

原子核物理基礎論A

原子核理論研究室(物2) 萩野浩一

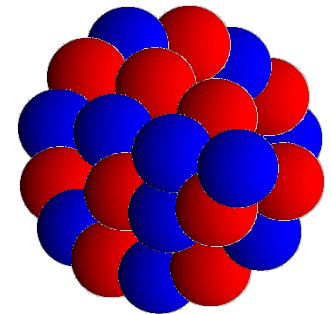
シラバス

大西

1. はじめに(原子核の基本的性質)(1コマ)
2. 核力とその起源(3コマ)
3. クォークとハドロン(1コマ)
4. 核物質の相図と状態方程式(2コマ)

萩野

5. 殻模型と魔法数(2コマ)
6. 平均場理論と核変形(2コマ)
7. 原子核の対相関(2コマ)
8. 中性子過剰核の物理(1コマ)



核子多体系の量子力学

原子核物理基礎論A

原子核理論研究室(物2) 萩野浩一

シラバス

- 大西 {
1. はじめに(原子核の基本的性質)(1コマ)
 2. 核力とその起源(3コマ)
 3. クォークとハドロン(1コマ)
 4. 核物質の相図と状態方程式(2コマ)
- 萩野 {
5. 殻模型と魔法数(2コマ) 6/7, 6/14
 6. 平均場理論と核変形(2コマ) 6/21, 6/28
 7. 原子核の対相関(2コマ) 7/5, 7/12
 8. 中性子過剰核の物理(1コマ) 7/19

核子多体系の量子力学

シラバス(基礎論A)

大西

1. はじめに(原子核の基本的性質)(1コマ)
2. 核力とその起源(3コマ)
3. クォークとハドロン(1コマ)
4. 核物質の相図と状態方程式(2コマ)

萩野

5. 殻模型と魔法数(2コマ)
6. 平均場理論と核変形(2コマ)
7. 原子核の対相関(2コマ)
8. 中性子過剰核の物理(2コマ)

主に基底状態

シラバス(基礎論B)

萩野

1. 原子核の集団運動(2コマ)
2. 集団運動の微視的理解(2コマ)
3. 原子核反応論基礎(1コマ)
4. 非束縛核の物理: 共鳴状態について(1コマ)
5. 超重元素の物理(1コマ)
6. 以降、大西(QCD, 高エネルギー重イオン衝突、有限温度・有限密度の場の理論)

