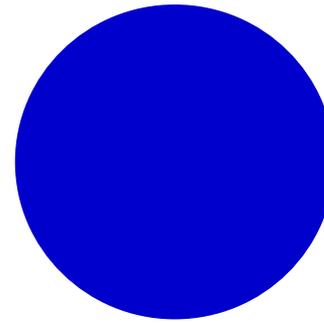


# Collective Vibrations

光吸收斷面積



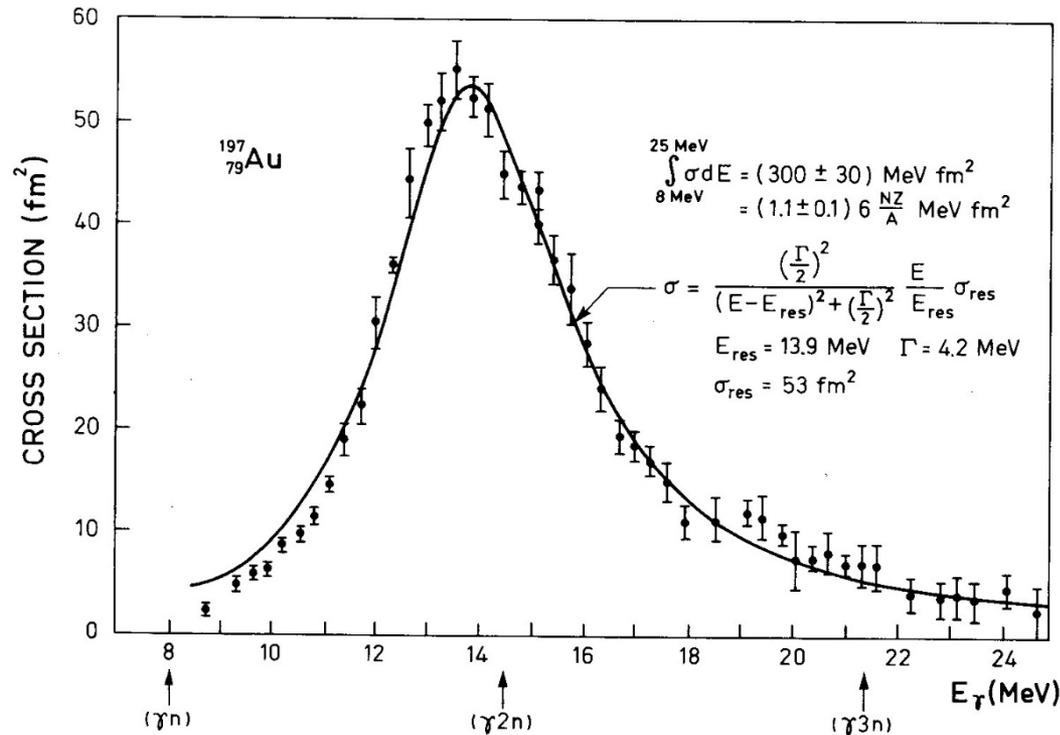
photon  
beam



nucleus



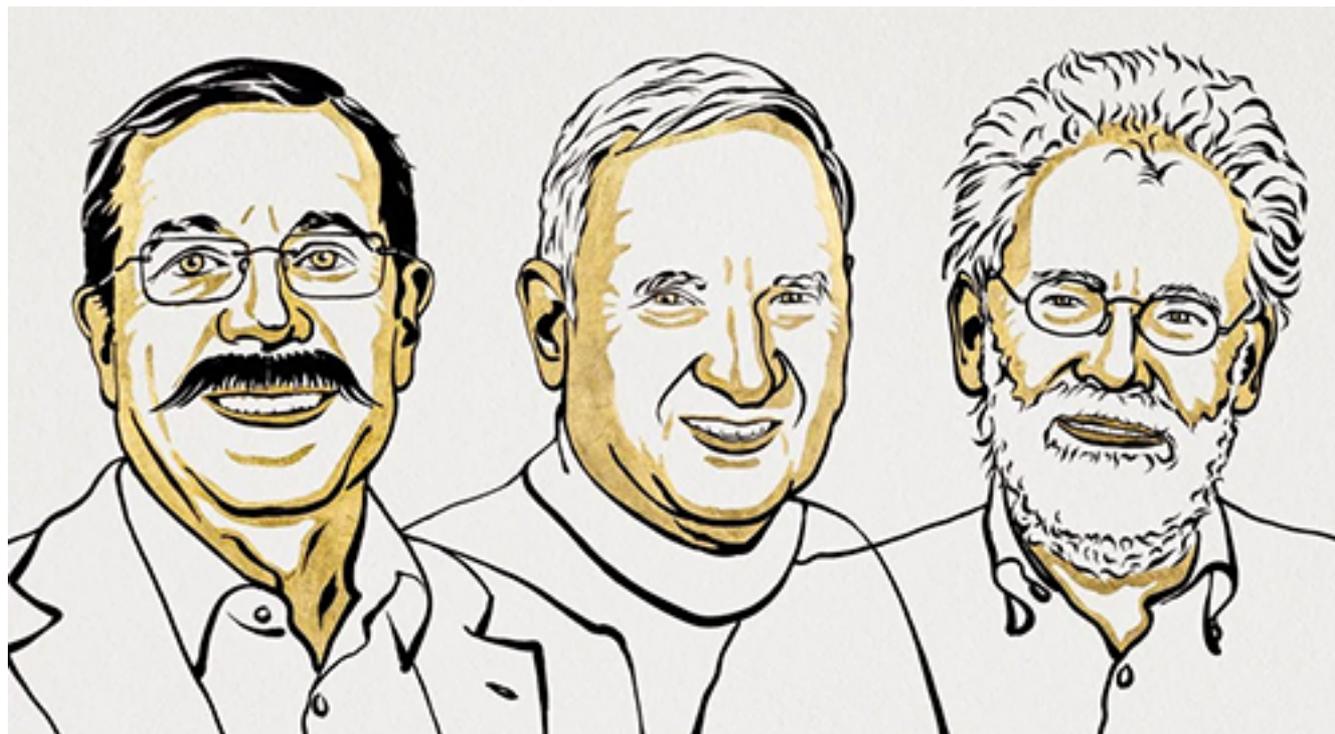
transmitted  
photons



**Figure 6-18** Total photoabsorption cross section for  $^{197}\text{Au}$ . The experimental data are from S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, and N. A. Kerr, *Phys. Rev.* **127**, 1273 (1962). The solid curve is of Breit-Wigner shape with the indicated parameters.

その前に

## 2022年のノーベル物理学賞 「量子もつれ」

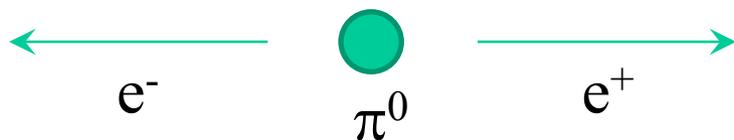


アラン・アスペ  
ジョン・クラウザー  
アントン・ツァイリンガー

## 量子力学の観測問題

静止  $\pi^0$  の(希)崩壊:  $\pi^0 \rightarrow e^- + e^+$  (分岐比:  $\sim 6.5 \times 10^{-8}$ )

cf.  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  が分岐比  $\sim 98.8\%$



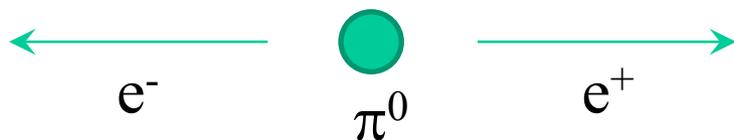
$\pi^0$  は静止  $\rightarrow$  重心系で  $e^-$  と  $e^+$  は逆方向に運動  
 $\pi^0$  のスピンは 0  $\rightarrow e^- e^+$  系はスピン・シングレット

$$|S = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

## 量子力学の観測問題

静止  $\pi^0$  の(希)崩壊:  $\pi^0 \rightarrow e^- + e^+$  (分岐比:  $\sim 6.5 \times 10^{-8}$ )

cf.  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  が分岐比  $\sim 98.8\%$



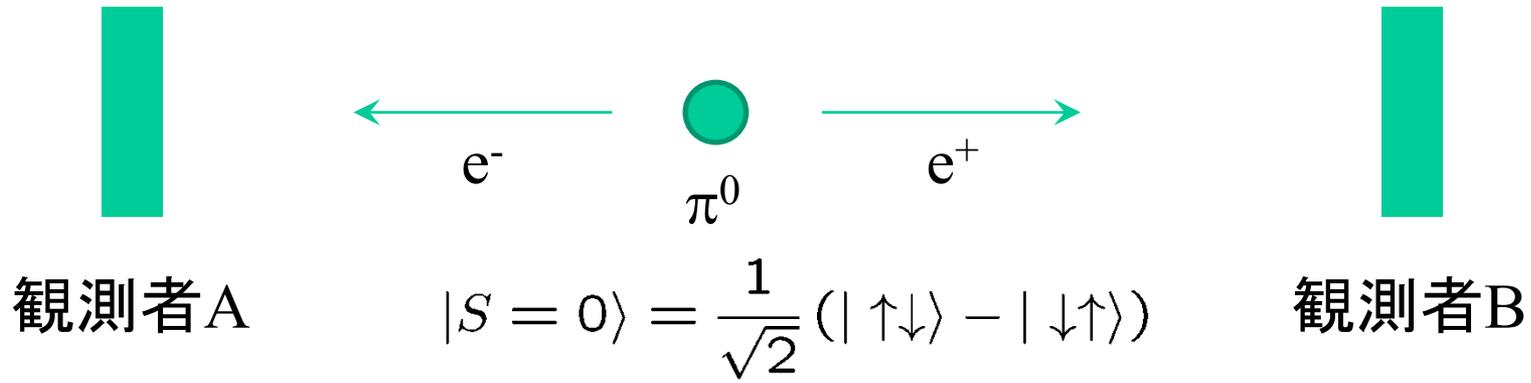
$\pi^0$  は静止  $\rightarrow$  重心系で  $e^-$  と  $e^+$  は逆方向に運動  
 $\pi^0$  のスピンは 0  $\rightarrow e^- e^+$  系はスピン・シングレット

$$|S = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

### コペンハーゲン解釈

左側に測定器を置き、 $e^-$  のスピンの  $z$  成分を観測すると、  
その瞬間に波動関数が「収縮して」  $|\uparrow\downarrow\rangle$  または  $|\downarrow\uparrow\rangle$  となる。

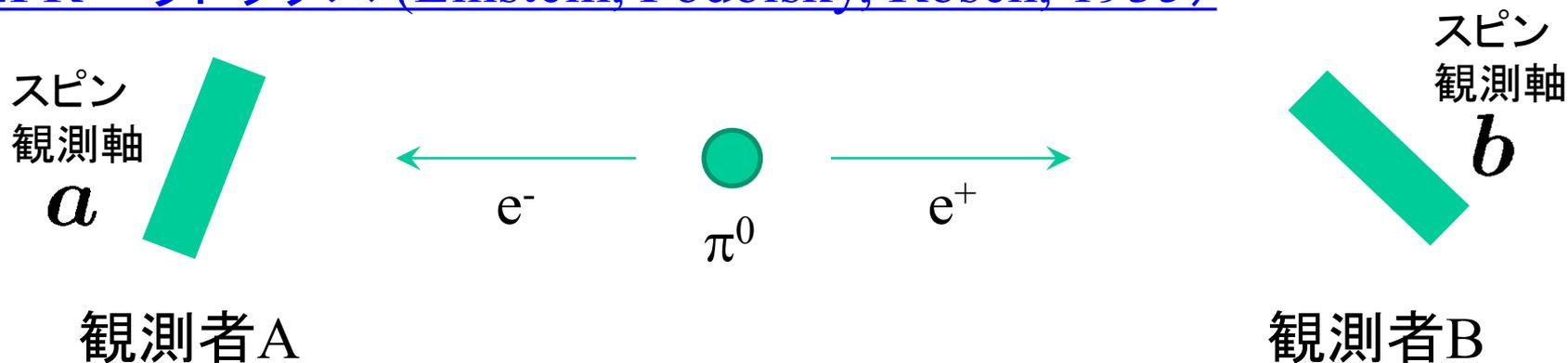
# EPRパラドックス (Einstein, Podolsky, Rosen, 1935)



観測者Aがスピン・アップを観測すると、観測者Bはスピン・ダウンしか観測しない。

- ✓ AとBが十分離れているとすると、どうして情報が瞬時に伝わる?
- ✓ もしAがz成分ではなくx成分を観測したら、Bはスピン・アップとスピン・ダウンを同確率で観測  
→どうしてBはAで観測された方向が分かる?

# EPRパラドックス (Einstein, Podolsky, Rosen, 1935)



- ✓ AとBが十分離れているとすると、どうして情報が瞬時に伝わる?
- ✓ もしAが  $z$  成分ではなく  $x$  成分を観測したら、Bはスピン・アップとスピン・ダウンを同確率で観測  
→ どうしてBはAで観測された方向が分かる?

## ➡ 隠れた変数理論

- ✓  $\pi^0$  が崩壊して  $e^- e^+$  対が出来た段階でスピンの向きが決まる。
- ✓ 隠れた変数  $\lambda$  があり、各崩壊イベントごとに違う値をとる。
- ✓ 観測量は隠れた変数  $\lambda$  に応じて決まる:  $A(a, \lambda), B(b, \lambda)$   
\*  $a, b$  は観測するスピンの方向。  $A(a, \lambda) = +/- 1, B(b, \lambda) = +/- 1$  をとる。
- ✓ すべての  $\lambda$  に対し、  $A(a, \lambda) = -B(a, \lambda)$  を要請。

## ベルの不等式

- コペンハーゲン解釈
- 隠れた変数理論

どちらが正しいか区別できるのか?

