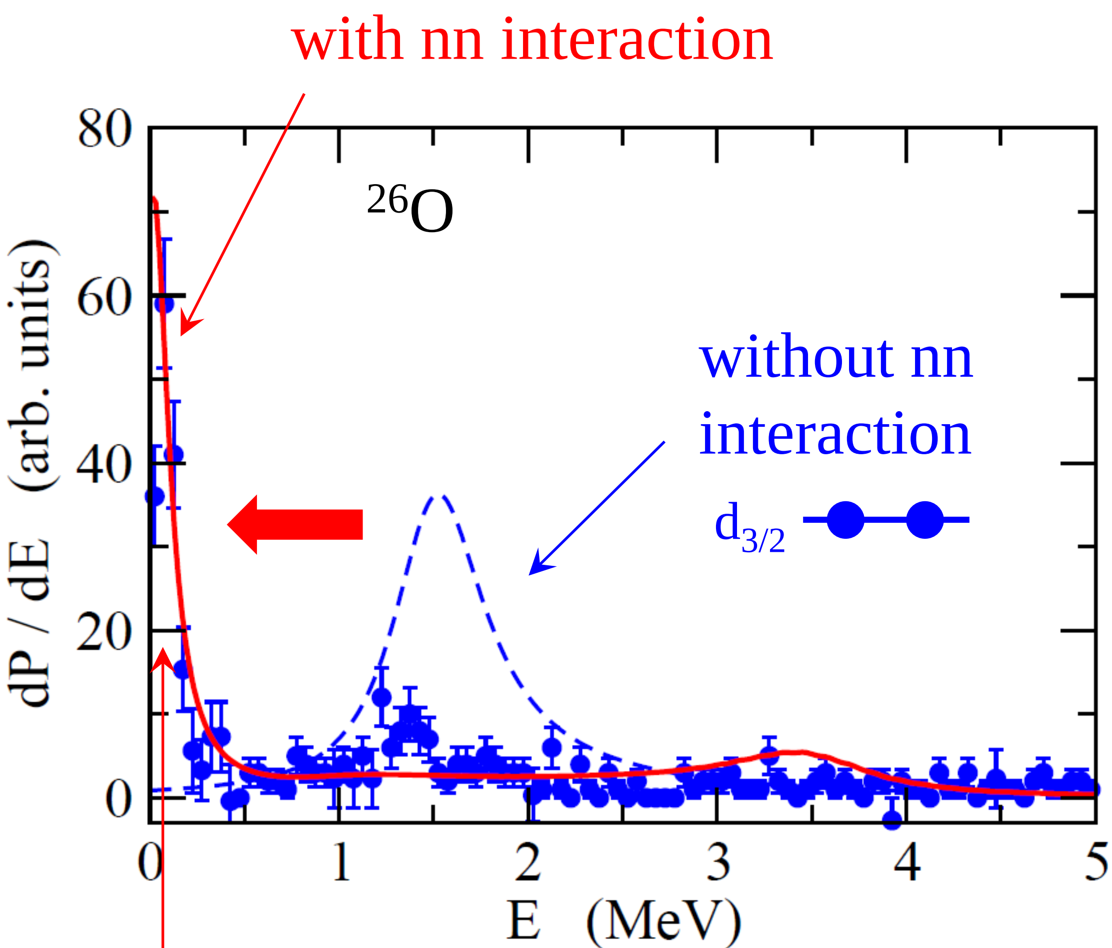


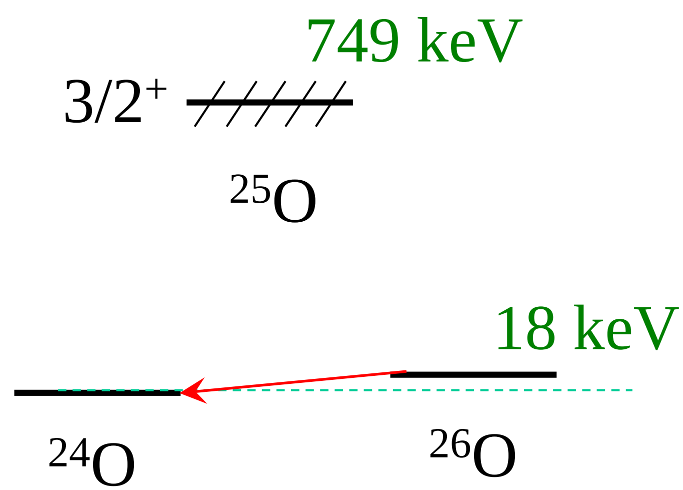
Decay energy spectrum

three-body model calculations

K.H. and H. Sagawa,

- PRC89 ('14) 014331
- PRC93('16)034330



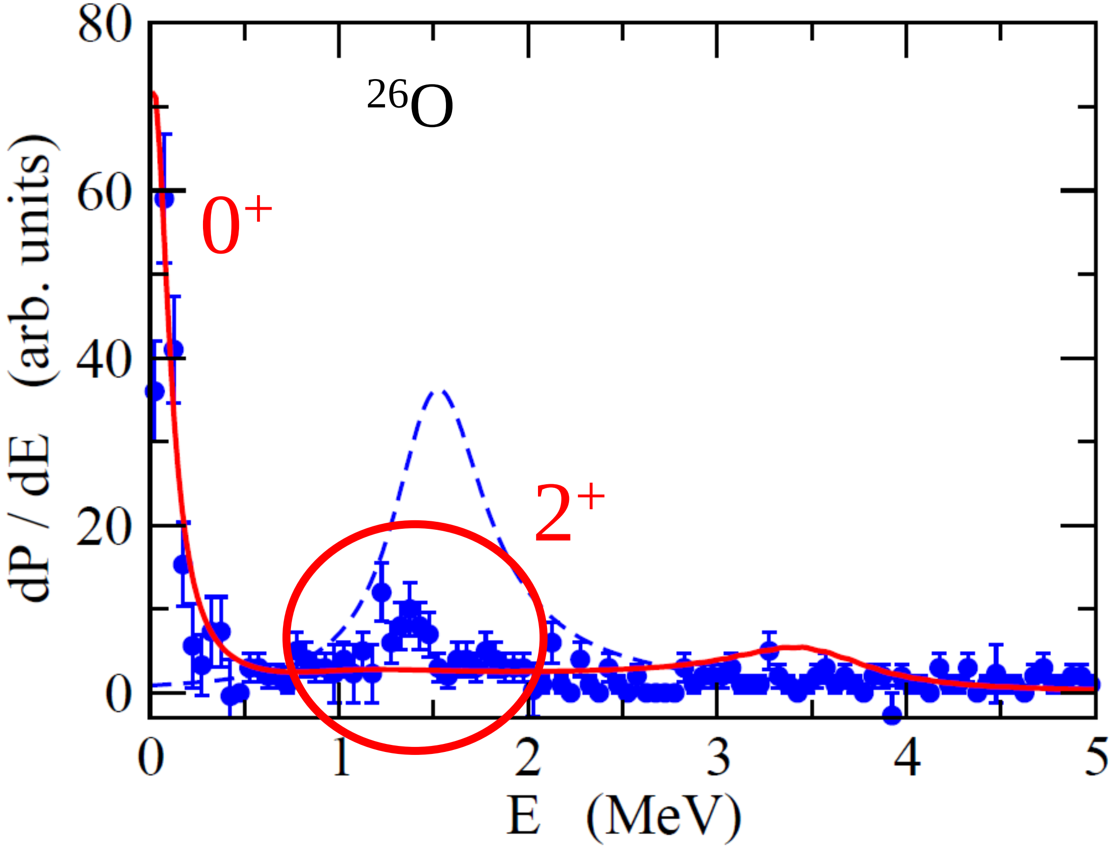


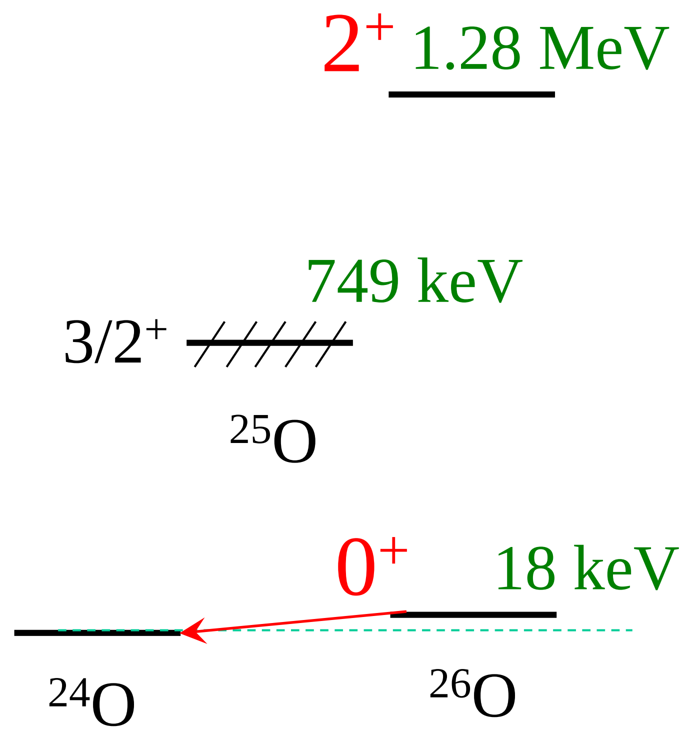
E_{peak} = 18 keV

Data: Y. Kondo et al., PRL116('16)102503

Decay energy spectrum

K.H. and H. Sagawa,