主に励起状態
と核反応

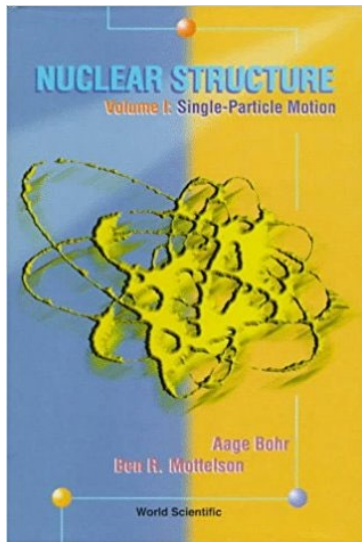
後半は
大西

成績： レポート80%、出席など20%

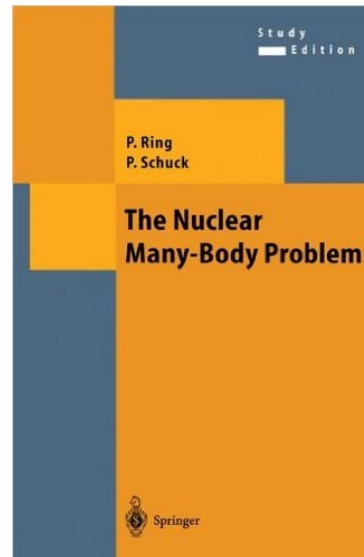
レポートの頻度？

質問： 適宜聞いて下さい。

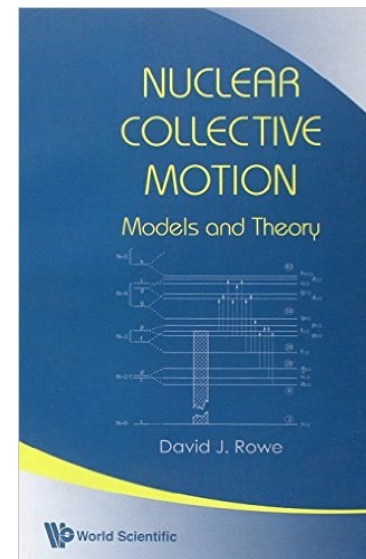
参考書



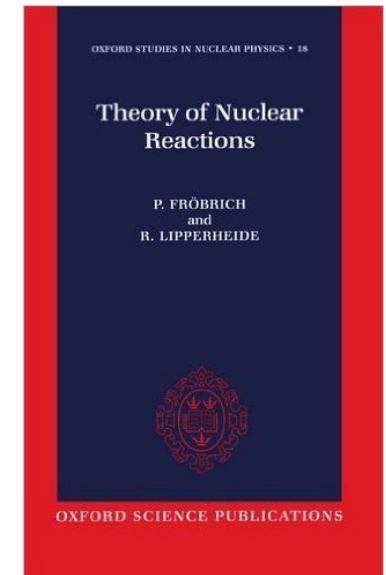
Bohr-Mottelson



Ring-Schuck

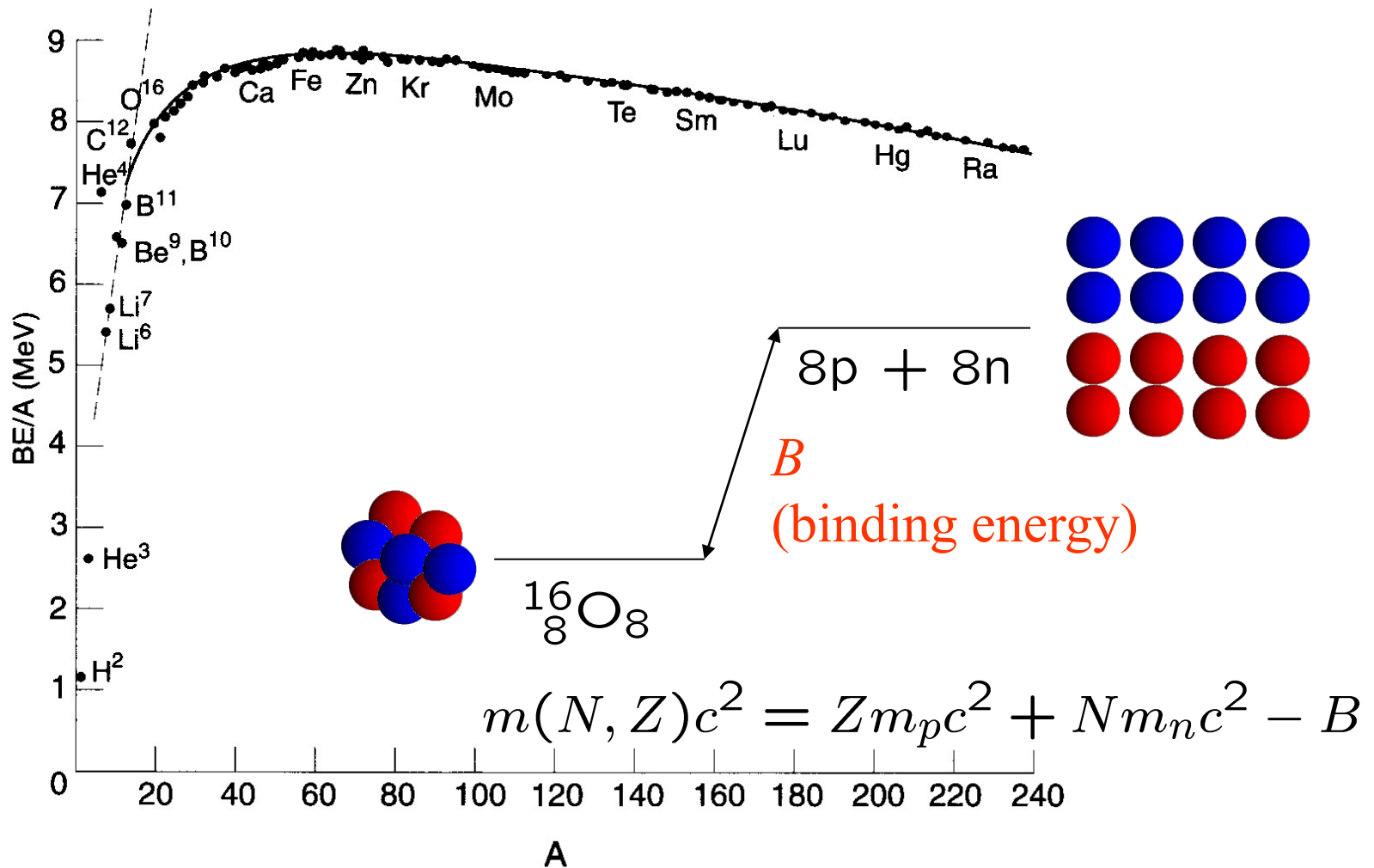


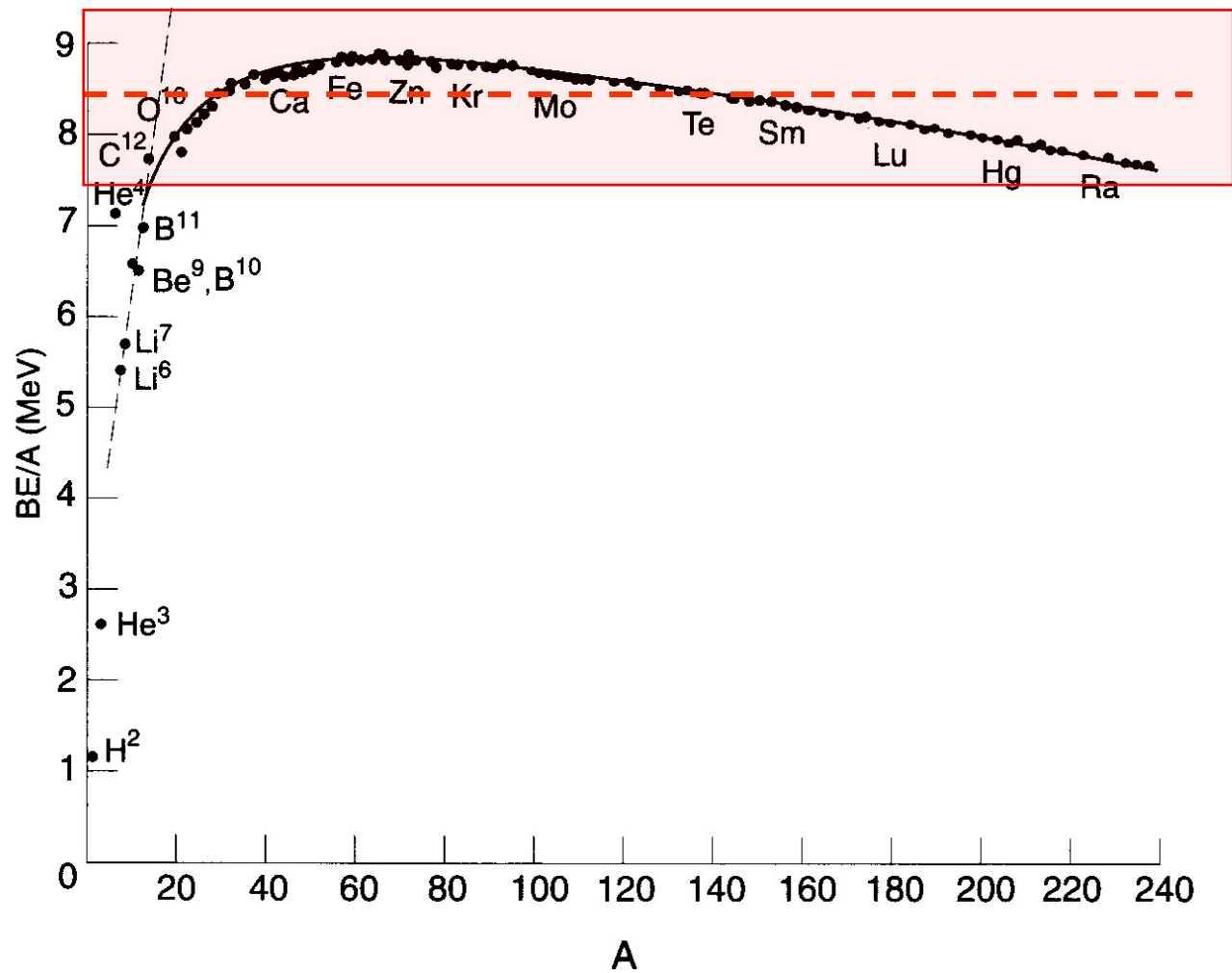
Rowe



Frobrich
-Lipperheide

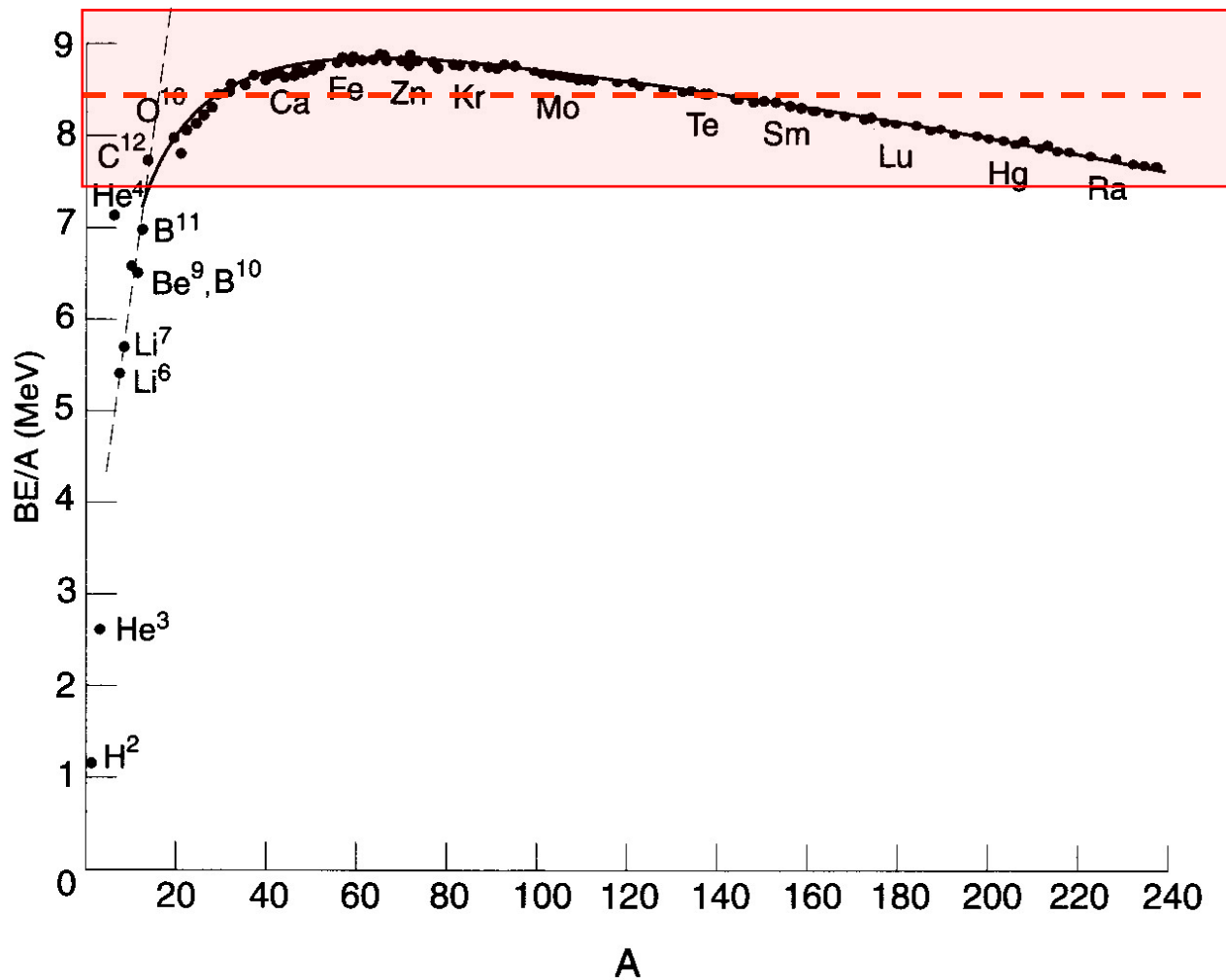
原子核の質量



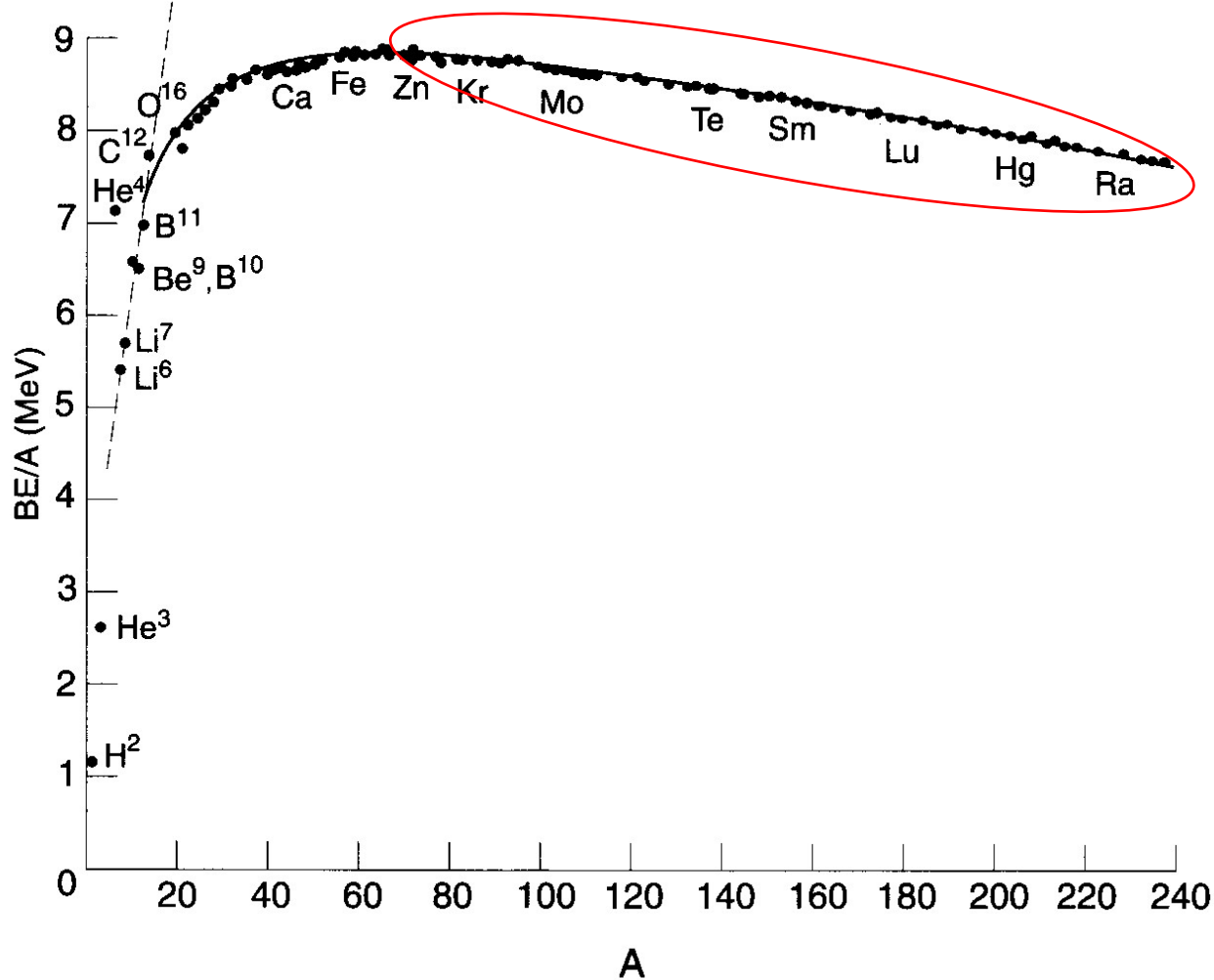


1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12)$

(ほぼ一定)