J.S.Bell (1964) :  $A(a)B(b)$  の平均値  $P(a, b) = \overline{A(a)B(b)}$  をとる。

隠れた変数理論では、 $P_{HV}(a, b) = \int w(\lambda)A(a, \lambda)B(b, \lambda)d\lambda$

ここで、 $w(\lambda)$  は  $\pi^0$  の崩壊で発生する  $\lambda$  の規格化された分布


$$|P_{HV}(a, b) - P_{HV}(a, c)| \leq 1 + P_{HV}(b, c)$$

ベルの不等式

# ベルの不等式の証明

$$P_{\text{HV}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int w(\lambda) A(\mathbf{a}, \lambda) \underbrace{B(\mathbf{b}, \lambda)}_{= -A(\mathbf{b}, \lambda)} d\lambda$$



$$\begin{aligned} P_{\text{HV}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{\text{HV}}(\mathbf{a}, \mathbf{c}) &= - \int w(\lambda) [A(\mathbf{a}, \lambda) A(\mathbf{b}, \lambda) - A(\mathbf{a}, \lambda) A(\mathbf{c}, \lambda)] d\lambda \\ &= - \int w(\lambda) [1 - A(\mathbf{b}, \lambda) A(\mathbf{c}, \lambda)] A(\mathbf{a}, \lambda) A(\mathbf{b}, \lambda) d\lambda \end{aligned}$$

(note)  $A(\mathbf{b}, \lambda)^2 = 1$

$$[1 - A(\mathbf{b}, \lambda) A(\mathbf{c}, \lambda)] \geq 0$$

$$A(\mathbf{a}, \lambda) A(\mathbf{b}, \lambda) = \pm 1$$



$$\begin{aligned} |P_{\text{HV}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{\text{HV}}(\mathbf{a}, \mathbf{c})| &\leq \int w(\lambda) [1 - A(\mathbf{b}, \lambda) A(\mathbf{c}, \lambda)] d\lambda \\ &= 1 + P_{\text{HV}}(\mathbf{b}, \mathbf{c}) \end{aligned}$$

## ベルの不等式

J.S.Bell (1964) :  $A(a)B(b)$  の平均値  $P(a, b) = \overline{A(a)B(b)}$  をとる。

隠れた変数理論では、 $P_{\text{HV}}(a, b) = \int w(\lambda)A(a, \lambda)B(b, \lambda)d\lambda$



$$|P_{\text{HV}}(a, b) - P_{\text{HV}}(a, c)| \leq 1 + P_{\text{HV}}(b, c)$$

ベルの不等式

一方、コペンハーゲン解釈では、

$$P_{\text{QM}}(a, b) = \langle S = 0 | (\sigma_1 \cdot a)(\sigma_2 \cdot b) | S = 0 \rangle = -a \cdot b$$

例えば、 $a = e_x$ ,  $b = e_y$ ,  $c = (e_x + e_y)/\sqrt{2}$  とすると、

$$\begin{aligned} |P_{\text{QM}}(a, b) - P_{\text{QM}}(a, c)| &= 1/\sqrt{2} \\ 1 + P_{\text{QM}}(b, c) &= 1 - 1/\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)/\sqrt{2} < 1/\sqrt{2} \end{aligned}$$

となりベルの不等式が破れている。

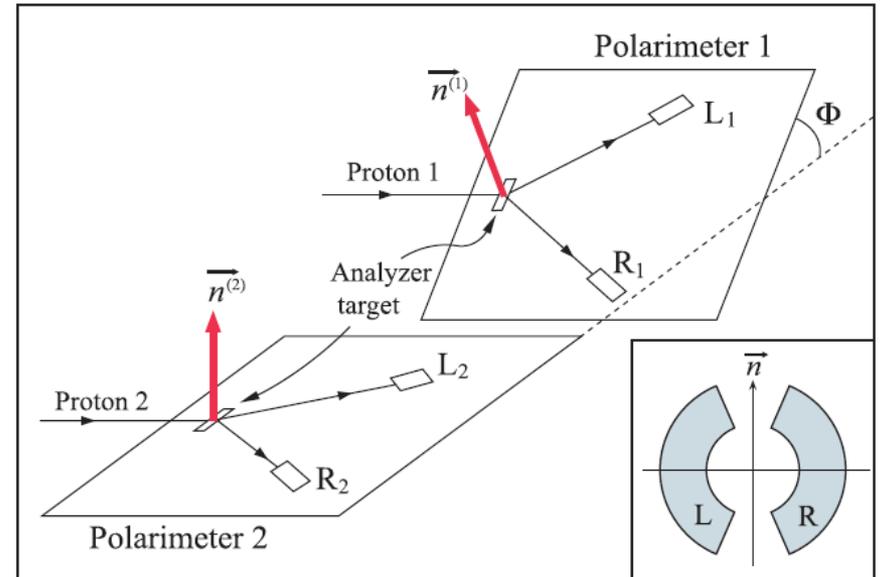
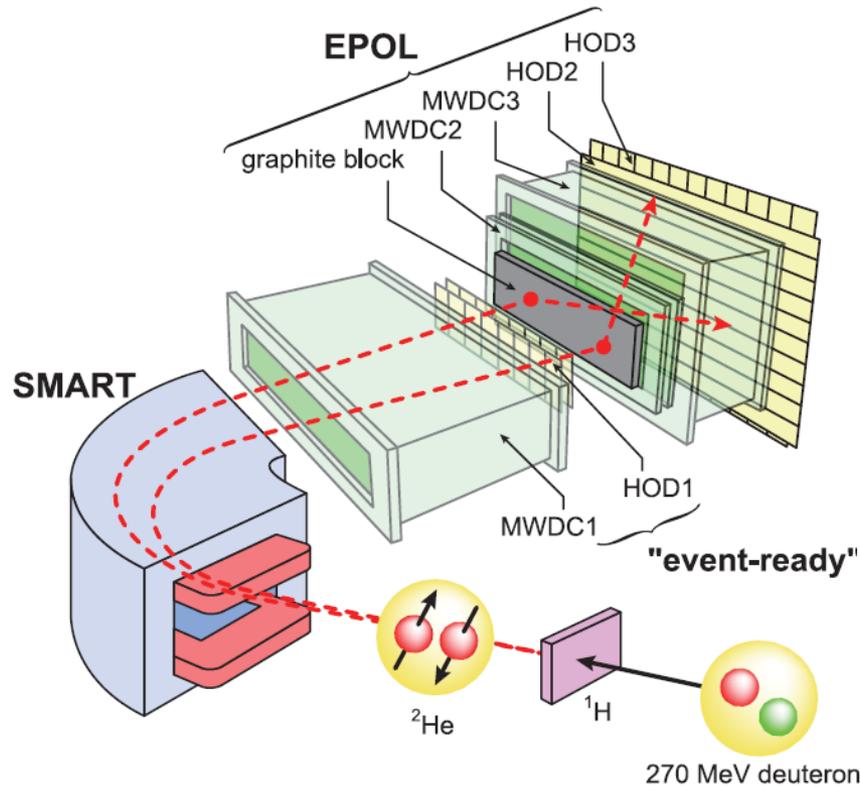
→ベルの不等式が破れているのが観測されれば、隠れた変数理論が破綻していることが証明できる。

# 拡張されたベルの不等式

$$S \equiv |P_{HV}(a, b) - P_{HV}(a, b')| + |P_{HV}(a', b') + P_{HV}(a', b)| \leq 2$$

CHSH (Clauser, Horne, Shimony, Holt)不等式

$^1\text{H} (d, ^2\text{He}) n$  反応



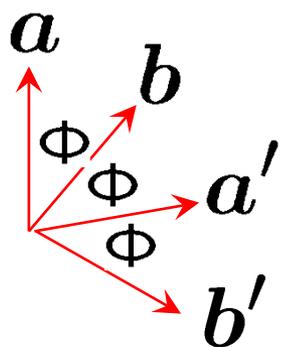
$$C_{\text{exp}}(\Phi) = \frac{1}{A^{(1)}A^{(2)}} \frac{N_{L_1L_2} + N_{R_1R_2} - N_{L_1R_2} - N_{R_1L_2}}{N_{L_1L_2} + N_{R_1R_2} + N_{L_1R_2} + N_{R_1L_2}}$$

# 拡張されたベルの不等式

$$S \equiv |P_{HV}(a, b) - P_{HV}(a, b')| + |P_{HV}(a', b') + P_{HV}(a', b)| \leq 2$$

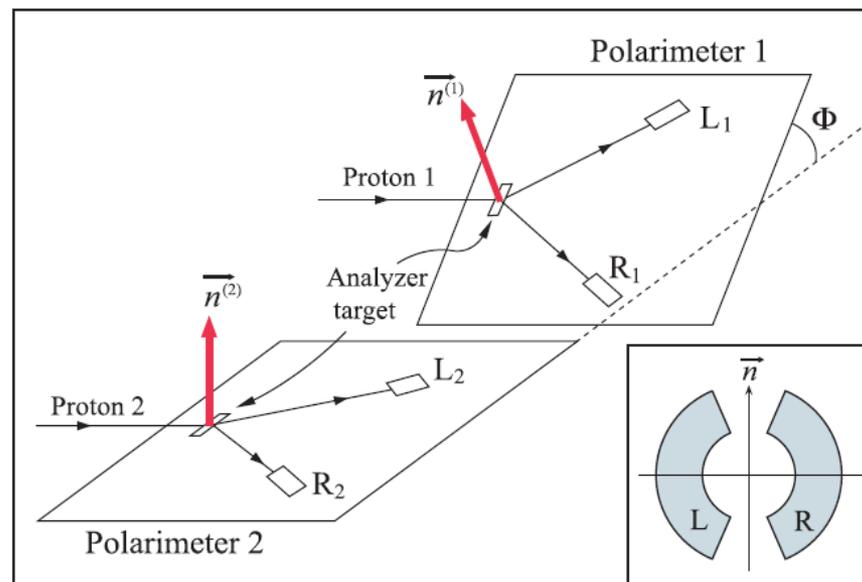
CHSH (Clauser, Horne, Shimony, Holt)不等式

$^1\text{H} (d, ^2\text{He}) n$  反応



$$\theta_{ab} = \theta_{ba'} = \theta_{a'b'} \equiv \Phi$$

として実験



$$C_{\text{exp}}(\Phi) = \frac{1}{A^{(1)}A^{(2)}} \frac{N_{L_1L_2} + N_{R_1R_2} - N_{L_1R_2} - N_{R_1L_2}}{N_{L_1L_2} + N_{R_1R_2} + N_{L_1R_2} + N_{R_1L_2}}$$

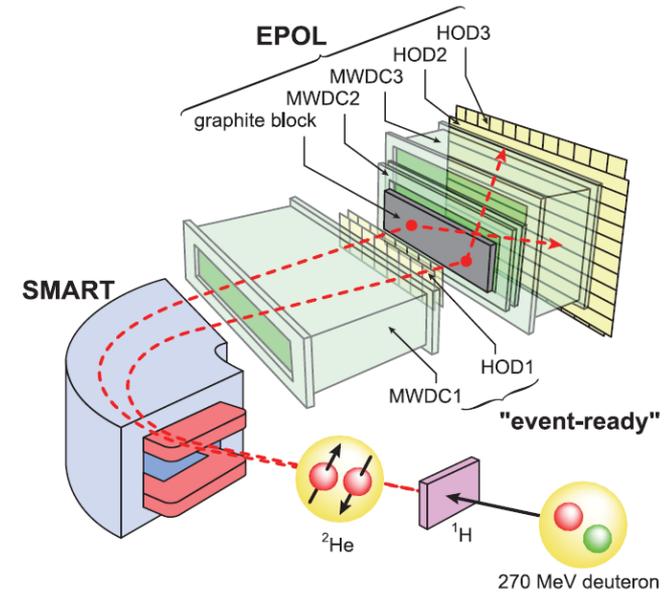
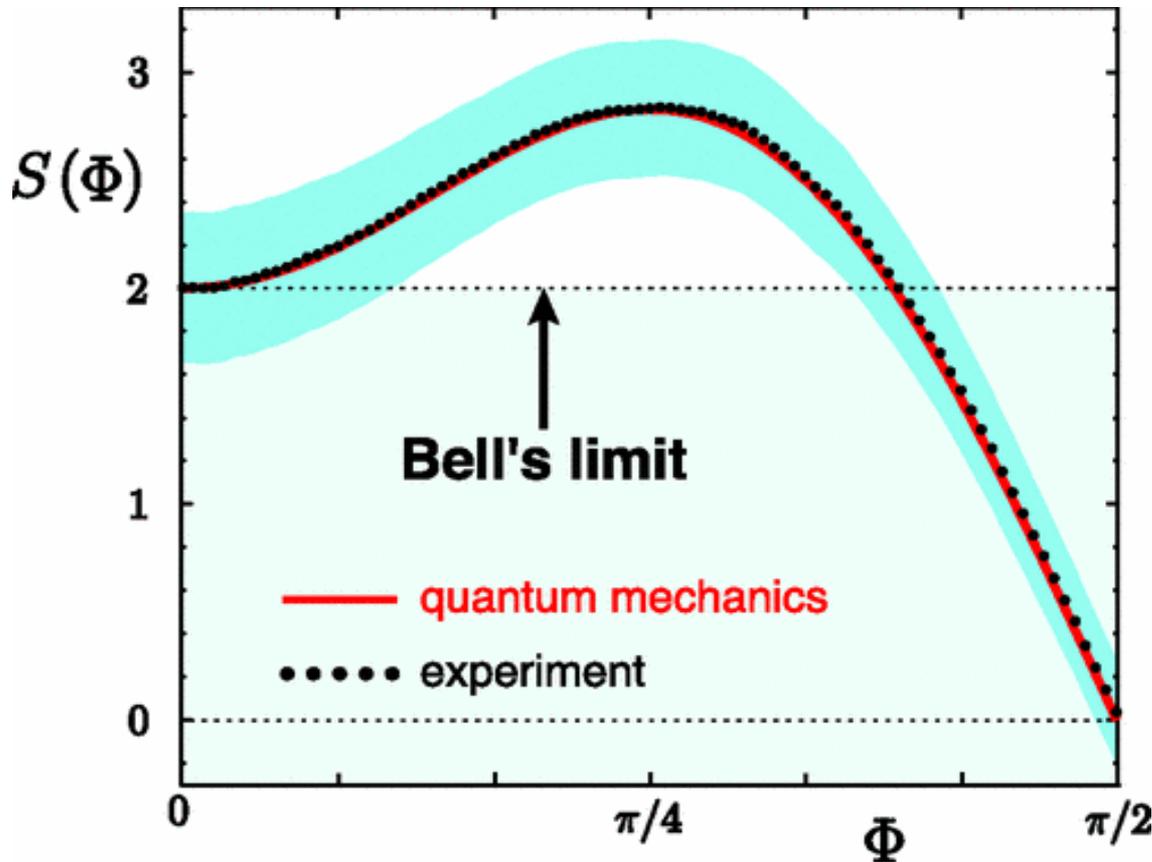
$$S(\Phi) = 2C(\Phi) + C(-\Phi) - C(3\Phi)$$

# 拡張されたベルの不等式

$$S \equiv |P_{HV}(a, b) - P_{HV}(a, b')| + |P_{HV}(a', b') + P_{HV}(a', b)| \leq 2$$

CHSH (Clauser, Horne, Shimony, Holt)不等式

$^1\text{H} (d, ^2\text{He}) n$  反応

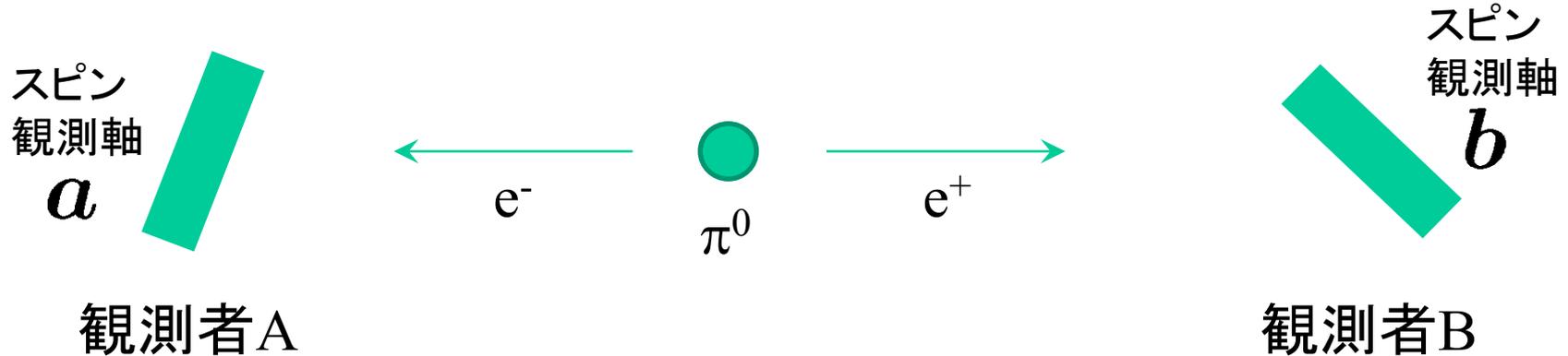


## Violation of the Leggett-Garg Inequality in Neutrino Oscillations

J. A. Formaggio,\* D. I. Kaiser, M. M. Murskyj, and T. E. Weiss  
*Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, USA*

