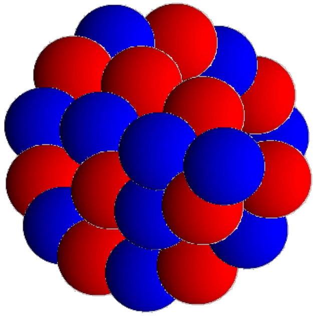
原子核基礎論B

原子核理論研究室（物2）

萩野浩一

シラバス



萩野

1. 原子核の集団運動（2コマ）
2. 集団運動の微視的理解（2コマ）
3. 原子核反応論基礎（1コマ）
4. 非束縛核の物理:共鳴状態について（1コマ）
5. 超重元素の物理（1コマ）

北沢

6. 高温・高密度核物質概観（1コマ）
7. 格子QCD数値計算と熱力学量（1コマ）
8. カイラル対称性とQCD有効模型（3コマ）
9. 熱平衡物質のゆらぎ、感受率、キュムラント（1コマ）
10. 線形応答とスペクトル関数（1コマ）

シラバス（基礎論A）

5. 殻模型と魔法数（2コマ）
6. 平均場理論と核変形（2コマ）
7. 原子核の対相関（2コマ）
8. 中性子過剰核の物理（1コマ）

主に基底状態

シラバス（基礎論B）

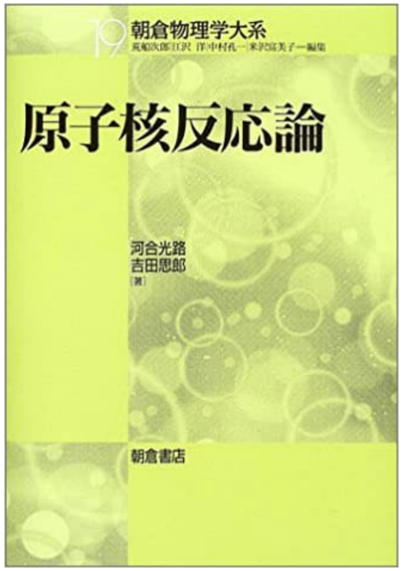
1. 原子核の集団運動（2コマ）
2. 集団運動の微視的理解（2コマ）
3. 原子核反応論基礎（1コマ）
4. 非束縛核の物理：共鳴状態について（1コマ）
5. 超重元素の物理（1コマ）