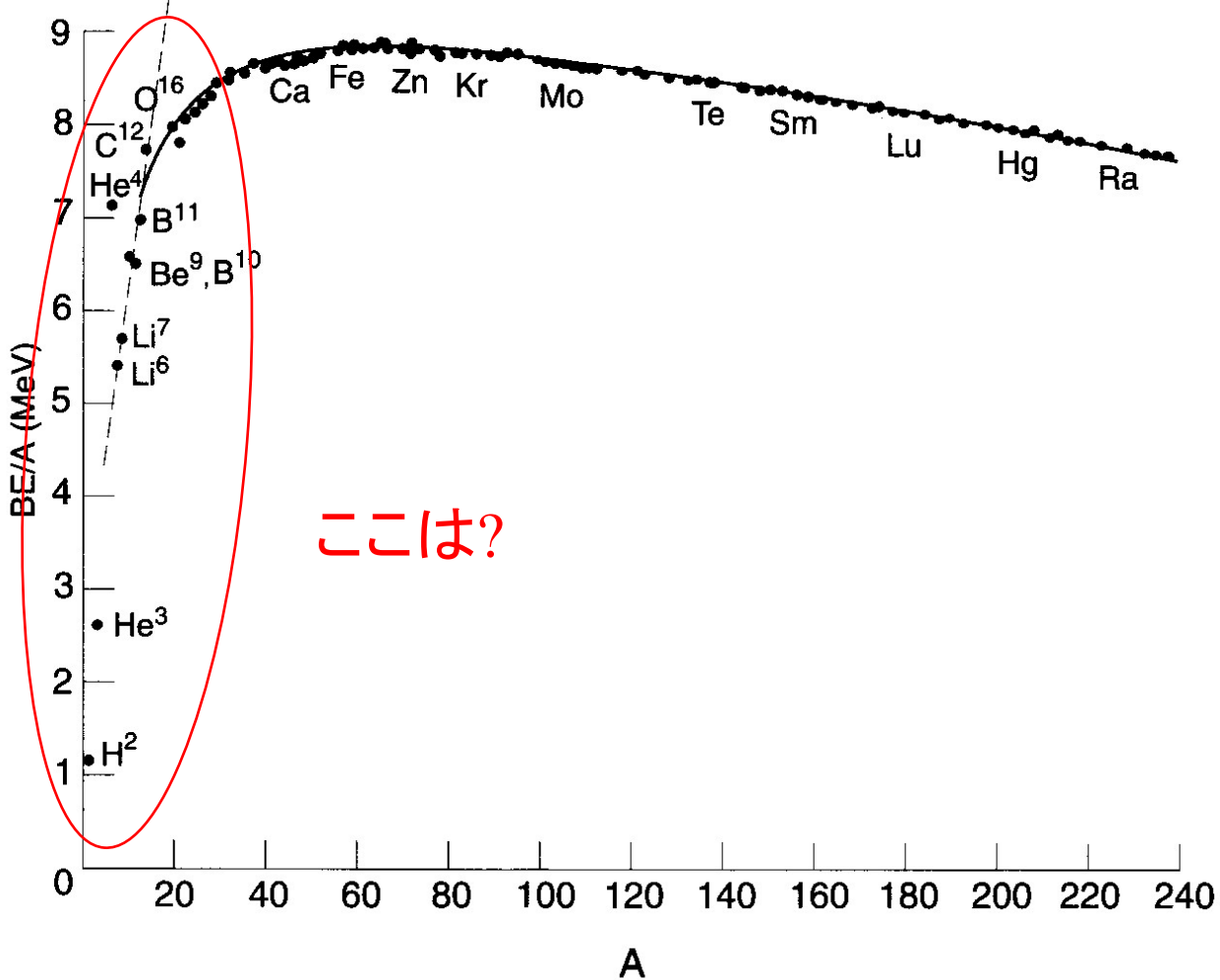
1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12) \iff$ 短距離力 (核子間相互作用)
 (ほぼ一定)



1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12) \iff$ 短距離力(核子間相互作用)

2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響

← B/A が A に比例して減少
(長距離力(クーロン力)がはたらいっている証拠)



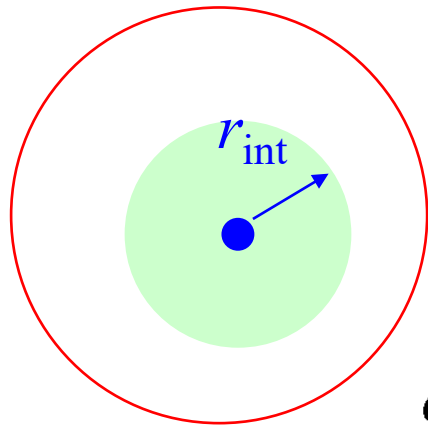
1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12) \iff$ 短距離力(核子間相互作用)
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響
 - $\longleftarrow B/A$ が A に比例して減少
(長距離力(クーロン力)がはたらいっている証拠)

もし、それぞれの核子が近くの α 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

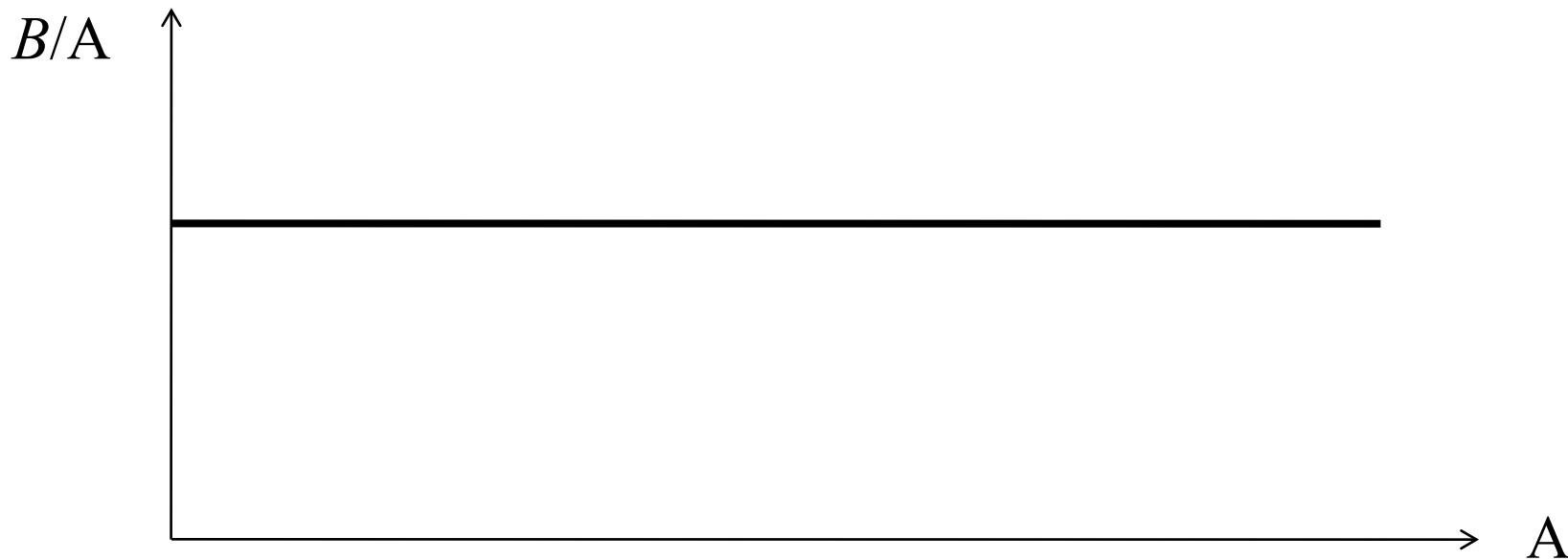
$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

もし、それぞれの核子が近くの α 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

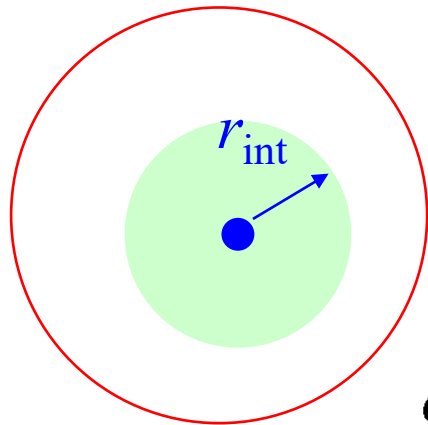


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$



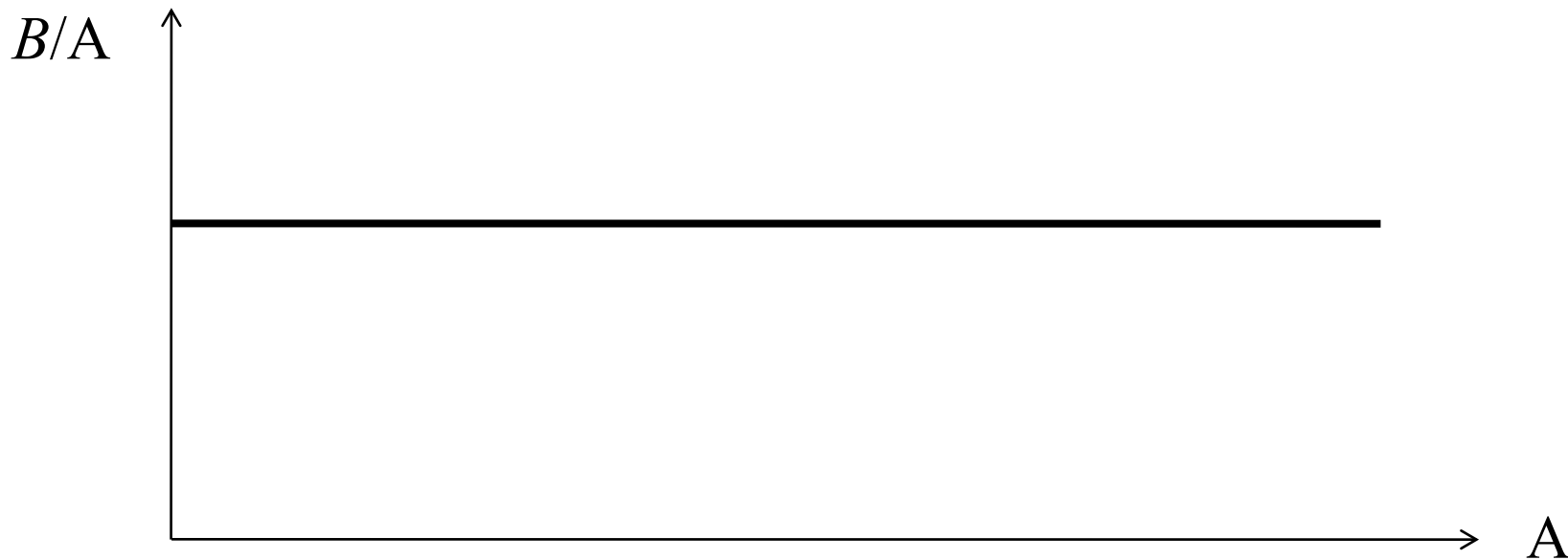
もし、それぞれの核子が近くの α 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$