(Received 8 February 2016; published 26 July 2016)

### ➤ ベルの不等式: 2粒子系の空間的相関



### ➤ Leggett-Garg の不等式: 1粒子系の時間的相関

ベルの不等式の「時間版」



$$C_{ij} = \langle \hat{Q}(t_i) \hat{Q}(t_j) \rangle, \quad (1)$$

Qの固有値  
は +/- 1

## Leggett-Garg の不等式

$$C_{ij} = \langle \hat{Q}(t_i) \hat{Q}(t_j) \rangle, \quad (1)$$

$$K_n \equiv \sum_{i=1}^{n-1} C_{i,i+1} - C_{n,1} \quad (2)$$

$$\longrightarrow \boxed{K_n \leq n - 2 \quad (n \geq 3)}$$

例)  $n=3$  だと、 $C_{12} + C_{23} - C_{31} \leq 1$

(note)  $C_{ij} = \langle \hat{Q}(t_i) \hat{Q}(t_j) \rangle = \langle \hat{Q}(t_i) \rangle \langle \hat{Q}(t_j) \rangle = Q_i Q_j$

とすると(各時刻に  $Q$  が、決まった値をもっている)とすると

$$K_3 = Q_1 Q_2 + Q_2 Q_3 - Q_1 Q_3$$

これが最大になるのは、 $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$   
または  $Q_1 = Q_2 = -Q_3 = 1$  (このとき、 $K_3 = 1$ )

## ニュートリノ振動への適用

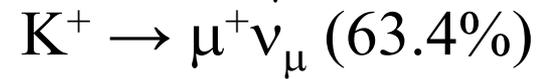
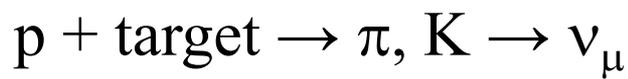
$\hat{Q} = \sigma_z$  とし、 $|\uparrow\rangle = |\nu_\mu\rangle$ ,  $|\downarrow\rangle = |\nu_e\rangle$  とアサインする。  
(2フレーバー混合)

ニュートリノ振動のハミルトニアン:

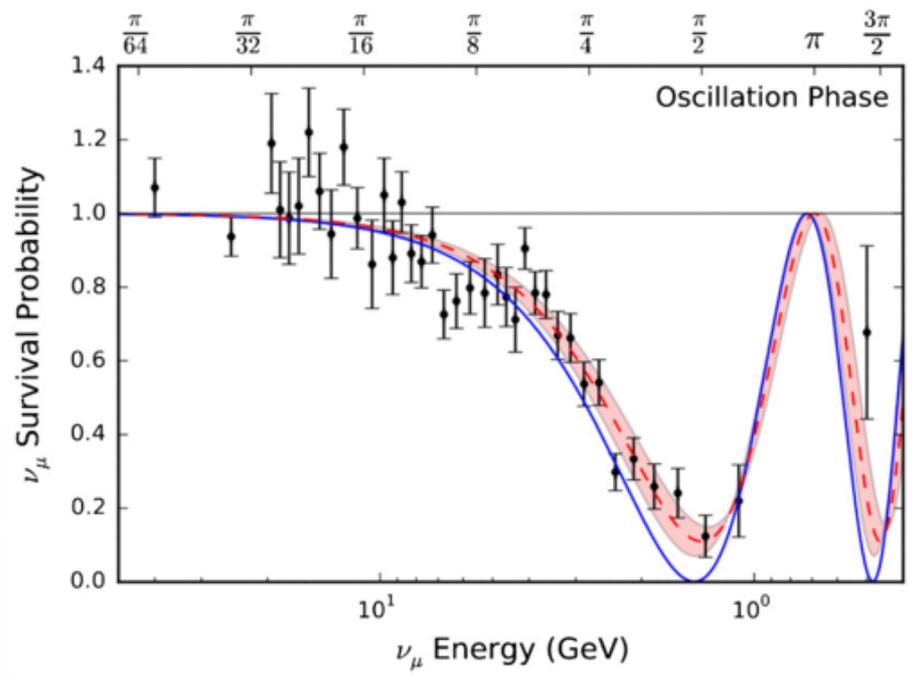
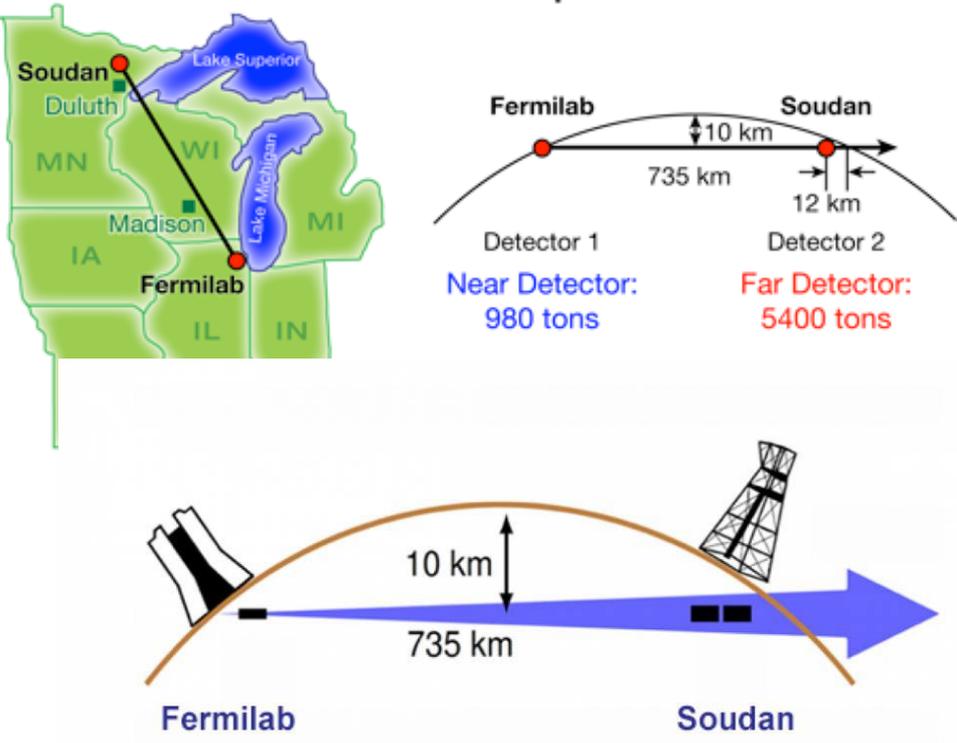
$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \left( p + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4p} + \frac{V_C}{2} + V_N \right) \mathbb{1} \\ &+ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} V_C - \omega \cos 2\theta & \omega \sin 2\theta \\ \omega \sin 2\theta & \omega \cos 2\theta - V_C \end{pmatrix} \\ &\equiv r_0 \mathbb{1} + \frac{\vec{r} \cdot \vec{\sigma}}{2}, \end{aligned} \tag{5}$$

- ✓  $V_C, V_N$  は物質効果 (以下では考えない)。
- ✓  $\omega = (m_2^2 - m_1^2)/2p$

# MINOSデータ



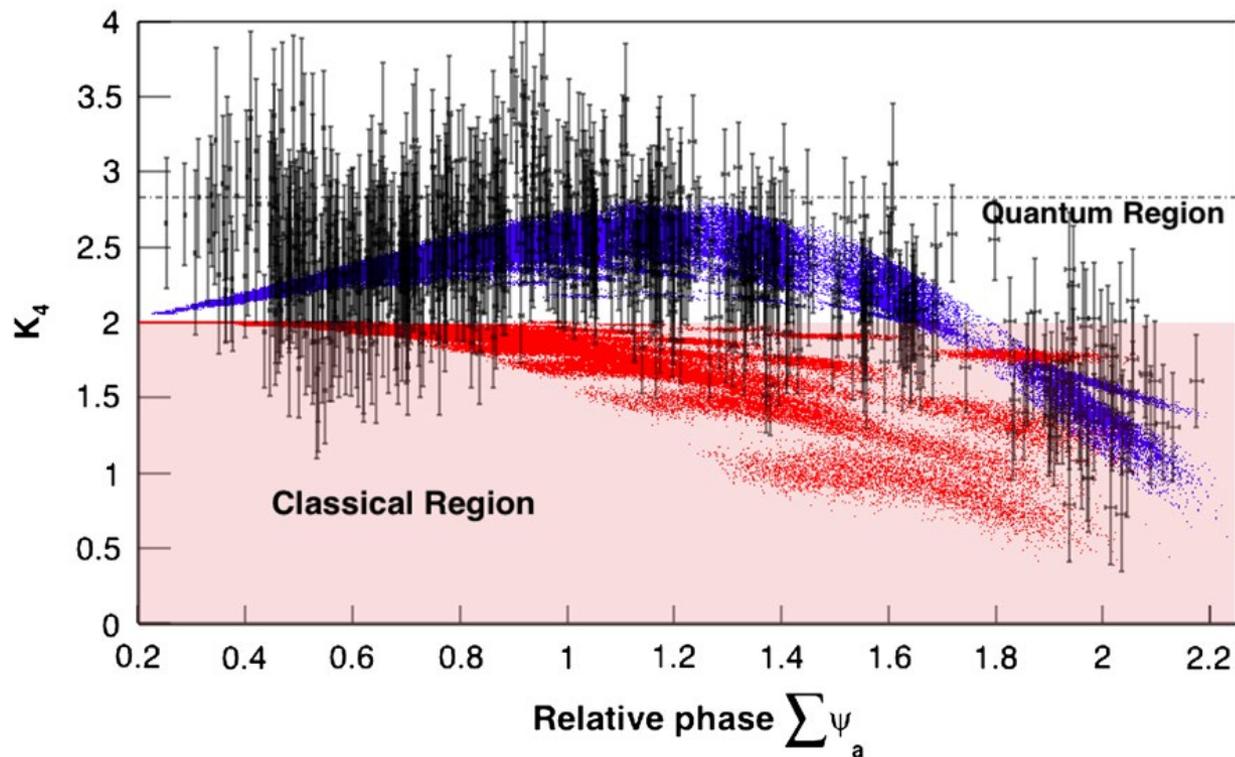
The MINOS Experiment



実線: PDG の混合角を使ったもの  
点線: フィット

$E$ を変えることによって実効的に  $t$  を変えることができる  
 → 735 km の長距離を飛ばして L-G 不等式をテストすることができる  
 → 82組中64組が L-G 不等式 ( $K_3 \leq 1$ ) を破る。

## $n = 4$ の場合



715組中 577組が L-G 不等式を破る

隠れた変数理論を明らかに否定する結果

J.A. Formaggio, D.I. Kaiser, M.M. Murskyj, and T.E. Weiss,  
PRL117, 050402 (2016)

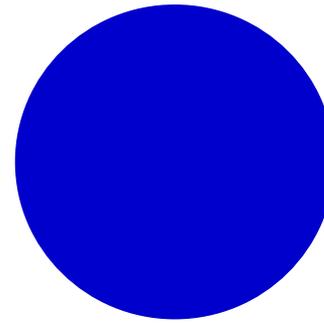


# Collective Vibrations

光吸收斷面積



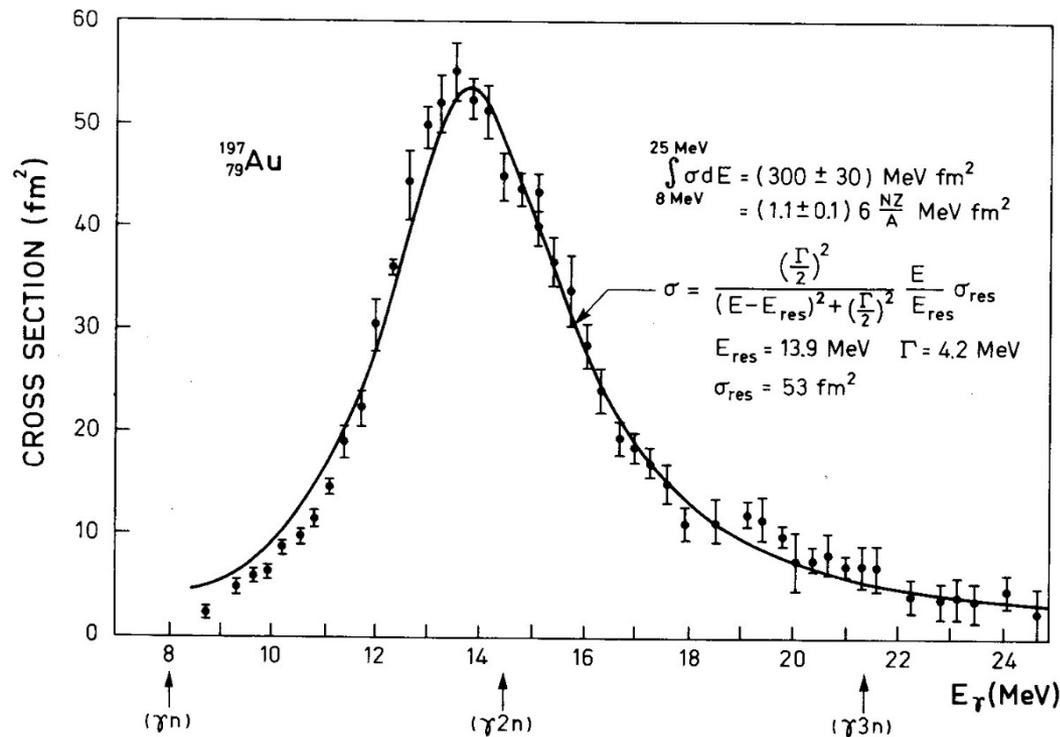
photon  
beam



nucleus



transmitted  
photons



**Figure 6-18** Total photoabsorption cross section for  $^{197}\text{Au}$ . The experimental data are from S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, and N. A. Kerr, *Phys. Rev.* **127**, 1273 (1962). The solid curve is of Breit-Wigner shape with the indicated parameters.

