

# 核力について

np 散乱の位相のずれ  
の実験データ

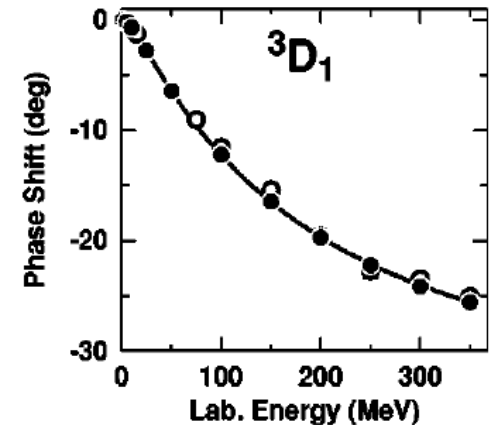
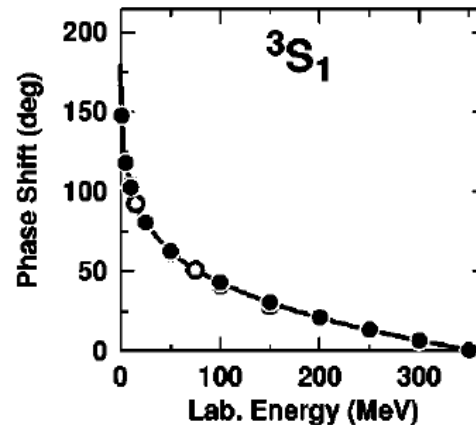
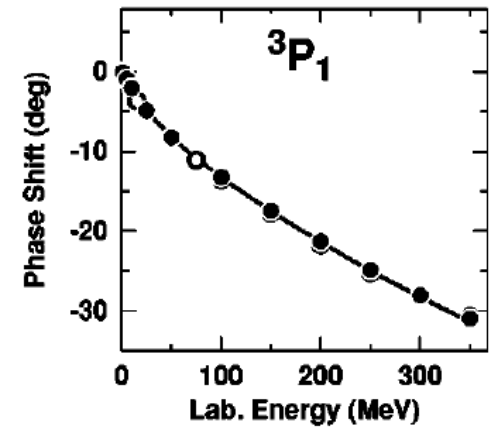
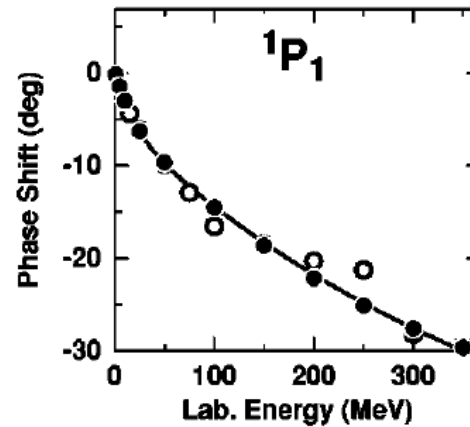
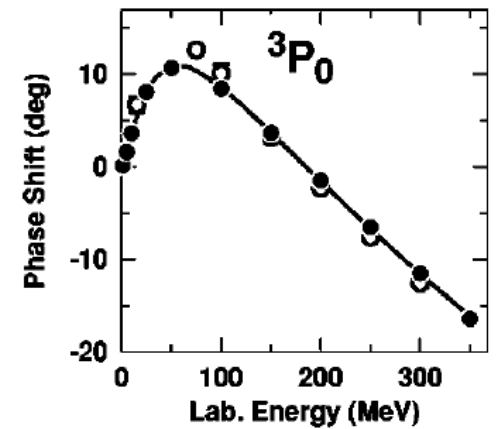
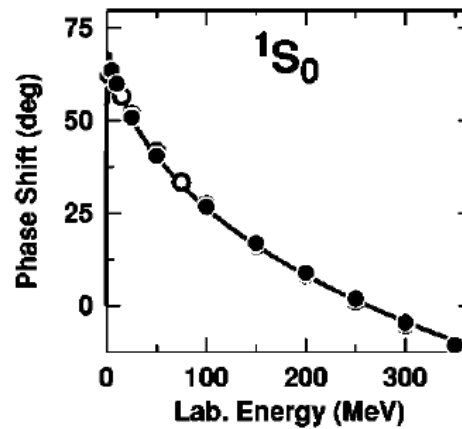
R. Machleidt,  
PRC63, 024001('01)

ノーテーション

$$2S+1L_J$$

$S \backslash T$	0	1
0	$^1O$	$^1E$
1	$^3E$	$^3O$

強いスピン・アイソスピン  
依存性



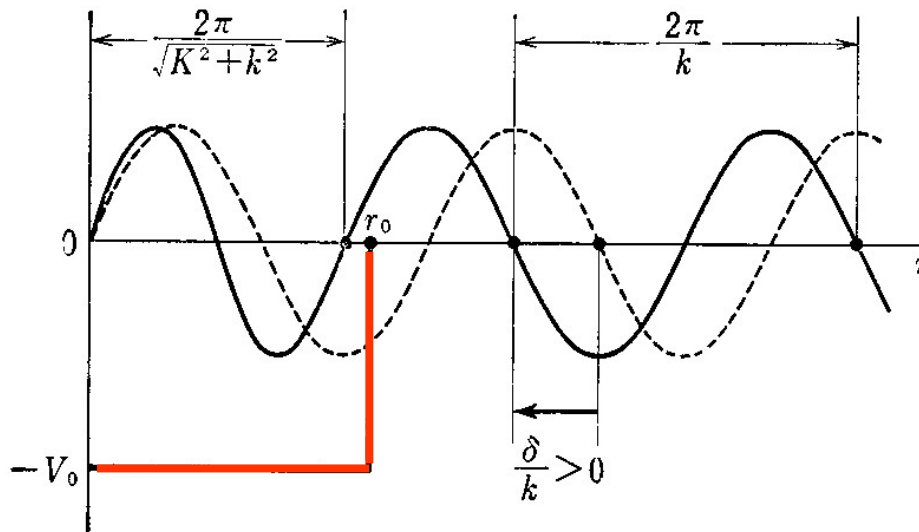
## 位相のずれ:

Radial wave function  $\Psi_l(r) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{r})$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} - E \right] u_l(r) = 0$$

遠方での漸近形:

$$u_l(r) \rightarrow \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l\right) \quad (r \rightarrow \infty)$$