主に励起状態
と核反応

成績：　レポート80%、出席など20%

質問：　講義中にも適宜聞いて下さい。

参考書


19

朝倉物理学大系

原子核反応論

河合光路
吉田思郎
［著］

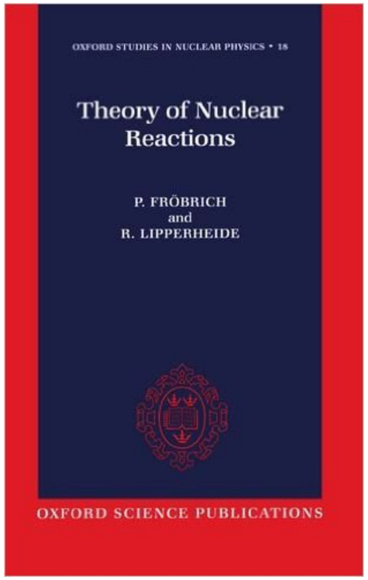
朝倉書店


量子散乱理論への招待

フェムトの世界を見る物理

緒方一介
［著］

共立出版

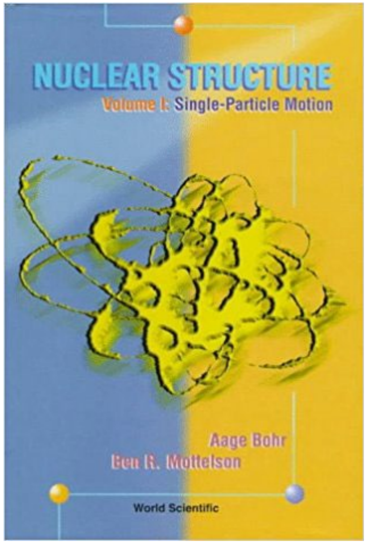

OXFORD STUDIES IN NUCLEAR PHYSICS • 18

Theory of Nuclear Reactions

P. FRÖBRICH
and
R. LIPPERHEIDE

OXFORD SCIENCE PUBLICATIONS

Frobrich-Lipperheide

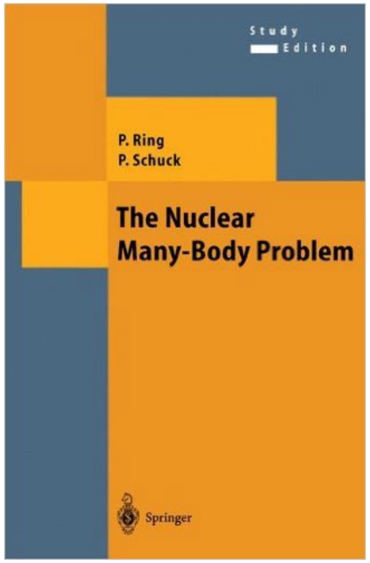

NUCLEAR STRUCTURE

Volume I: Single-Particle Motion

Aage Bohr
Ben R. Mottelson

World Scientific

Bohr-Mottelson

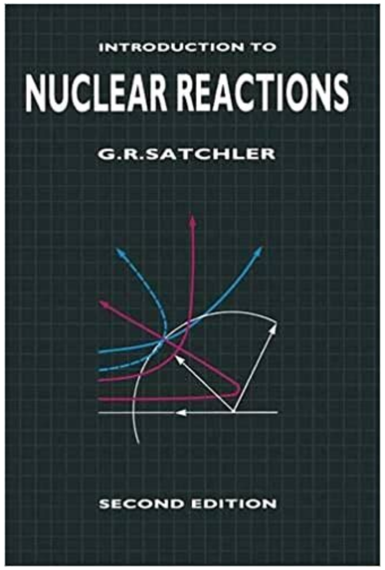