# Sum Rule

$$|\psi\rangle = F|0\rangle$$

$F$  (external field)

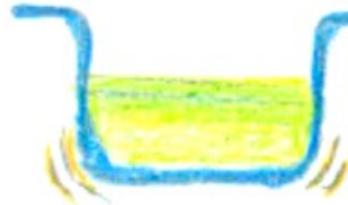
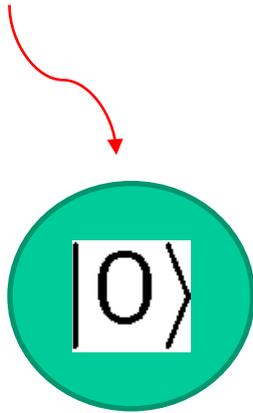


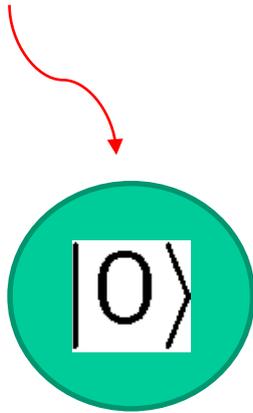
図: 松柳研一氏

外場をかけて原子核をゆすってみる

# Sum Rule

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= F|0\rangle \\ &= \sum_n |n\rangle \langle n|F|0\rangle \end{aligned}$$

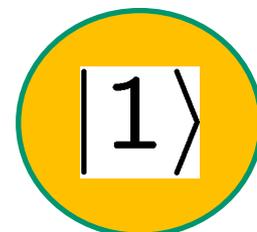
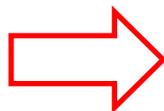
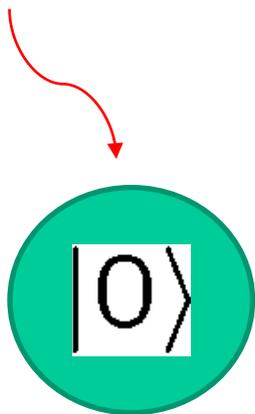
$F$  (external field)



# Sum Rule

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= F|0\rangle \\ &= \sum_n |n\rangle \langle n|F|0\rangle \end{aligned}$$

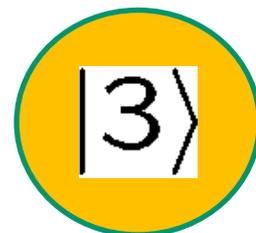
$F$  (external field)



+



+



+.....

確率

$$|\langle 1|F|0\rangle|^2$$

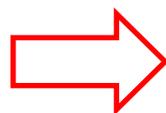
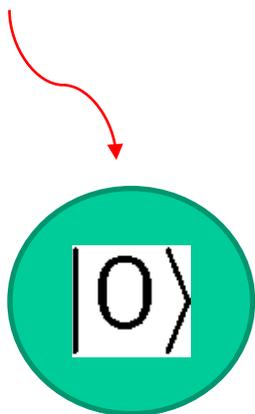
$$|\langle 2|F|0\rangle|^2$$

$$|\langle 3|F|0\rangle|^2$$

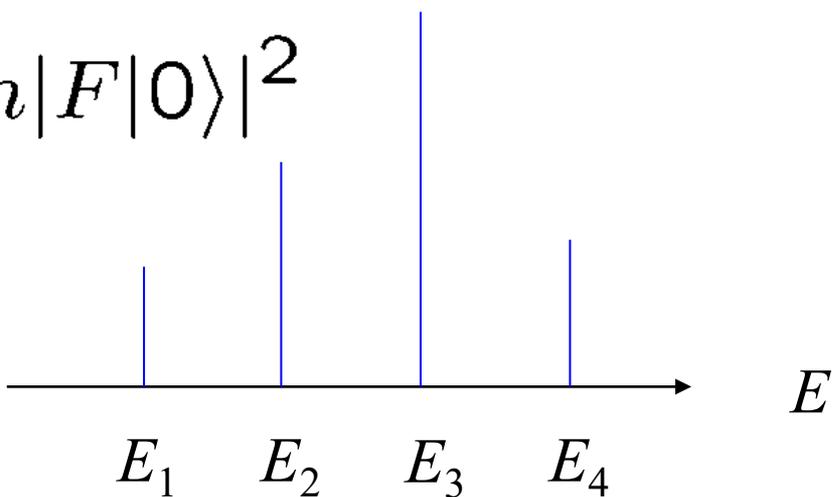
# Sum Rule

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= F|0\rangle \\ &= \sum_n |n\rangle \langle n|F|0\rangle \end{aligned}$$

$F$  (external field)



$|\langle n|F|0\rangle|^2$



確率

$$|\langle 1|F|0\rangle|^2$$

+

$$|\langle 2|F|0\rangle|^2$$

+

$$|\langle 3|F|0\rangle|^2$$

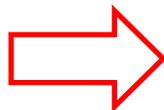
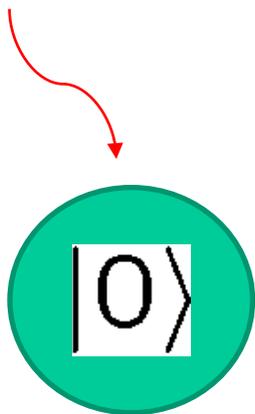
+.....

# Sum Rule

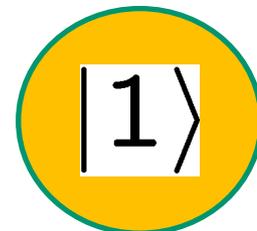
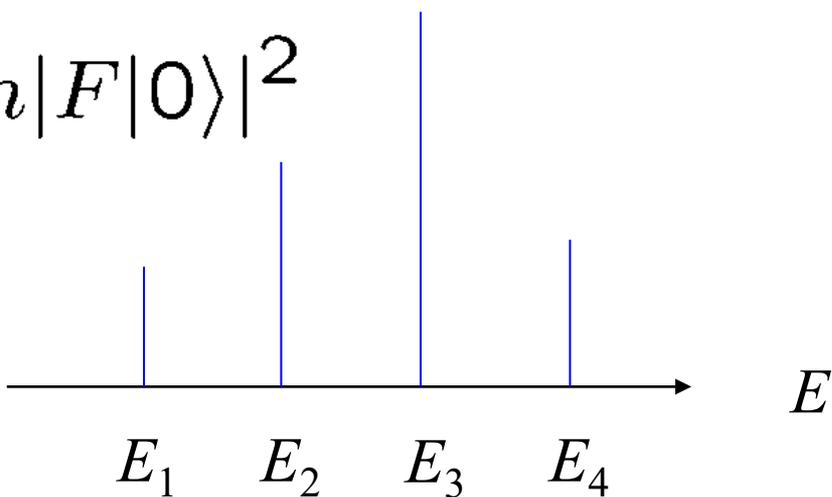
Strength function:

$$S(E) = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2 \delta(E_n - E_0 - E)$$

$F$  (external field)



$|\langle n|F|0\rangle|^2$



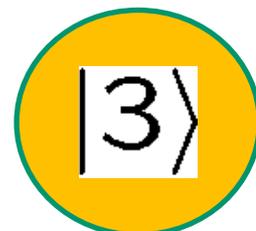
$|\langle 1|F|0\rangle|^2$

+



$|\langle 2|F|0\rangle|^2$

+



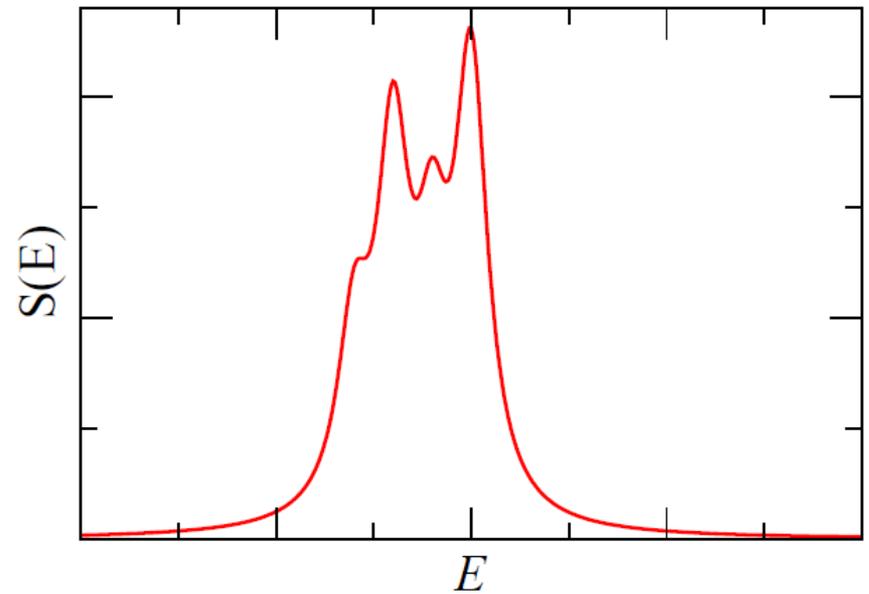
$|\langle 3|F|0\rangle|^2$

+.....

# Sum Rule

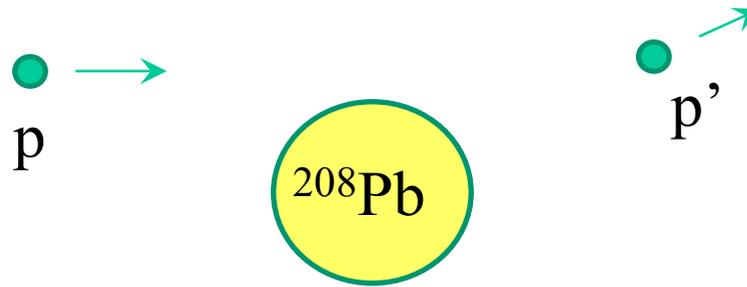
Strength function:

$$S(E) = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2 \times \delta(E_n - E_0 - E)$$

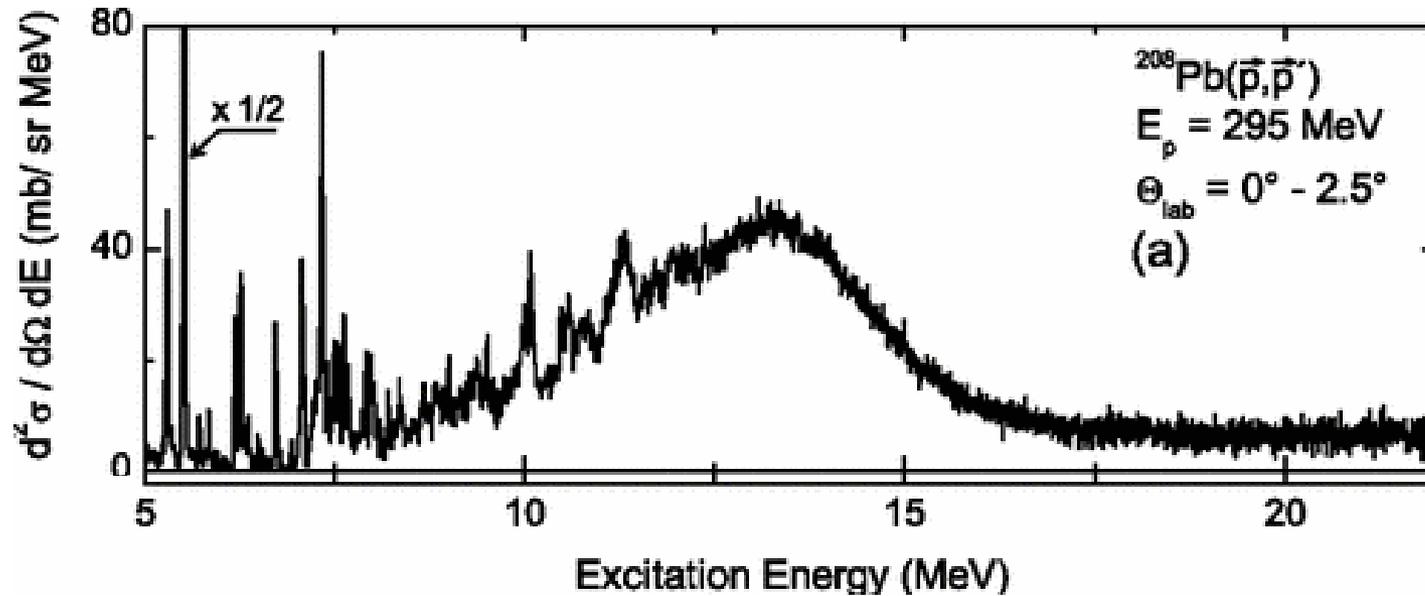


# Sum Rule

例えば:



非弾性散乱( $^{208}\text{Pb}$  の励起)のスペクトル

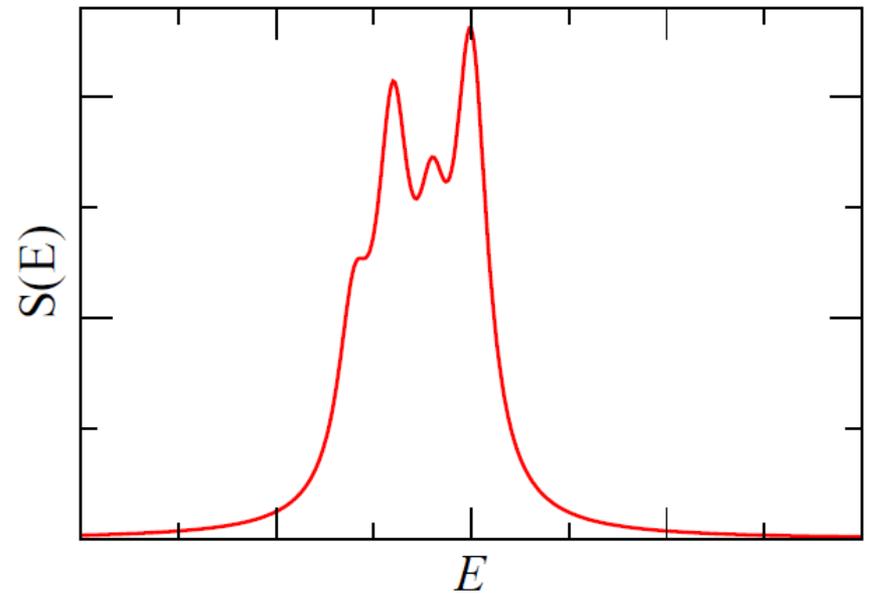


A. Tamii et al., PRL107, 062502 (2011)

# Sum Rule

Strength function:

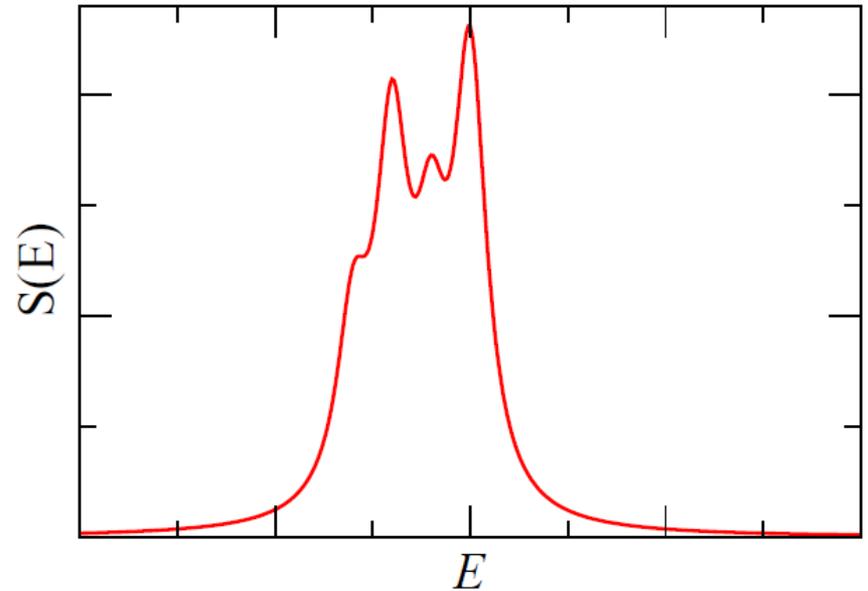
$$S(E) = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2 \times \delta(E_n - E_0 - E)$$



# Sum Rule

Strength function:

$$S(E) = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2 \times \delta(E_n - E_0 - E)$$



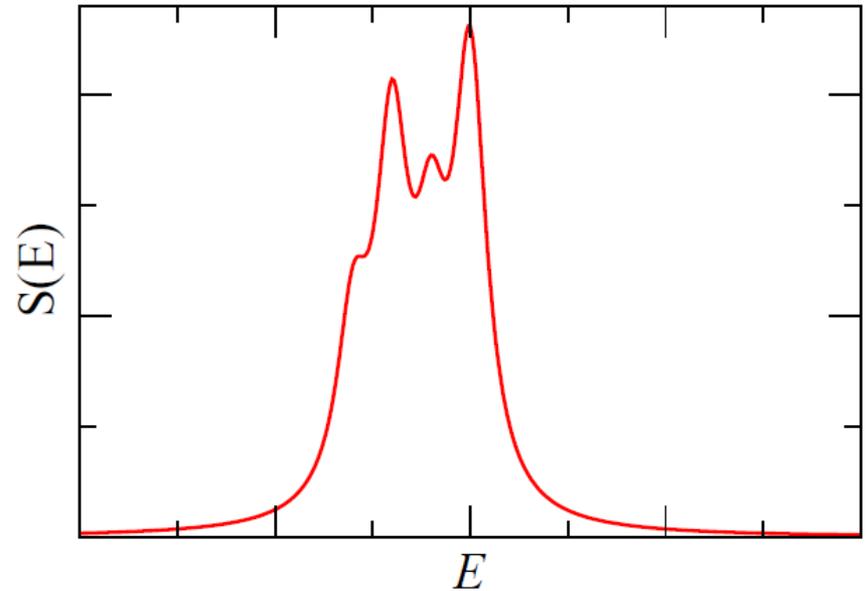
✓ non-energy weighted sum rule

$$S_0 \equiv \int S(E) dE = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2$$

# Sum Rule

Strength function:

$$S(E) = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2 \times \delta(E_n - E_0 - E)$$



✓ non-energy weighted sum rule

$$S_0 \equiv \int S(E) dE = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2$$

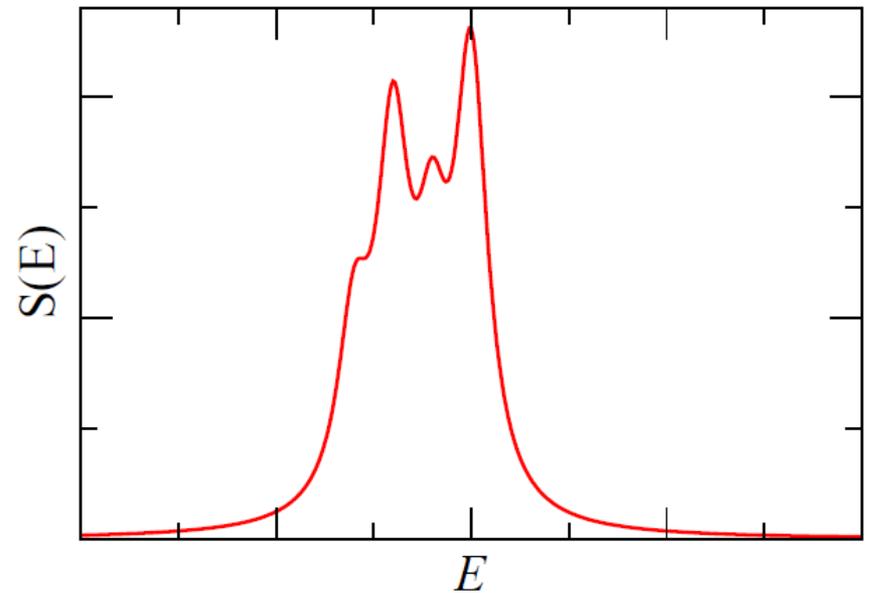
✓ energy weighted sum rule

$$S_1 \equiv \int ES(E) dE = \sum_n (E_n - E_0) |\langle n|F|0\rangle|^2$$

✓ non-energy weighted sum rule

$$S_0 \equiv \int S(E) dE = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2$$
$$= \langle 0|F^2|0\rangle$$

$F^2$ の基底状態期待値



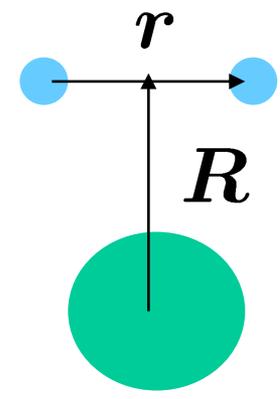
$$S(E) = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2 \times \delta(E_n - E_0 - E)$$

✓ non-energy weighted sum rule

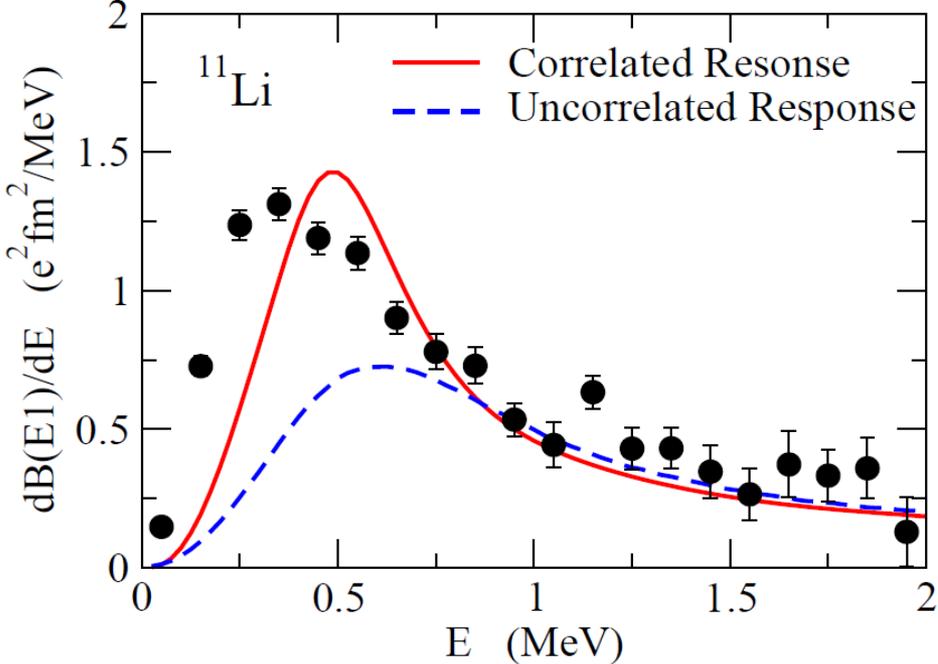
$$S_0 \equiv \int S(E)dE = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2$$

$$= \langle 0|F^2|0\rangle$$

$F^2$ の基底状態期待値



cf. geometry of Borromean nuclei



$$B(E1) = \sum_i B(E1; gs \rightarrow i)$$

$$= \frac{3}{\pi} \left(\frac{Ze}{A}\right)^2 \langle R^2 \rangle$$

⇒  $\langle \theta_{nn} \rangle = 65.2^{+11.4}_{-13.0}$  ( $^{11}\text{Li}$ )

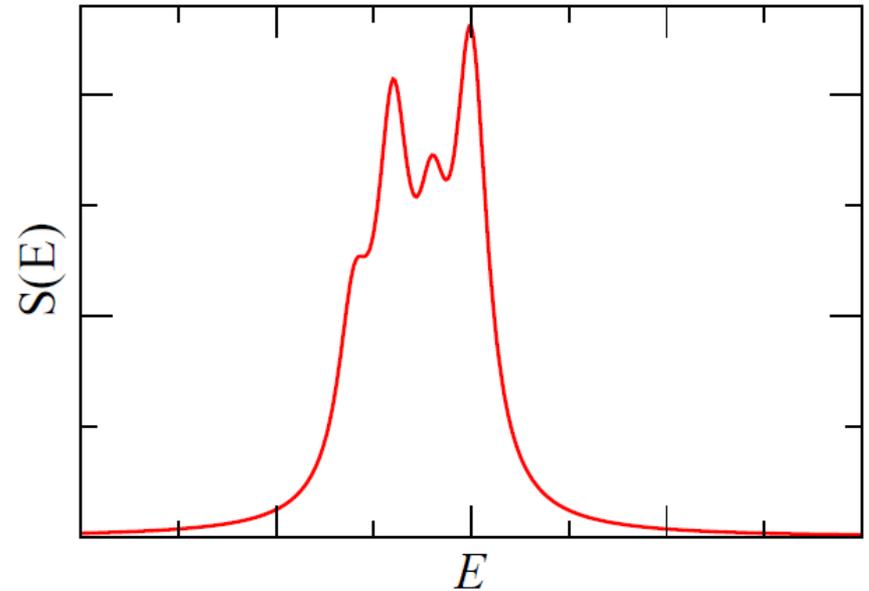
$= 74.5^{+11.2}_{-13.1}$  ( $^6\text{He}$ )

experimental data:  
T. Nakamura et al., PRL96('06)252502

K.H. and H. Sagawa,  
PRC76('07)047302

✓ energy weighted sum rule

$$\begin{aligned}
 S_1 &\equiv \int E S(E) dE \\
 &= \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | F | 0 \rangle|^2 \\
 &= \frac{1}{2} \langle 0 | [F, [H, F]] | 0 \rangle
 \end{aligned}$$



$$S(E) = \sum_{\nu} |\langle \nu | F | 0 \rangle|^2 \times \delta(E_{\nu} - E_0 - E)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \langle 0 | [F, [H, F]] | 0 \rangle &= \frac{1}{2} \langle F(HF - FH) - (HF - FH)F \rangle \\
 &= \langle FHF - E_0 F^2 \rangle \\
 &= \sum_{\nu} E_{\nu} |\langle 0 | F | \nu \rangle|^2 - E_0 \langle 0 | F^2 | 0 \rangle \\
 &= \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | F | 0 \rangle|^2
 \end{aligned}$$

Energy weighted sum rule:

$$\begin{aligned} S_1 &= \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | F | 0 \rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2} \langle 0 | [F, [H, F]] | 0 \rangle \end{aligned}$$

For  $F = F(\mathbf{r})$  (local operator)

$$\begin{aligned} [H, F] &= \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2, F \right] \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla^2 F + 2\nabla F \cdot \nabla) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow [F, [H, F]] = \frac{\hbar^2}{m} (\nabla F)^2$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{\hbar^2}{2m} \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) \cdot (\nabla F)^2$$

$$S_1 = \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | F | 0 \rangle|^2 = \frac{\hbar^2}{2m} \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) \cdot (\nabla F)^2$$

For  $F=z$

$$S_1 = \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | z | 0 \rangle|^2 = \frac{\hbar^2 N_{sys}}{2m}$$

[TRK (Thomas-Reiche-Kuhn) Sum Rule]



Model independent

For  $F = r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}})$

$$S_1 = \frac{\lambda(2\lambda + 1)\hbar^2}{8\pi m} A \langle r^{2\lambda-2} \rangle$$

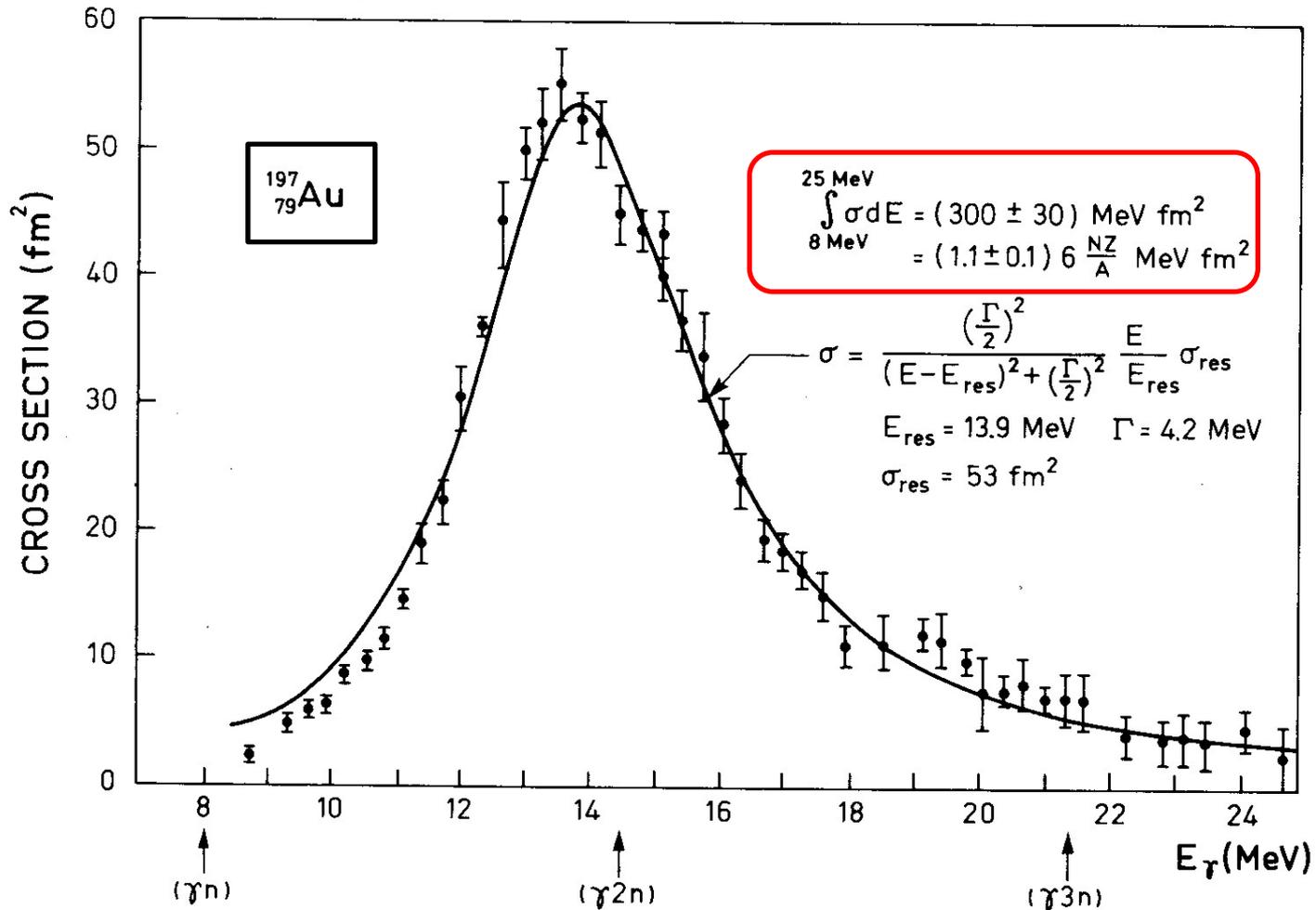
## Photo absorption cross section:

$$\sigma_{\text{abs}}(E_\gamma) = \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar c} (E_f - E_i) |\langle \phi_f | \tilde{z} | \phi_i \rangle|^2 \delta(E_\gamma - E_f + E_i)$$

$$\begin{aligned} \tilde{z} = \sum_p (z_p - Z_{cm}) &= \sum_p \left\{ z_p - \frac{1}{A} \left( \sum_{p'} z_{p'} + \sum_n z_n \right) \right\} \\ &= \frac{NZ}{A} \left( \frac{1}{Z} \sum_p z_p - \frac{1}{N} \sum_n z_n \right) \end{aligned}$$