(a) 引 力

ボルン近似では:

$$\delta_l \sim -\frac{2mk}{\hbar^2} \int_0^\infty r^2 dr V(r) j_l(kr)^2$$

$$\sin \delta_l \sim \delta_l$$

# 核力について

np 散乱の位相のずれ  
の実験データ

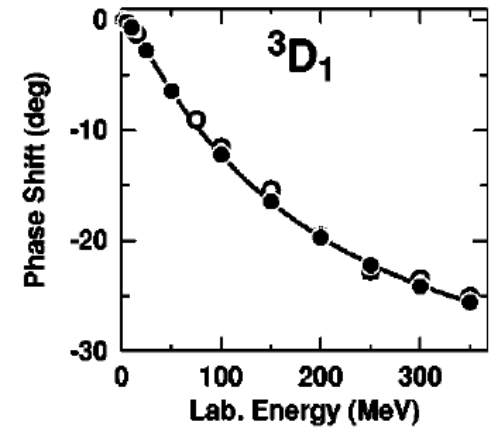
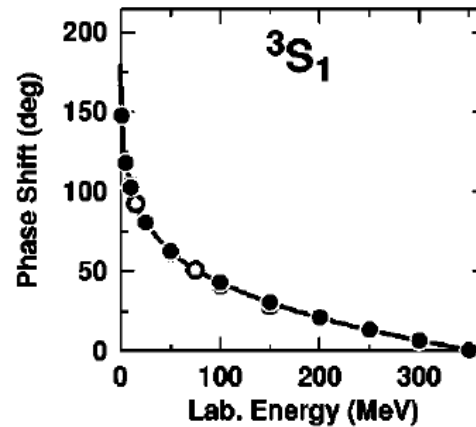
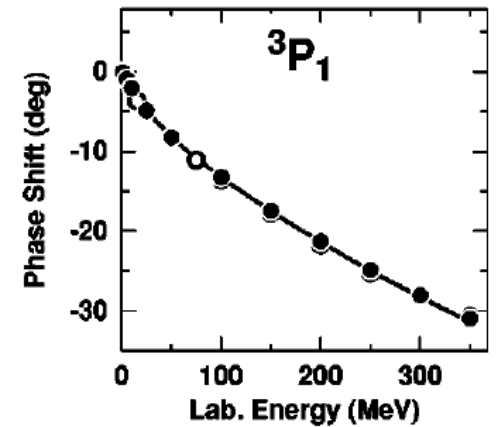
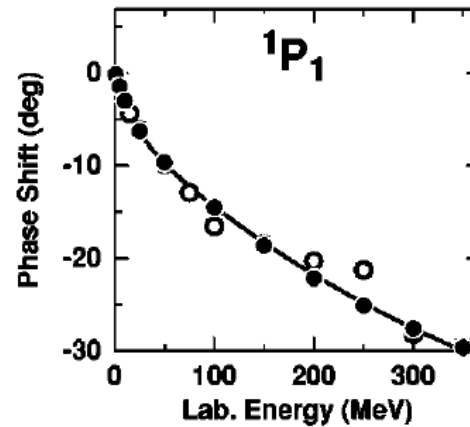
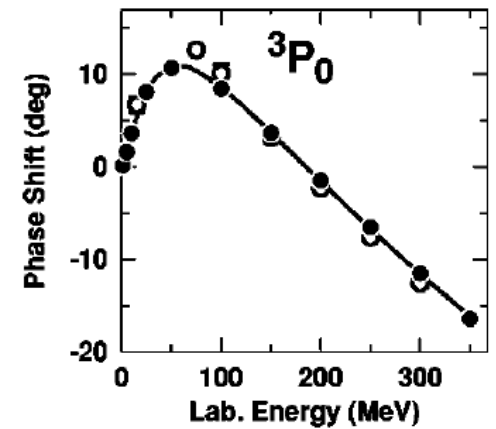
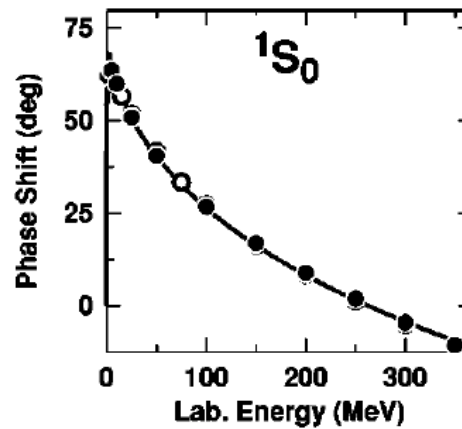
R. Machleidt,  
PRC63, 024001('01)

