

原子核物理基礎論A

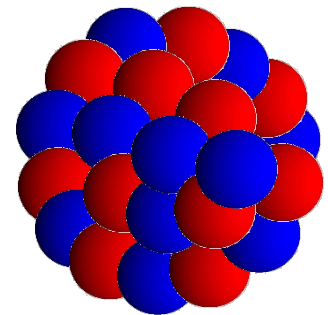
原子核理論研究室(物2) 萩野浩一

シラバス

大西
→北沢

1. はじめに(原子核の基本的性質)(1コマ)
2. 核力とその起源(3コマ)
3. クォークとハドロン(1コマ)
4. 核物質の相図と状態方程式(2コマ)
5. 殻模型と魔法数(2コマ)
6. 平均場理論と核変形(2コマ) **+核力**
7. 原子核の対相関(2コマ)
8. 中性子過剰核の物理(1コマ)

萩野



核子多体系の量子力学

シラバス(基礎論A)

大西
→北沢

1. はじめに(原子核の基本的性質)(1コマ)
2. 核力とその起源(3コマ)
3. クォークとハドロン(1コマ)
4. 核物質の相図と状態方程式(2コマ)

萩野

5. 殻模型と魔法数(2コマ)
6. 平均場理論と核変形(2コマ)
7. 原子核の対相関(2コマ)
8. 中性子過剰核の物理(2コマ)

+核力

主に基底状態

シラバス(基礎論B)

萩野

1. 原子核の集団運動(2コマ)
2. 集団運動の微視的理解(2コマ)
3. 原子核反応論基礎(1コマ)
4. 非束縛核の物理: 共鳴状態について(1コマ)
5. 超重元素の物理(1コマ)
6. 以降、北沢(QCD, 高エネルギー重イオン衝突、
有限温度・有限密度の場の理論)