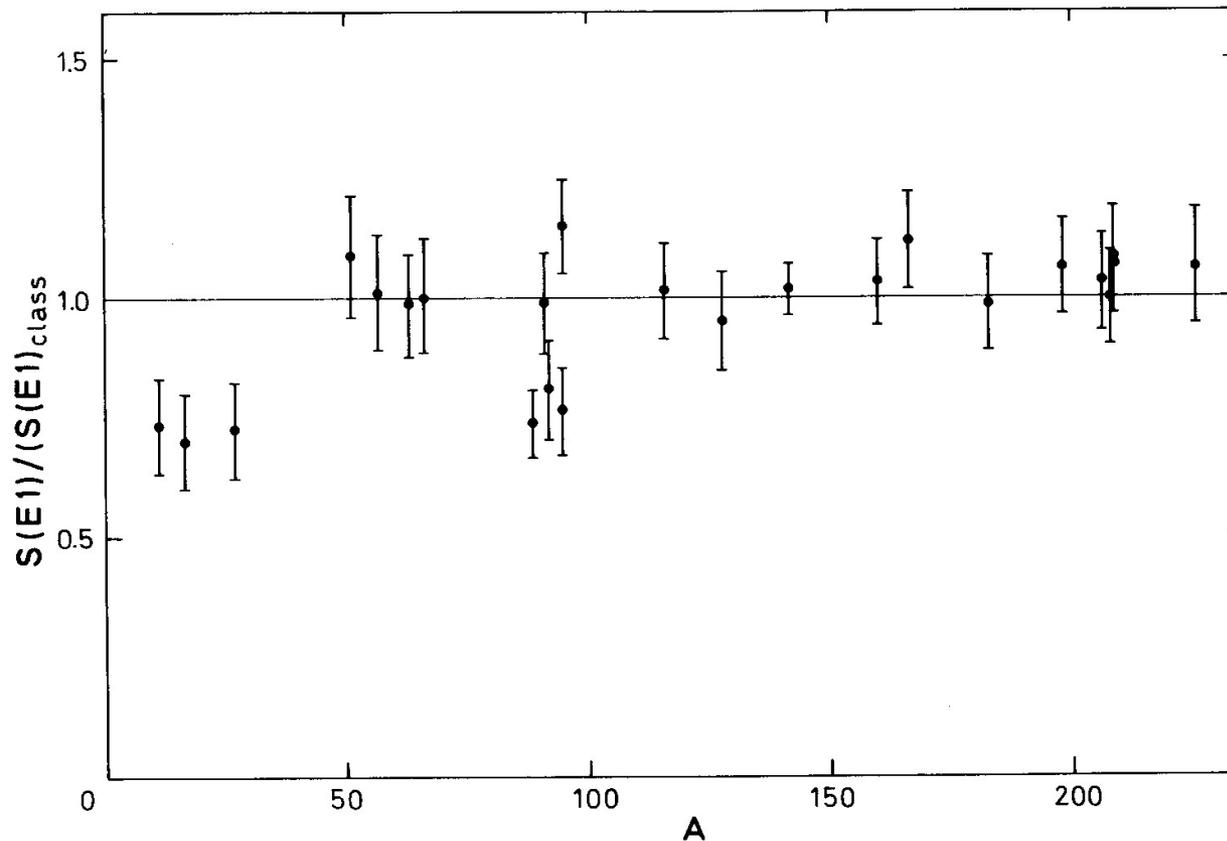
$$\begin{aligned} \int \sigma_{\text{abs}}(E_\gamma) dE_\gamma &= \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar c} \cdot \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{NZ}{A} \\ &= \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} \cdot \frac{NZ}{A} \end{aligned}$$

# Giant Dipole Resonance (GDR)



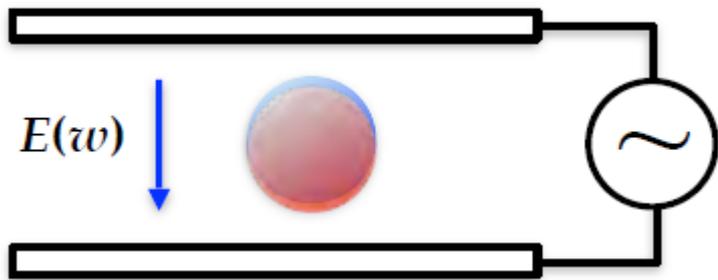
**Figure 6-18** Total photoabsorption cross section for  $^{197}\text{Au}$ . The experimental data are from S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, and N. A. Kerr, *Phys. Rev.* **127**, 1273 (1962). The solid curve is of Breit-Wigner shape with the indicated parameters.

$$\text{cf. } 41 \times 197^{-1/3} = 7.05 \text{ MeV}$$



**Figure 6-20** Total oscillator strength for dipole resonance. The observed total oscillator strength for energies up to 30 MeV is given in units of the classical sum rule value. For the nuclei with  $A > 50$ , the integrated oscillator strengths have been obtained from measurements of neutron yields produced by monochromatic  $\gamma$  rays (S. C. Fultz, R. L. Bramblett, B. L. Berman, J. T. Caldwell, and M. A. Kelly, in *Proc. Intern. Nuclear Physics Conference*, p. 397, ed.-in-chief R. L. Becker, Academic Press, New York, 1967). The photoscattering cross sections have been ignored, since they contribute only a very small fraction of the total cross sections. For the lighter nuclei, the yield of  $(\gamma p)$  processes must be included and the data are from:  $^{12}\text{C}$  and  $^{27}\text{Al}$  (S. C. Fultz, J. T. Caldwell, B. L. Berman, R. L. Bramblett, and R. R. Harvey, *Phys. Rev.* **143**, 790, 1966);  $^{16}\text{O}$  (Dolbilkin *et al.*, *loc.cit.*, Fig. 6-26). For the heavy nuclei ( $A > 50$ ), other measurements have yielded total oscillator strengths that are about 20% larger than those shown in the figure (see, for example, Veyssi re *et al.*, 1970).

## 分極率と inverse energy weighted sum rule



原子核の静電分極率  
→ 対称エネルギー

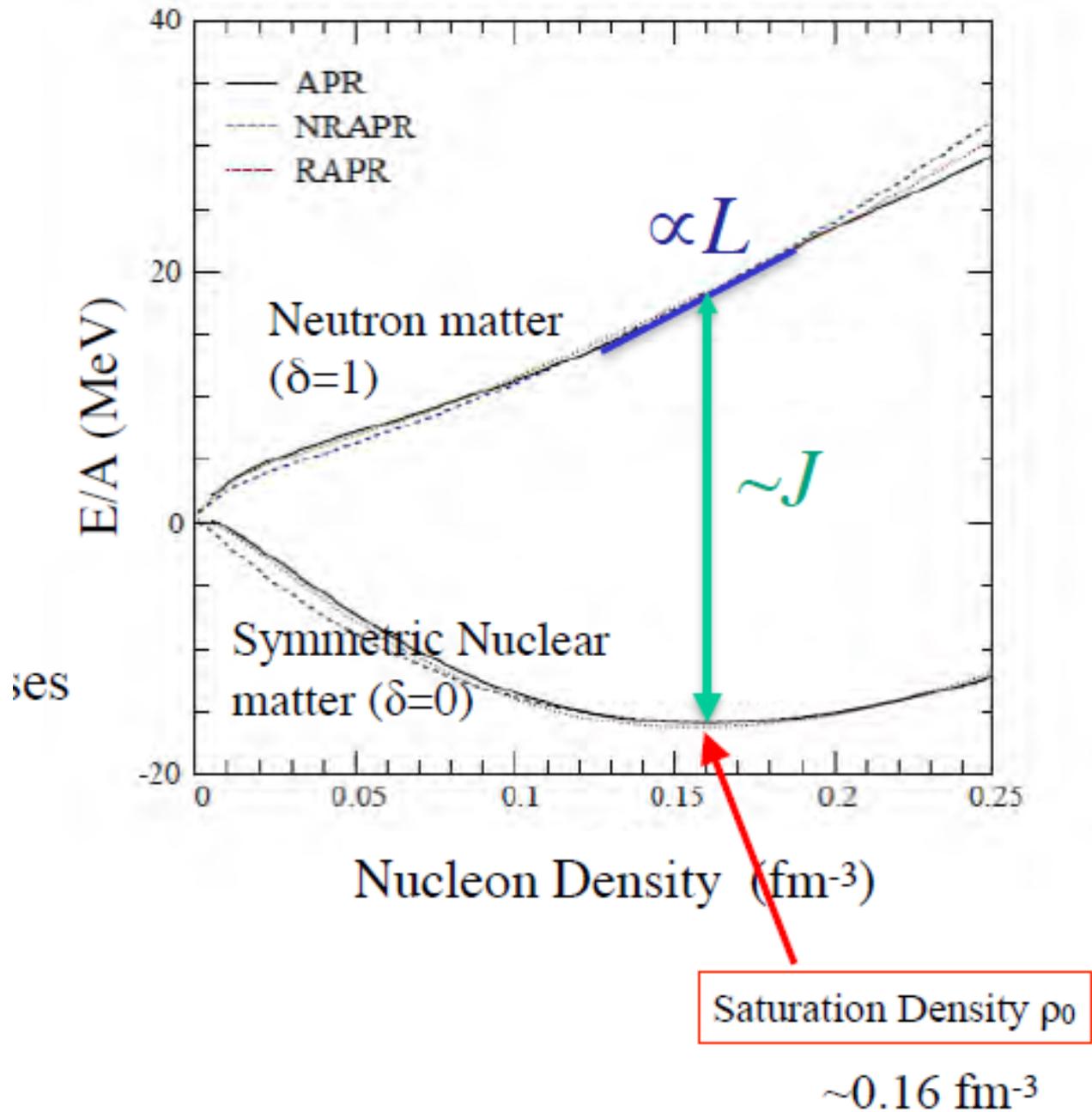
図: 民井さん

$$H = H_0 - \lambda F$$

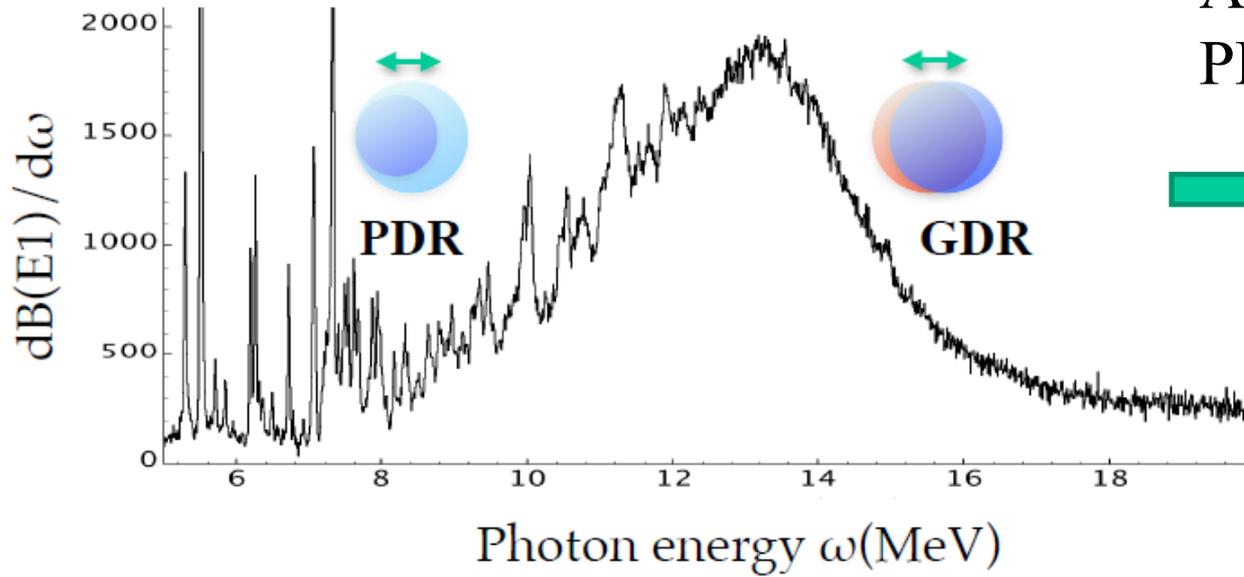
一次の摂動論:  $|\tilde{\psi}_0\rangle = |\psi_0\rangle - \lambda \sum_{n>0} \frac{\langle \psi_n | F | \psi_0 \rangle}{E_0 - E_n} |\psi_n\rangle$

$$\rightarrow \langle \tilde{\psi}_0 | F | \tilde{\psi}_0 \rangle = \langle \psi_0 | F | \psi_0 \rangle + \underbrace{2 \sum_{n>0} \frac{|\langle \psi_n | F | \psi_0 \rangle|^2}{E_n - E_0}}_{\text{分極率}} \lambda$$