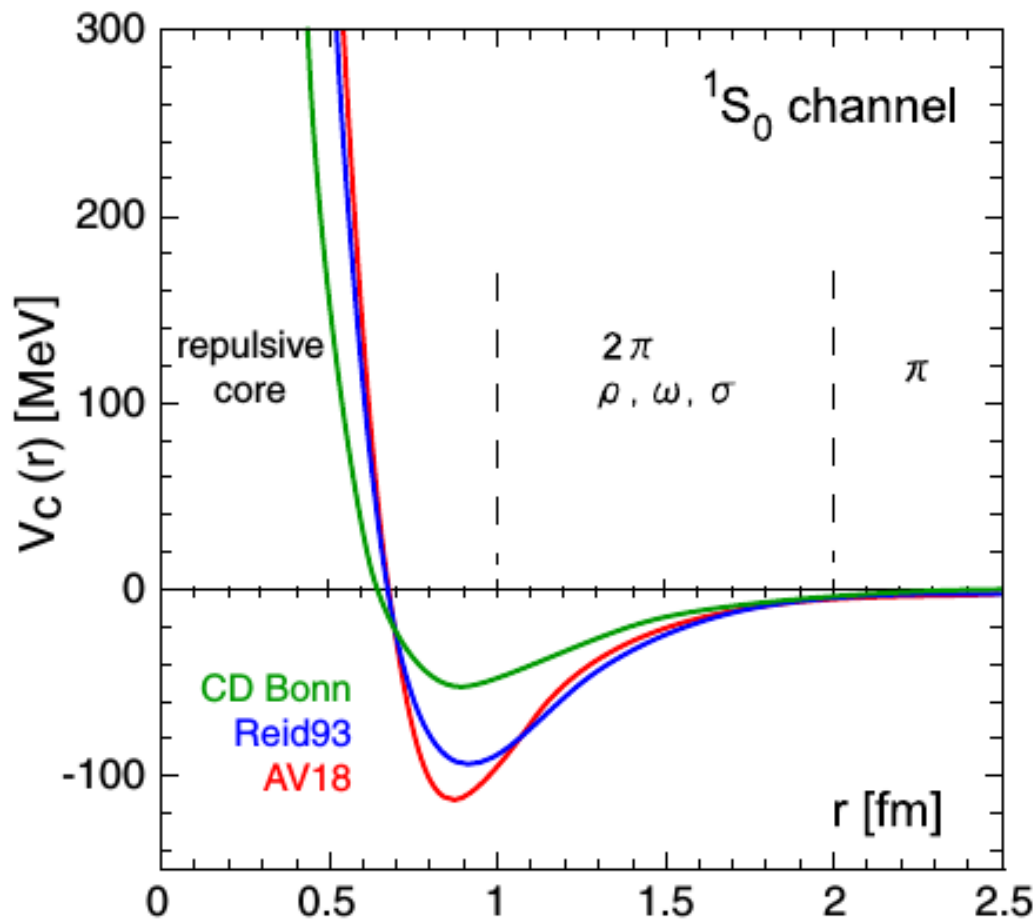
ノーテーション

$$2S+1L_J$$

$S \setminus T$	0	1
0	$^1O$	$^1E$
1	$^3E$	$^3O$

強いスピン・アイソスピン  
依存性





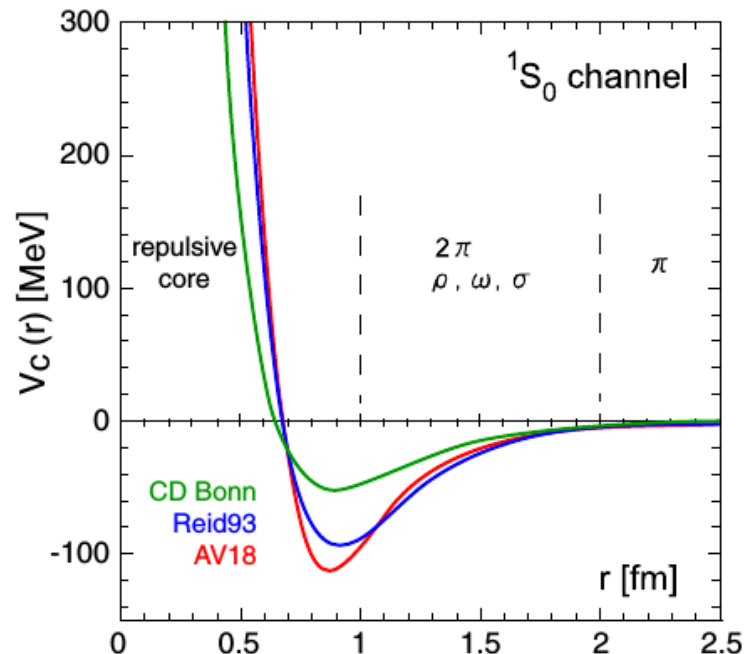
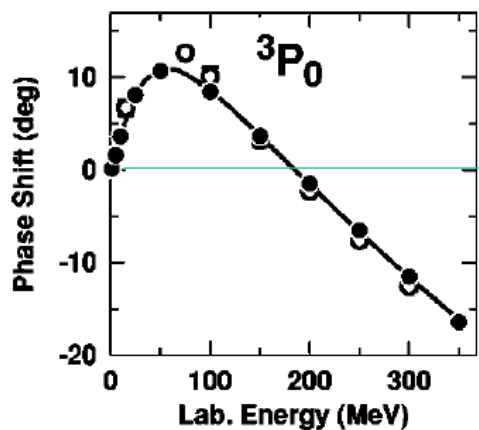
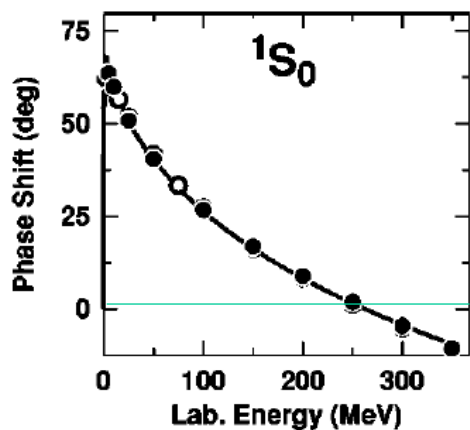
N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda,  
PRL99, 022001 (2007)

強いスピン・アイソスピン依存性:

$$V_C(r) = V_0(r) + V_\sigma(r)\sigma_1 \cdot \sigma_2 + V_\tau(r)\tau_1 \cdot \tau_2 \\ + V_{\sigma\tau}(r)(\sigma_1 \cdot \sigma_2)(\tau_1 \cdot \tau_2)$$