Study Edition

P. Ring
P. Schuck

The Nuclear Many-Body Problem

Springer

Ring-Schuck

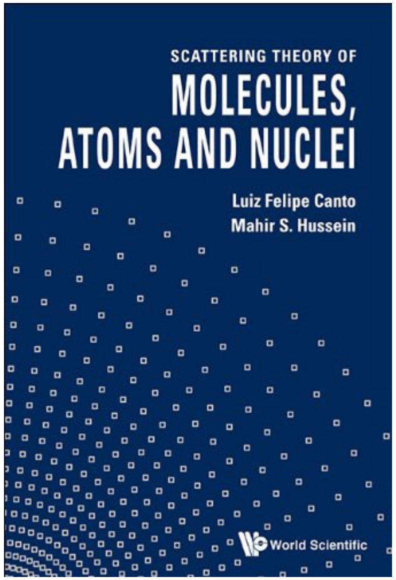

INTRODUCTION TO

NUCLEAR REACTIONS

G.R.SATCHLER

SECOND EDITION

Satchler


SCATTERING THEORY OF

MOLECULES, ATOMS AND NUCLEI

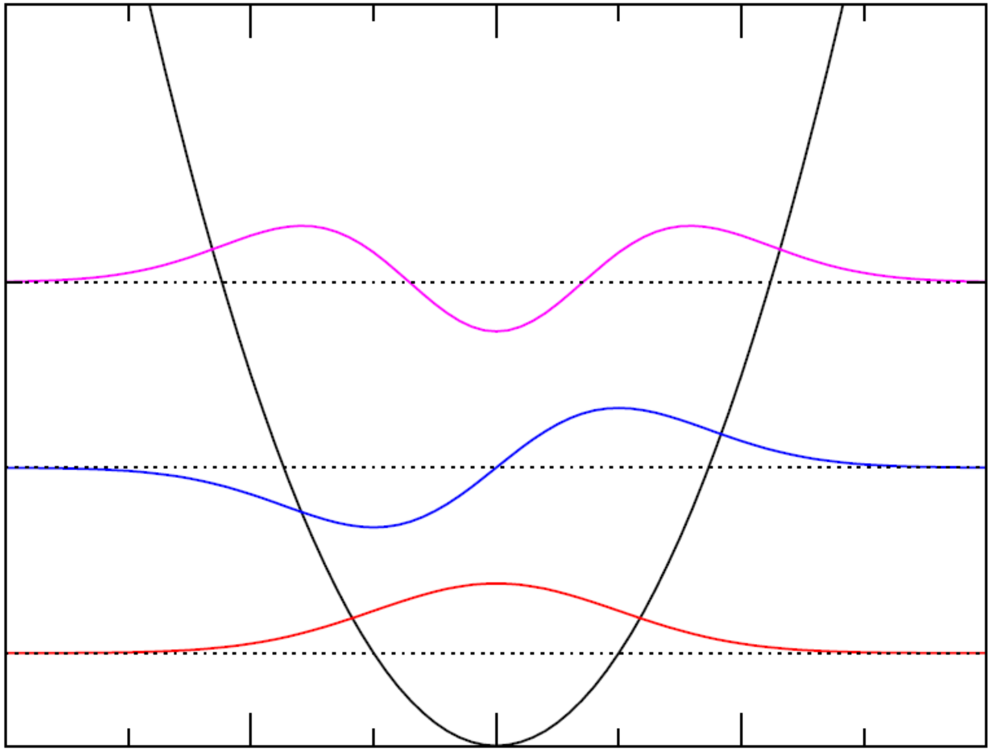
Luiz Felipe Canto
Mahir S. Hussein

World Scientific

Canto-Hussein

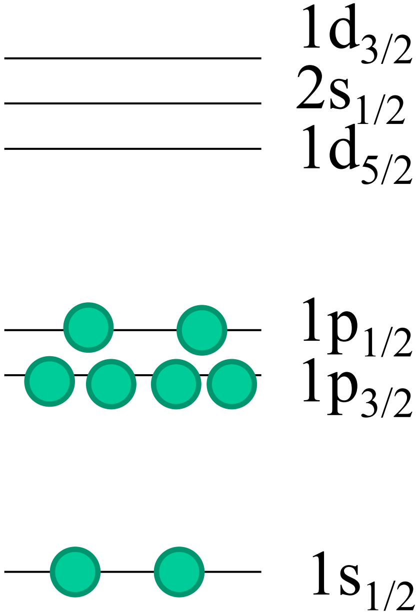
励起状態

ポテンシャル中の1粒子の場合

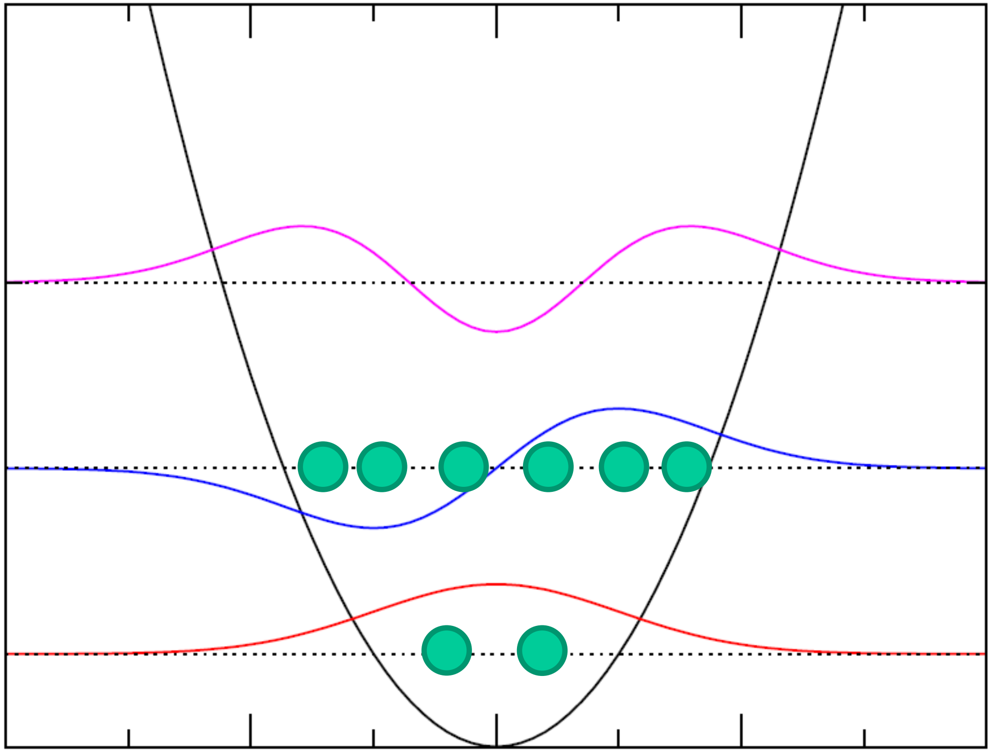


原子核の励起状態

多体系の場合

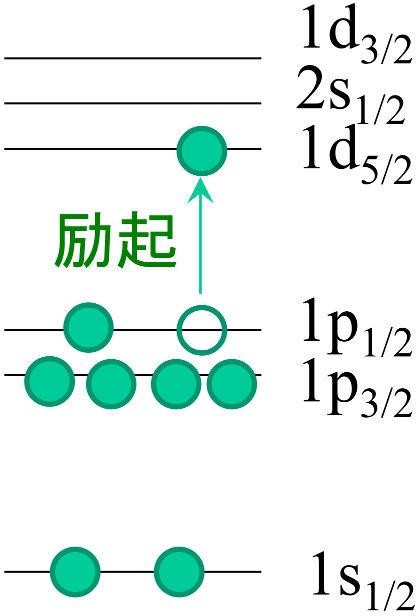


基底状態