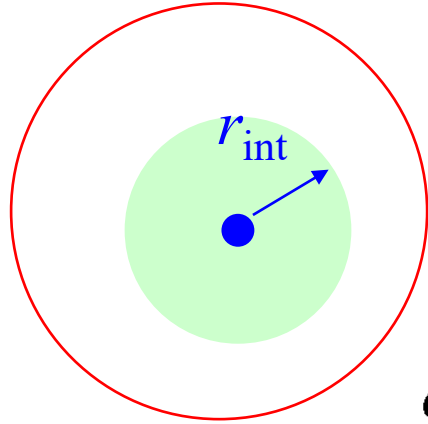
小さな原子核だと

$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$



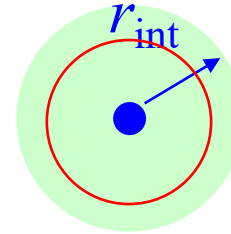
もし、それぞれの核子が近くの α 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

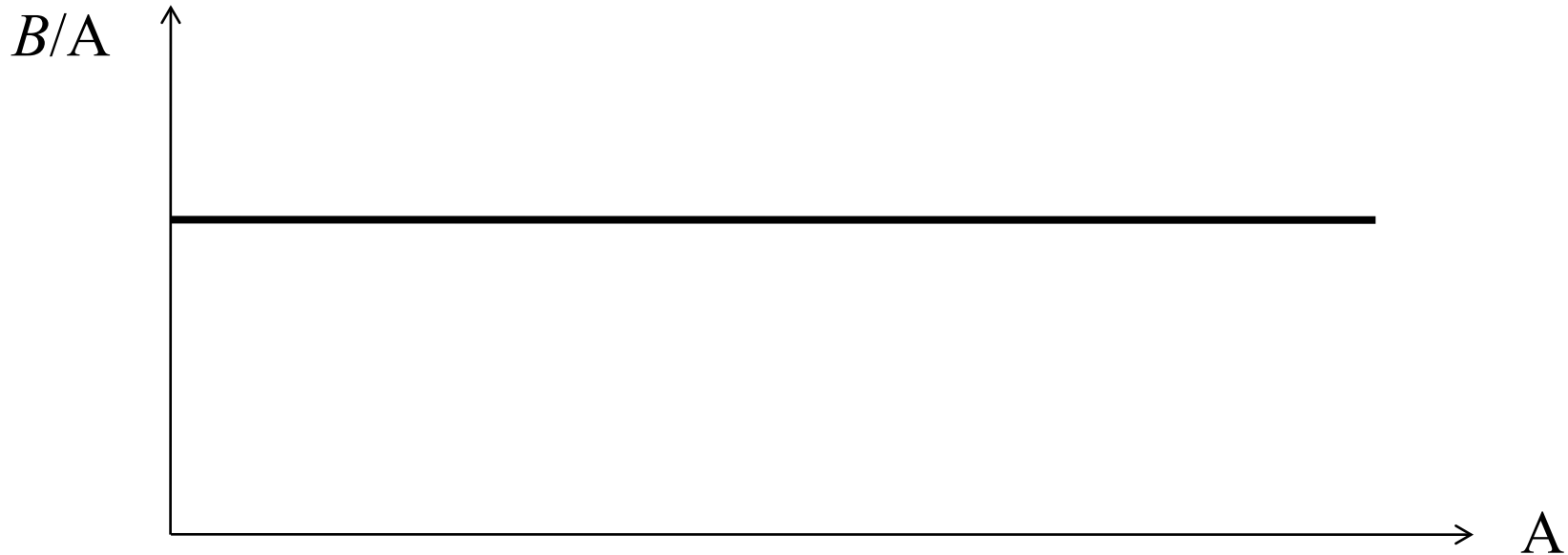


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$

小さな原子核だと

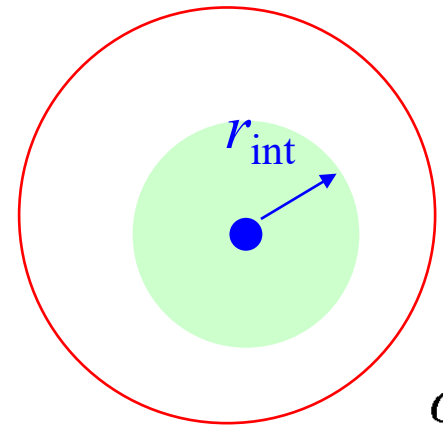


$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$



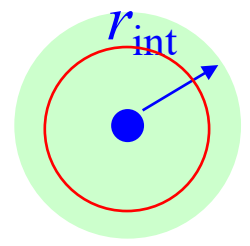
もし、それぞれの核子が近くの α 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

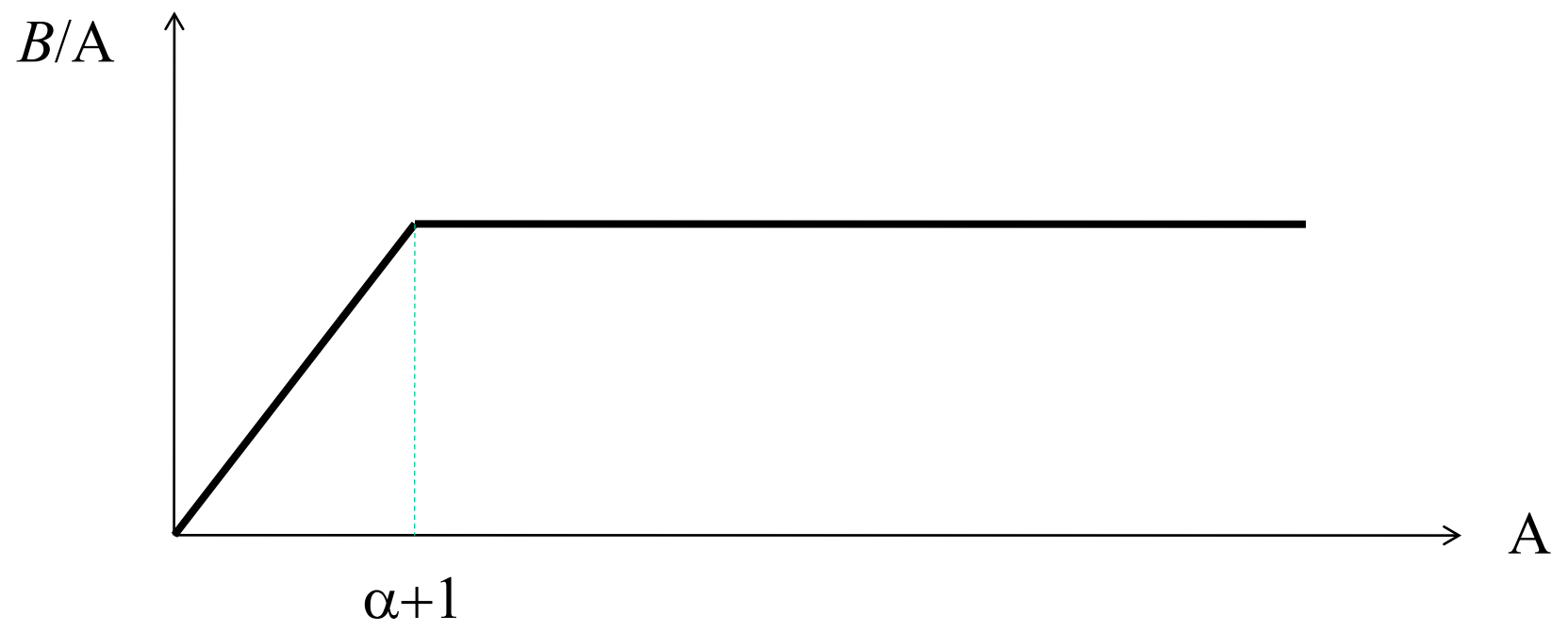


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$

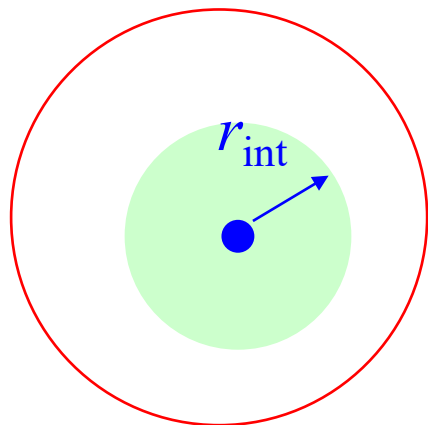
小さな原子核だと



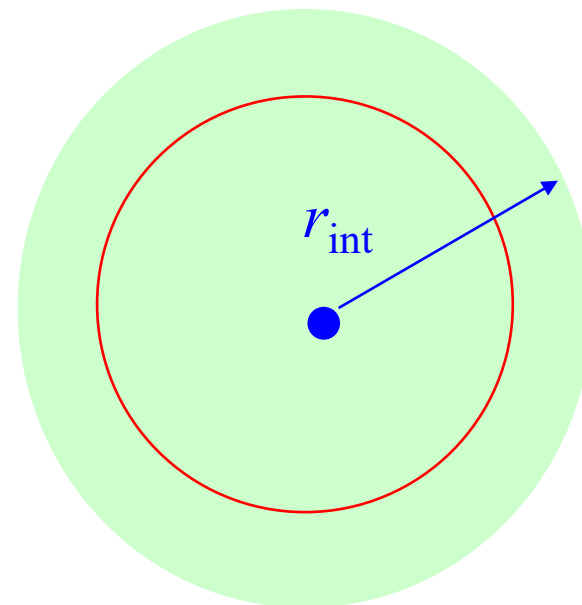
$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$