主に励起状態
と核反応

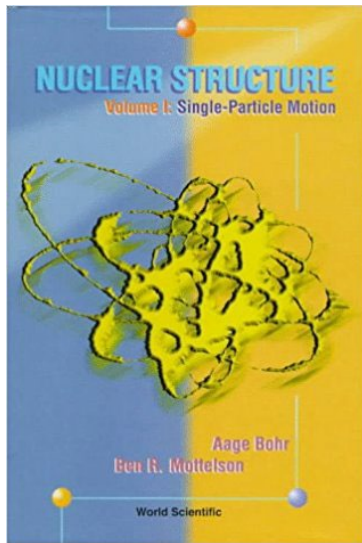
後半は
北沢

成績： レポート(7問程度)80%、出席など20%

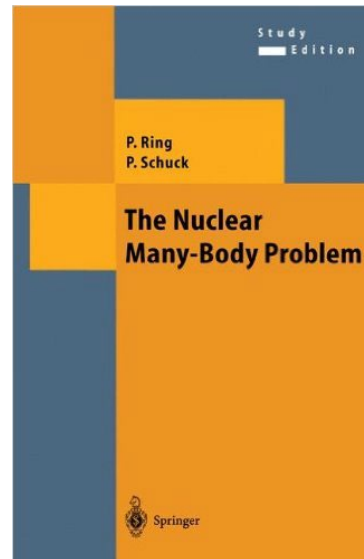
質問： 適宜聞いて下さい。

講義資料：萩野浩一HPで公開

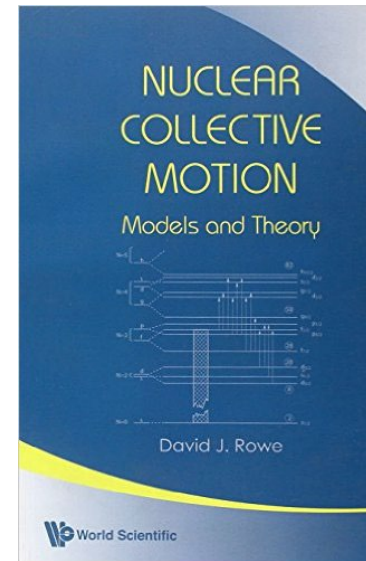
参考書



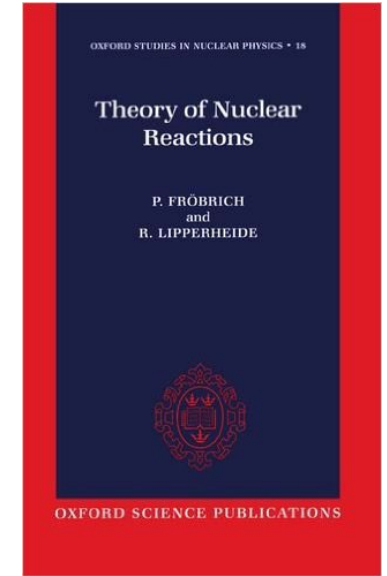
Bohr-Mottelson



Ring-Schuck

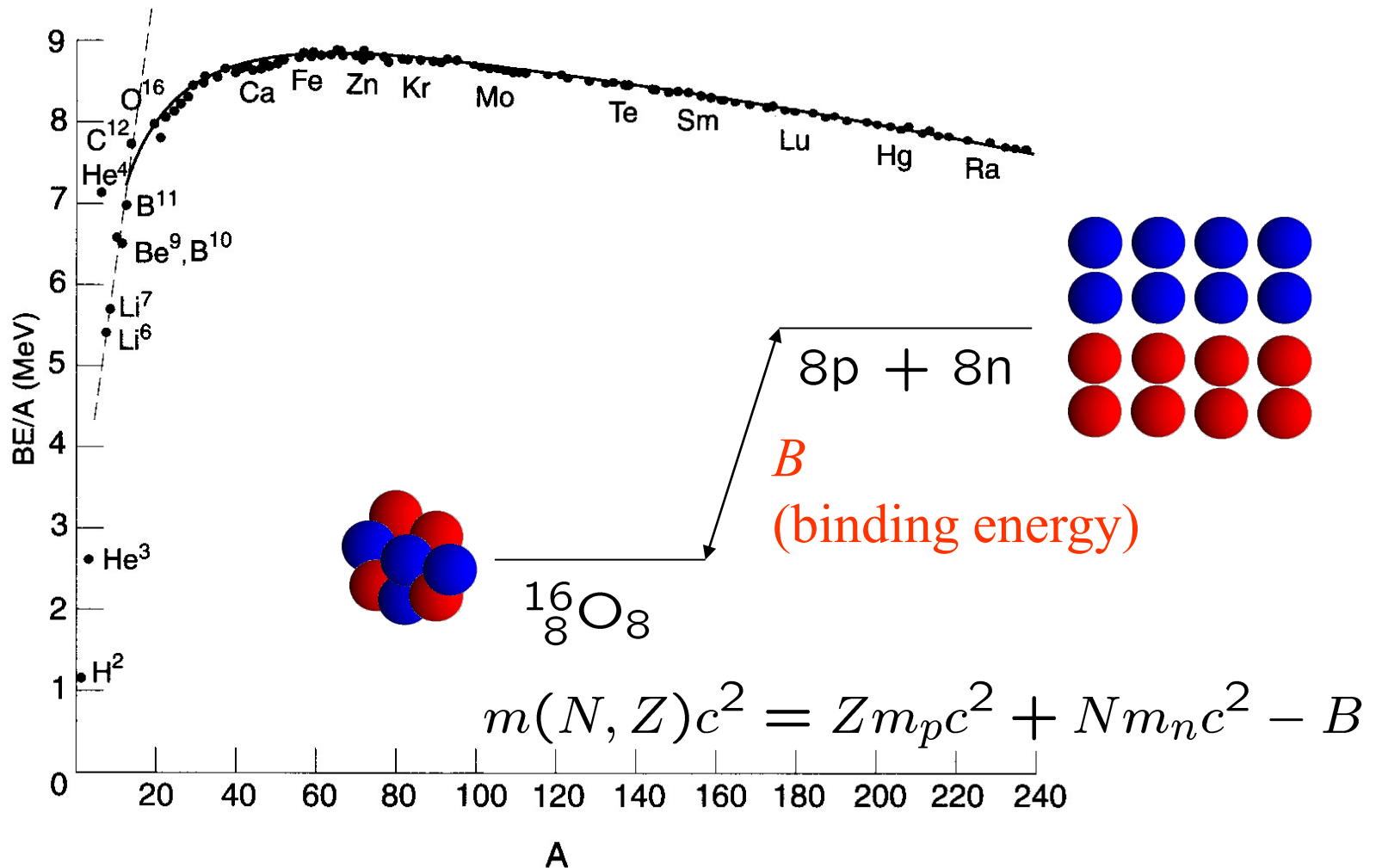


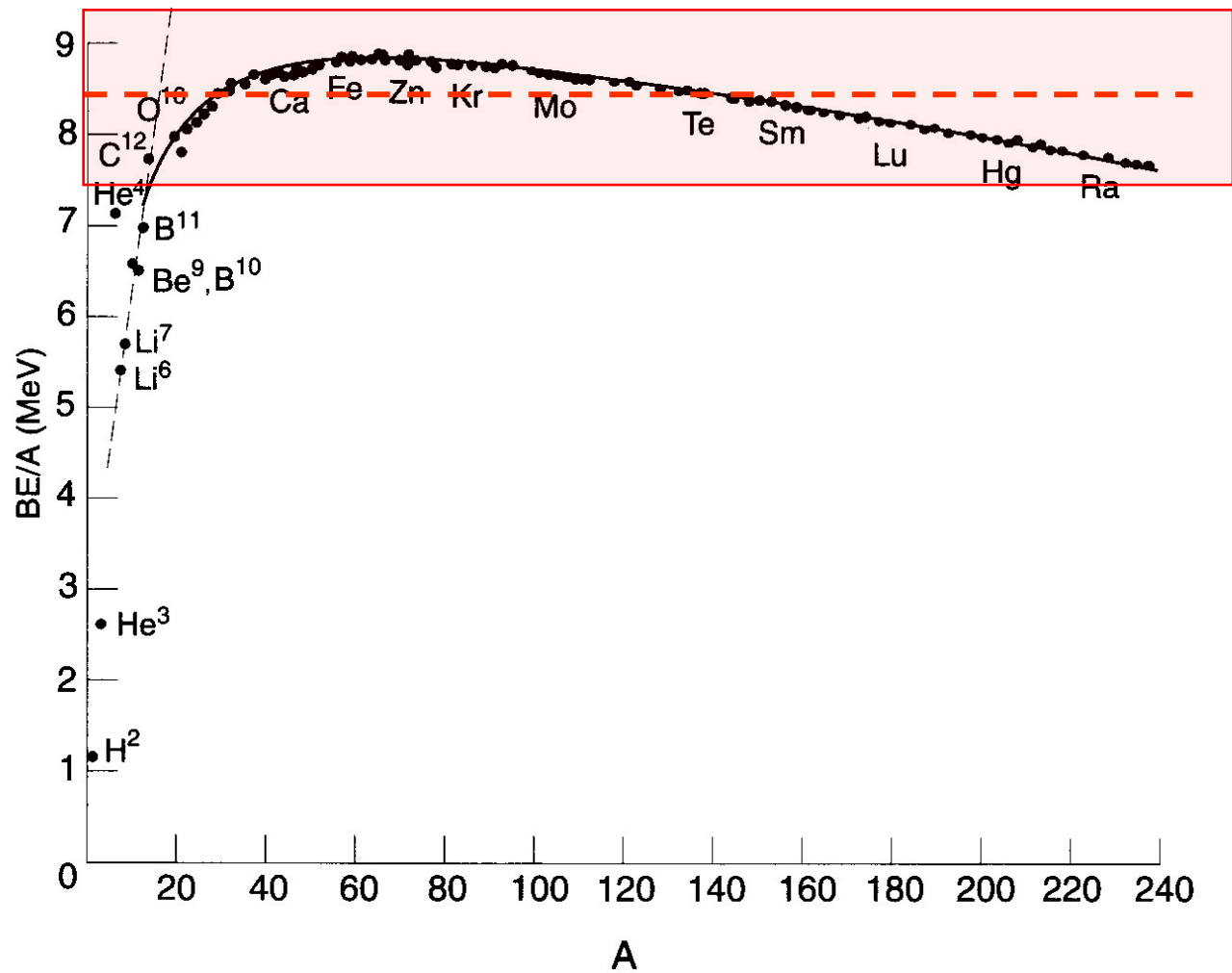
Rowe



Frobrich
-Lipperheide

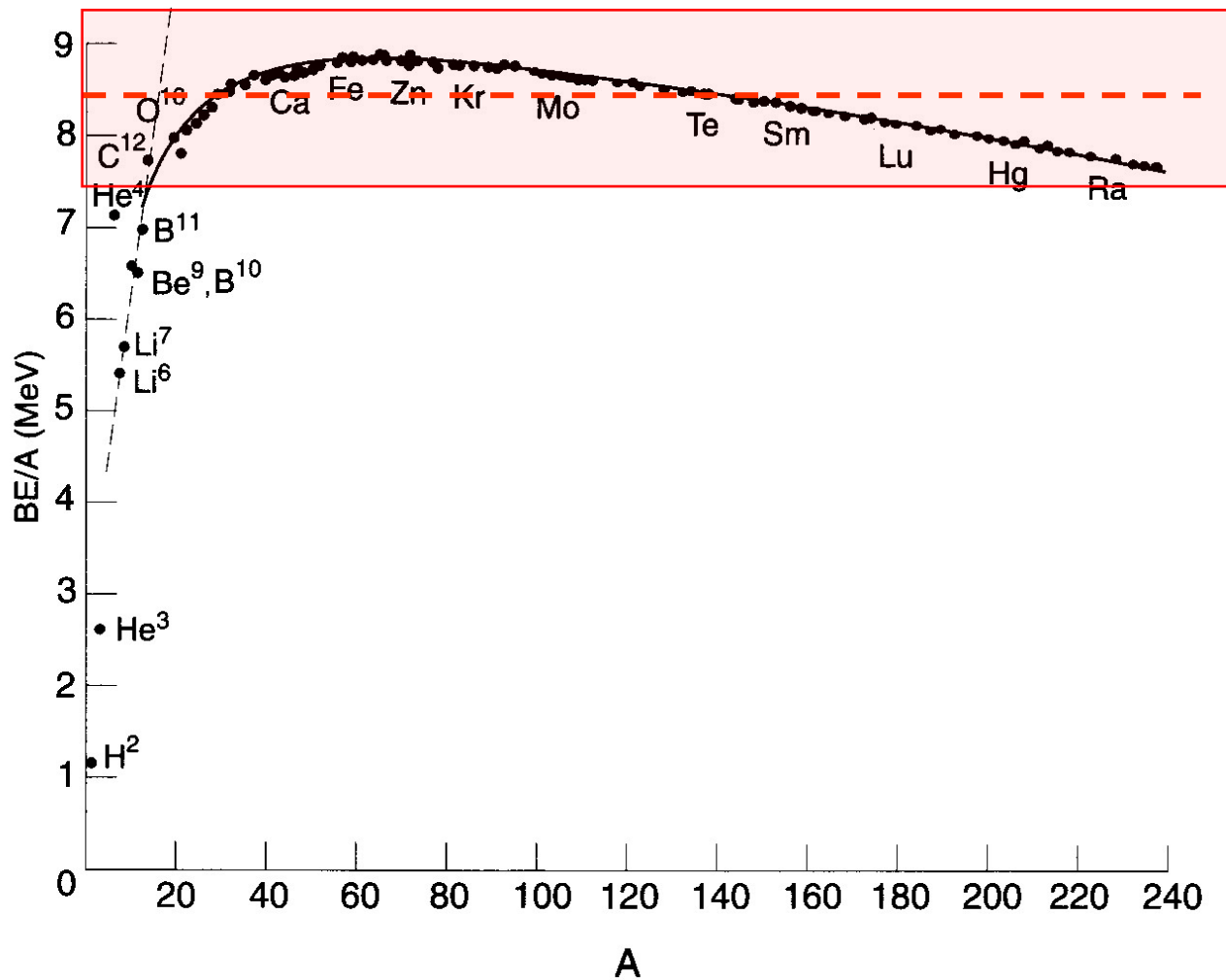
原子核の質量





1. $B(N,Z)/A \sim 8.5$ MeV ($A > 12$)

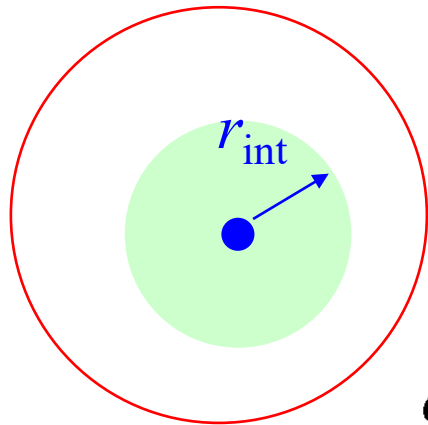
(ほぼ一定)



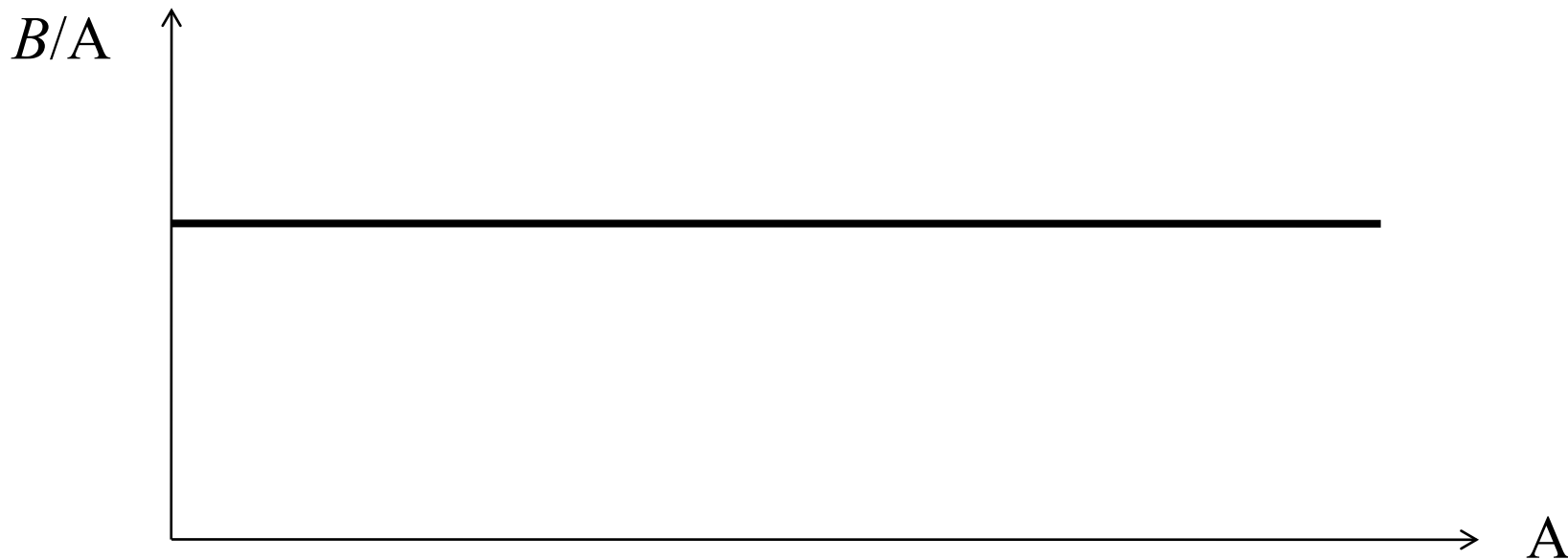
1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12) \iff$ 短距離力 (核子間相互作用)
 (ほぼ一定)

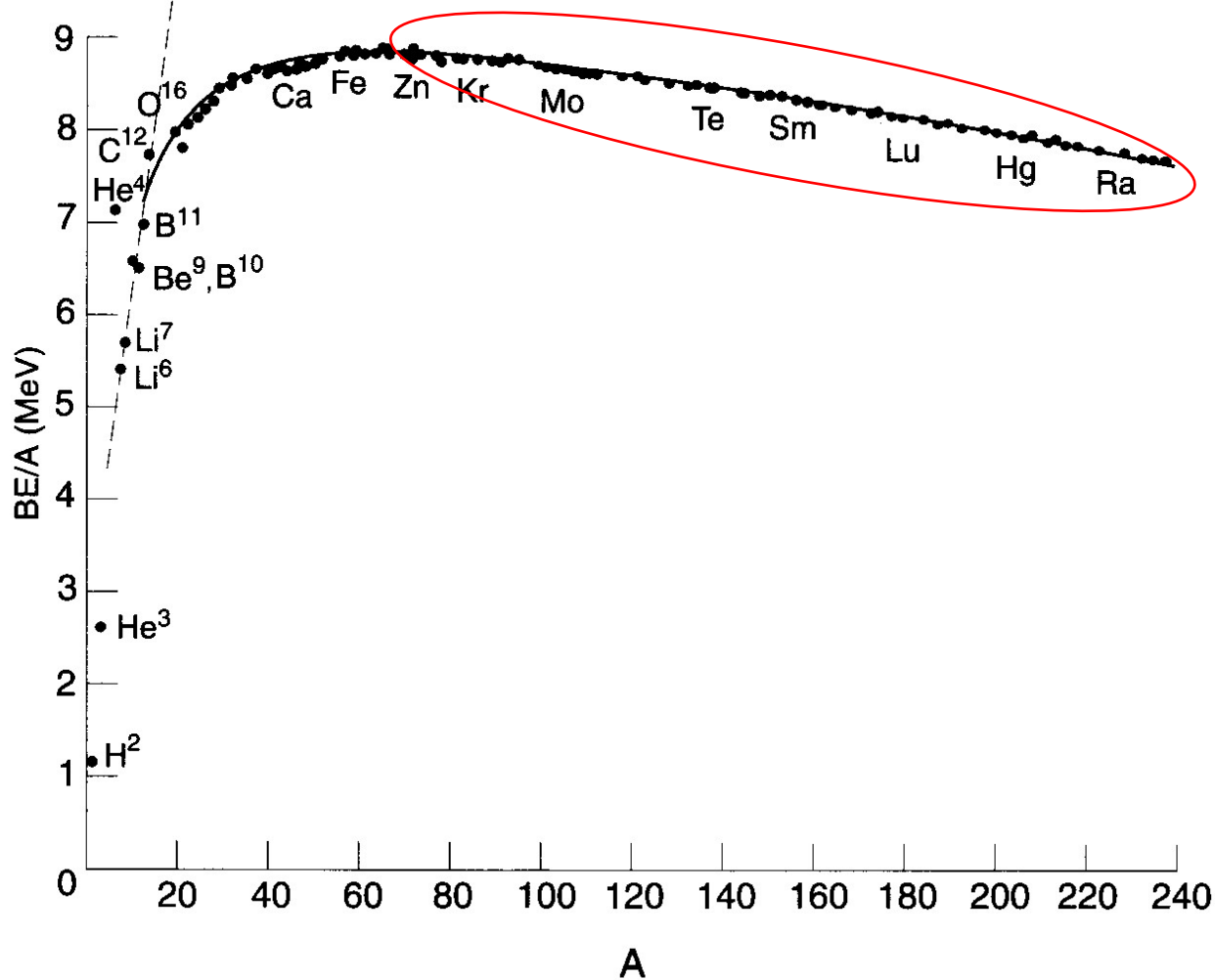
もし、それぞれの核子が近くの α 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$



$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$

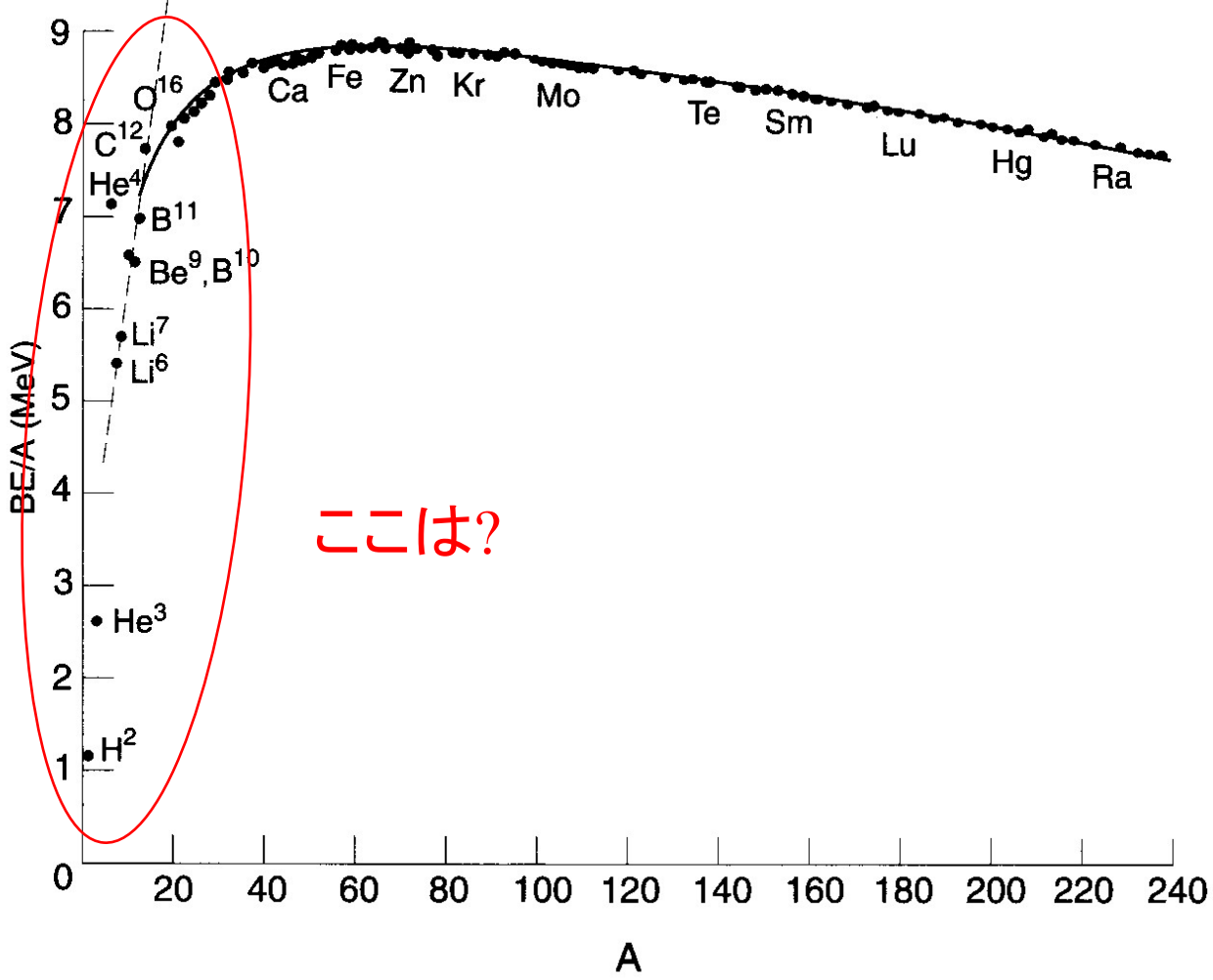




1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12) \iff$ 短距離力(核子間相互作用)

2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響

← B/A が A に比例して減少
(長距離力(クーロン力)がはたらいっている証拠)



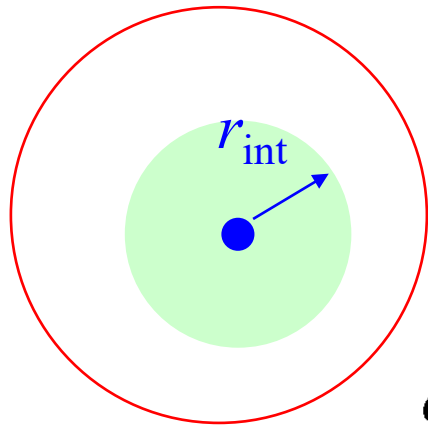
1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12) \iff$ 短距離力(核子間相互作用)
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響
 - $\longleftarrow B/A$ が A に比例して減少
(長距離力(クーロン力)がはたらいっている証拠)