+テンソル力、スピン軌道力、など

# 核力の斥力芯



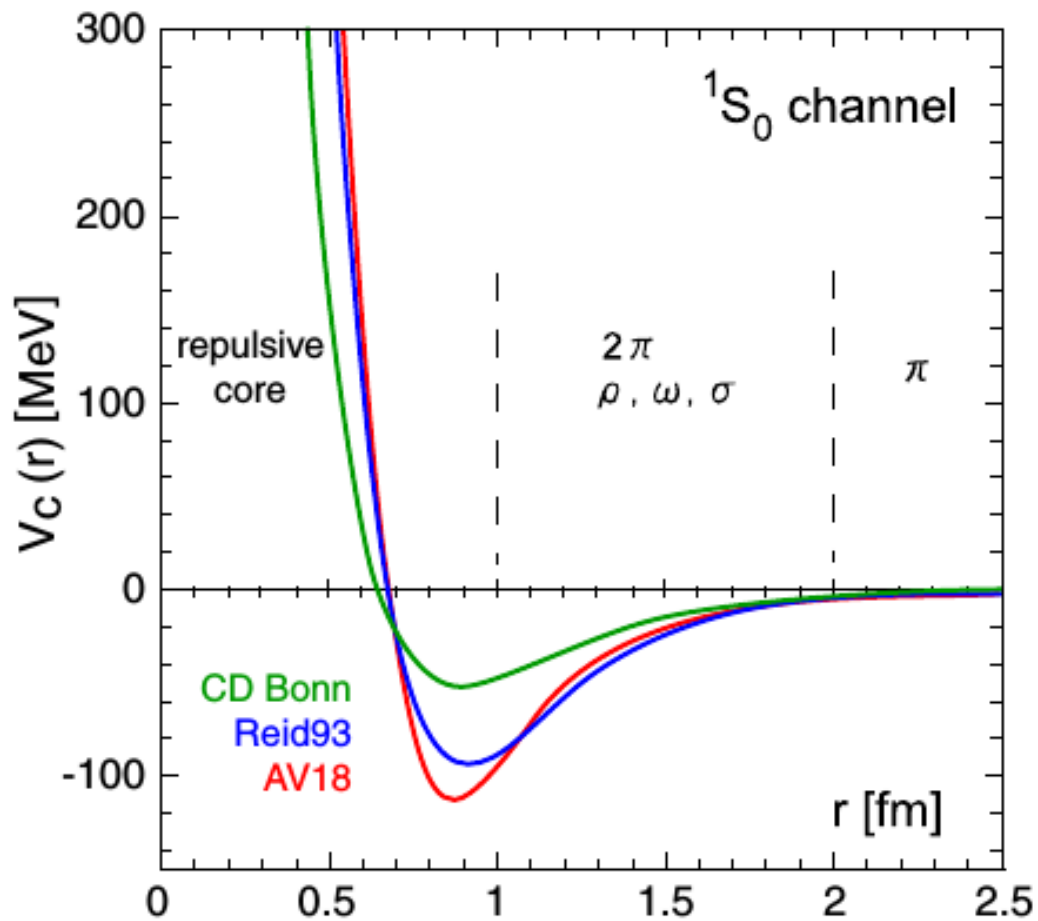
位相のずれ：  
正（低エネルギー）→負（高エネルギー）

$$\delta_l \sim -\frac{2mk}{\hbar^2} \int_0^\infty r^2 dr V(r) j_l(kr)^2$$

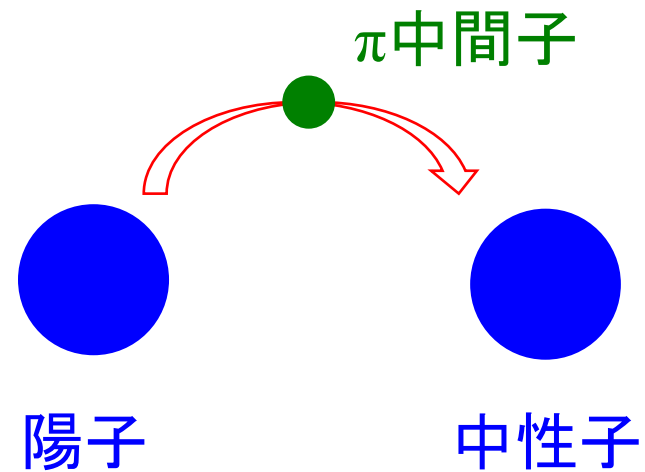
斥力芯→原子核の飽和性

斥力芯の起源

- クォーク間のパウリ原理
- グルーオン交換力 (color magnetic interaction)



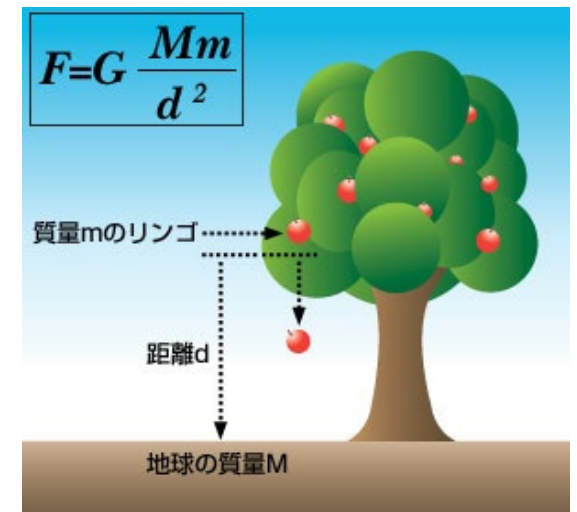
湯川秀樹



# 湯川秀樹は何をした人なのか？

## 4つの力

- 重力(万有引力)
- 電磁気力(電気や磁石の力)
- 強い力(原子核の力)
- 弱い力(ニュートリノが関係する力)



JAXAのページより

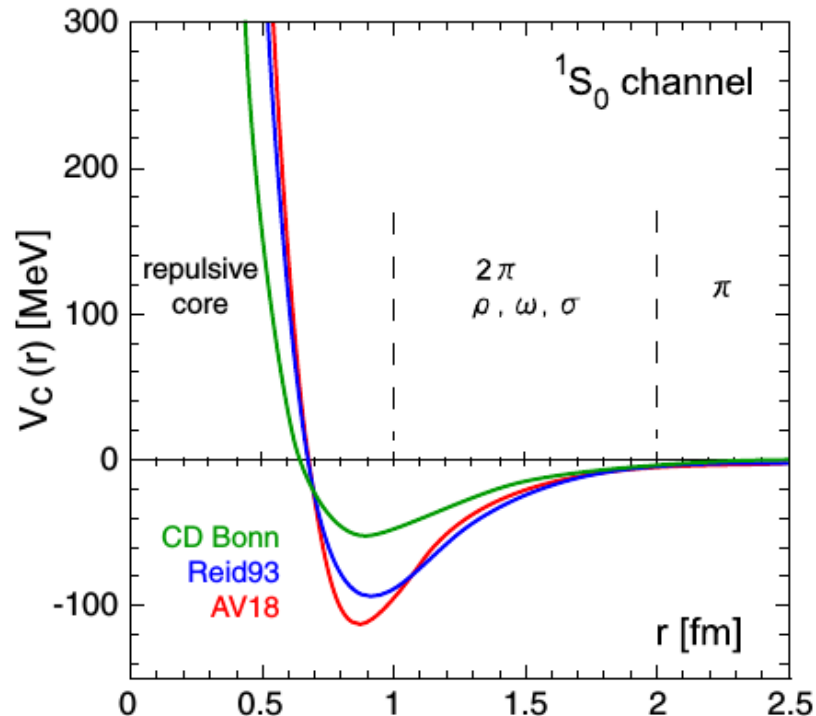


Wikipedia

# 湯川秀樹は何をした人なのか？

## 4つの力

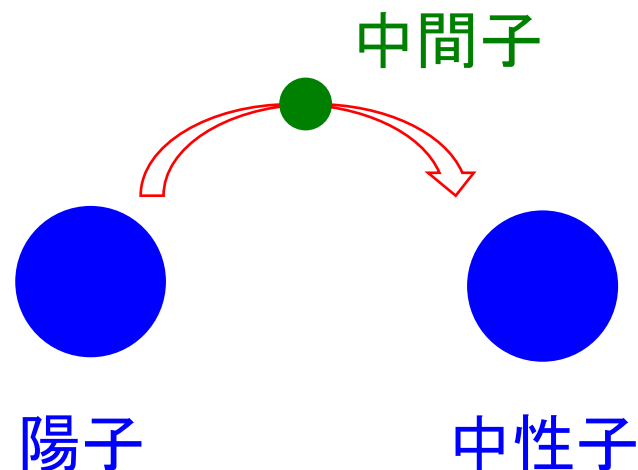
- 重力                    ニュートン
- 電磁気力            マクスウェル
- • **強い力**            **湯川**
- 弱い力                フェルミ



Wikipedia

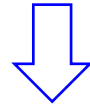
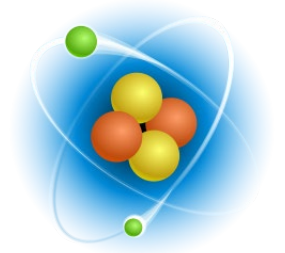
□ 「強い力」を解明し、  
「中間子論」を提唱。  
(1935年 昭和10年)

□ 1949年日本初の  
ノーベル賞受賞

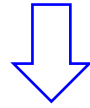




「元素」の正体は「原子」

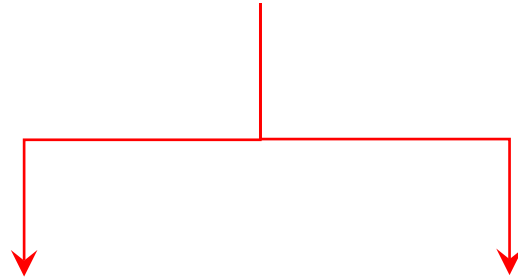


「原子」にも中身がある: 電子と原子核 (1911年)