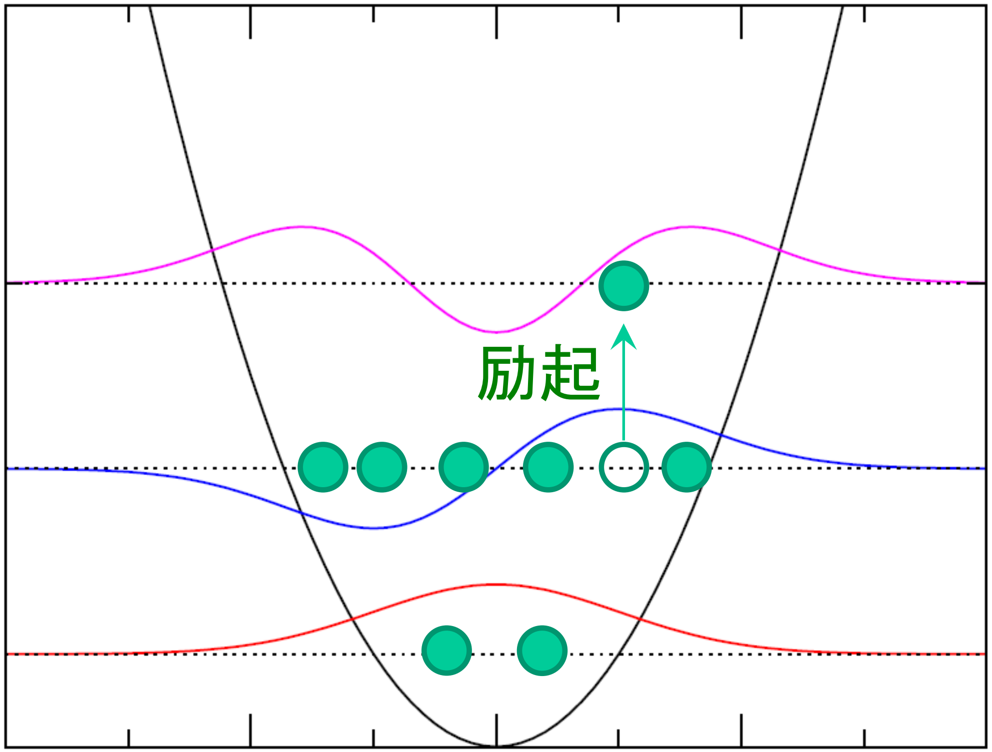


基底状態

原子核の励起状態

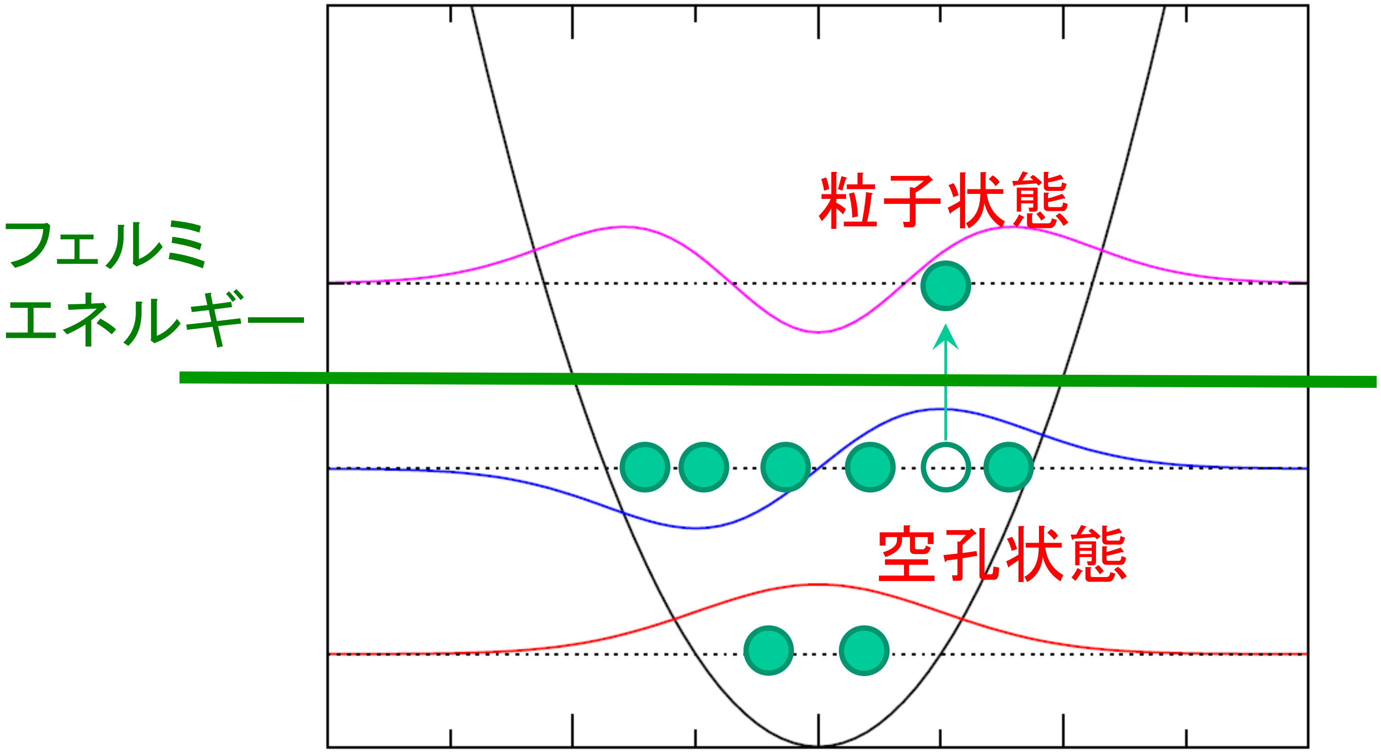


多体系の場合



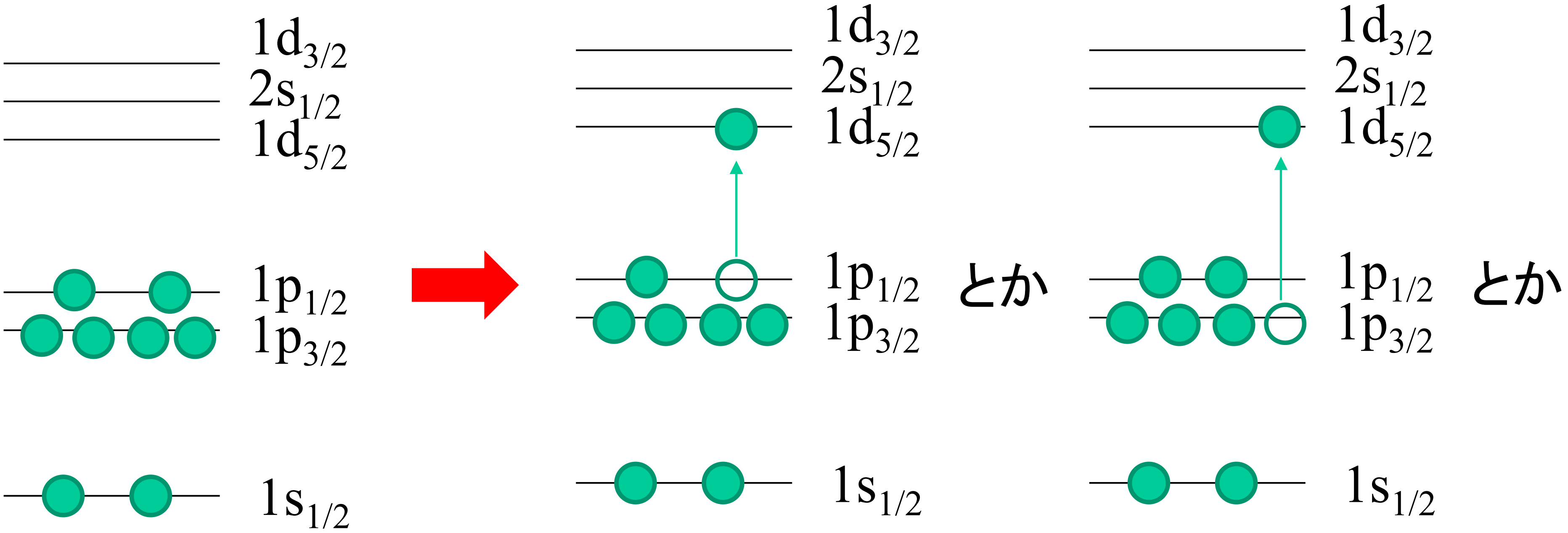
原子核の励起状態

多体系の場合



1粒子1空孔（1p1h）状態

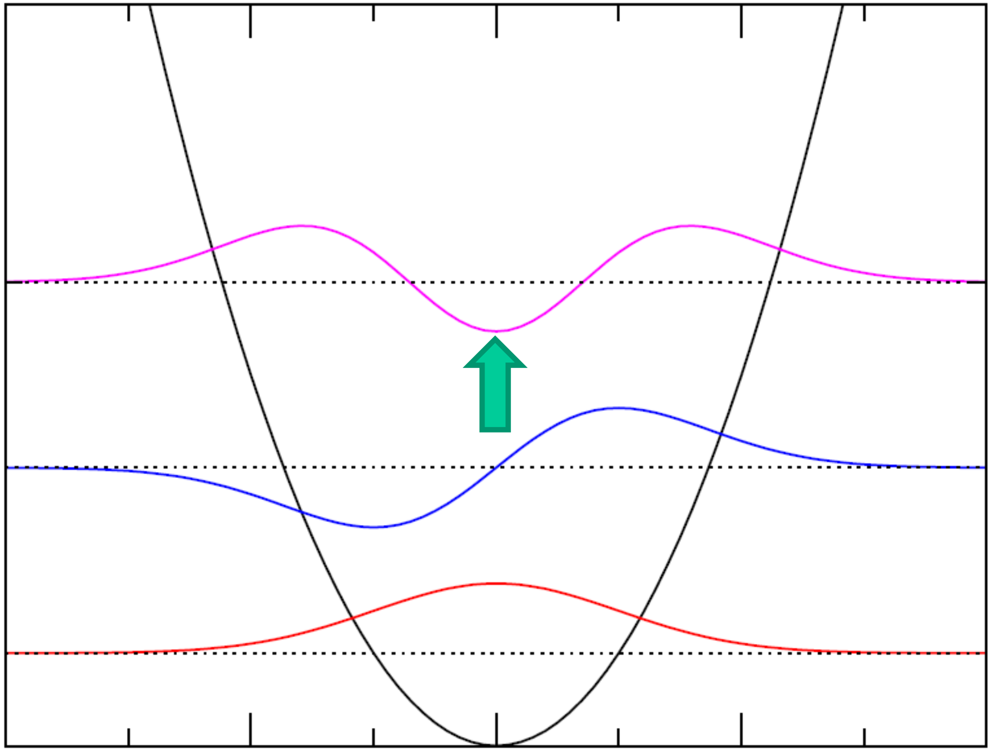
原子核の励起状態



基底状態

1粒子1空孔（1p1h）状態

粒子2個あげる励起や、複数個あげる励起も。
2p2h 状態、np-nh状態。



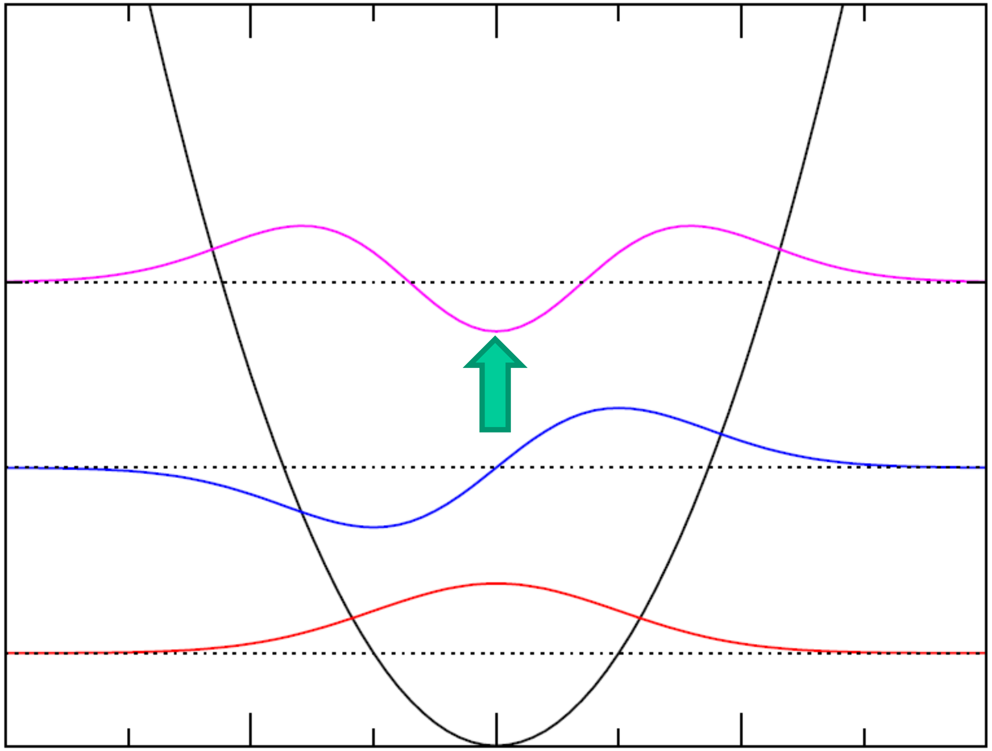
原子核では

$\hbar\omega \sim 41\, A^{-1/3}$ （MeV)

$\longleftarrow$ $R \sim 1.2\ \mathrm{A}^{1/3}$ (fm)

A = 16 だと 16.27 MeV

cf. 実際に、^{16}Oの16.2 MeV
に 1^- 状態



原子核では

$\hbar\omega \sim 41\,A^{-1/3}$ (MeV)

← $R \sim 1.2\,\mathrm{A}^{1/3}$ (fm)