もし、それぞれの核子が近くの α 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

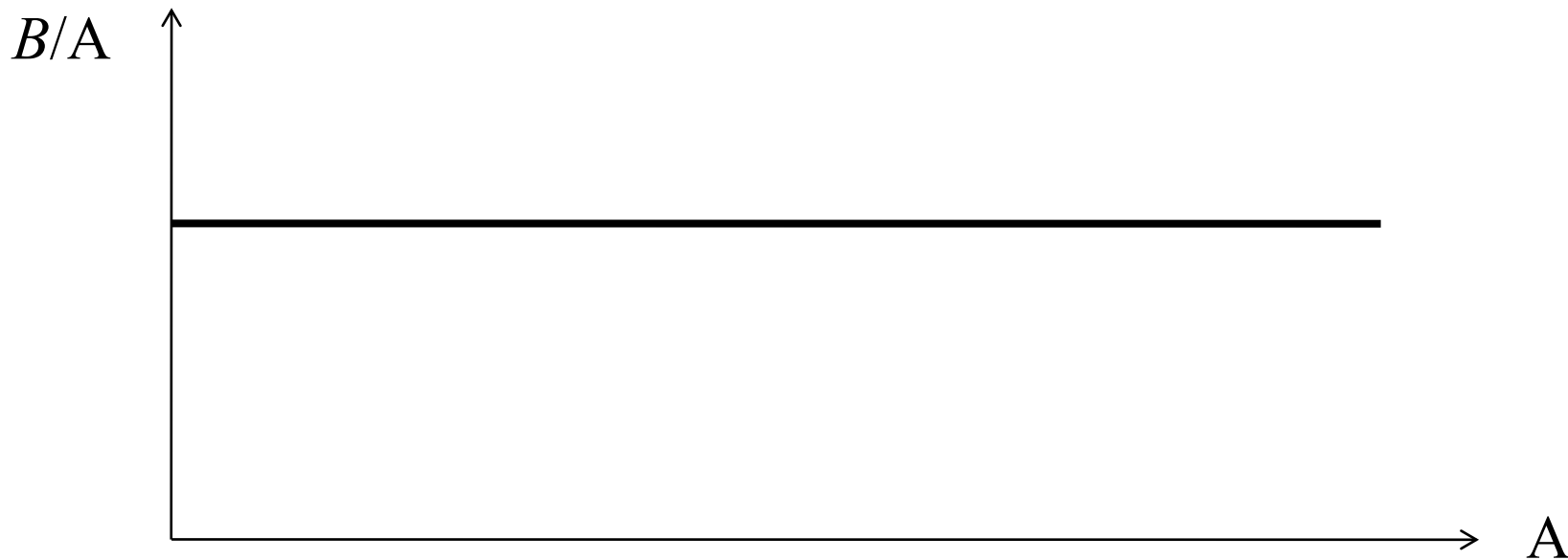
もし、それぞれの核子が近くの α 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$



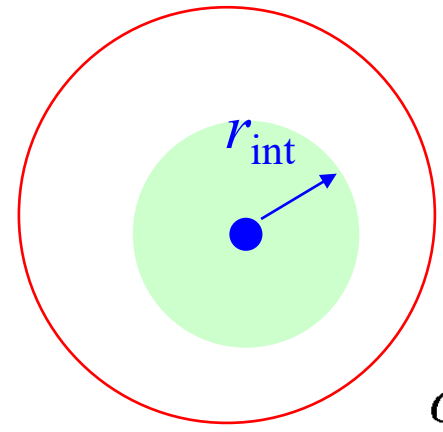
小さな原子核だと

$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$



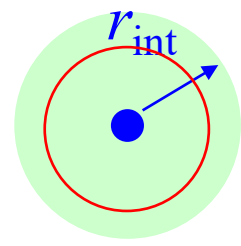
もし、それぞれの核子が近くの α 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

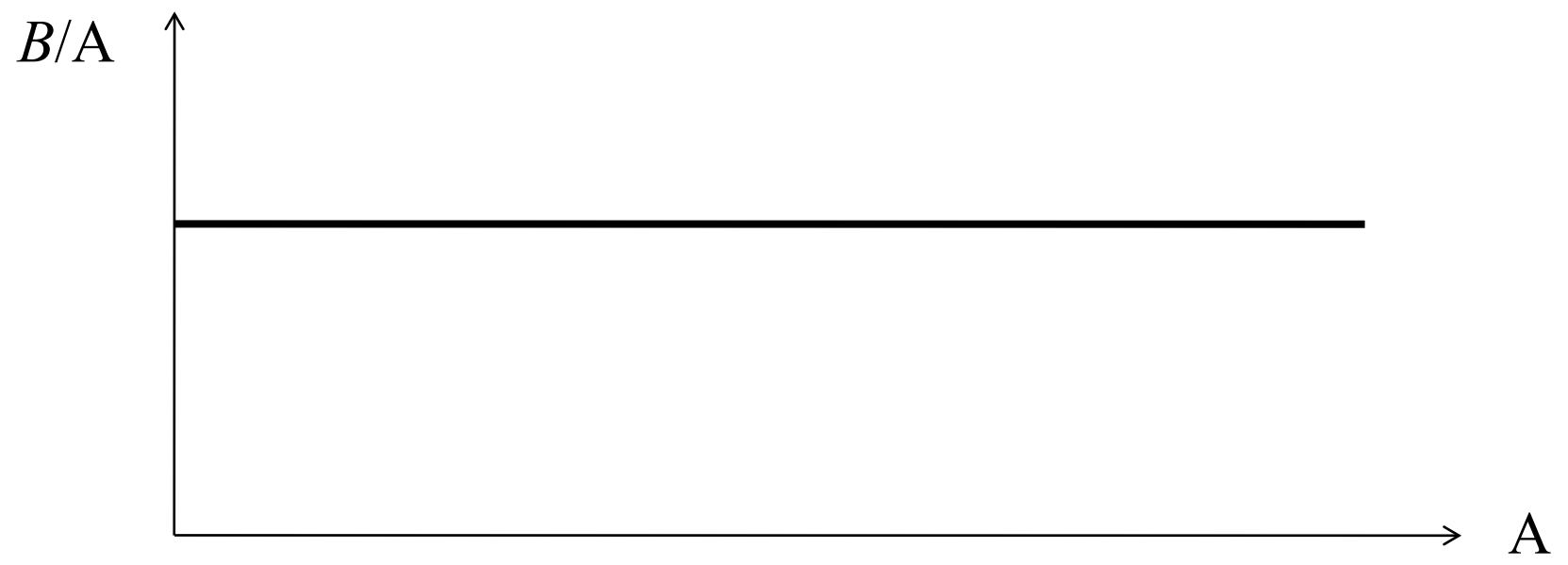


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$

小さな原子核だと

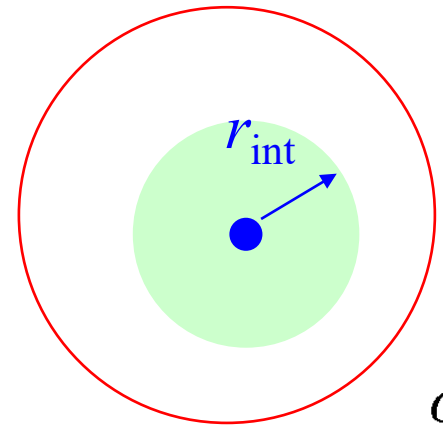


$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$



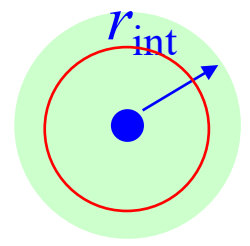
もし、それぞれの核子が近くの α 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

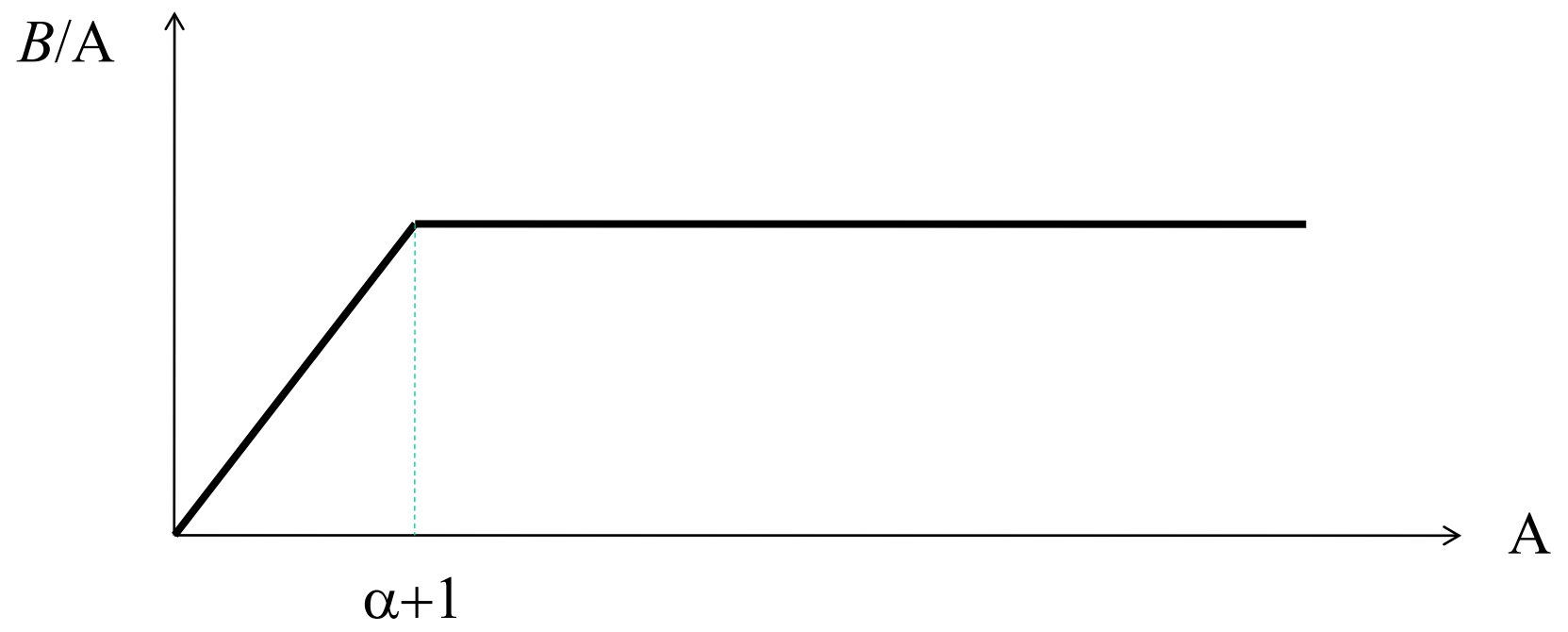


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$

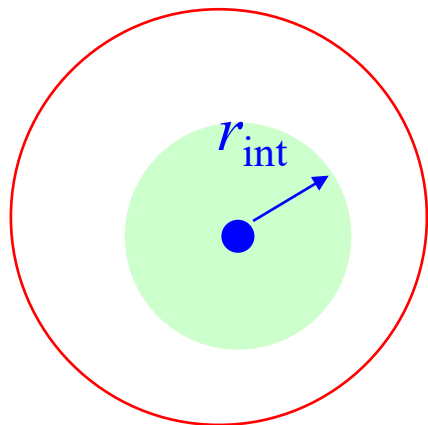
小さな原子核だと



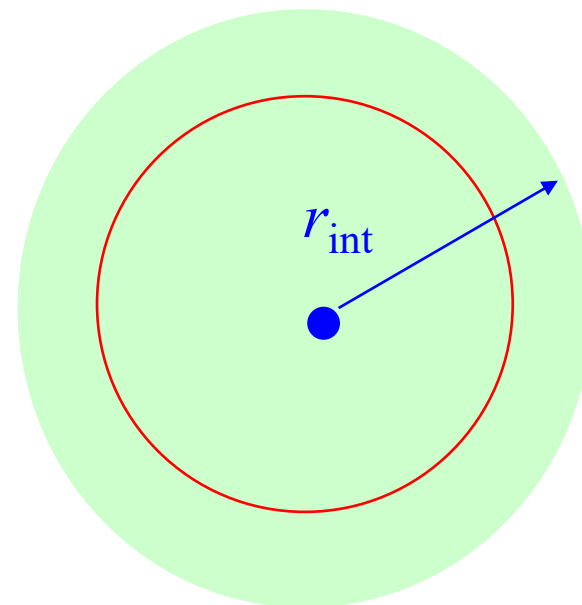
$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$