核力



クーロン力



B/A

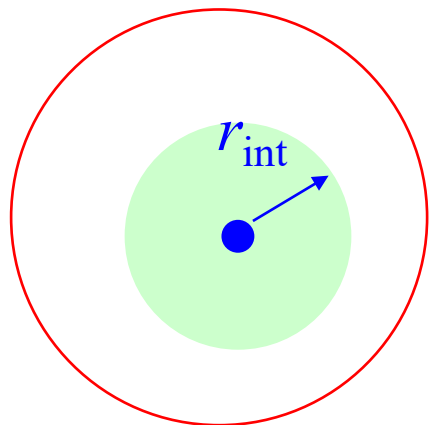


$\alpha+1$

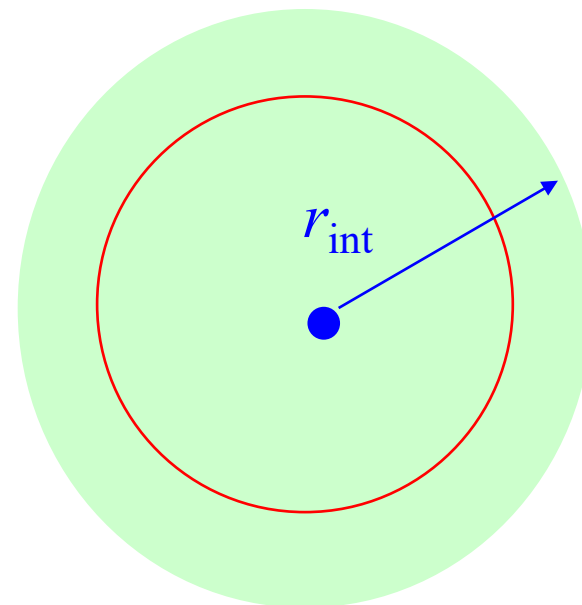
$\rightarrow B/A \propto A - 1$

A

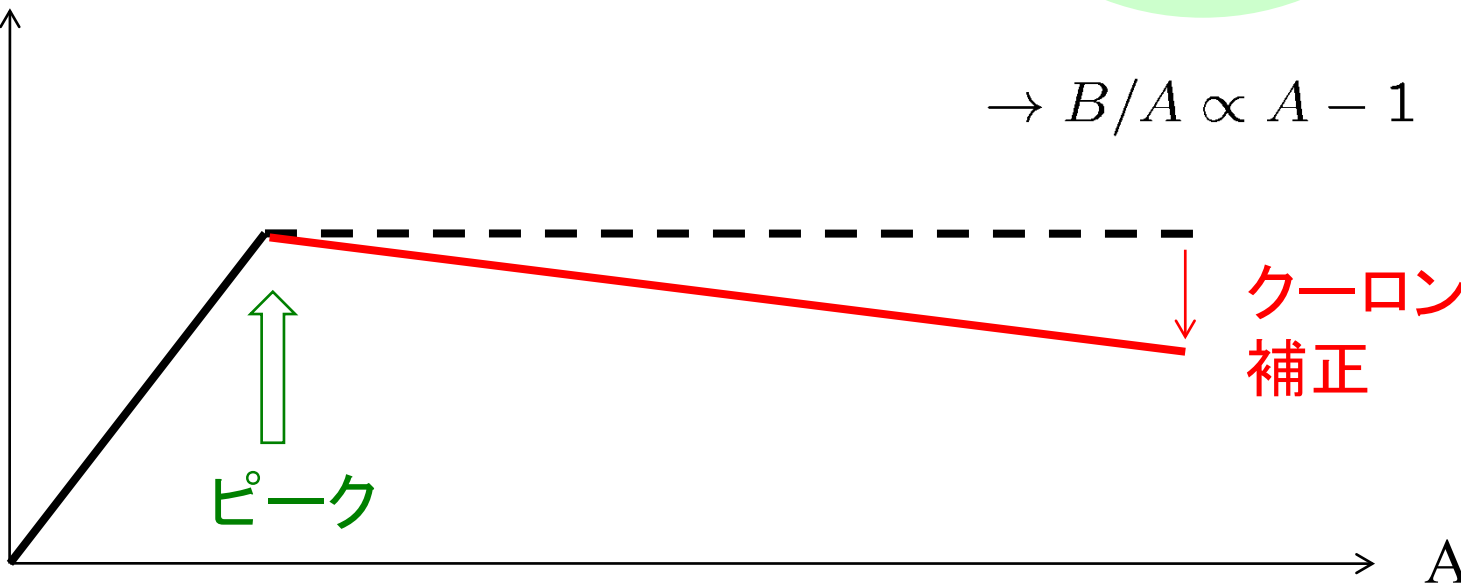
核力



クーロン力



B/A



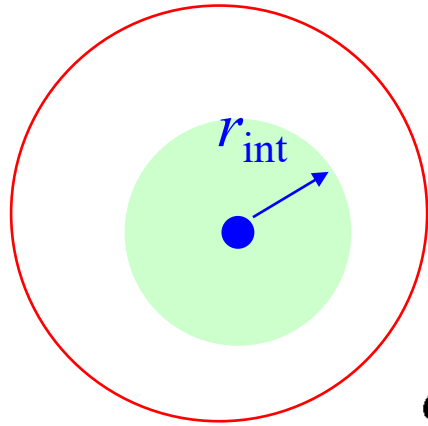
$\rightarrow B/A \propto A - 1$

クーロンによる補正

ピーク

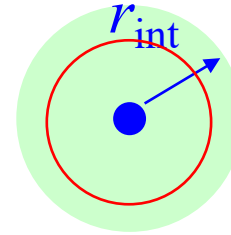
A

核力のレンジの見積もり

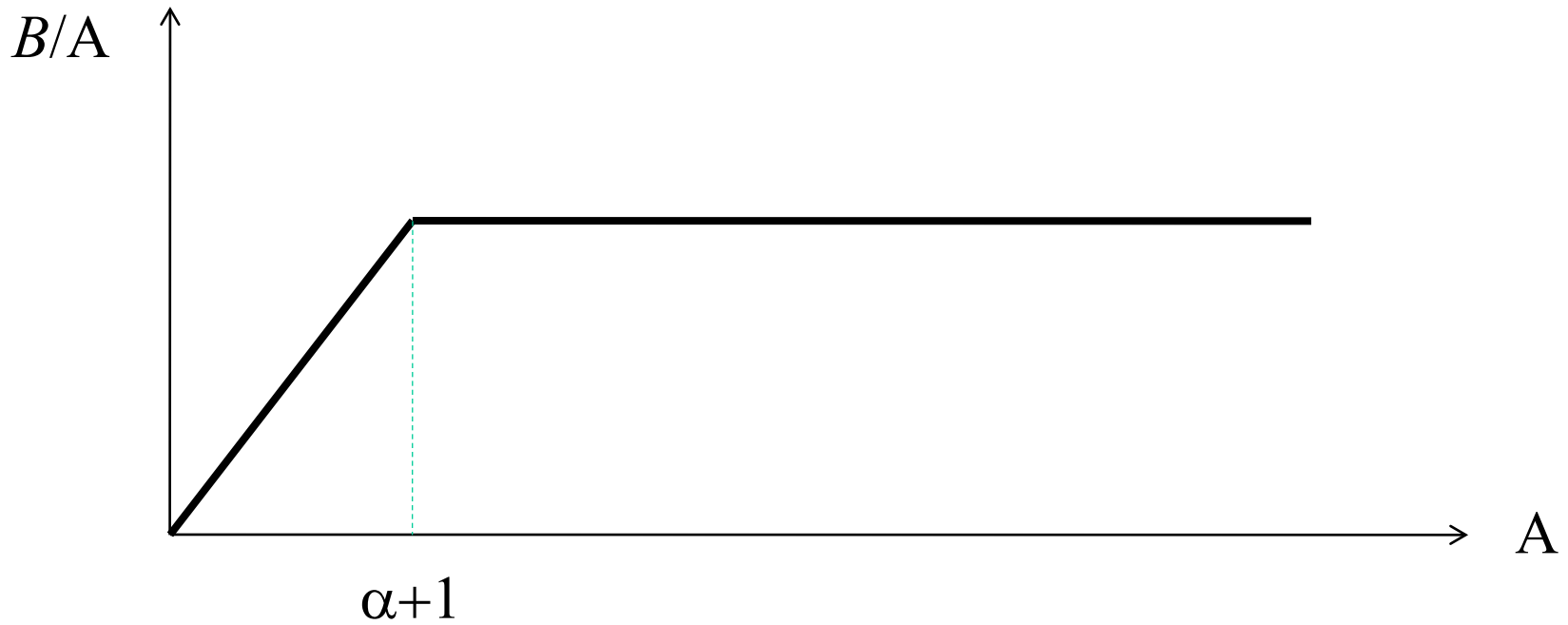


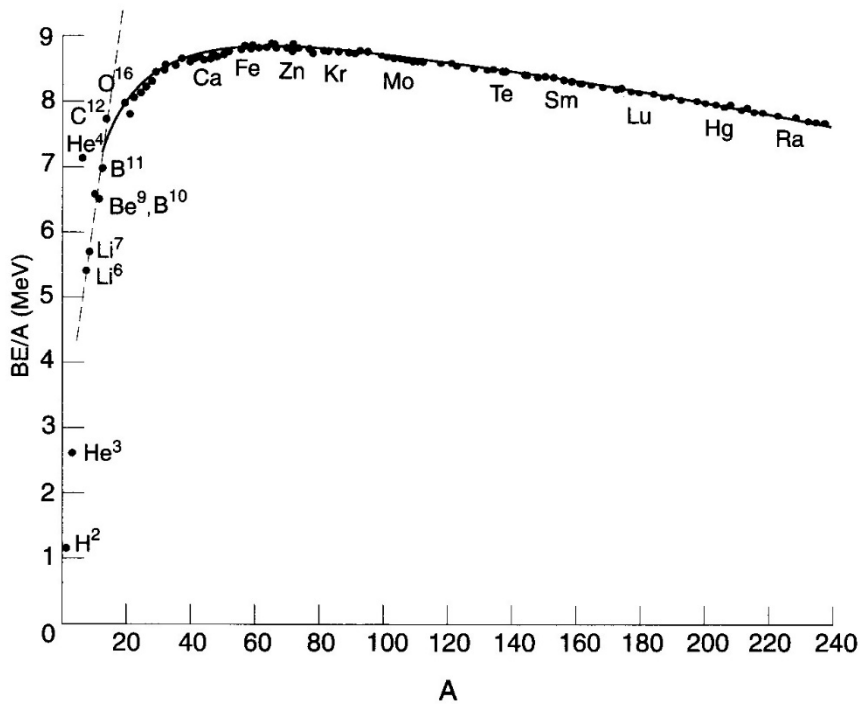
$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$