A = 16 だと 16.27 MeV

cf. 実際に、^{16}Oの16.2 MeV
に 1^- 状態

………でも実際にはこのようには理解できない励起状態
も多数存在する（集団励起）

Giant Dipole Resonance (GDR)　巨大双極子共鳴

光吸収の
スペクトル

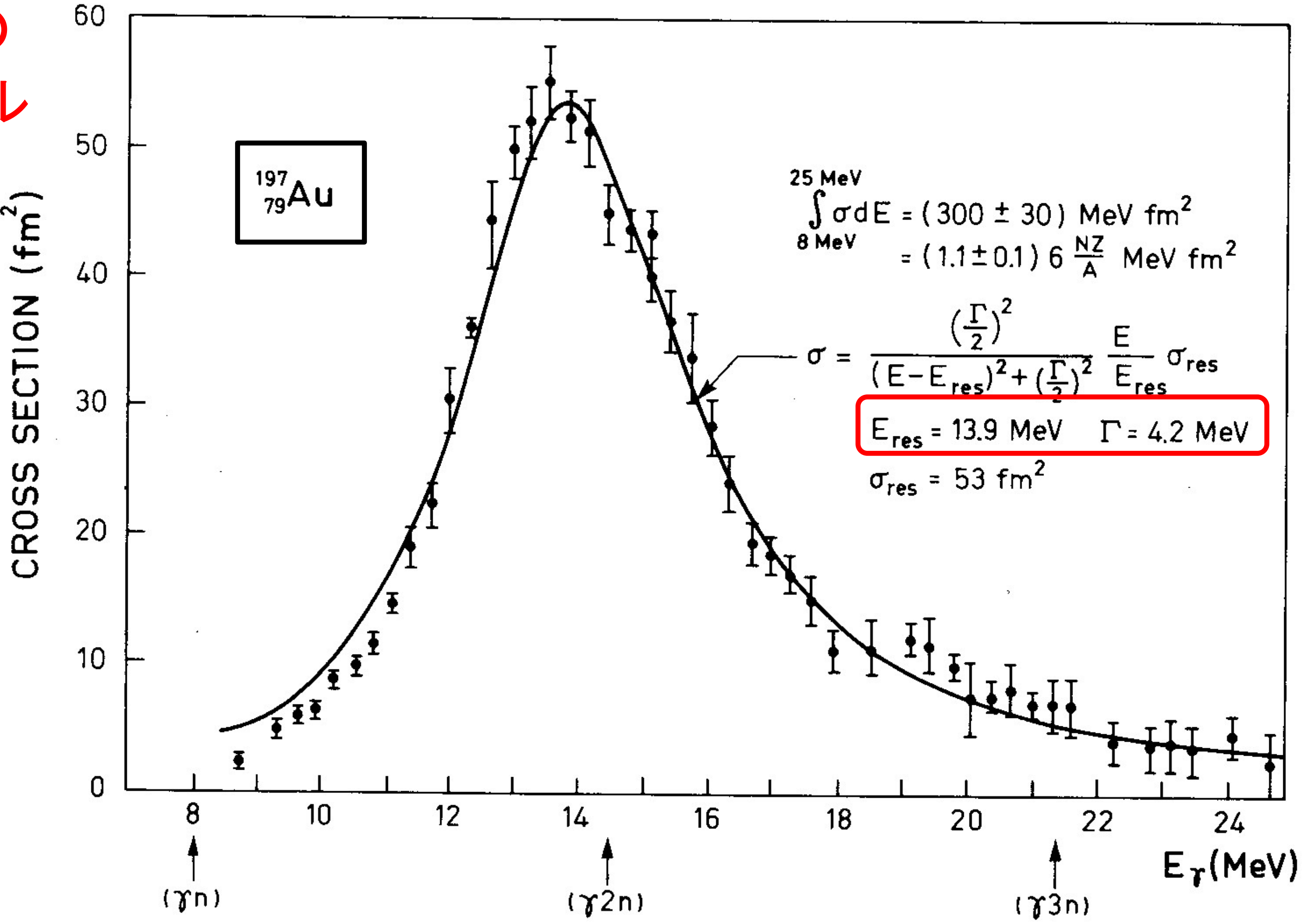


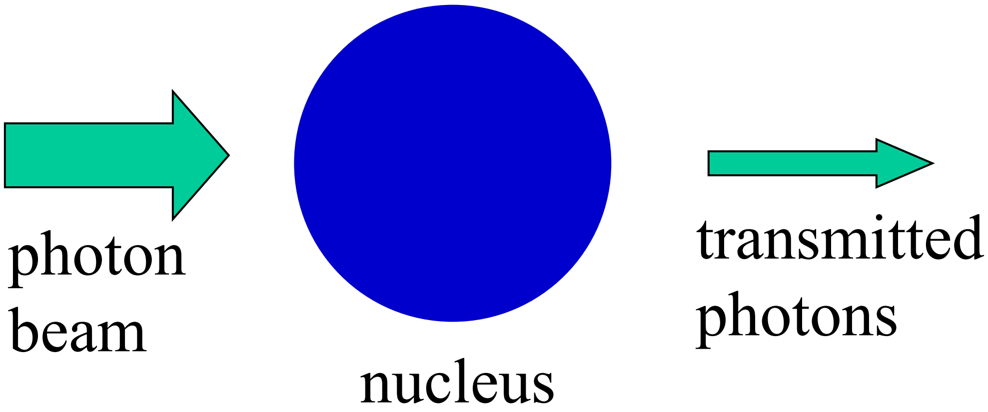
Figure 6-18 Total photoabsorption cross section for ^{197}Au. The experimental data are from S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, and N. A. Kerr, *Phys. Rev.* **127**, 1273 (1962). The solid curve is of Breit-Wigner shape with the indicated parameters.

cf. $41 \times 197^{-1/3} = 7.05$ MeV

Collective Vibrations

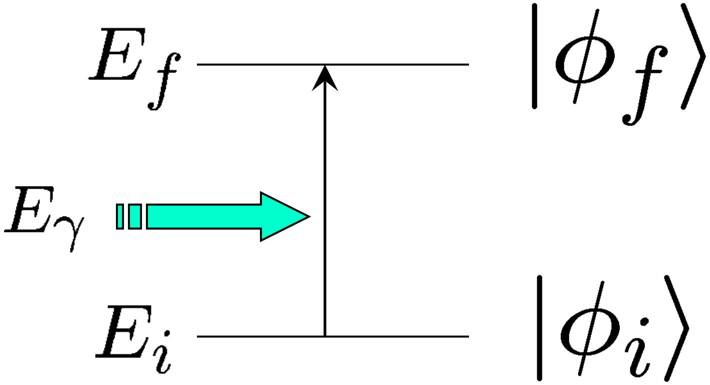
How does a nucleus respond to an external perturbation?

i) Photo absorption cross section


photon beam

nucleus

transmitted photons



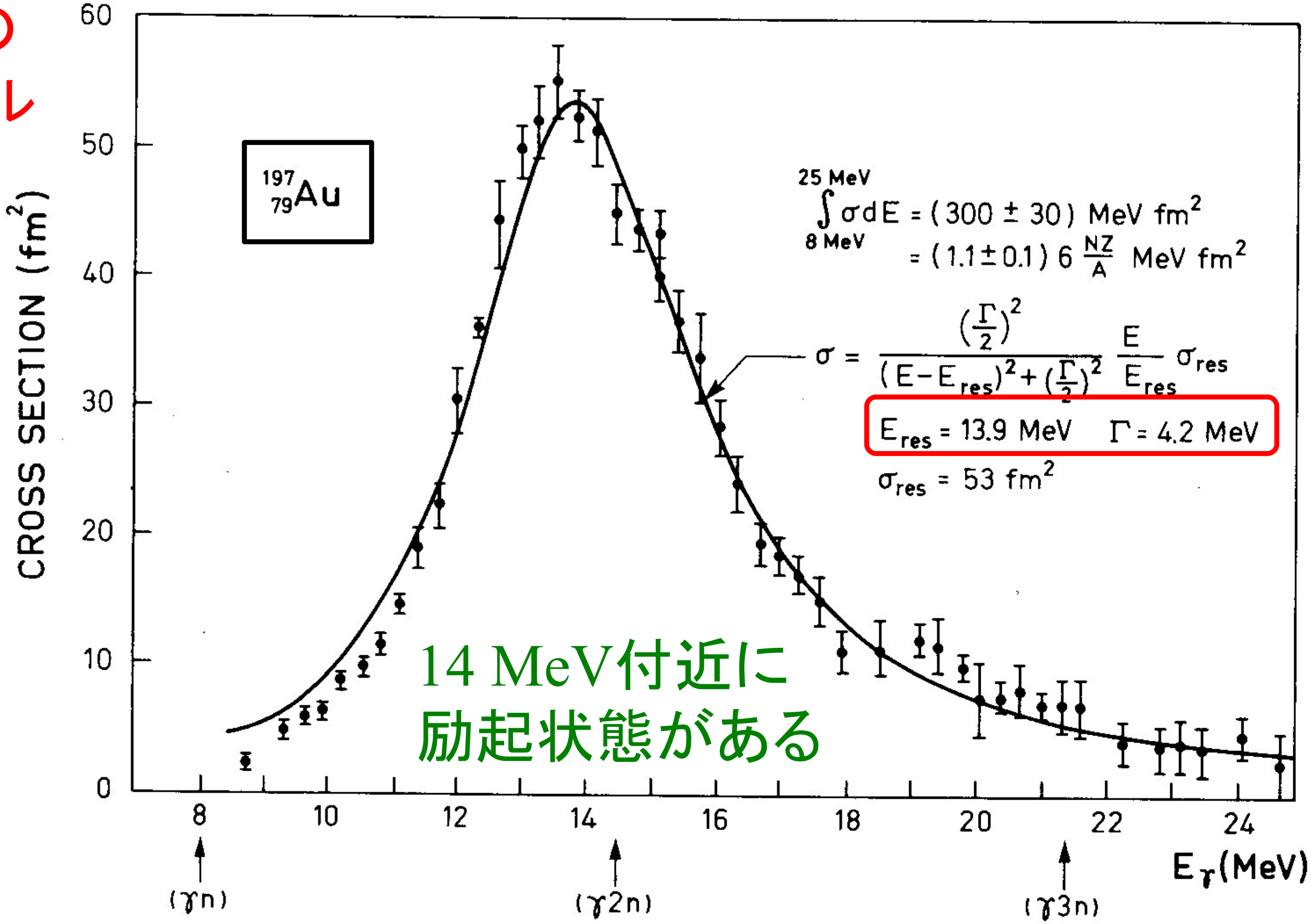
The state is strongly excited when $E_f - E_i = E_\gamma$.