核力



クーロン力



B/A

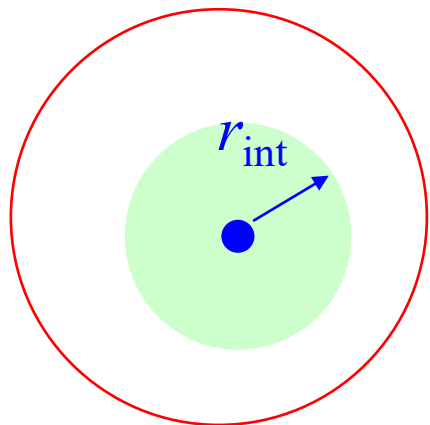


$\alpha+1$

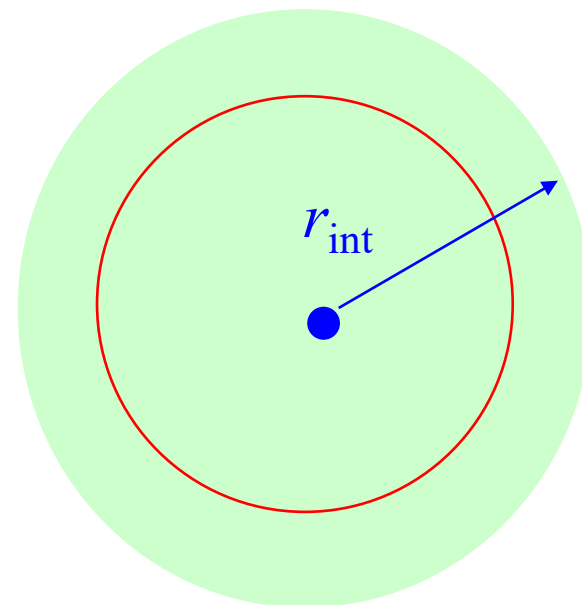
$\rightarrow B/A \propto A - 1$

A

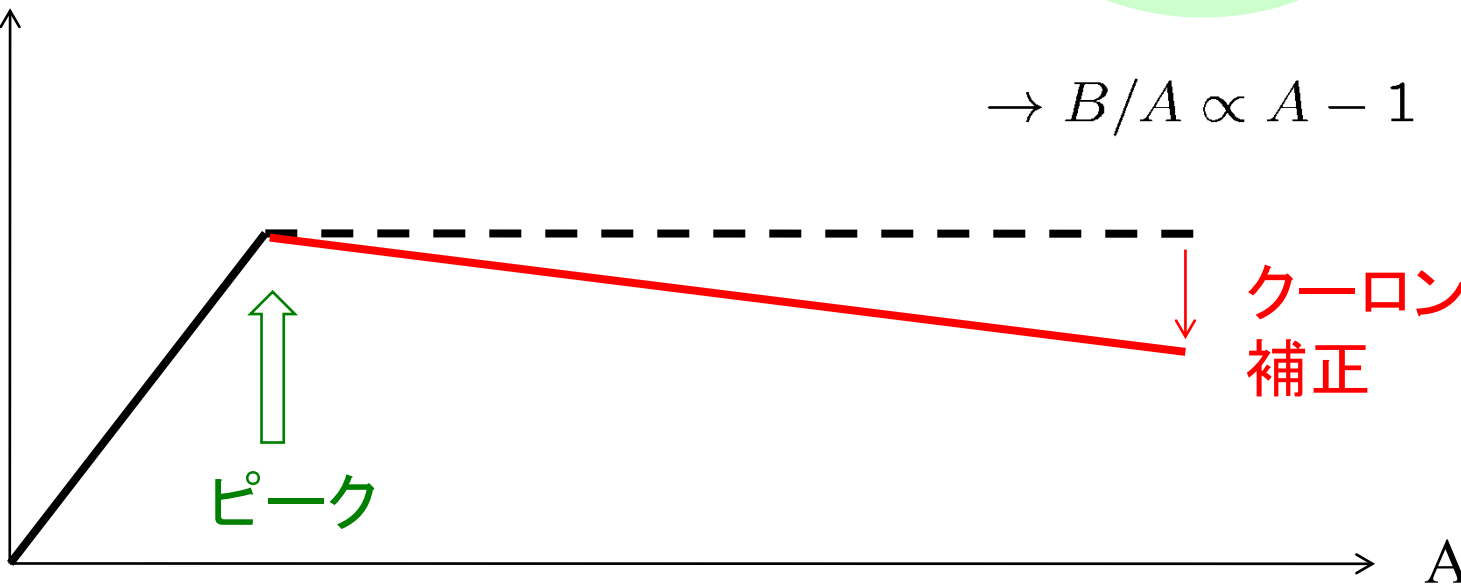
核力



クーロン力



B/A

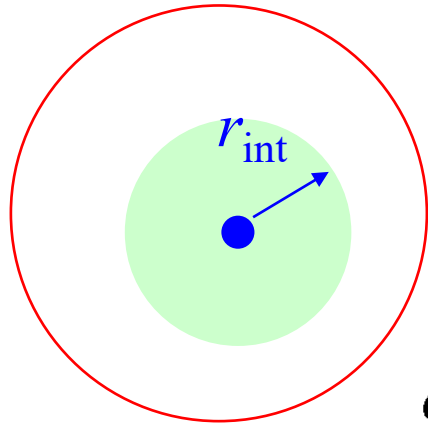


$\rightarrow B/A \propto A - 1$

クーロンによる補正

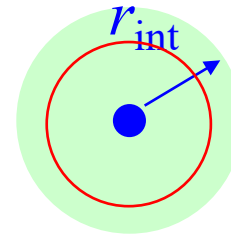
ピーク

核力のレンジの見積もり

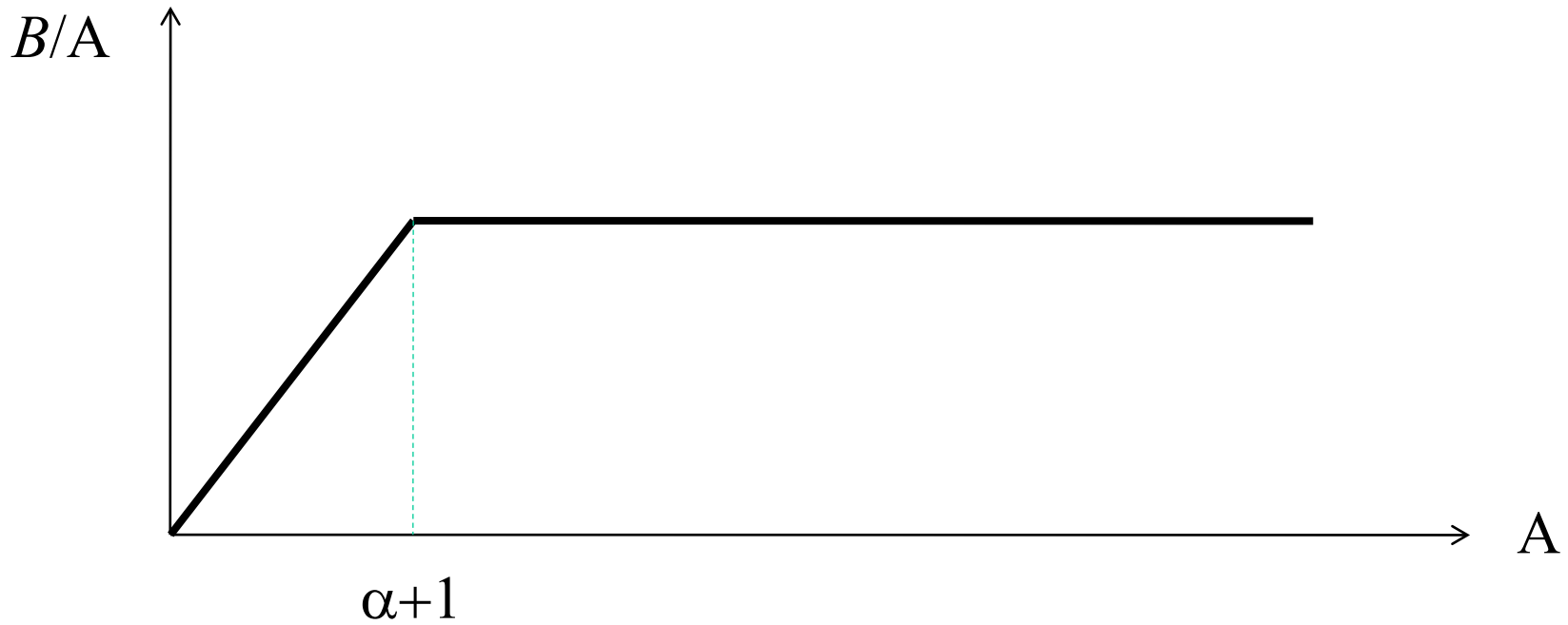


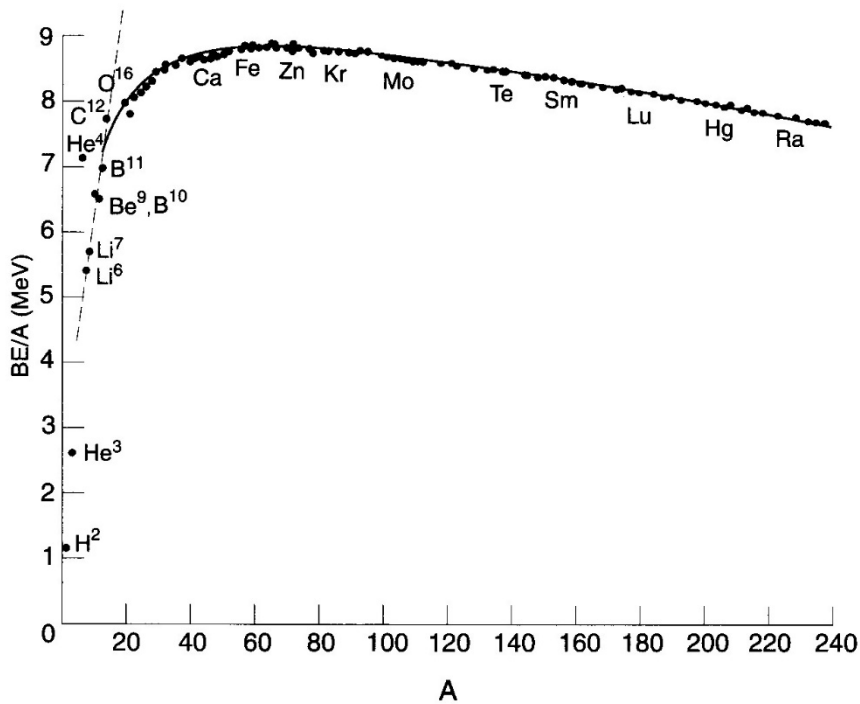
$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$