原子核がなぜ存在しているのかというのが謎だった  
(当時はまだ重力と電磁気力しか分かっていなかった)。

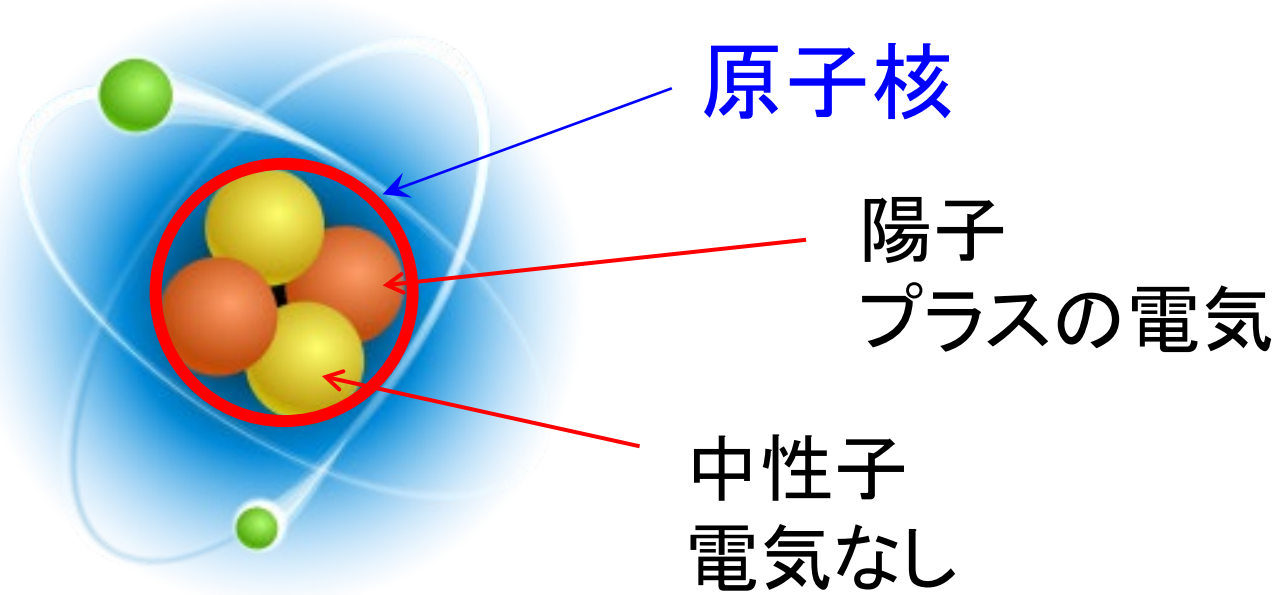
湯川秀樹はこれを解明(1935年)。



素粒子  
物理学

原子核  
物理学

湯川秀樹は素粒子物理学・原子核物理学を開拓した人

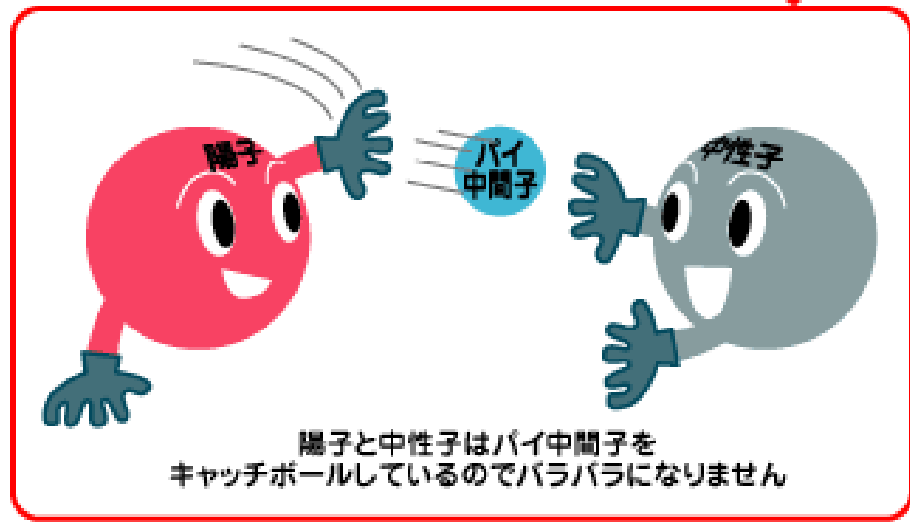


## 湯川秀樹が挑戦した謎

どうやって原子核のような小さな場所に陽子を閉じ込めておけるのか？

十の電気と十の電気は反発。距離が近ければ近いほど反発力は大きい。





国立科学博物館の図より

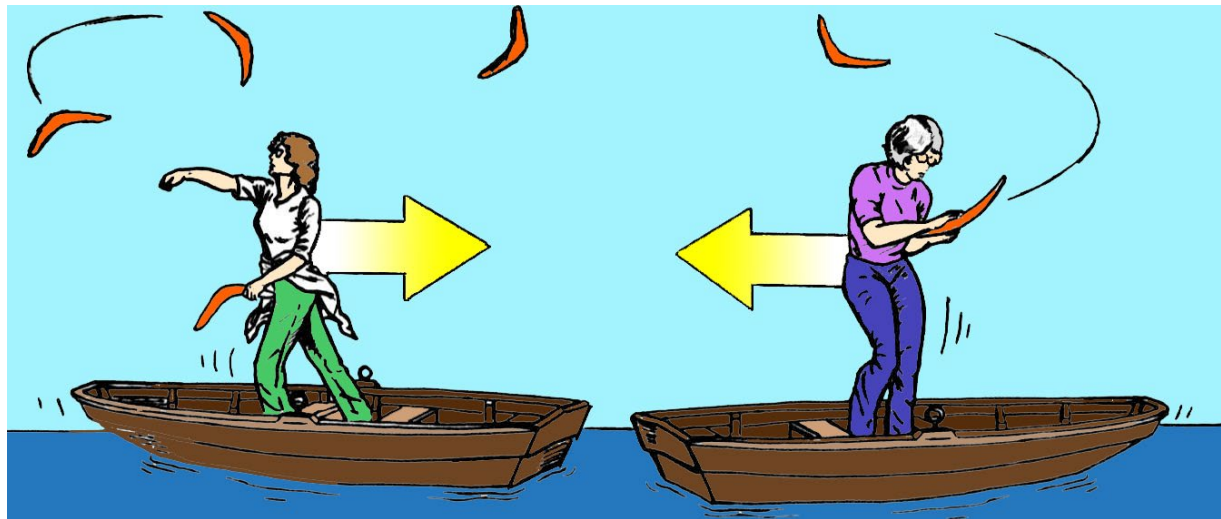
## 湯川秀樹の答え(1935年)