- PRC89 ('14) 014331
- PRC93('16)034330

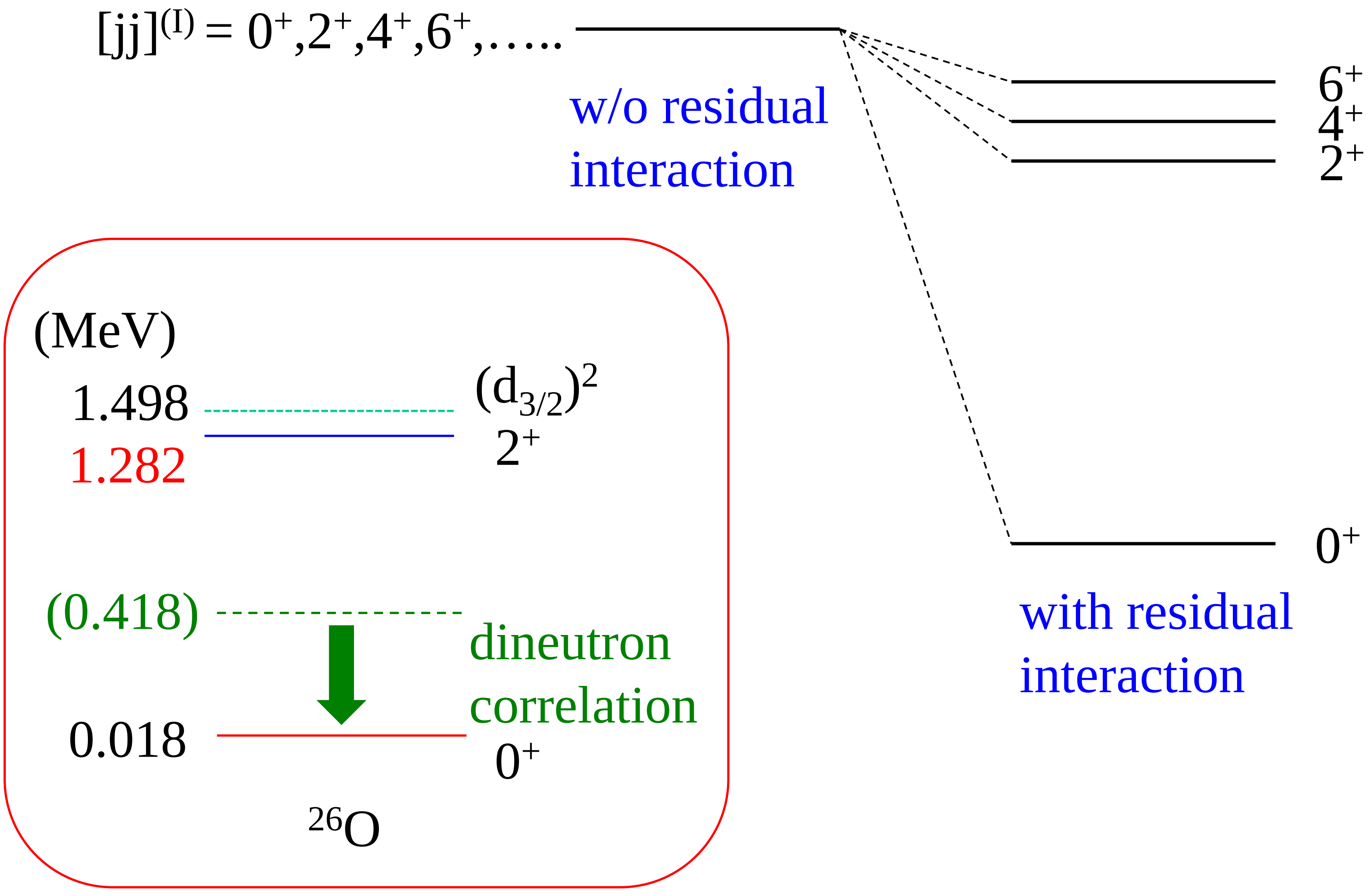




a prominent second peak
at $E = 1.28\,^{+0.11}_{-0.08}$ MeV

Data: Y. Kondo et al., PRL116('16)102503

a textbook example of pairing interaction!



レポート問題7

s-波 (l=0) の束縛状態を考える。ポテンシャルがほぼゼロとみなせる点を R とすると、$r > R$ における波動関数は

$$\Psi(\boldsymbol{r}) = A\frac{e^{-\kappa r}}{r}Y_{00}(\hat{\boldsymbol{r}})\chi_{\mathrm{spin}}$$

で与えられる。ここで、A は定数、χ_{spin} はスピン波動関数である。また、m を粒子の質量、ε を束縛状態のエネルギーとして

$$\kappa = \sqrt{2m|\epsilon|/\hbar^2}$$

である。この波動関数を用いて $r > R$ における r^2 の期待値

$$\langle r^2\rangle_{r>R} = \frac{\int_R^\infty r^2 dr \int d\hat{\boldsymbol{r}}\, r^2|\Psi(\boldsymbol{r})|^2}{\int_R^\infty r^2 dr \int d\hat{\boldsymbol{r}}\, |\Psi(\boldsymbol{r})|^2}$$

を計算し、ε がゼロになる極限で発散していることを示せ。