小さな原子核だと



$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$





この図から α の値を読み取ると、
 $\alpha \sim 10$ くらい。

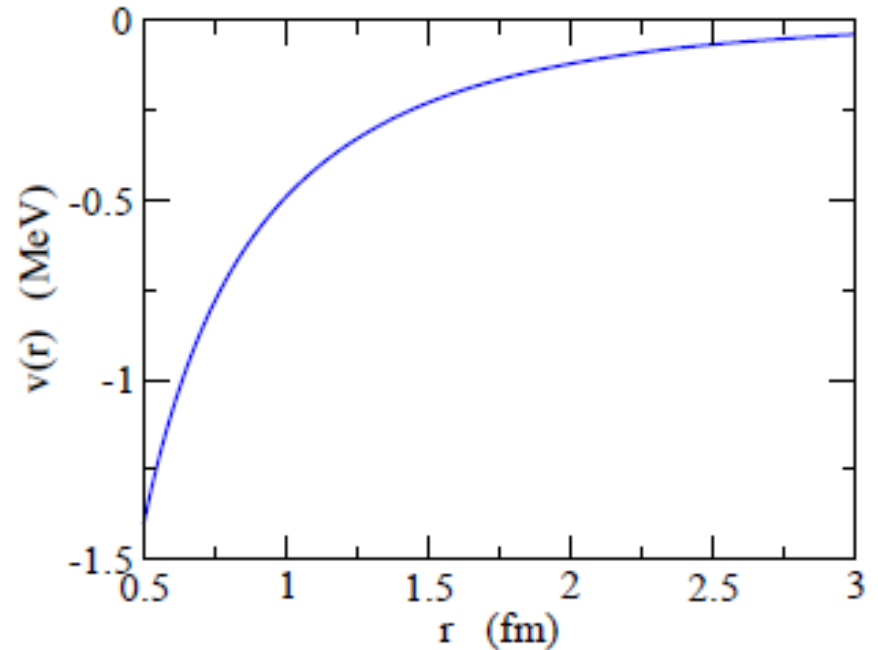


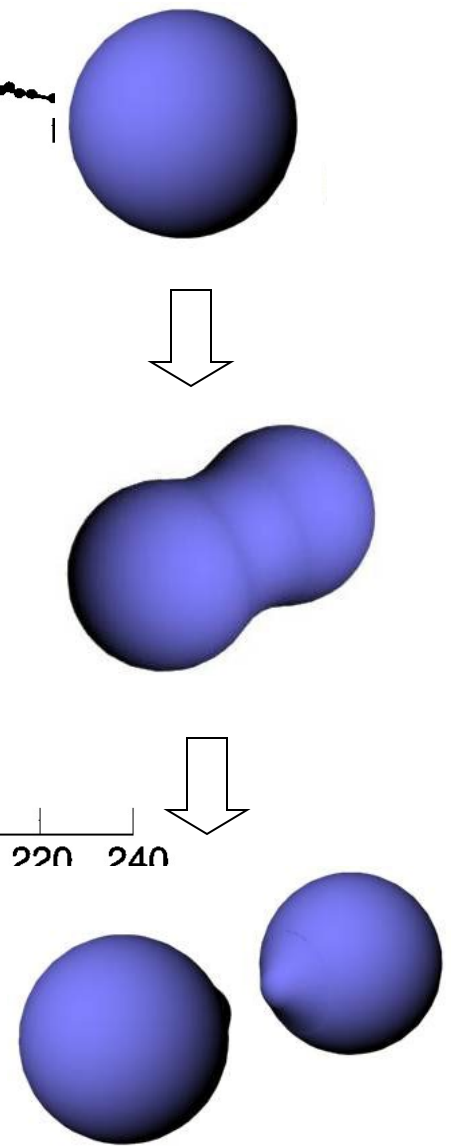
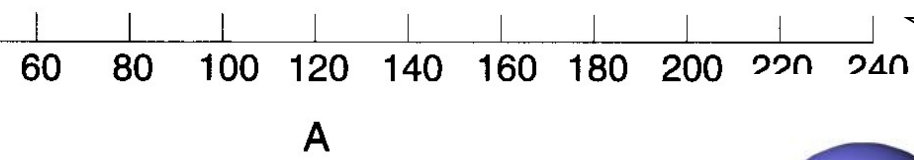
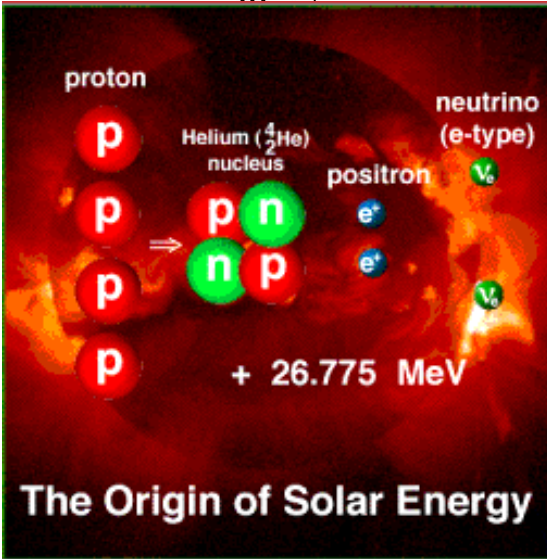
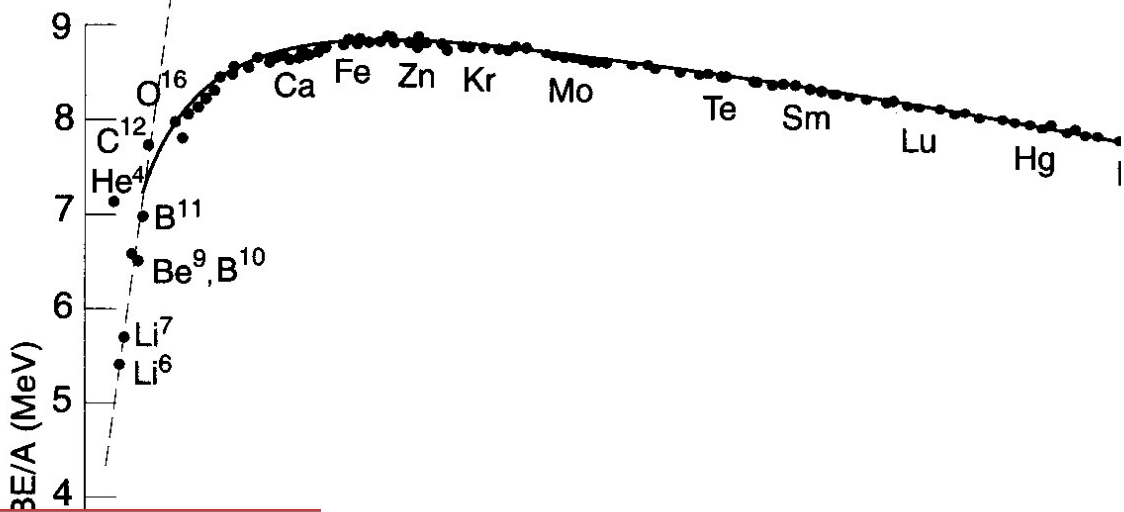
核力の到達距離は、
 $1.1 \times 10^{1/3} = 2.37 \text{ fm}$ 程度。

湯川相互作用:

$$v(r) = -g \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\hbar}{m_{\pi} c} = 1.41 \text{ fm}$$





1. $B(A, Z) \approx 0.8 \text{ MeV} (A > 12) \iff$ Short range
2. Effect of Coulomb force for heavy nuclei
3. Fusion for light nuclei
4. Fission for heavy nuclei

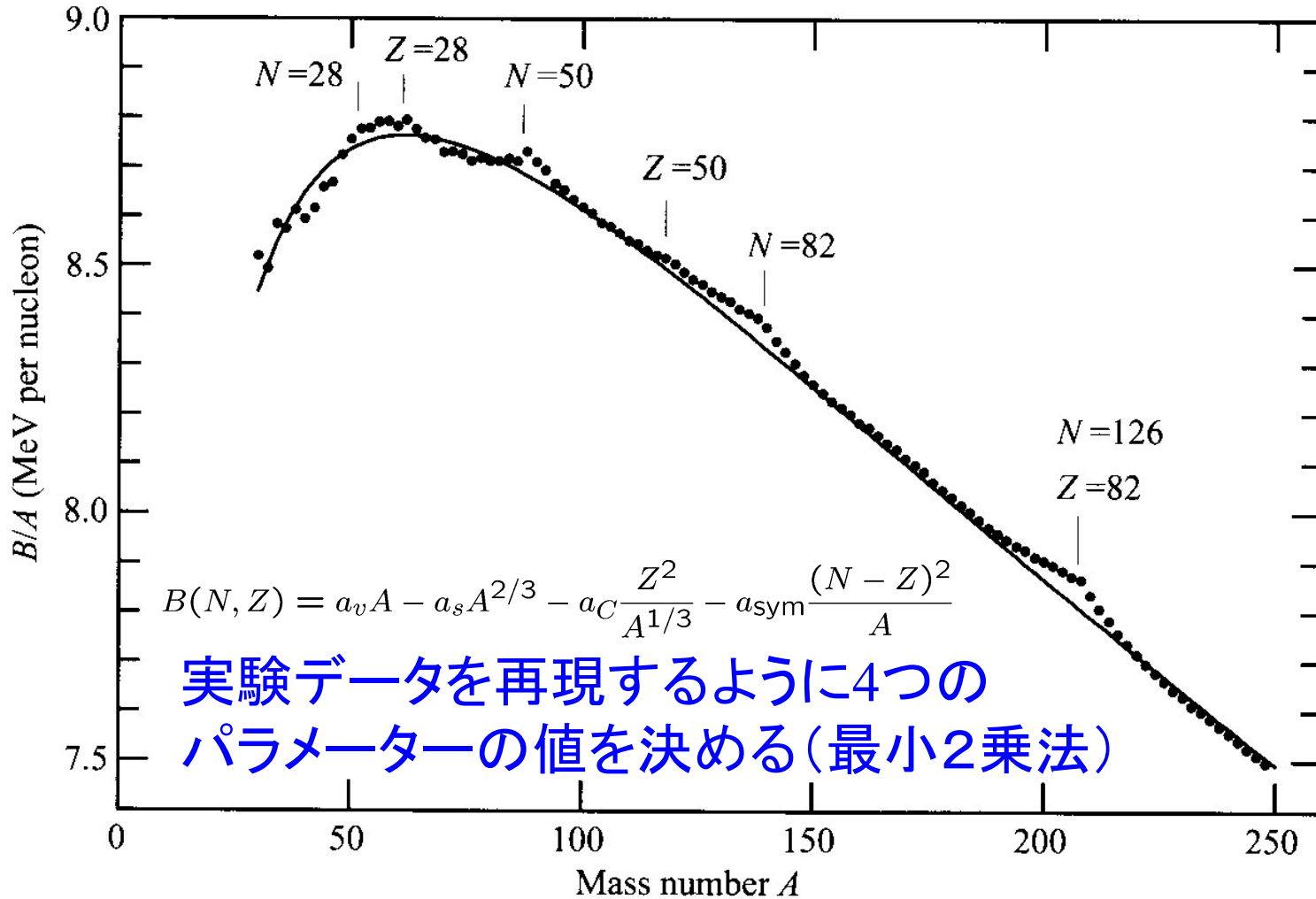
Semi-empirical mass formula

(Bethe-Weizacker formula: Liquid-drop model)

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$

- Volume energy: $a_v A$
- Surface energy: $-a_s A^{2/3}$
- Coulomb energy: $-a_C Z^2 / A^{1/3}$
- Symmetry energy: $-a_{\text{sym}} (N - Z)^2 / A$

どのくらい実験を再現するか？



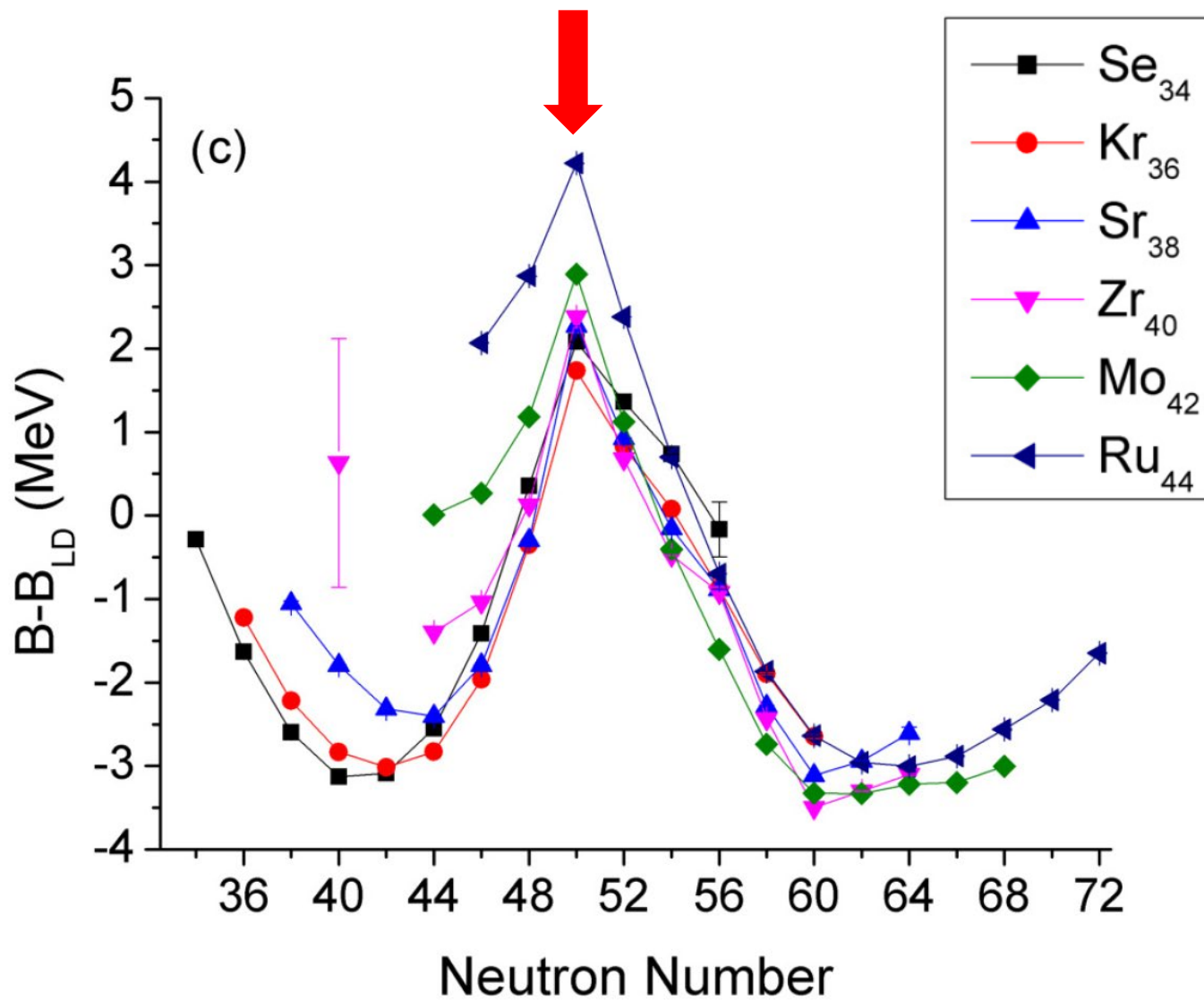
実験データを再現するように4つの
パラメーターの値を決める(最小2乗法)

✓ 大体OK、だけど所々にずれ

✓ $N, Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ (魔法数)に対して束縛エネルギー大

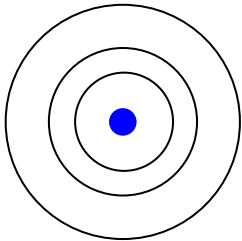
→ 「殻構造」

$N = 50$



(note) 原子の魔法数 (貴ガス・希ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



殻構造

原子核の周りを
回る電子の軌道が
埋まると安定に
なる

元素の周期表

	1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8	1B	2B	3B	4B	5B	6B	7B	0		
1	H															He		
2	Li	Be									B	C	N	O	F	Ne		
3	Na	Mg									Al	Si	P	S	Cl	Ar		
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
6	Cs	Ba	L	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
7	Fr	Ra	A															
	L	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu		
	A	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr		

Legend:

- 典型金属元素 (Orange)
- 半金属元素 (Light Green)
- 非金属元素 (Light Blue)
- 遷移金属元素 (Yellow)
- 希ガス (Pink)

Copyright © 2002 RSCS

生命誕生のための幸運な偶然

原子の魔法数

電子の数が 2, 10, 18, 36, 54, 86

元素の周期表

1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8	1B	2B	3B	4B	5B	6B	7B	0		
1 H															2 He		
3 Li	4 Be														10 Ne		
11 Na	12 Mg														18 Ar		
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	L	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	86 Rn
87 Fr	88 Ra	A															
		L	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu
		A	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr

二重閉殻核

● 典型金属元素
● 半金属元素
● 非金属元素
● 遷移金属元素
● 希ガス

不活性ガス: He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn

原子核の魔法数

陽子または中性子の数が
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 の時安定

→ 例えば $^{16}_8\text{O}_8$ (二重閉殻核)