- ✓ 電気の力とは全く違う力
- ✓ 新しい粒子「中間子」をキャッチボール  
→原子核がバラバラにならない。

宇宙を作っている一番元の力がわかった！



[https://www.fnal.gov/pub/today/archive/archive\\_2013/images/NS130315\\_Figure01.jpg](https://www.fnal.gov/pub/today/archive/archive_2013/images/NS130315_Figure01.jpg)



<https://makemephy.wordpress.com/2013/10/10/exchange-particles-and-feynman-diagrams/>

中間子はその後、実在が確かめられた(1947年、パウエル)  
→湯川秀樹ノーベル賞受賞 (1949年)

# 中間子交換ポテンシャル

(準備)

電荷密度  $\rho$  による静電場(スカラーポテンシャル)

$$\phi(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

$$\rho(\mathbf{r}') = q'\delta(\mathbf{r}') \rightarrow \phi(r) = \frac{q'}{r}$$

位置  $r$  における静電ポテンシャル:

$$V(r) = q\phi(r) = \frac{qq'}{r}$$

ポアソン方程式: 
$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r})$$

## 中間子交換ポテンシャル

### 拡張(スカラー場の場合)

電磁場の方程式:  $\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r})$

$\rightarrow (\nabla^2 - k^2)\phi(\mathbf{r}) = 4\pi f\rho(\mathbf{r})$  (湯川による拡張)

この解は、

$$\phi(\mathbf{r}) = -f \int d\mathbf{r}' \frac{\exp(-k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \rho(\mathbf{r}')$$

点粒子であれば

$$\rho(\mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}') \rightarrow \phi(r) = -f \frac{e^{-kr}}{r}$$

(湯川関数)

## Klein-Gordon方程式

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$

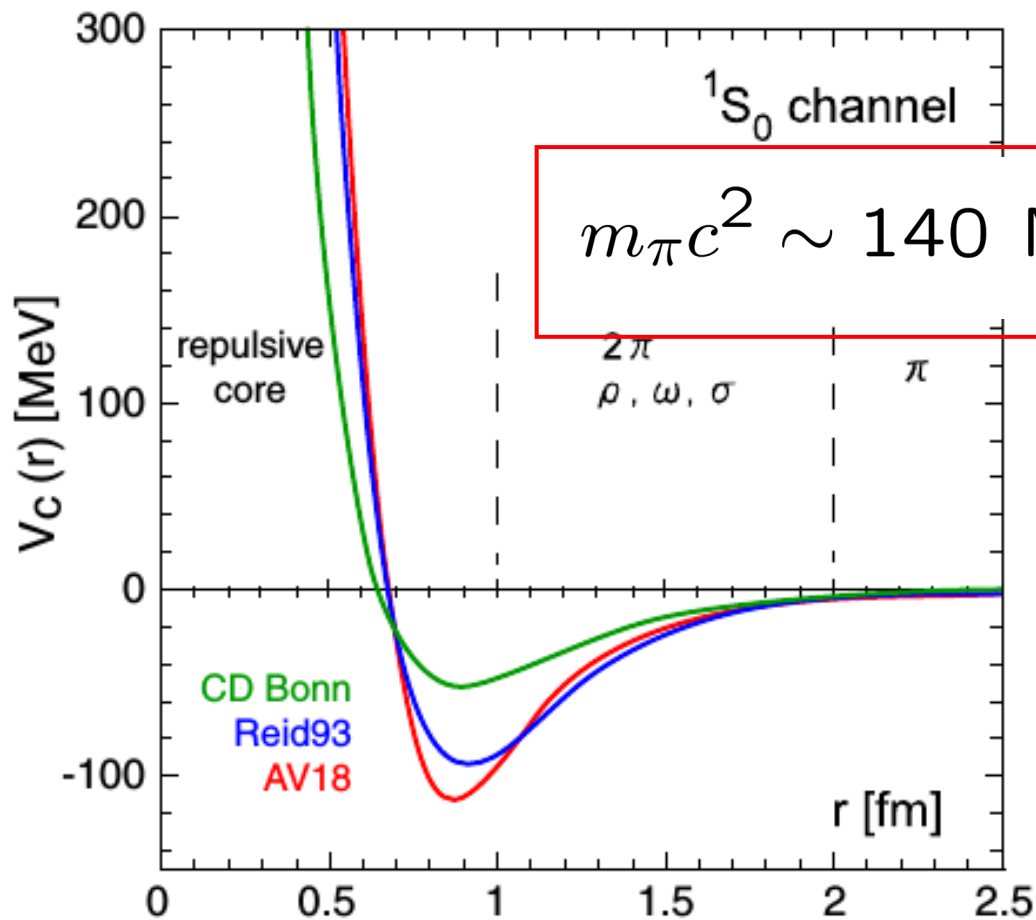
$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \mathbf{p} \rightarrow \frac{\hbar}{i} \nabla \quad \text{とすると、}$$

$$\left( \nabla^2 - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

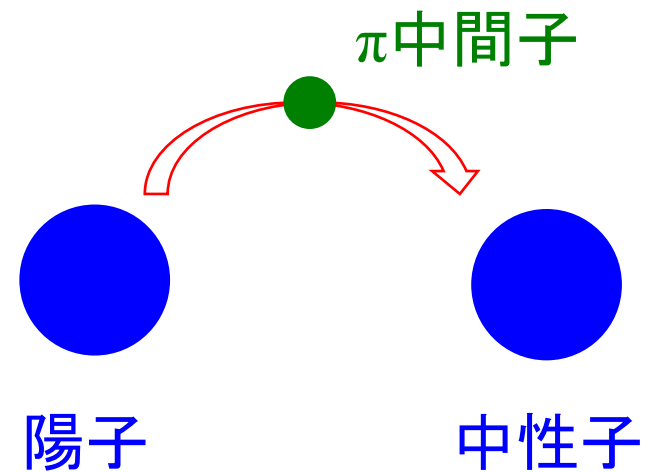
$$\rightarrow k = \frac{mc}{\hbar} \quad \phi(r) = -f \frac{e^{-kr}}{r}$$

$$\text{核力の到達距離: } R = k^{-1} = \frac{\hbar}{mc}$$

$$\begin{aligned} \text{(不確定性原理)} \quad \Delta E \sim mc^2 &\rightarrow \Delta t \sim \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{mc^2} \\ &\rightarrow R \sim c\Delta t \sim \frac{\hbar}{mc} \end{aligned}$$



$$m_\pi c^2 \sim 140 \text{ MeV} \rightarrow \frac{\hbar}{m_\pi c} \sim 1.4 \text{ fm}$$



パイオンは軽い

- ✓ 南部陽一郎 (NJL模型) 1961年
- ✓ 村山齊 (QCD)