フェルミの黄金律

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}|\langle\phi_f|\hat{T}|\phi_i\rangle|^2\delta(E_f - E_i - E_\gamma)$$

Giant Dipole Resonance (GDR)　巨大双極子共鳴

光吸収の
スペクトル



14 MeV付近に
励起状態がある

Figure 6-18 Total photoabsorption cross section for ^{197}Au. The experimental data are from S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, and N. A. Kerr, *Phys. Rev.* **127**, 1273 (1962). The solid curve is of Breit-Wigner shape with the indicated parameters.

cf. $41 \times 197^{-1/3} = 7.05$ MeV

Remarks

i) Photon interaction ←→ dipole excitation

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{2m}\frac{e}{c}(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{p})$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = \sum_{\boldsymbol{k}}\sum_{\alpha=1,2}\sqrt{\frac{2\pi c^2\hbar}{\omega V}}(a_{\boldsymbol{k}\alpha}\,\boldsymbol{\epsilon}_\alpha\,e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-i\omega_k t}+h.c.)$$

$e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \sim 1$ (dipole approximation)

$E_\gamma \sim 10$ MeV, $R \sim 5$ fm のときに、kR はどのくらいになるか？

Remarks

i) Photon interaction ⟷ dipole excitation

$$H_{\rm int} = \frac{1}{2m}\frac{e}{c}(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{p})$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = \sum_{\boldsymbol{k}}\sum_{\alpha=1,2}\sqrt{\frac{2\pi c^2\hbar}{\omega V}}(a_{\boldsymbol{k}\alpha}\,\epsilon_\alpha\, e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-i\omega_k t}+h.c.)$$

$e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \sim 1$ (dipole approximation)

E_γ ~ 10 MeV, R~5 fm のときに、kR はどのくらいになるか？

$$k=\frac{E_\gamma}{\hbar c}\sim\frac{10}{200}\ (1/fm)\rightarrow kR\sim 50/200=0.25$$

Remarks

i) Photon interaction ⟷ dipole excitation

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{2m}\frac{e}{c}(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{p})$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = \sum_{\boldsymbol{k}}\sum_{\alpha=1,2}\sqrt{\frac{2\pi c^2\hbar}{\omega V}}\left(a_{\boldsymbol{k}\alpha}\,\boldsymbol{\epsilon}_\alpha\,e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-i\omega_k t}+h.c.\right)$$

$e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \sim 1$ (dipole approximation)

$$\boxed{\sigma_{\text{abs}}(E_\gamma) = \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar c}(E_f-E_i)|\langle\phi_f|\tilde{z}|\phi_i\rangle|^2\,\delta(E_\gamma-E_f+E_i)}$$

$$\tilde{z} = \sum_p (z_p - Z_{cm})$$

Remarks

i) Photon interaction ↔ dipole excitation

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{2m}\frac{e}{c}(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{p})$$

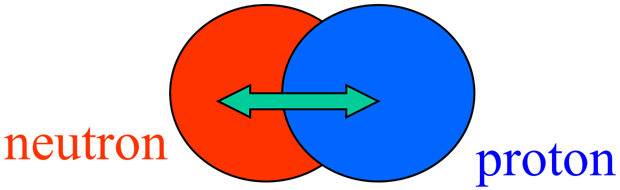
$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = \sum_{\boldsymbol{k}}\sum_{\alpha=1,2}\sqrt{\frac{2\pi c^2\hbar}{\omega V}}(a_{\boldsymbol{k}\alpha}\,\epsilon_\alpha\,e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-i\omega_k t}+h.c.)$$

$$e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \sim 1$$ (dipole approximation)

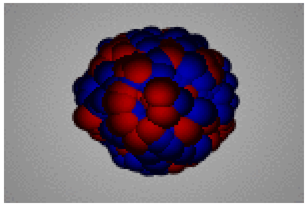
$$\boxed{\sigma_{\text{abs}}(E_\gamma) = \frac{4\pi^2e^2}{\hbar c}(E_f-E_i)|\langle\phi_f|\tilde{z}|\phi_i\rangle|^2\,\delta(E_\gamma-E_f+E_i)}$$

ii) Isospin

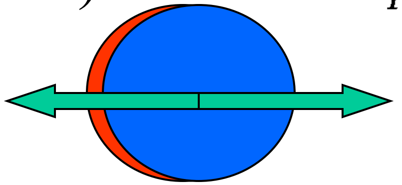
$$\tilde{z} = \sum_p (z_p - Z_{cm})$$



Isovector type



(note)



Isoscalar dipole motion

↔ c.m. motion (to the first order)

Remarks

i) Photon interaction ⟷ dipole excitation

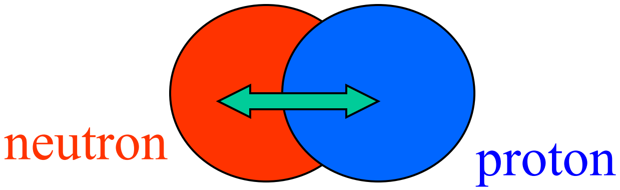
$$H_{\text{int}} = \frac{1}{2m}\frac{e}{c}(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{p})$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = \sum_{\boldsymbol{k}}\sum_{\alpha=1,2}\sqrt{\frac{2\pi c^2\hbar}{\omega V}}(a_{\boldsymbol{k}\alpha}\,\boldsymbol{\epsilon}_\alpha\,e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-i\omega_k t}+h.c.)$$

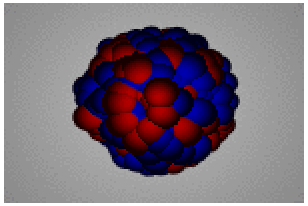
$$e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \sim 1 \qquad \text{(dipole approximation)}$$

$$\boxed{\sigma_{\text{abs}}(E_\gamma) = \frac{4\pi^2e^2}{\hbar c}(E_f-E_i)|\langle\phi_f|\tilde{z}|\phi_i\rangle|^2\,\delta(E_\gamma-E_f+E_i)}$$