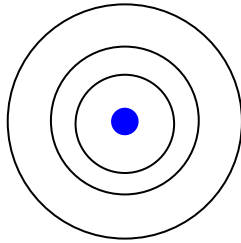
→ 酸素元素は元素合成の過程で数多く生成された

→ しかし、酸素は化学的には「活性」

→ 化学反応により様々な複雑な物質をつくり生命に至った

(note) 原子の魔法数 (貴ガス・希ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



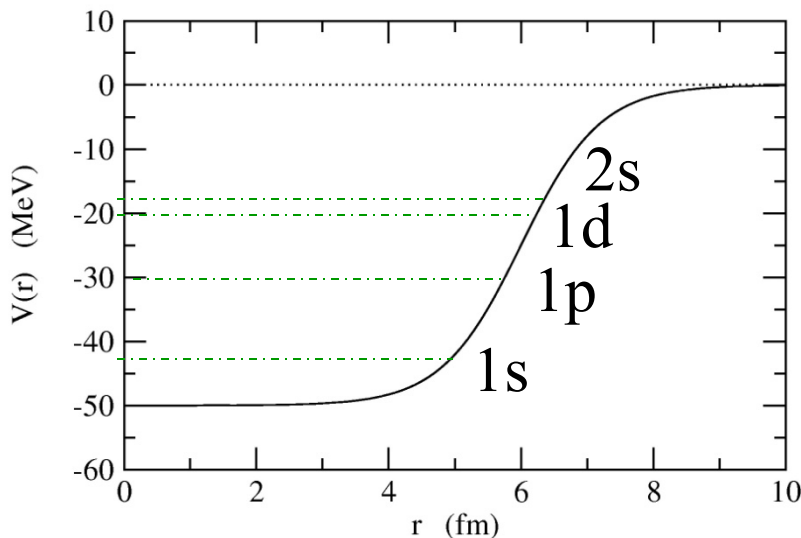
殻構造

原子核の周りを回る電子の軌道が埋まると安定になる

原子核物理における似た試み: ポテンシャル中の独立粒子運動

Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0)/a)]$$

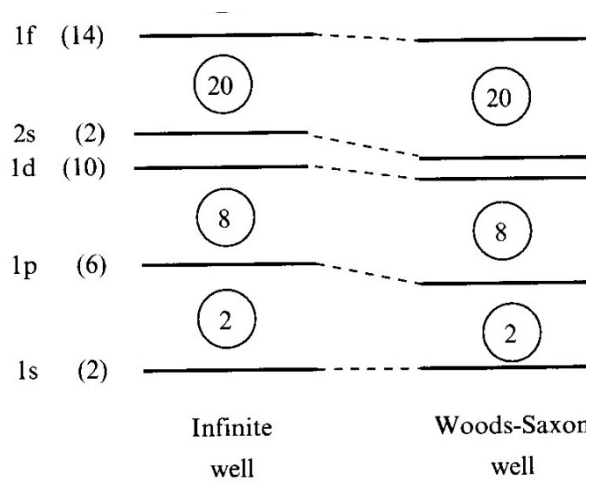


$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

縮退度に応じて下のレベルから核子を順番につめていく

Nuclear magic numbers: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126



彦坂忠義

世界に先駆けて原子核の殻模型を提唱
原子力に関する先駆的な研究（原子炉の彦坂模型の提案）



写真提供：彦坂正雄氏

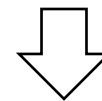
あまりにも研究の時期が「早すぎた」ため
偉大な業績が歴史に埋もれてしまった悲運の科学者 *Hitoshi Iiyama*

- 1902 愛知県瀬戸郡（現豊橋市）に生まれる **1902-1989**
- 1920 旧制第二高等学校（仙台）入学
- 1926 東北帝国大学理学部物理学科卒業
東北帝国大学副手
- 1934 原子核の殻模型の提唱
- 1939 旧制山口高等学校教授
- 1941 大阪大学薬池正士研究室に内地留学
- 1943 旧制第二高等学校教授
- 1944 原子炉の彦坂模型の提案
- 1945 旅順工科大学教授
- 1949 岩手大学教授
- 1951 新潟大学理学部教授
- 1968 東北学院大学教授（～1977）
- 1989 逝去

彦坂忠義(1902 – 1989)

1934 年

殻模型の考えに基づき
計算を行う



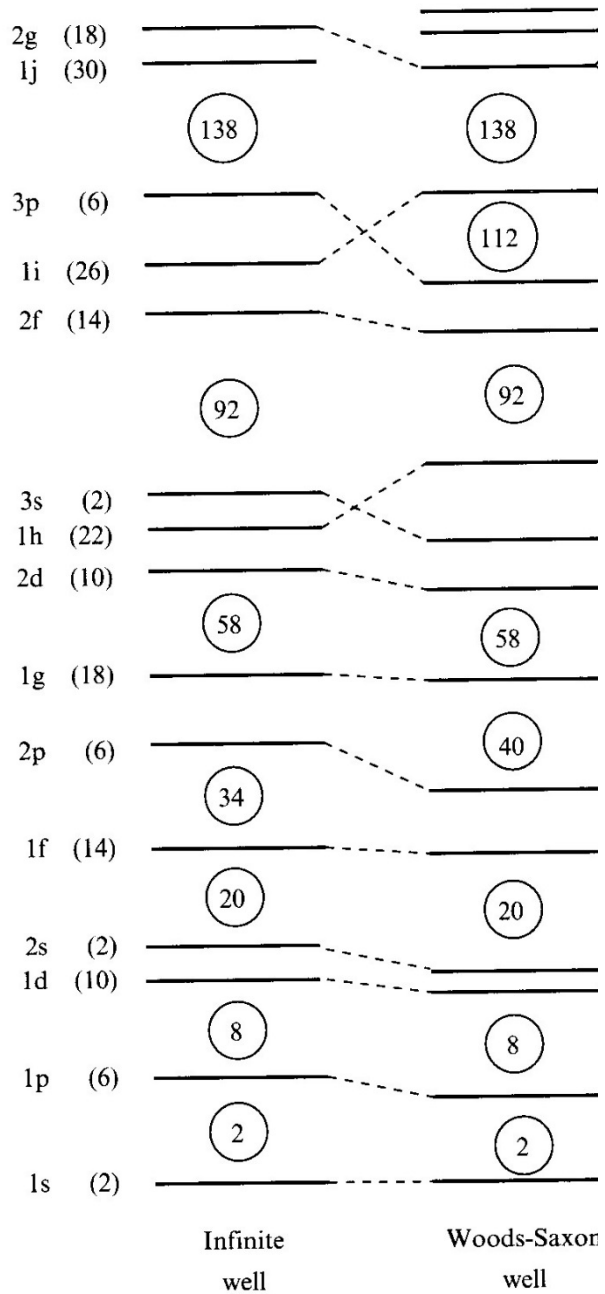
中性子の分離エネルギー、
原子核の安定領域、
磁気モーメント

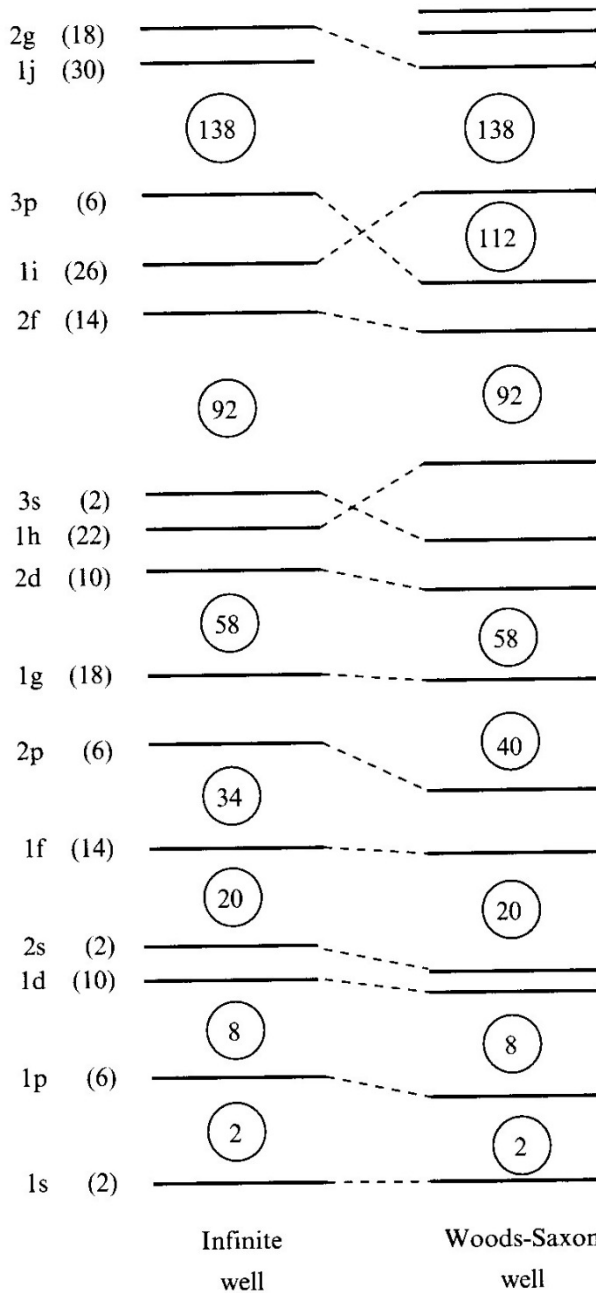
など当時測定されていた
実験データをきれいに説明

（ただし、当時、殻模型の
考えは受け入れられなかつた。）

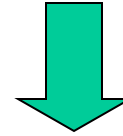
Phys. Rev. に論文を reject をされる。
独語に書き直し、東北大紀要に発表。

Nuclear magic numbers: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126





Woods-Saxon itself does not provide the correct magic numbers (2,8,20,28, 50,82,126).



Mayer and Jensen (1949):
Strong spin-orbit interaction



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$V_{ls}(r) \sim -\lambda \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \quad (\lambda > 0)$$

Infinite well Woods-Saxon well

jj 結合殻模型

軌道運動とスピンは独立の自由度

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0 \implies \psi_{l m m_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$\text{(note) } \mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \implies \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (j^2 - l^2 - s^2)/2$$

l と s を結合して j を組む。

$$\rightarrow j = l \pm 1/2$$

jj 結合殻模型


$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0 \implies \psi_{lmm_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

(note) $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \implies \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (j^2 - l^2 - s^2)/2$

l と s を結合して j を組む。


$$\begin{aligned} \psi_{jlm}(\mathbf{r}) &= \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}}) \\ \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}}) &= \sum_{m_l, m_s} \langle l \ m_l \ 1/2 \ m_s | j \ m \rangle Y_{lm_l}(\hat{\mathbf{r}}) \chi_{m_s} \end{aligned}$$

$$j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$j_z |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = 3/4 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

jj 結合殻模型

l と s を結合して j を組む。

$$\psi_{jlm}(\mathbf{r}) = \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}})$$

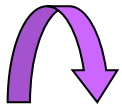
$$j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$j_z |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{3}{4} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

(note) $j = l + s \implies l \cdot s = (j^2 - l^2 - s^2)/2$



$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{1}{2} \left(j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$

符号が逆！

jj 結合殻模型

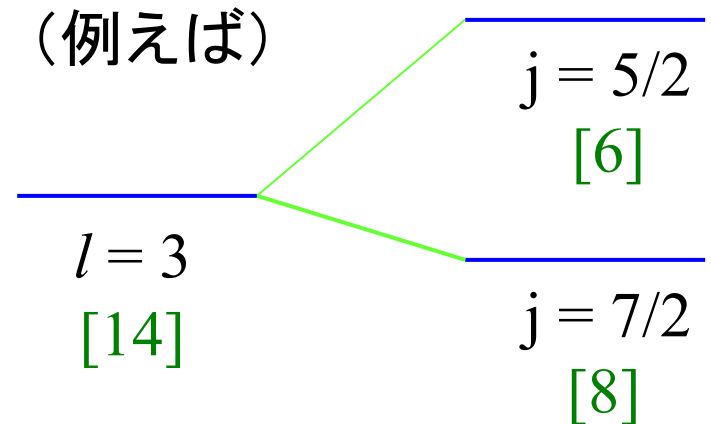
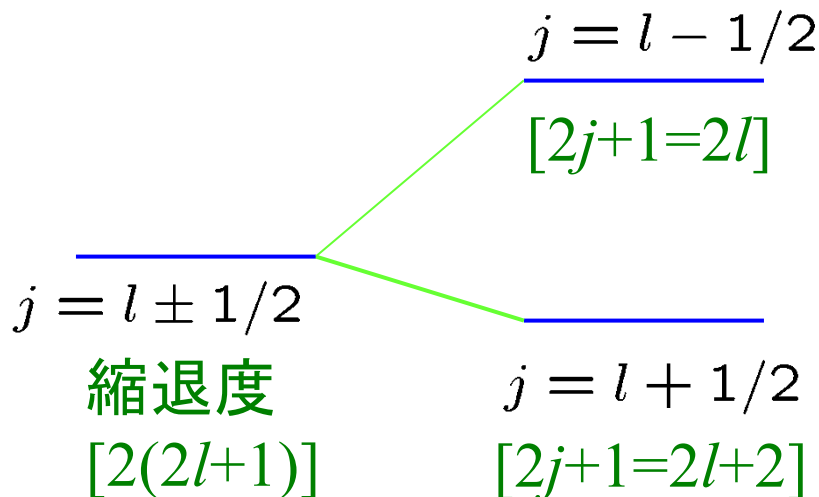
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