小さな原子核だと



$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$





この図から α の値を読み取ると、
 $\alpha \sim 10$ くらい。

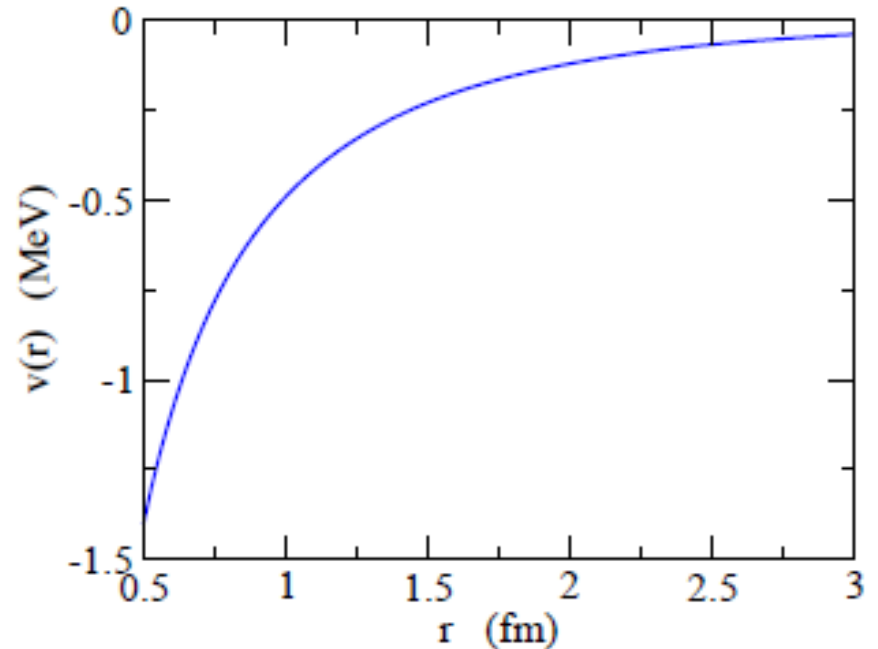


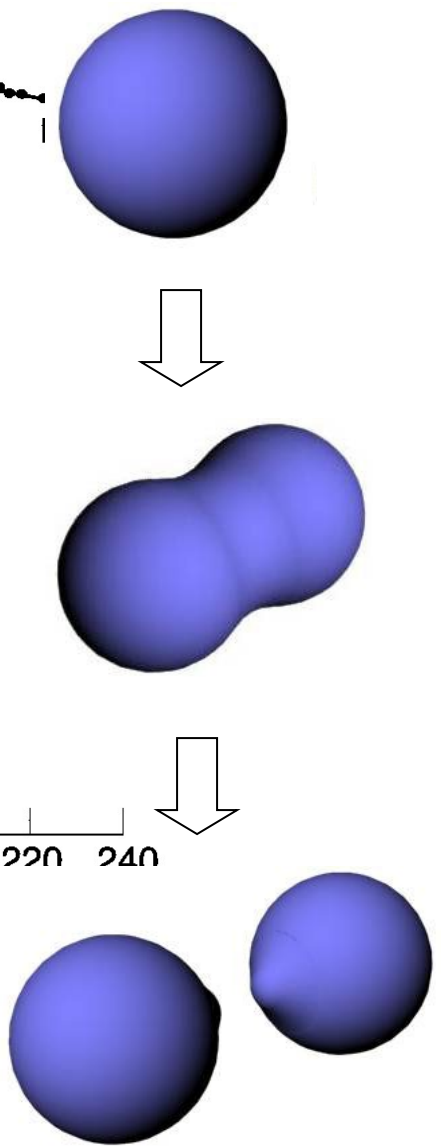
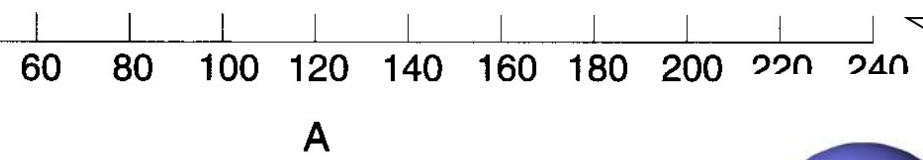
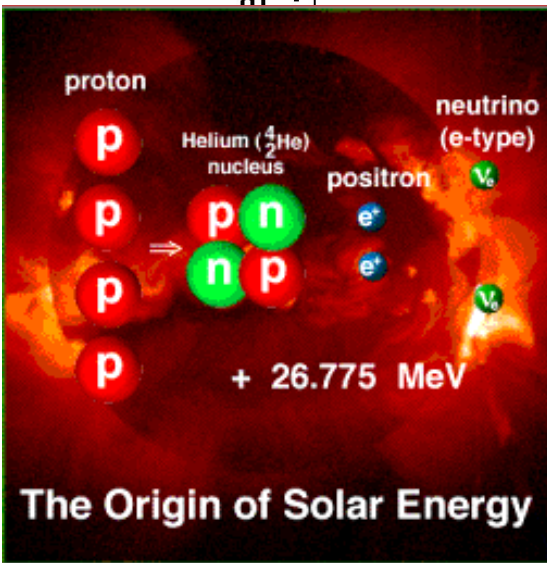
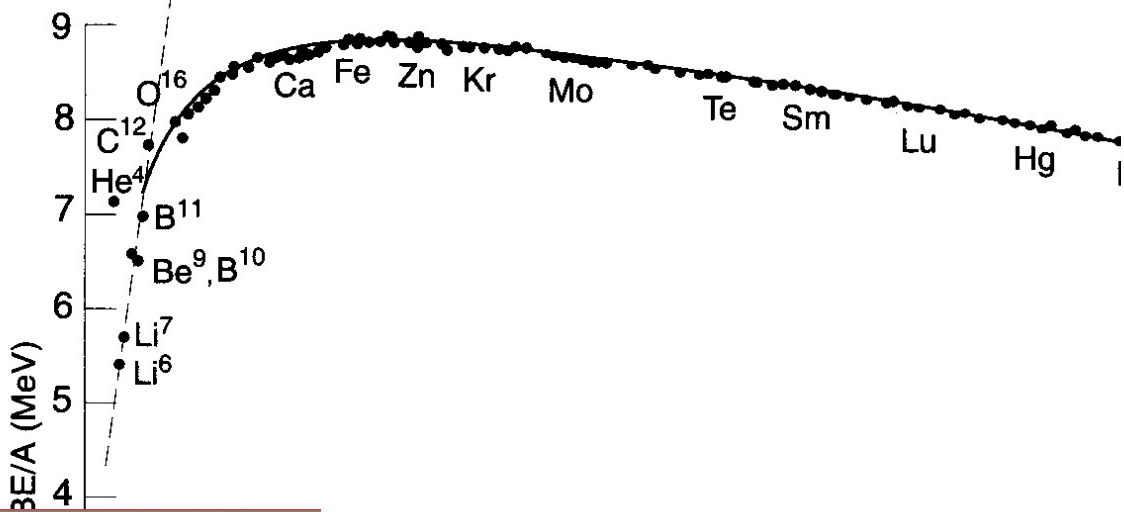
核力の到達距離は、
 $1.1 \times 10^{1/3} = 2.37 \text{ fm}$ 程度。

湯川相互作用:

$$v(r) = -g \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\hbar}{m_{\pi} c} = 1.41 \text{ fm}$$





1. $B(A, Z) \approx 0.8 \text{ MeV} (A > 12) \iff$ Short range
2. Effect of Coulomb force for heavy nuclei
3. Fusion for light nuclei
4. Fission for heavy nuclei

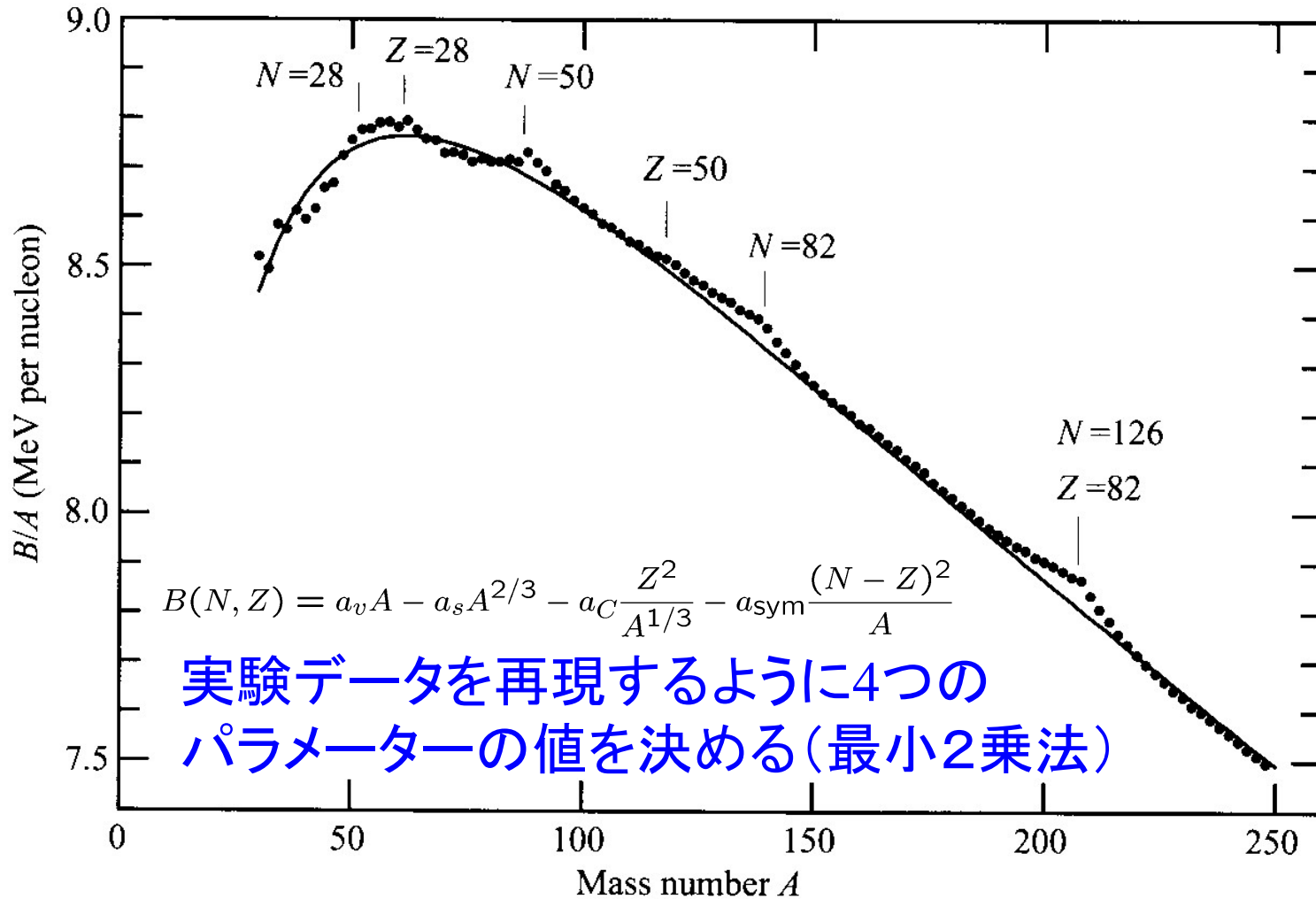
Semi-empirical mass formula

(Bethe-Weizacker formula: Liquid-drop model)