H. Murayama, PRL126 ('21) 251601



## One-pion exchange potential (OPEP)

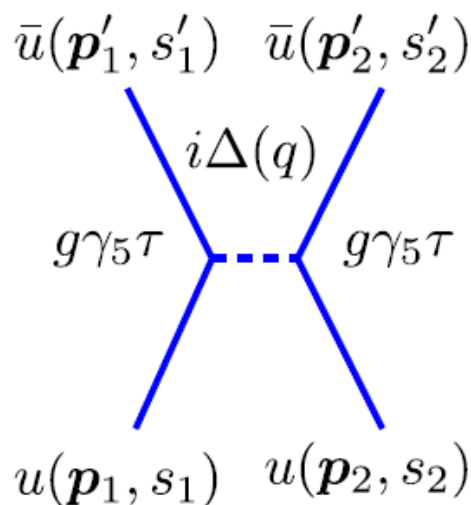
パイ中間子: アイソベクトル ( $\pi^0, \pi^+, \pi^-$ )、擬スカラー (負パリティ)

$$\rightarrow \mathcal{L}_{\pi NN} = -g\bar{N}i\gamma_5\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}N$$

これを基にポテンシャルを求めると、

$$V(\boldsymbol{r}) = -\frac{g^2}{4\pi}(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\nabla})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{\nabla})\frac{e^{-\mu r}}{r}$$

$$\mu = m_\pi c/\hbar$$



\*詳細は、

A. Obertelli and H. Sagawa,  
“Modern Nuclear Physics”  
(Springer)

などを参照のこと

## One-pion exchange potential (OPEP)

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) &= -\frac{g^2}{4\pi}(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \nabla)(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \nabla)\frac{e^{-\mu r}}{r} \\ &= \frac{g^2}{4\pi}(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \left[ ((\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) + S_{12}Y_T(\mu r)) \frac{\mu^2 e^{-\mu r}}{3} \frac{1}{r} \right. \\ &\quad \left. - \frac{4\pi}{3}(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)\delta(\mathbf{r}) \right] \end{aligned}$$

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

$$Y_T(\mu r) = \left( 1 + \frac{3}{\mu r} + \frac{3}{\mu^2 r^2} \right)$$

# テンソル力

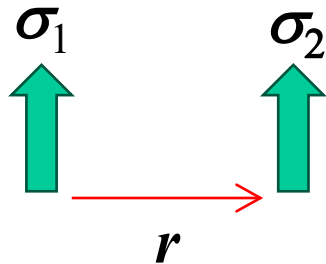
$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{s}_1 + \boldsymbol{s}_2 = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}_1 + \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}_2 \quad \text{を用いると}$$

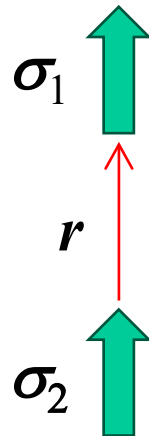
$$S_{12} = \frac{2}{\hbar^2} \left[ \frac{3(\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{r})^2}{r^2} - (\boldsymbol{S})^2 \right] \quad \text{と書き直すことができる。}$$

→  $S=0$  ではゼロになる

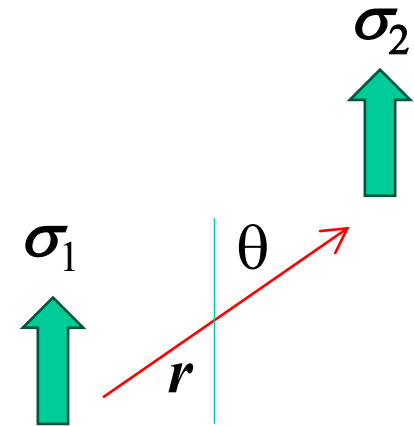
古典的には:



$$S_{12} = -1$$

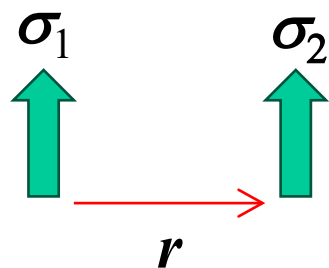


$$S_{12} = 2$$

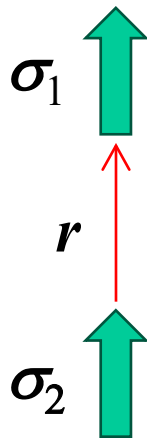


$$S_{12} = 3\cos^2\theta - 1 \sim Y_{20}(\theta)$$

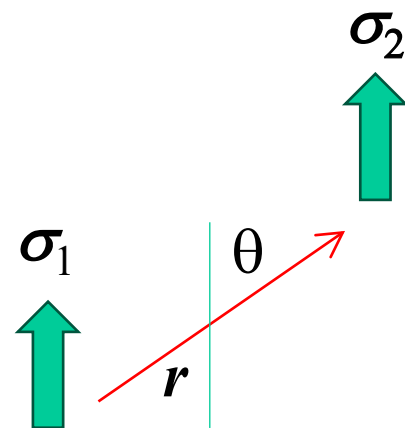
古典的には:



$$S_{12} = -1$$



$$S_{12} = 2$$



$$S_{12} = 3\cos^2\theta - 1 \sim Y_{20}(\theta)$$

量的には:

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

$$= 3[[\hat{\boldsymbol{r}}\hat{\boldsymbol{r}}]^{(2)}[\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_2]^{(2)}]^{(00)}$$

$$[\hat{\boldsymbol{r}}\hat{\boldsymbol{r}}]^{(2M)} = \sum_{m,m'} \langle 1m1m'|2M \rangle \hat{\boldsymbol{r}}_m \hat{\boldsymbol{r}}_{m'} \quad \text{など}$$

## テンソル力

$$S_{12} = \frac{3(\sigma_1 \cdot r)(\sigma_2 \cdot r)}{r^2} - (\sigma_1 \cdot \sigma_2)$$

→  $S=0$  ではゼロになる

- ・重陽子 ( $S=1$ ) が束縛し、 $nn$  ( $S=0$ ) が束縛しない理由
- ・重陽子のD波成分(四重極モーメント)の説明(4%程度のD波成分)

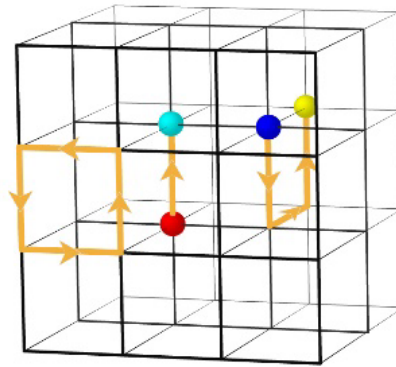
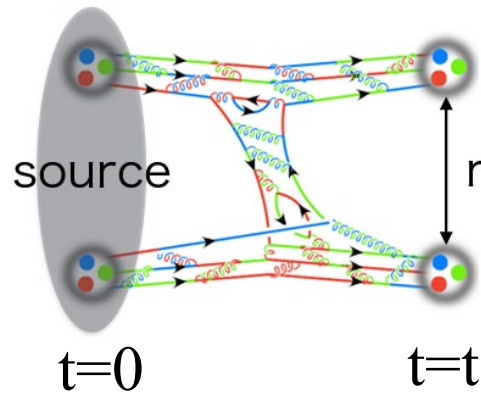