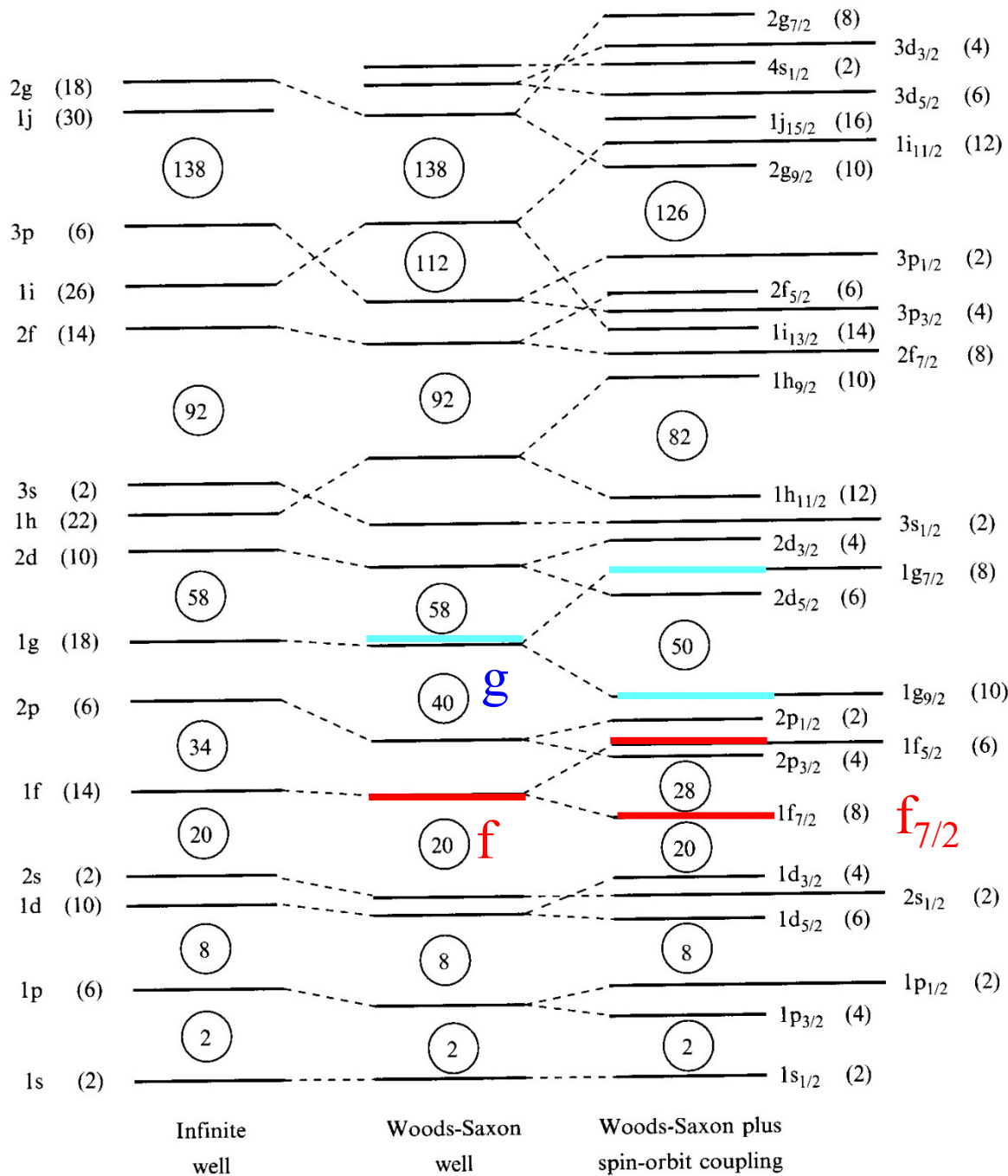
$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$

符号が逆！

$j = l \pm 1/2$ で準位が分離





g [18] → g_{7/2} [8]
 → g_{9/2} [10]

g_{7/2}

g_{9/2}

f_{5/2}

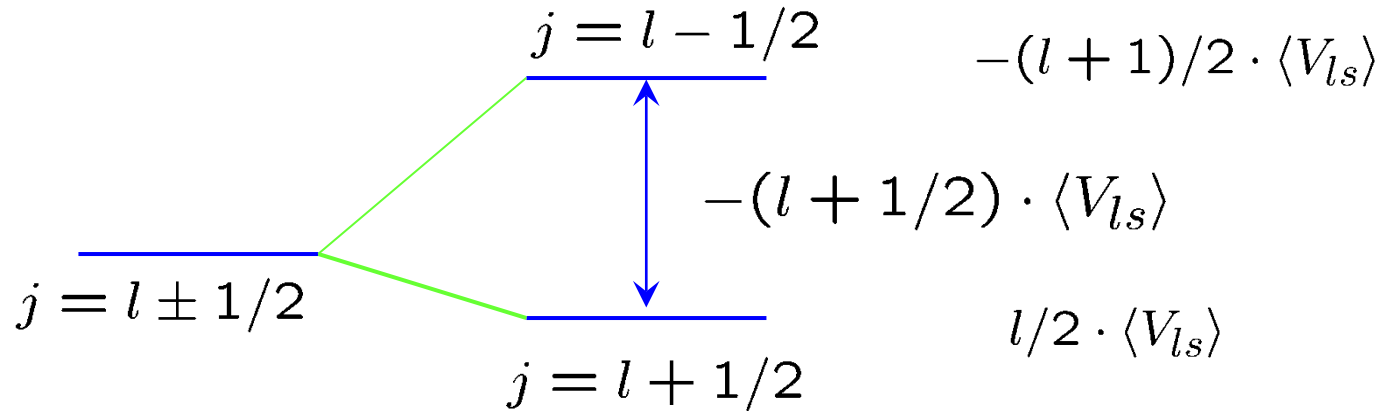
f_{7/2}

f [14] → f_{5/2} [6]
 → f_{7/2} [8]

jj 結合殻模型

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$



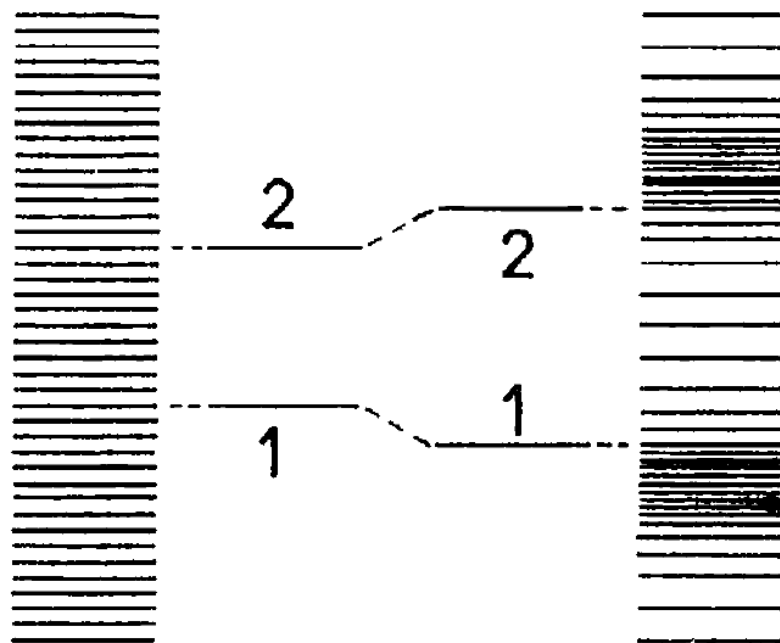
$j = l \pm 1/2$ で準位が分離: l が大きくなればなるほど
分離は大

* ただし、スピン平均はゼロ:

$$+\frac{l}{2} (2(l + 1/2) + 1) - \frac{l+1}{2} (2(l - 1/2) + 1) = 0$$

何故、閉殻の原子核は安定になるのか？

準位密度



(a)

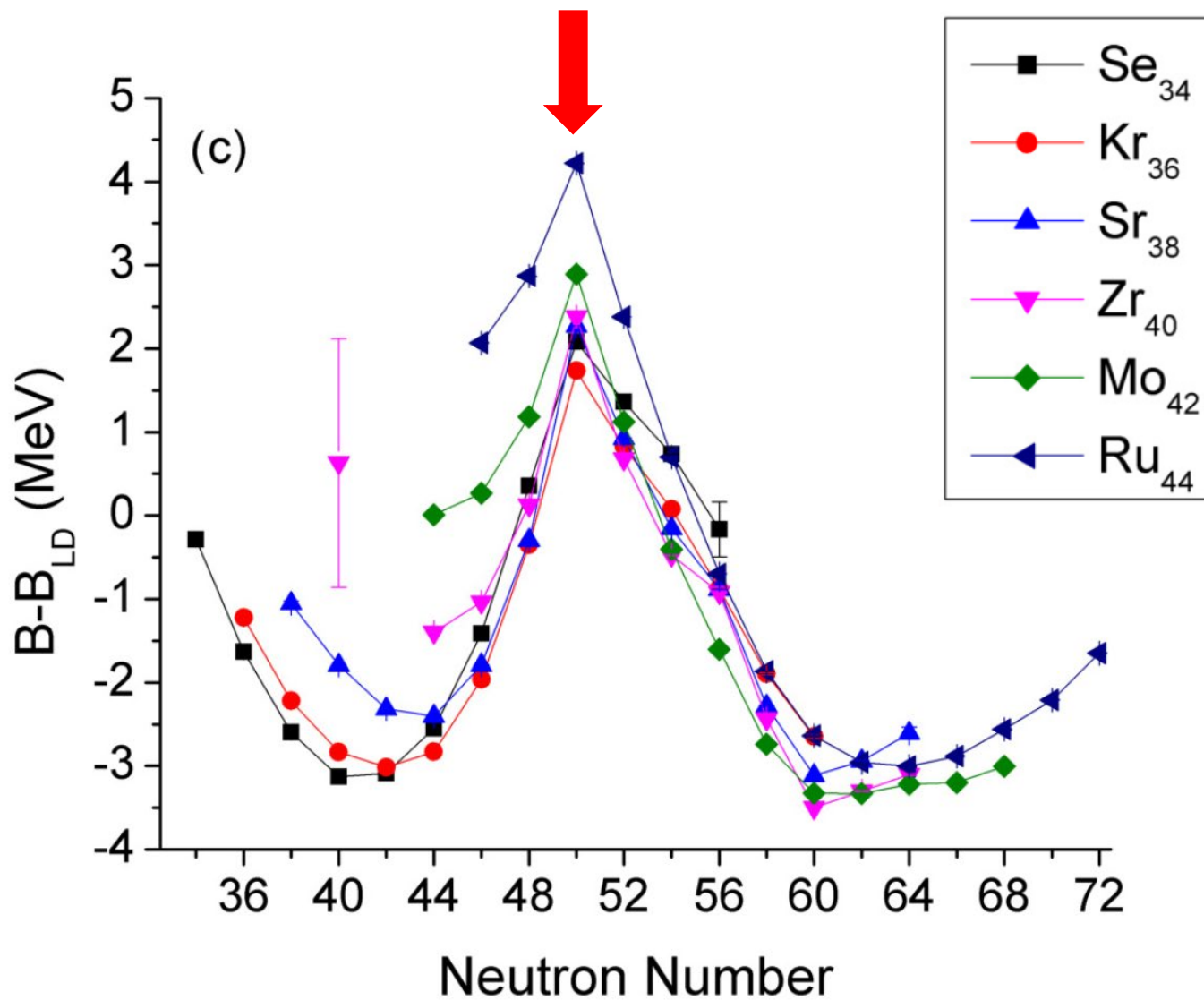
(b)