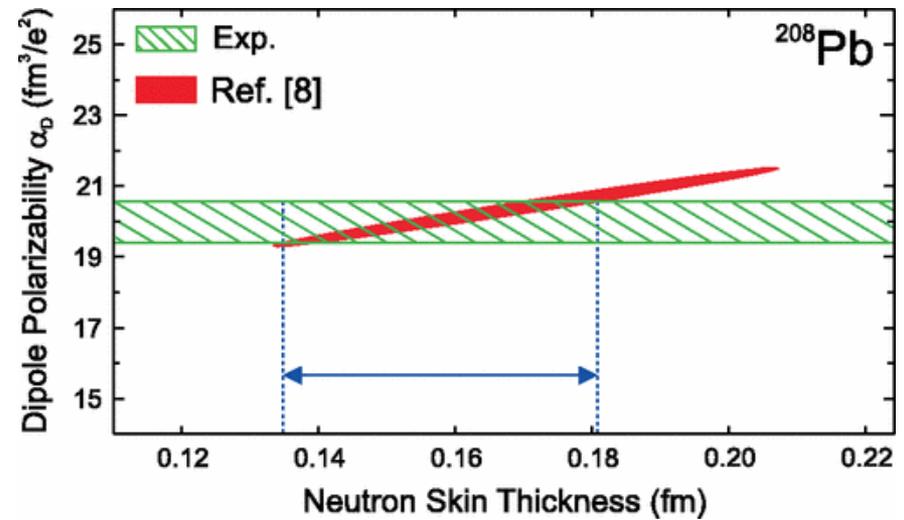
分極率



A. Tamii et al.,  
PRL107, 062502 (2011)

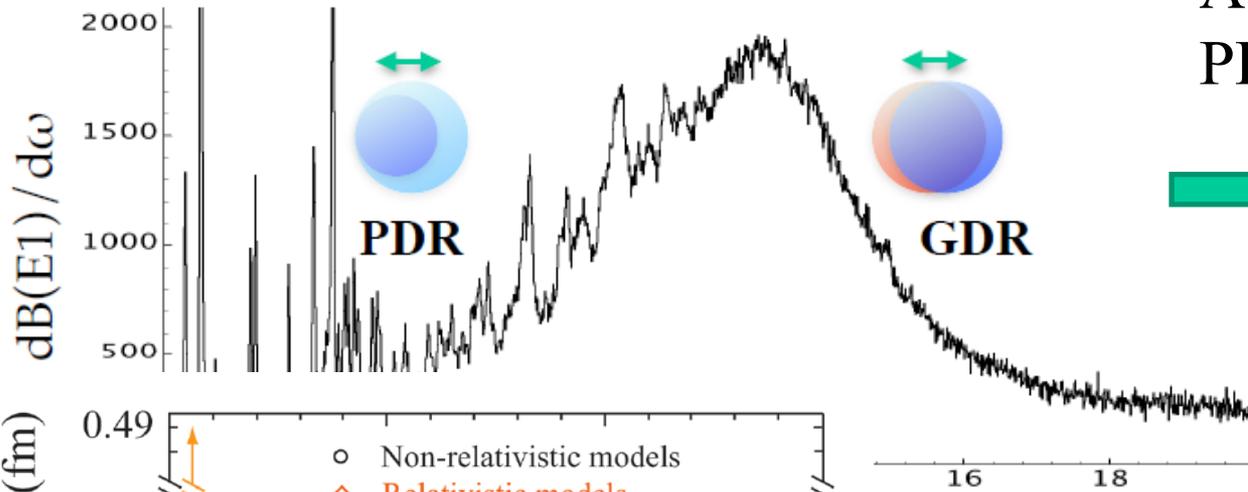


$\alpha = 20.1 \pm 0.6 \text{ fm}^3$

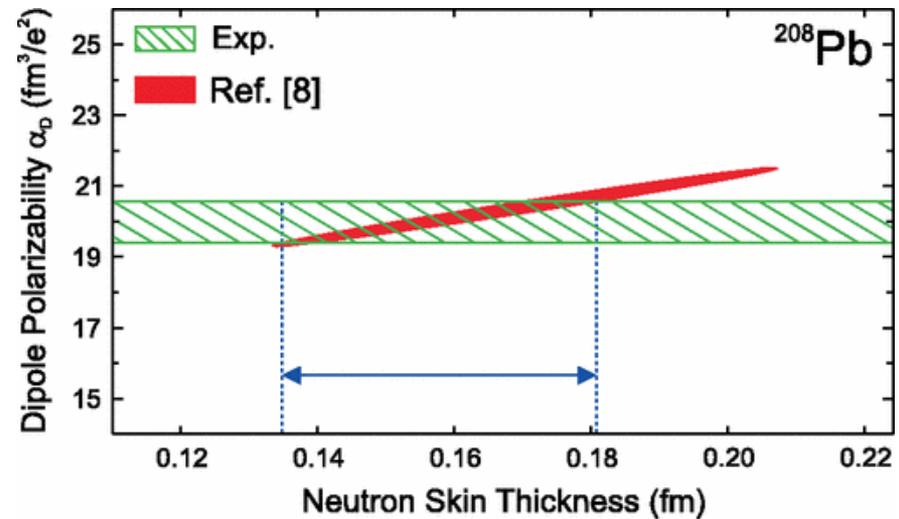
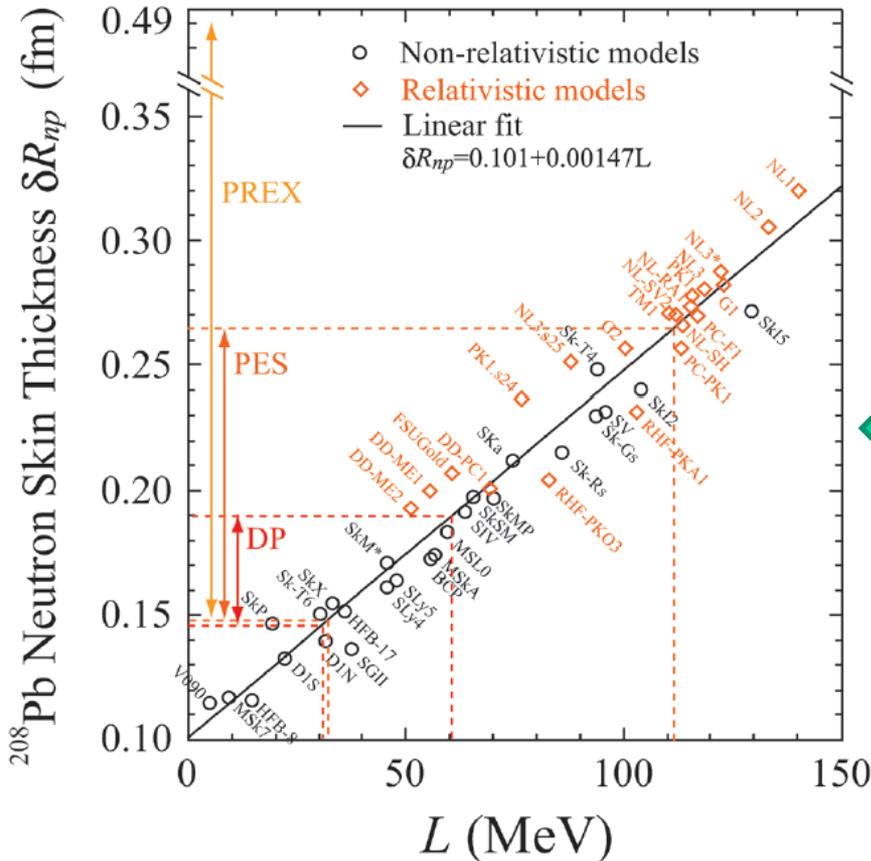


$r_{\text{skin}} = 0.156^{+0.025}_{-0.021} \text{ fm}$

A. Tamii et al.,  
PRL107, 062502 (2011)

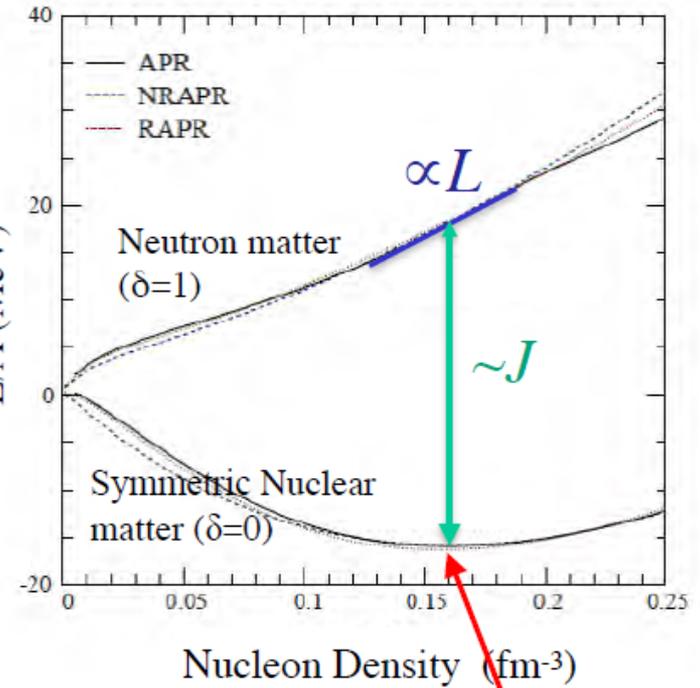
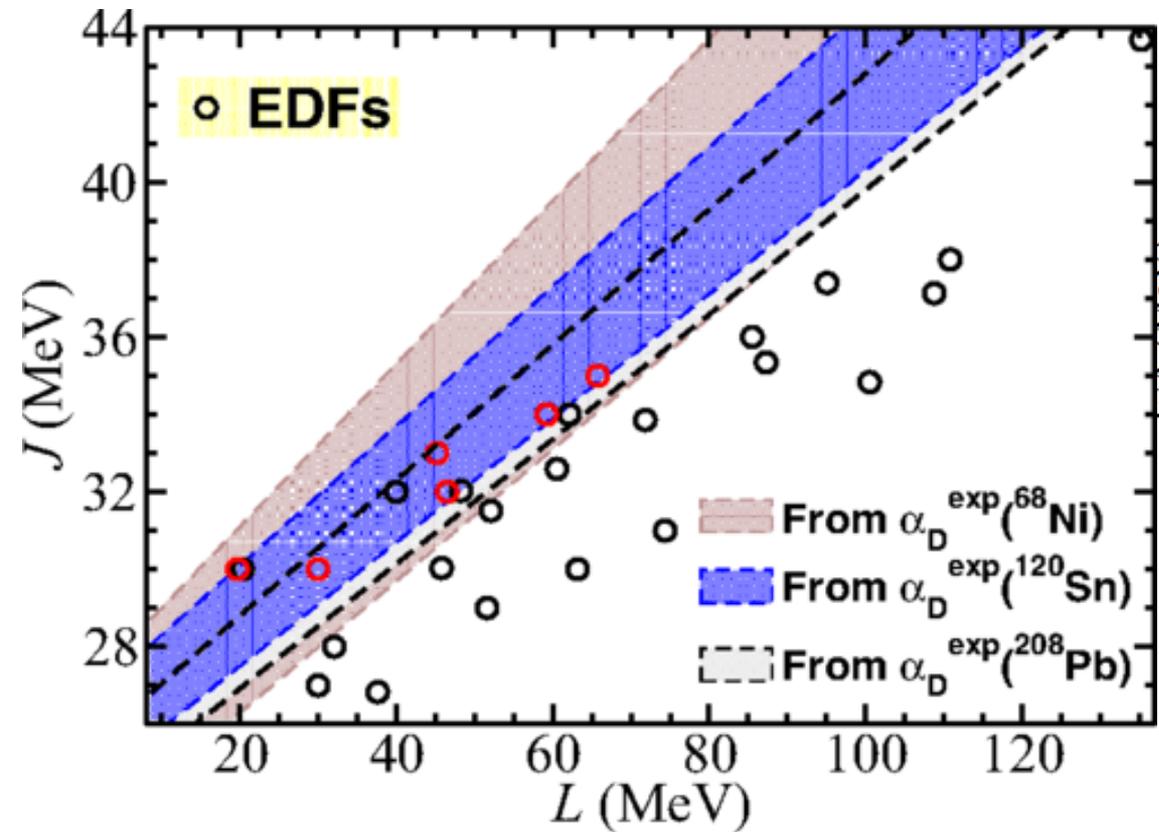


$\alpha = 20.1 \pm 0.6 \text{ fm}^3$



$r_{\text{skin}} = 0.156^{+0.025}_{-0.021} \text{ fm}$

民井、銭廣 (日本物理学会誌)



Saturation Density  $\rho_0$   
 $\sim 0.16 \text{ fm}^{-3}$

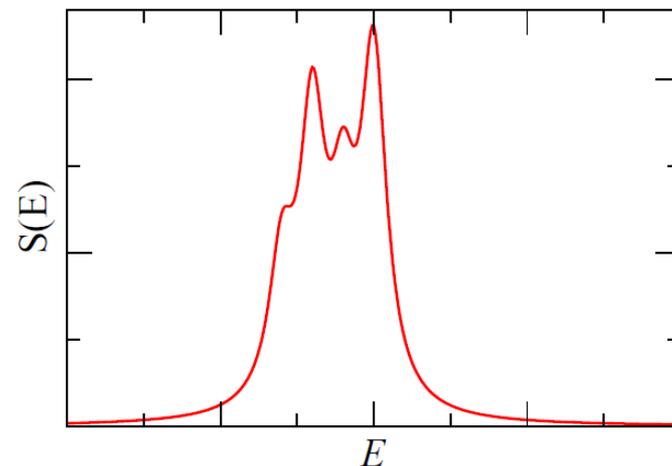
X. Roca-Maza et al.,  
 PRC92, 064303 (2015)

スライド: 民井さん

## 和則の利点

$$S_0 = \langle 0 | F^2 | 0 \rangle$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \langle 0 | [F, [H, F]] | 0 \rangle$$



和則:

励起状態の(ある種の)情報が基底状態の性質のみによって表わされる

(励起状態の情報を知っている必要がない)。

- 実験で強度分布が測られた時、測られた範囲外にも強度があるかどうか (missing strength) 判断できる。
- 強度分布を測ることによって原子核の半径などの情報を得られる。
- 実験データや数値計算のチェックになる。  
(和則の値よりとても大きくなると何かがおかしい)。

# Giant Quadrupole Resonance (GQR)

VOLUME 29, NUMBER 16

PHYSICAL REVIEW LETTERS

16 OCTOBER 1972

## Giant Multipole Resonances in $^{90}\text{Zr}$ Observed by Inelastic Electron Scattering

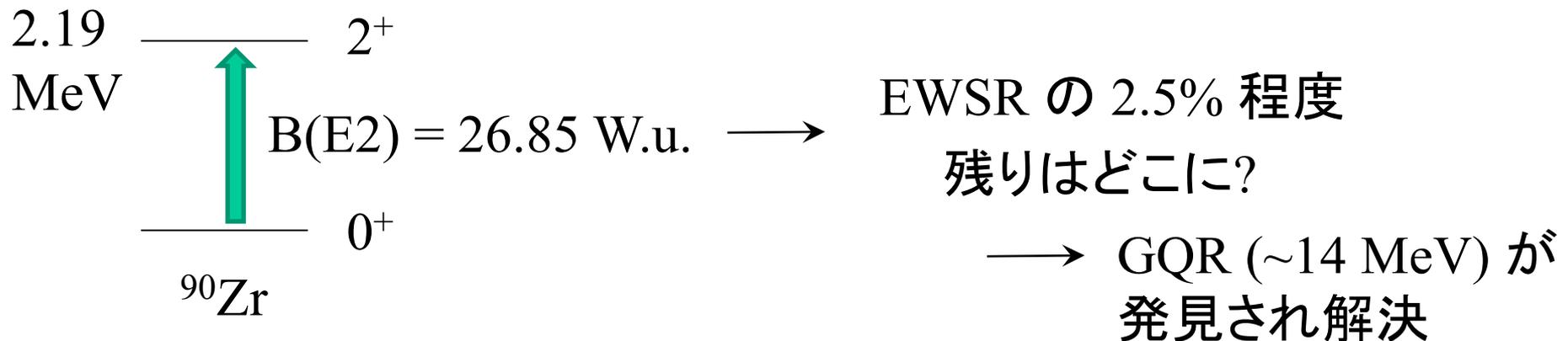
S. Fukuda and Y. Torizuka

*Laboratory of Nuclear Science, Tohoku University, Tomizawa, Sendai, Japan*

(Received 24 August 1972)