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$

- Volume energy: $a_v A$
- Surface energy: $-a_s A^{2/3}$
- Coulomb energy: $-a_C Z^2 / A^{1/3}$
- Symmetry energy: $-a_{\text{sym}} (N - Z)^2 / A$

どのくらい実験を再現するか？



実験データを再現するように4つの
パラメーターの値を決める(最小2乗法)

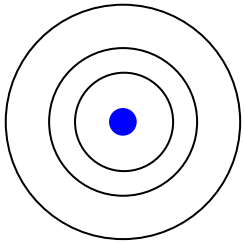
✓ 大体OK、だけど所々にずれ

✓ $N, Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ (魔法数)に対して束縛エネルギー大

→ 「殻構造」

(note) 原子の魔法数 (貴ガス・希ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



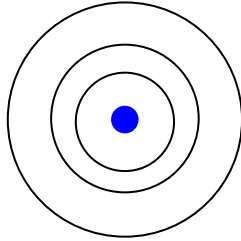
殻構造

原子核の周りを
回る電子の軌道が
埋まると安定に
なる



(note) 原子の魔法数 (貴ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



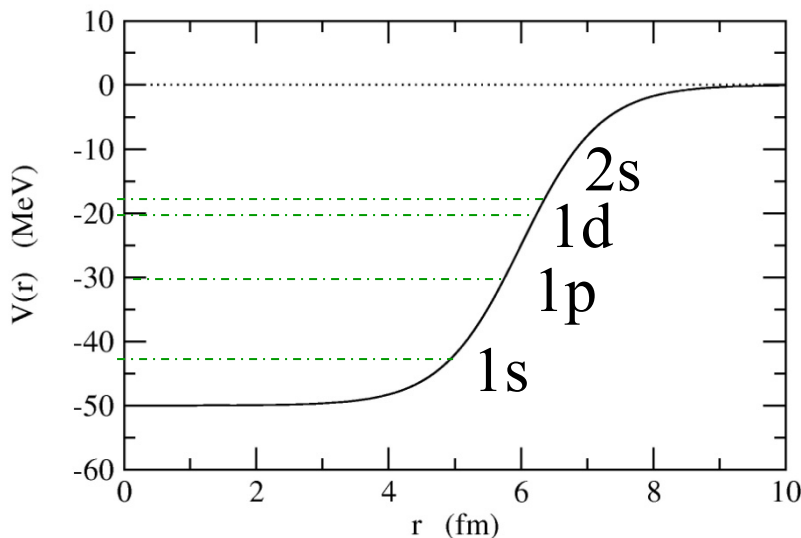
殻構造

原子核の周りを回る電子の軌道が埋まると安定になる

原子核物理における似た試み: ポテンシャル中の独立粒子運動

Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0)/a)]$$

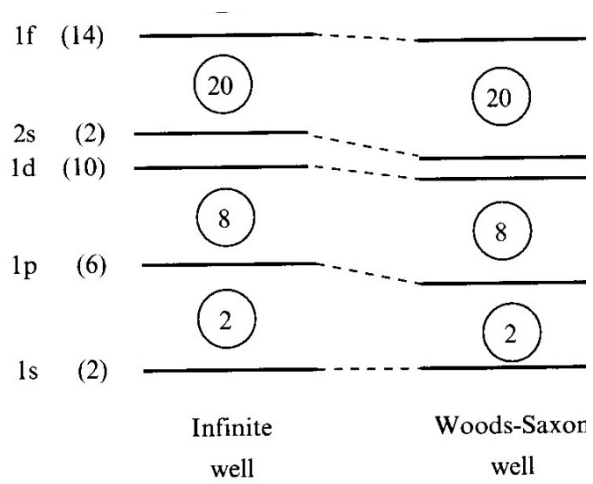


$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

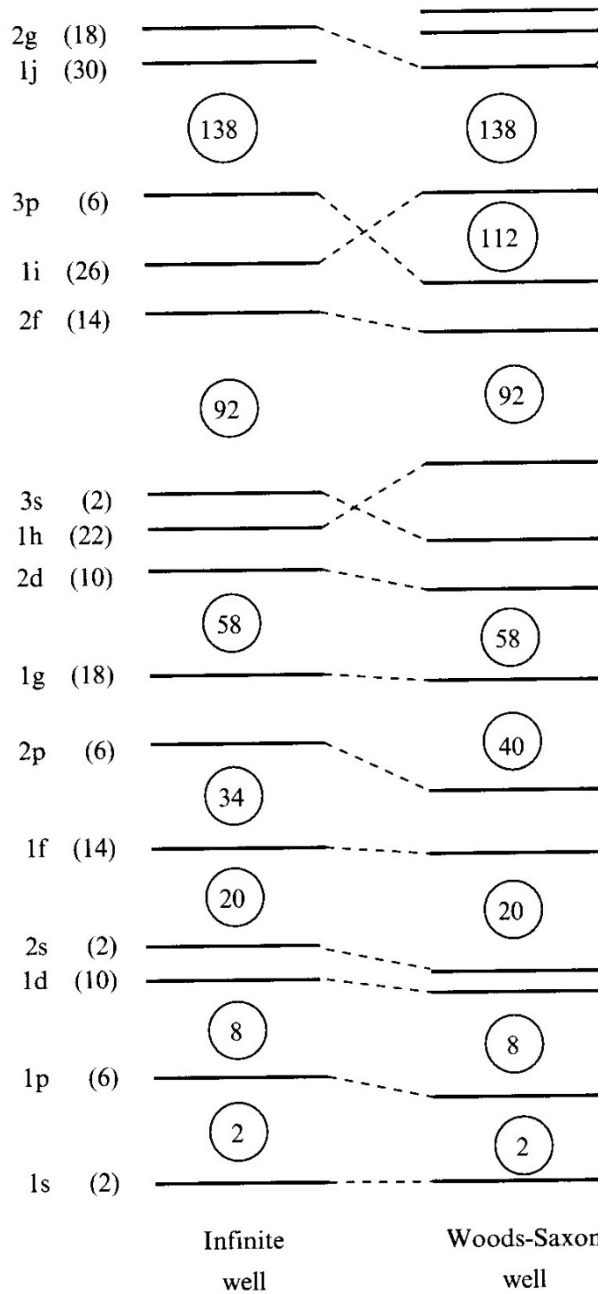
$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

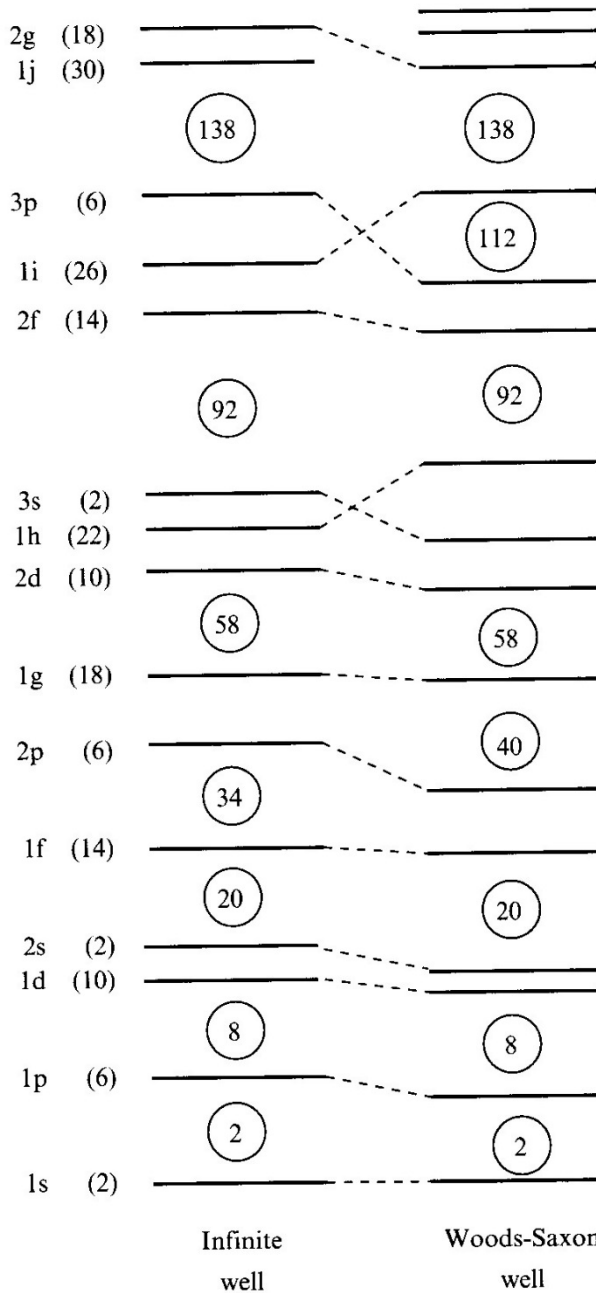
縮退度に応じて下のレベルから核子を順々につめていく

Nuclear magic numbers: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

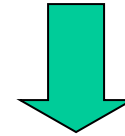


Nuclear magic numbers:
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126





Woods-Saxon itself does not provide the correct magic numbers (2,8,20,28, 50,82,126).