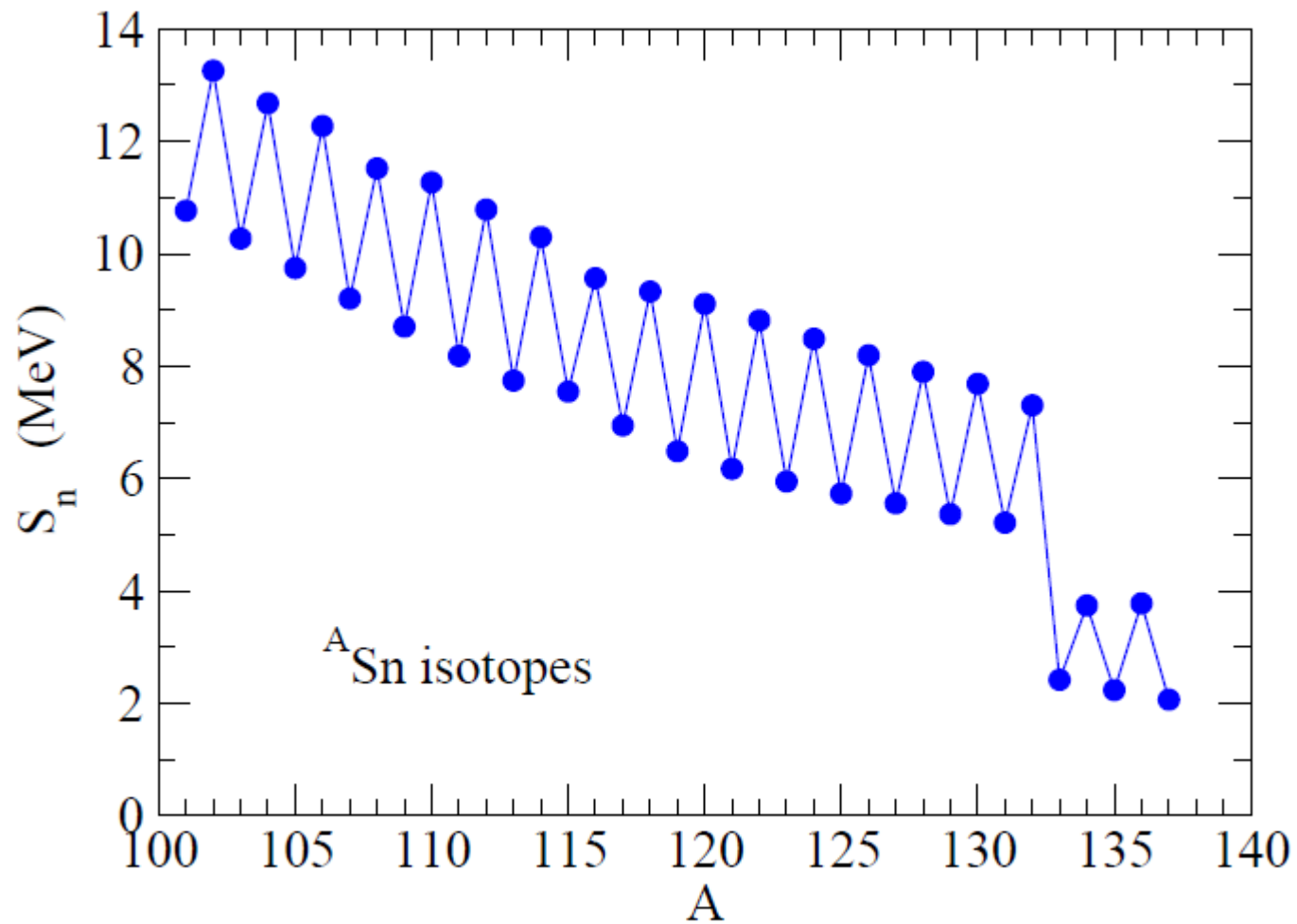
均一の場合

濃淡がある場合

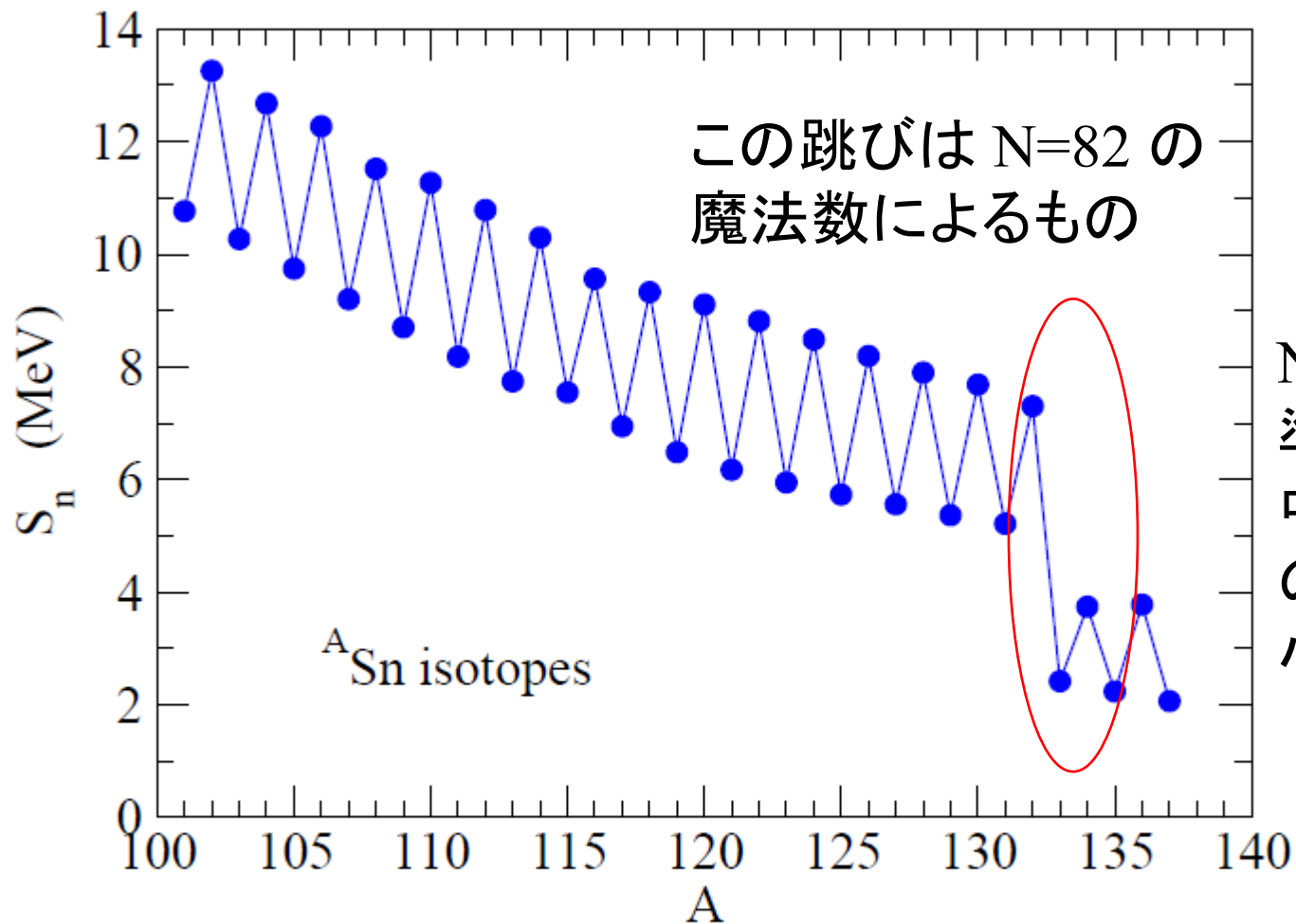
準位密度に濃淡があれば、下から数えて濃淡の終わりまで準位が
つまると(図の1の場合)、均一の場合に比べてエネルギーが小さい

$N = 50$





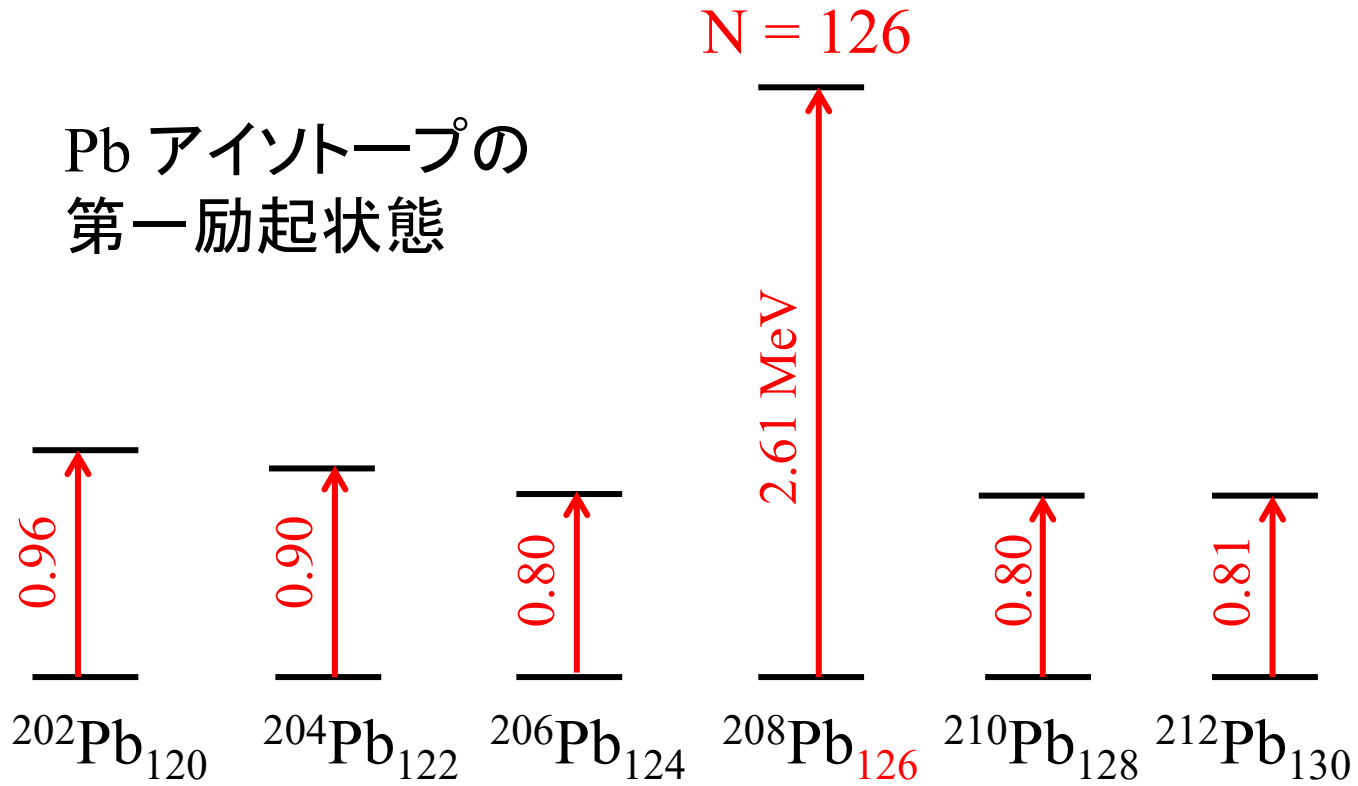
1n separation energy: $S_n(A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$



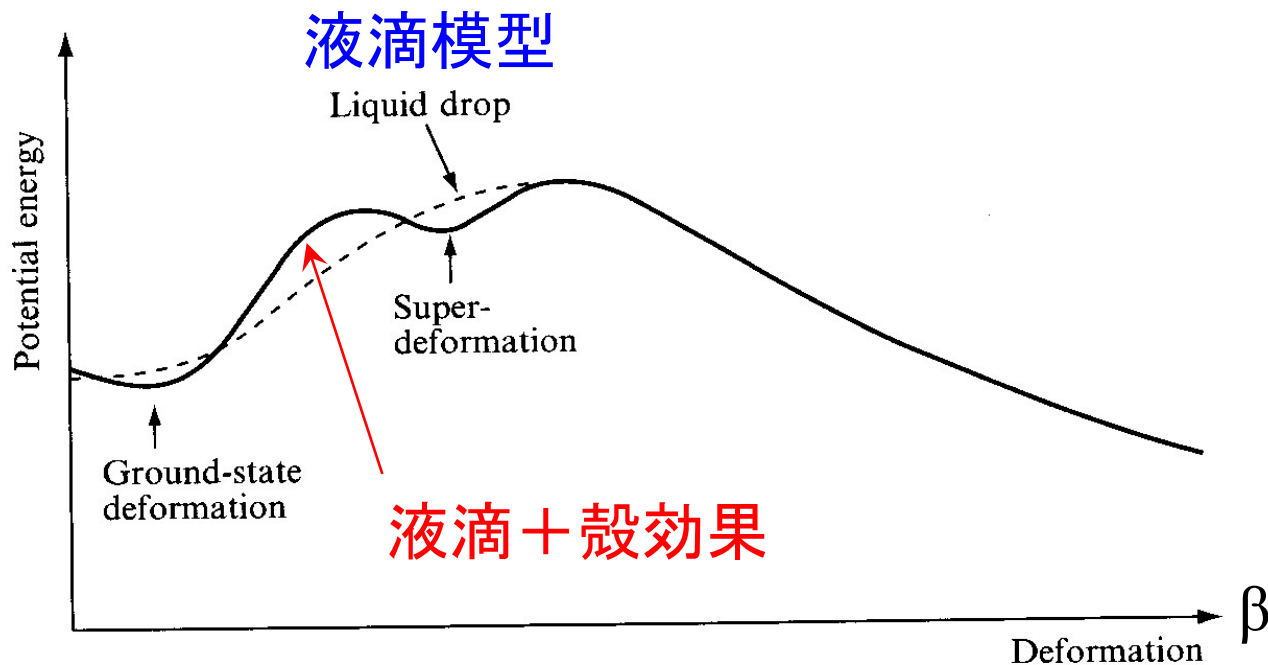
1n separation energy: $S_n(A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$

他の証拠：第一励起状態の励起エネルギー

Pb アイソトープの
第一励起状態



殻構造の帰結：原子核の変形



液滴模型
殻効果

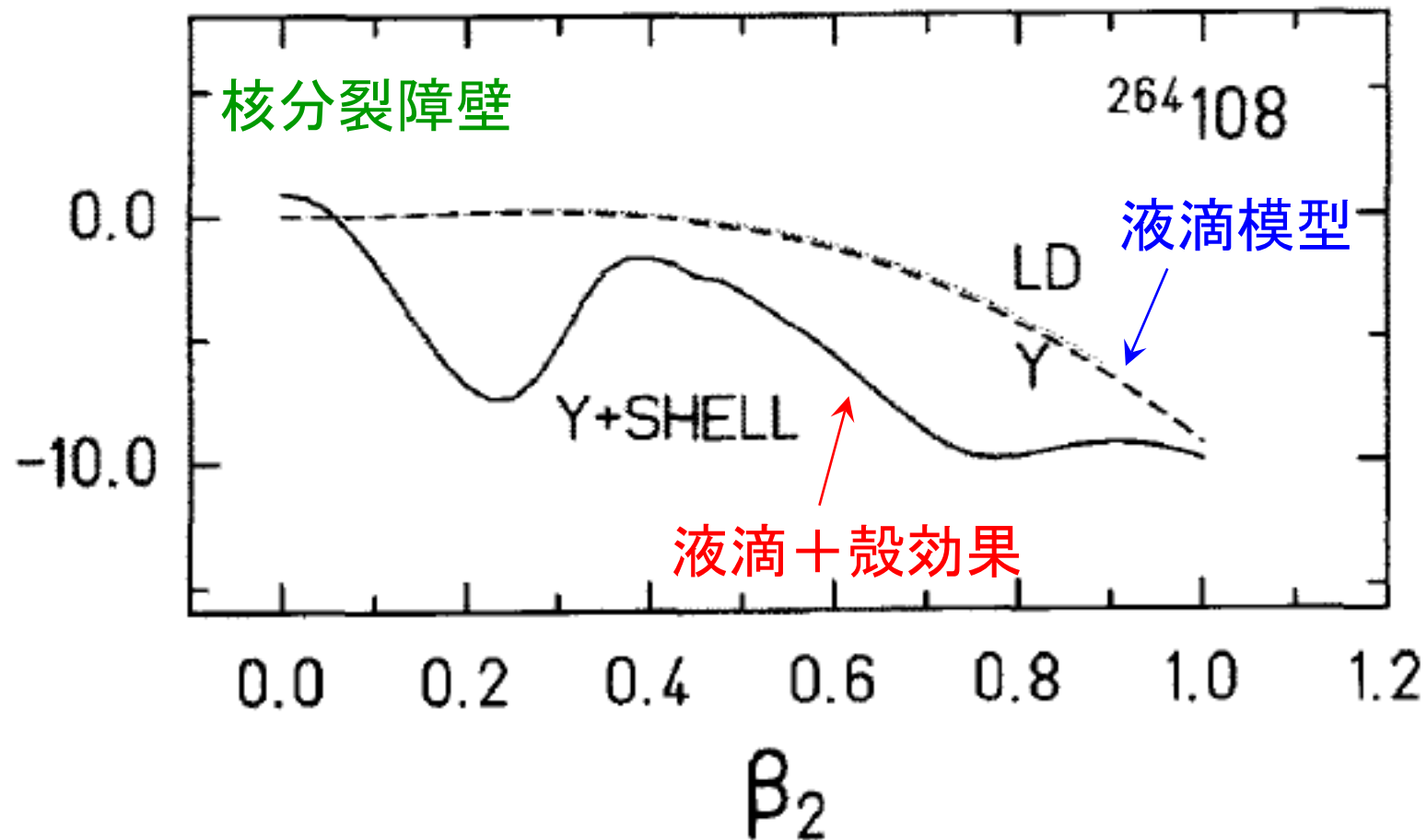


必ず球形

変形状態が基底状態になる場合あり

* 後でもう少し詳しく解説します。

殻構造の帰結：超重核の安定化



殻効果により核分裂障壁が高くなり原子核が安定化する