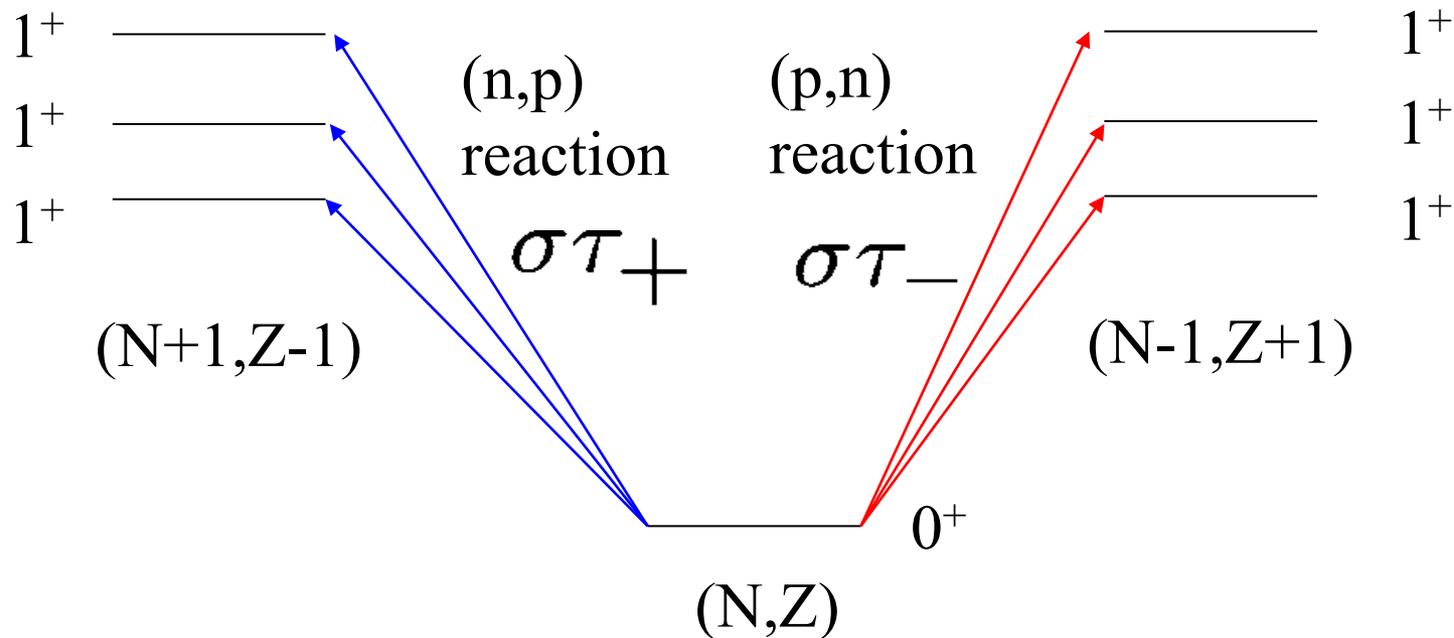
Inelastic electron scattering from the giant dipole resonance region in  $^{90}\text{Zr}$  was measured. In addition to the usual dipole resonance we have found new resonances at 14.0 MeV and around 28 MeV. The spins and parities and transition strengths of these states are discussed.

GQRの発見以前は、低エネルギー  $2^+$  状態のみが知られていた



## Ikeda sum rule

charge exchange reactions: Gamow-Teller transitions

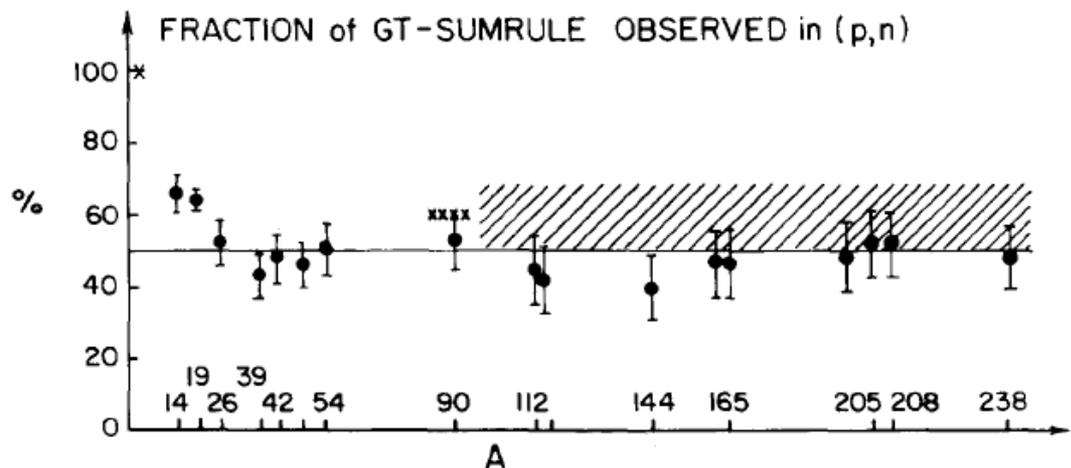
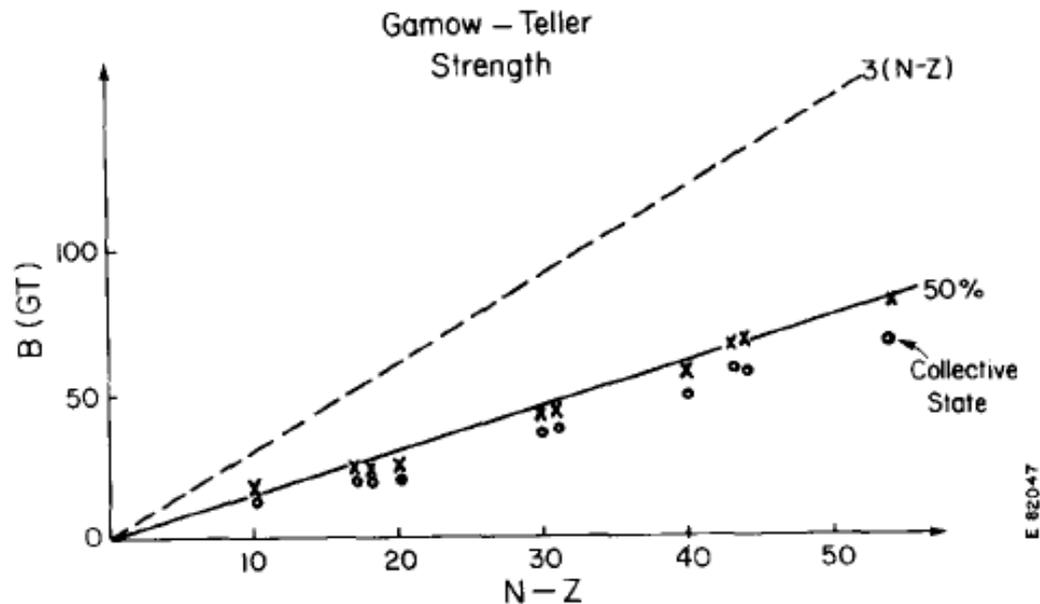
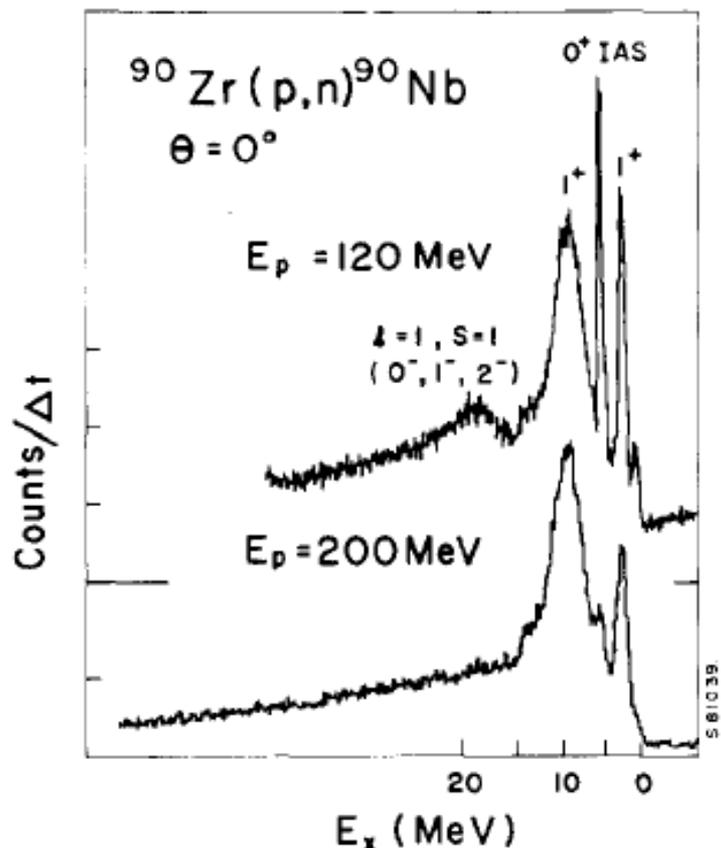


Ikeda sum rule

$$S_0(\sigma\tau_-) - S_0(\sigma\tau_+) = 3(N - Z)$$



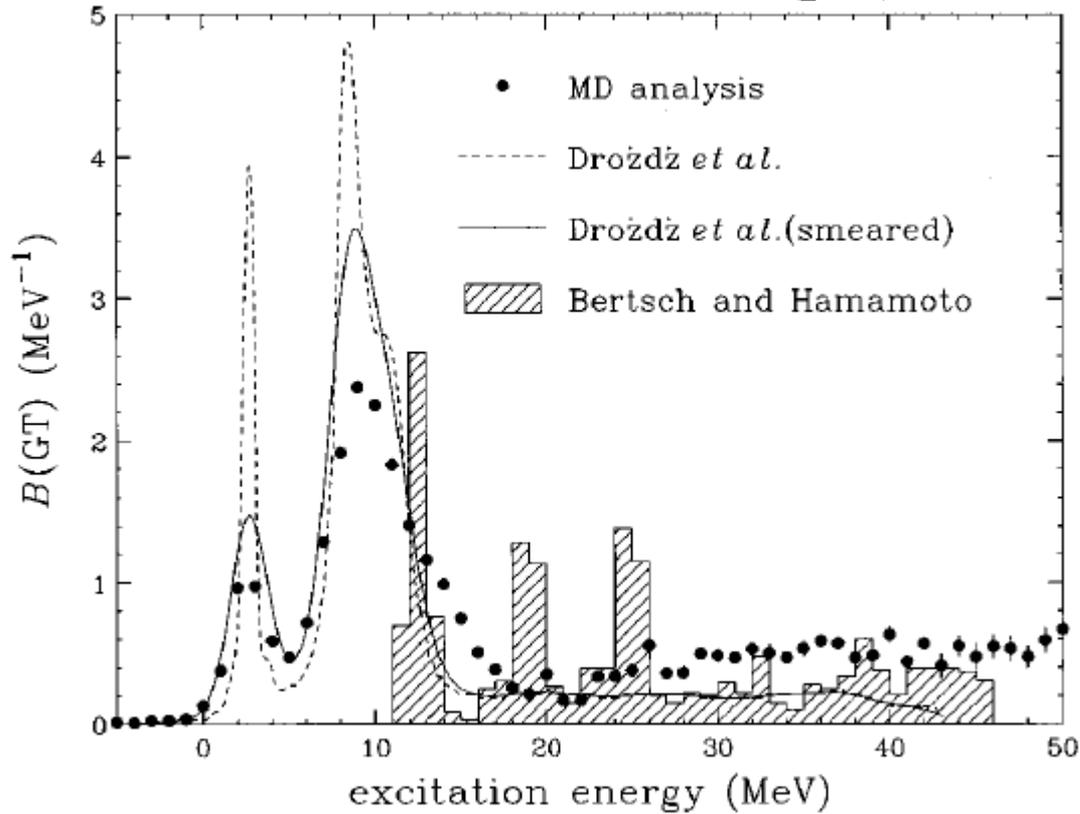
the situation before 1997



the “quenching problem”  
 of GT strength

quark ( $\Delta$  resonance)?

# $^{90}\text{Zr} (p,n) ^{90}\text{Nb}$



T. Wakasa *et al.*,  
PRC55 ('97) 2909

$$S_- - S_+ = 27.0 \pm 1.6 = (90 \pm 5)\% \text{ of Ikeda sum rule}$$

→ quark contribution: small

## レポート問題2 (⌘切: 12月3日(土))

1次元調和振動子 
$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

の  $n$  番目の固有状態  $|n\rangle$  を考える ( $n=0$  が基底状態)。

- 1) 演算子  $x^2$  に対して、強度関数を求めよ。 $n$  が 0 の場合、1 の場合、2 以上の場合で場合分けせよ。
- 2) 演算子  $x$  で遷移できる状態  $|k\rangle$  を全て書き出し(状態  $k$  も調和振動子の固有状態)、遷移確率

$$P_{n \rightarrow k} = |\langle k|x|n\rangle|^2$$

を求めよ。

- 3) 演算子  $x$  に対して energy weighted sum rule

$$S_1 = \sum_k (E_k - E_n) P_{n \rightarrow k}$$

を計算し、TRK和則が成り立っていることを示せ。

## レポート問題3 (⚡切: 12月3日(土))

1) スピン演算子  $\sigma_0 = \sigma_z$ ,  $\sigma_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_x \pm i\sigma_y)$

に対し、 $\sum_{\mu} (-1)^{\mu} \sigma_{\mu} \sigma_{-\mu}$  を計算せよ。

2) アイソスピン演算子に対して交換関係  $[\tau_+, \tau_-]$  を計算せよ。

3) 以下の Ikeda sum rule を証明せよ。

$$(Y_{\pm})_{\mu} \equiv \sum_{i=1}^A \tau_{\pm}(i) \sigma_{\mu}(i) ; [(Y_{\pm})_{\mu}]^{\dagger} = (-)^{\mu} (Y_{\mp})_{-\mu}$$

$$\begin{aligned} S_- - S_+ &= \langle 0 | Y_-^{\dagger} Y_- | 0 \rangle - \langle 0 | Y_+^{\dagger} Y_+ | 0 \rangle \\ &= \sum_{\mu} \langle 0 | (Y_-)_{\mu}^{\dagger} (Y_-)_{\mu} | 0 \rangle - \langle 0 | (Y_+)_{\mu}^{\dagger} (Y_+)_{\mu} | 0 \rangle \\ &= 3(N - Z) \end{aligned}$$

ここで、 $|0\rangle$  は陽子数  $Z$ 、中性子数  $N$ 、質量数  $A=Z+N$  を持つ原子核の基底状態である。