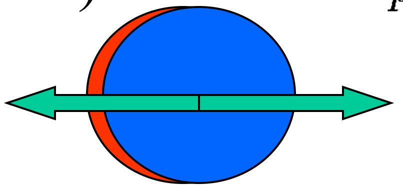
ii) Isospin



Isovector type



(note) $\tilde{z} = \sum_p (z_p - Z_{cm})$



Isoscalar dipole motion

⟷ c.m. motion (to the first order)

iii) Collective motion

Motion of the whole nucleus rather than a single-particle motion

Giant Dipole Resonance (GDR) 巨大双極子共鳴

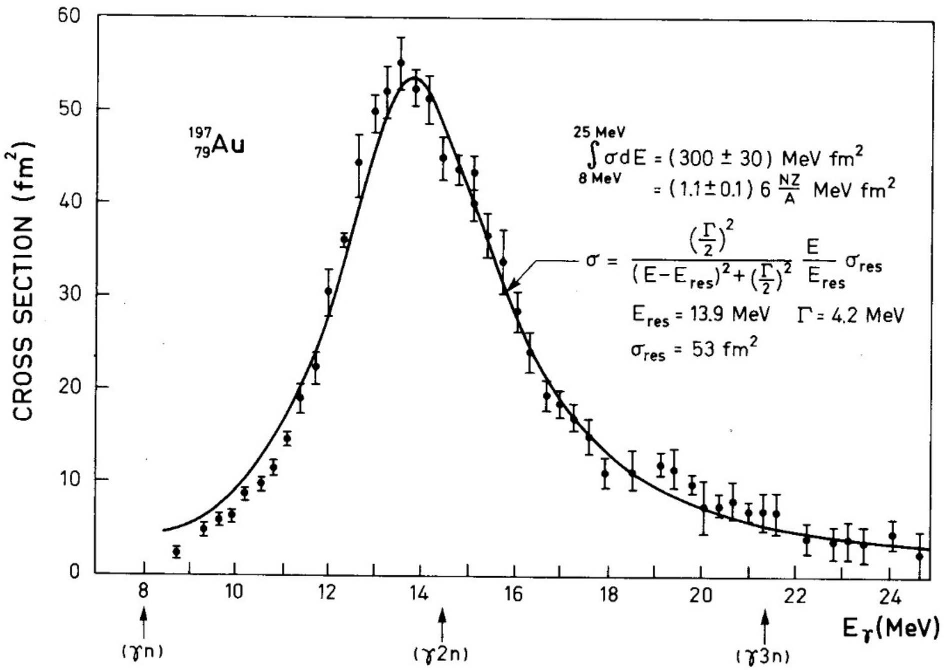
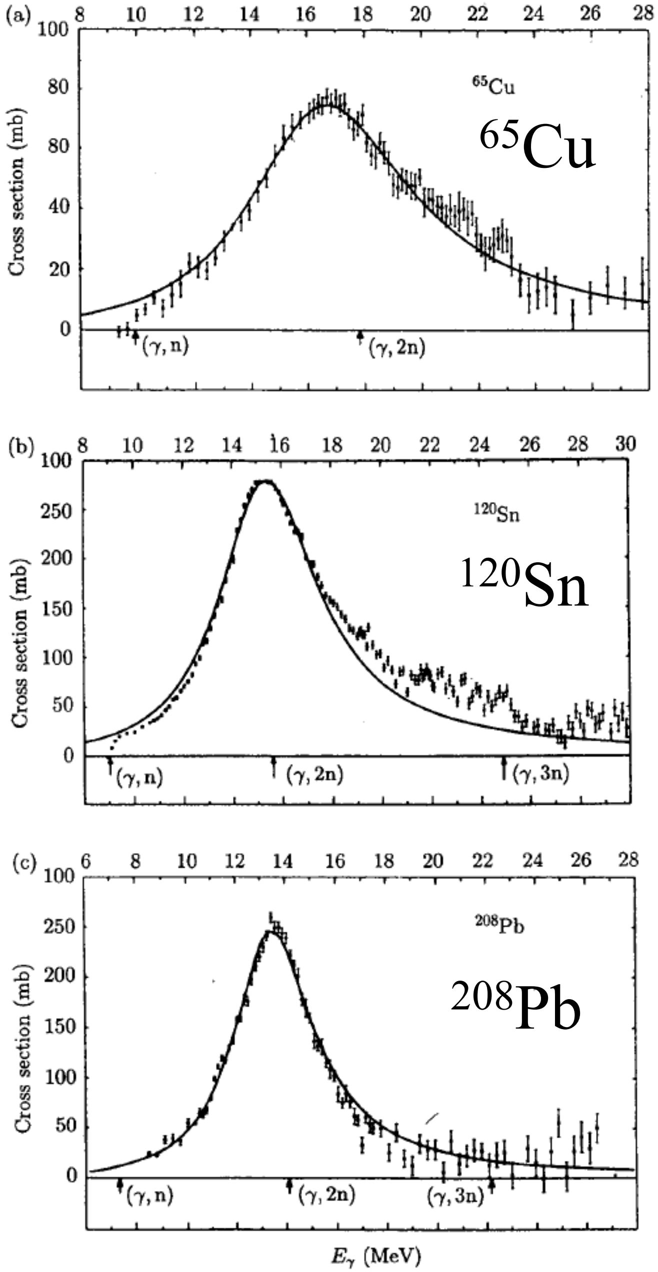


Figure 6-18 Total photoabsorption cross section for ^{197}Au. The experimental data are from S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, and N. A. Kerr, *Phys. Rev.* **127**, 1273 (1962). The solid curve is of Breit-Wigner shape with the indicated parameters.

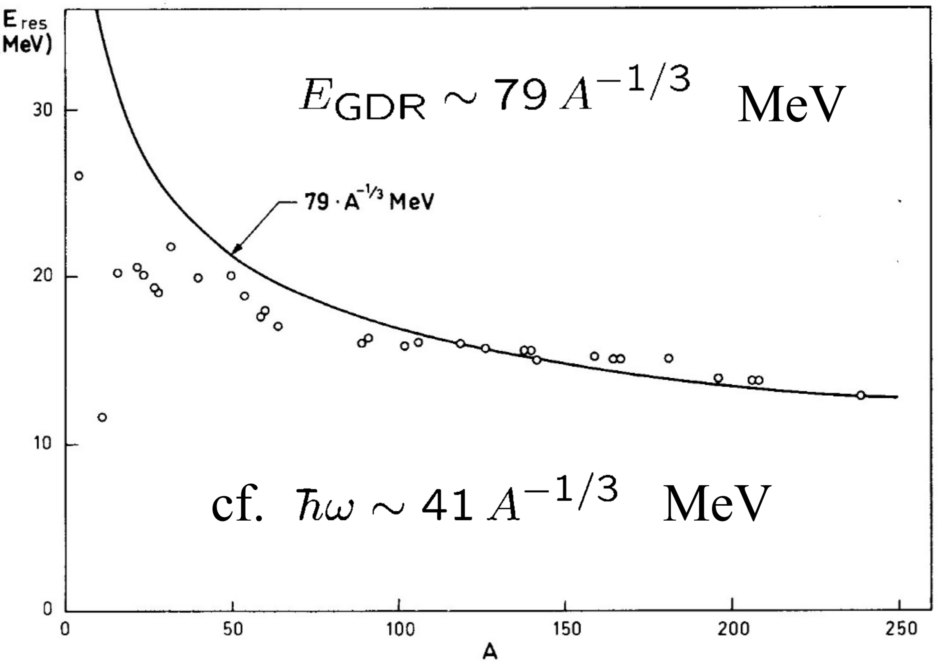


^{65}Cu

^{120}Sn

^{208}Pb

FIG. 1.2. The photo-neutron cross section $\sigma(\gamma, \mathrm{n})$ as a function of the photon energy for the three nuclei ^{208}Pb, ^{120}Sn and ^{65}Cu. Note that for these nuclei $\sigma(\gamma, \mathrm{n}) \approx \sigma_{abs}(\gamma)$. From reference (BER75).