# 格子QCDによる核力

N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda,  
Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 022001

## ベーテ・サルピータ振幅

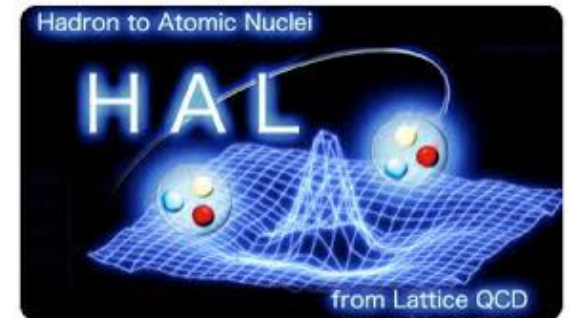
$$G_{NN}(\mathbf{r}, t) = \langle 0 | N(\mathbf{r}, t) N(\mathbf{0}, t) | \overline{J_{\text{src}}(t=0)} | 0 \rangle$$



$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r})$$

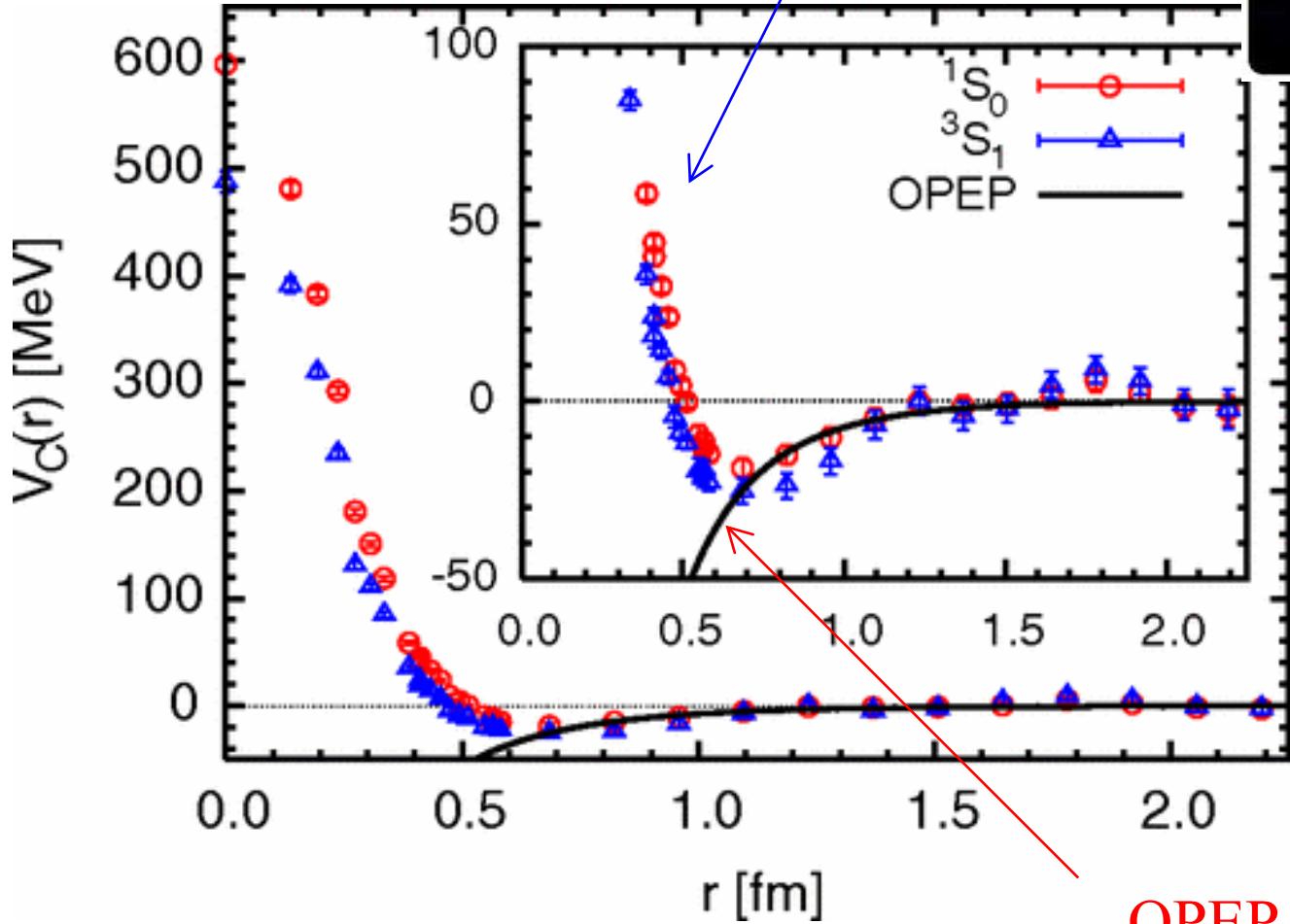
$$\psi(\mathbf{r}) \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} G_{NN}(\mathbf{r}, t)$$

を仮定してポテンシャル  $V$  を  
求める

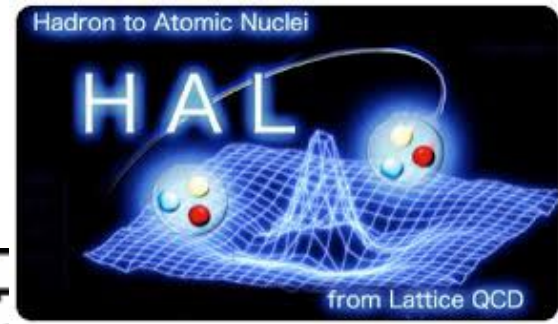


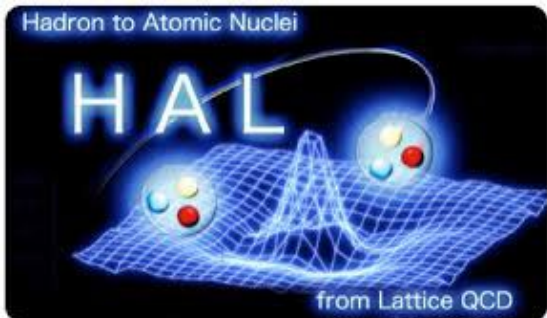
# 格子QCDによる核力

斥力芯



OPEP





## 最近の進展

### $N\Lambda$ ポテンシャル(土居 et al.)

$N\Lambda$ と $N\Sigma$ の結合があるので  
難しいケース