Mayer and Jensen (1949):
Strong spin-orbit interaction



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$V_{ls}(r) \sim -\lambda \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \quad (\lambda > 0)$$

Infinite well Woods-Saxon well

jj 結合殻模型

軌道運動とスピンは独立の自由度

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0 \implies \psi_{l m m_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$\text{(note) } \mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \implies \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (j^2 - l^2 - s^2)/2$$

l と s を結合して j を組む。

$$\rightarrow j = l \pm 1/2$$

jj 結合殻模型

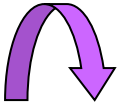
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0 \implies \psi_{lmm_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

(note) $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \implies \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (j^2 - l^2 - s^2)/2$

l と s を結合して j を組む。


$$\begin{aligned} \psi_{jlm}(\mathbf{r}) &= \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}}) \\ \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}}) &= \sum_{m_l, m_s} \langle l \ m_l \ 1/2 \ m_s | j \ m \rangle Y_{lm_l}(\hat{\mathbf{r}}) \chi_{m_s} \end{aligned}$$

$$j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$j_z |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = 3/4 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

jj 結合殻模型

l と s を結合して j を組む。

$$\psi_{jlm}(\mathbf{r}) = \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}})$$

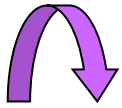
$$j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$j_z |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{3}{4} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

(note) $j = l + s \implies l \cdot s = (j^2 - l^2 - s^2)/2$



$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{1}{2} \left(j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$

符号が逆！

jj 結合殻模型

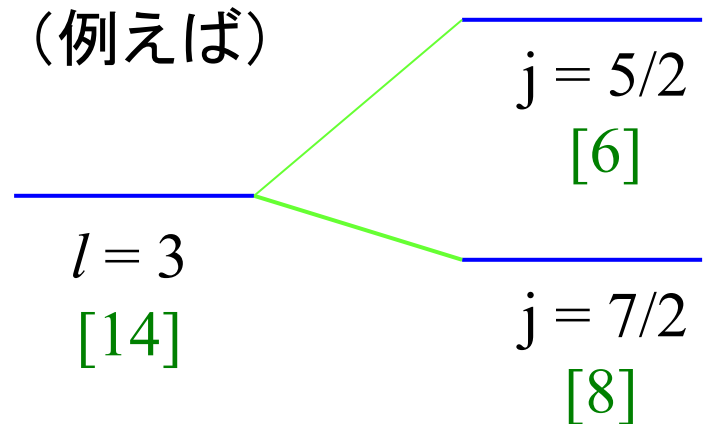
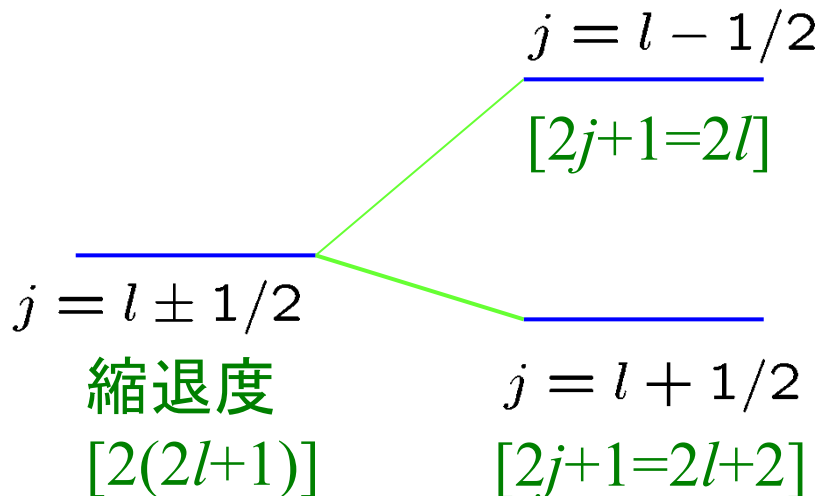
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} |Y_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |Y_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} |Y_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |Y_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$

符号が逆！

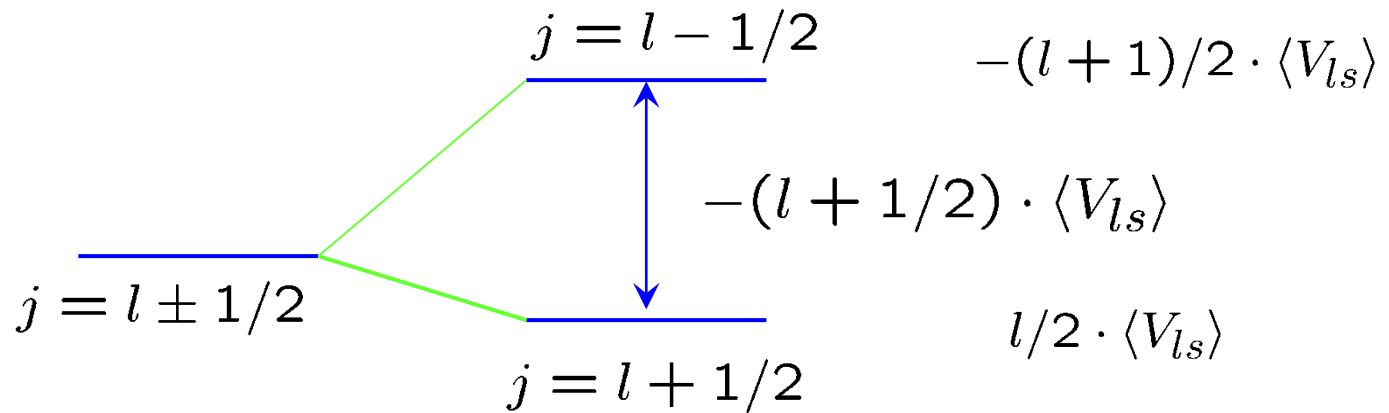
$j = l \pm 1/2$ で準位が分離



jj 結合殻模型

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

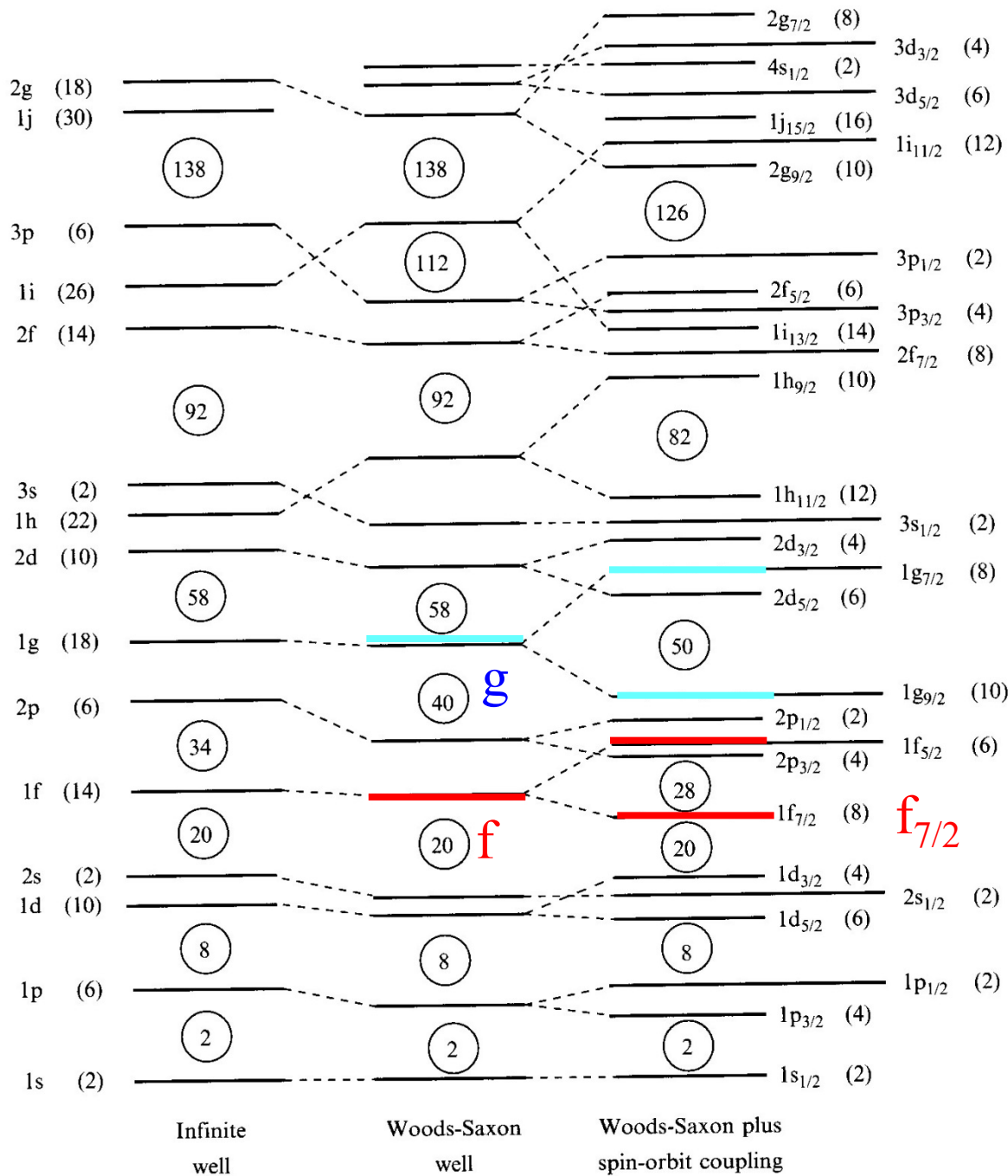
$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$



$j = l \pm 1/2$ で準位が分離: l が大きくなればなるほど
分離は大

* ただし、スピン平均はゼロ:

$$+\frac{l}{2} (2(l+1/2) + 1) - \frac{l+1}{2} (2(l-1/2) + 1) = 0$$



$g [18]$

 $\nearrow g_{7/2} [8]$

 $\searrow g_{9/2} [10]$

$g_{7/2}$

$g_{9/2}$

$f_{5/2}$

$f_{7/2}$

$f [14]$

 $\nearrow f_{5/2} [6]$

 $\searrow f_{7/2} [8]$