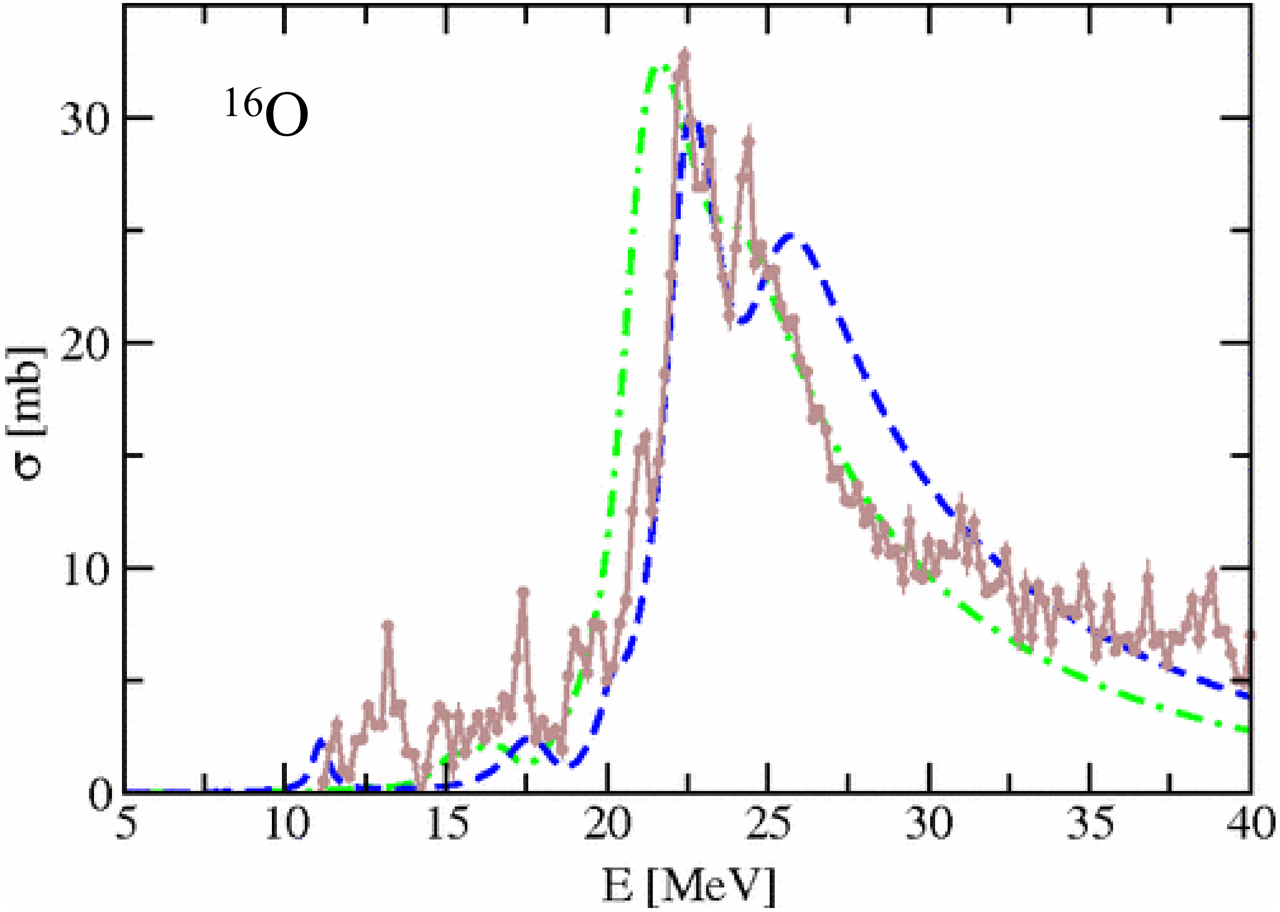


$E_{\mathrm{GDR}} \sim 79\, A^{-1/3}$ MeV

cf. $\hbar\omega \sim 41\, A^{-1/3}$ MeV

Bohr-Mottelson
“Nuclear Structure vol. II”

M.N. Harakeh and A. van der Woude,
“Giant Resonances”

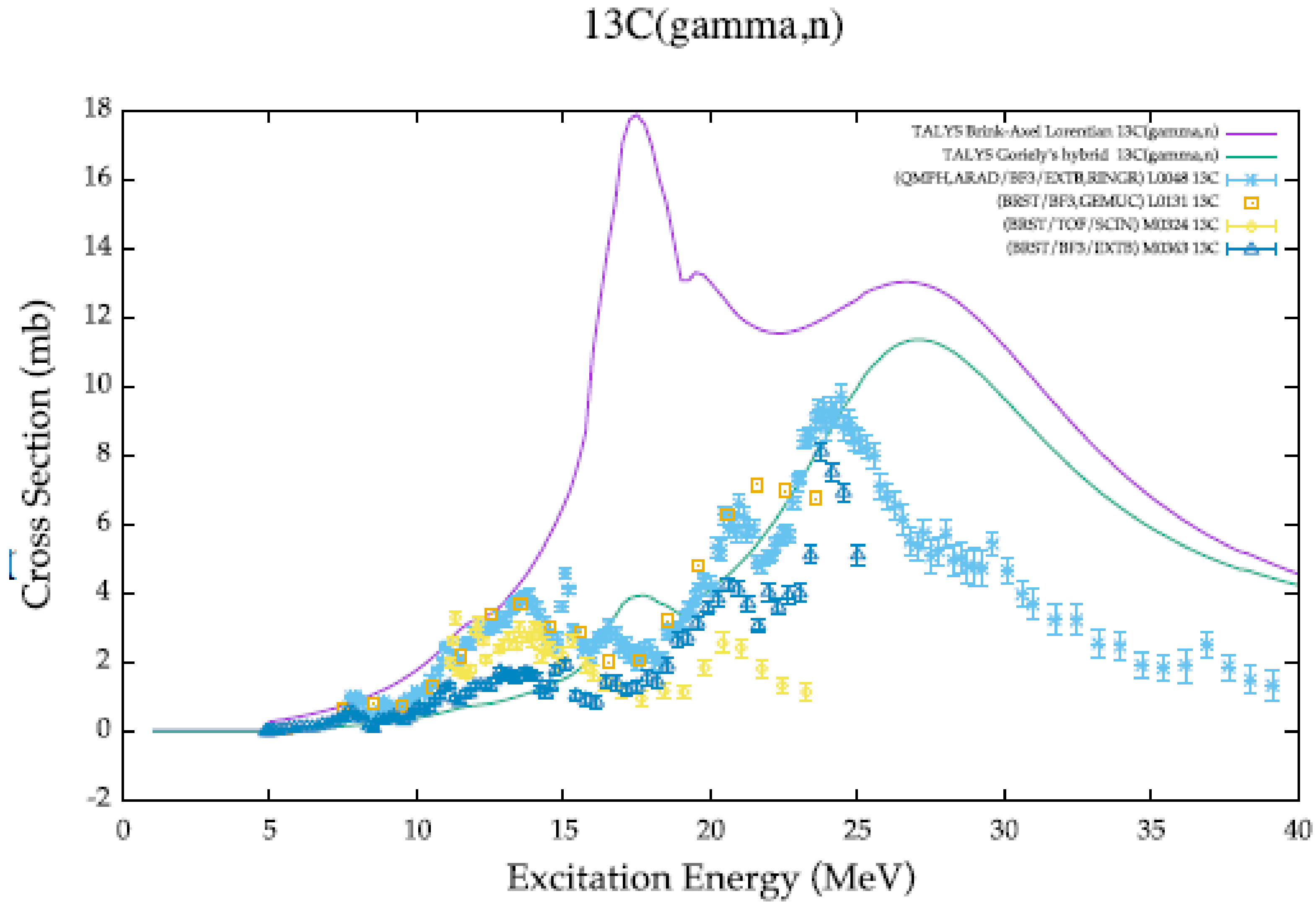


実験データ：茶色

N. Lyutorovich et al., Phys. Rev. Lett. 109 (2012) 092502

cf. $41 \times 16^{-1/3} = 16.27$ MeV

ただし、軽い核（Fe, Ni 程度以下）のデータはまだ少ない
→ PANDRA プロジェクト（RCNP民井さん） 2022年～

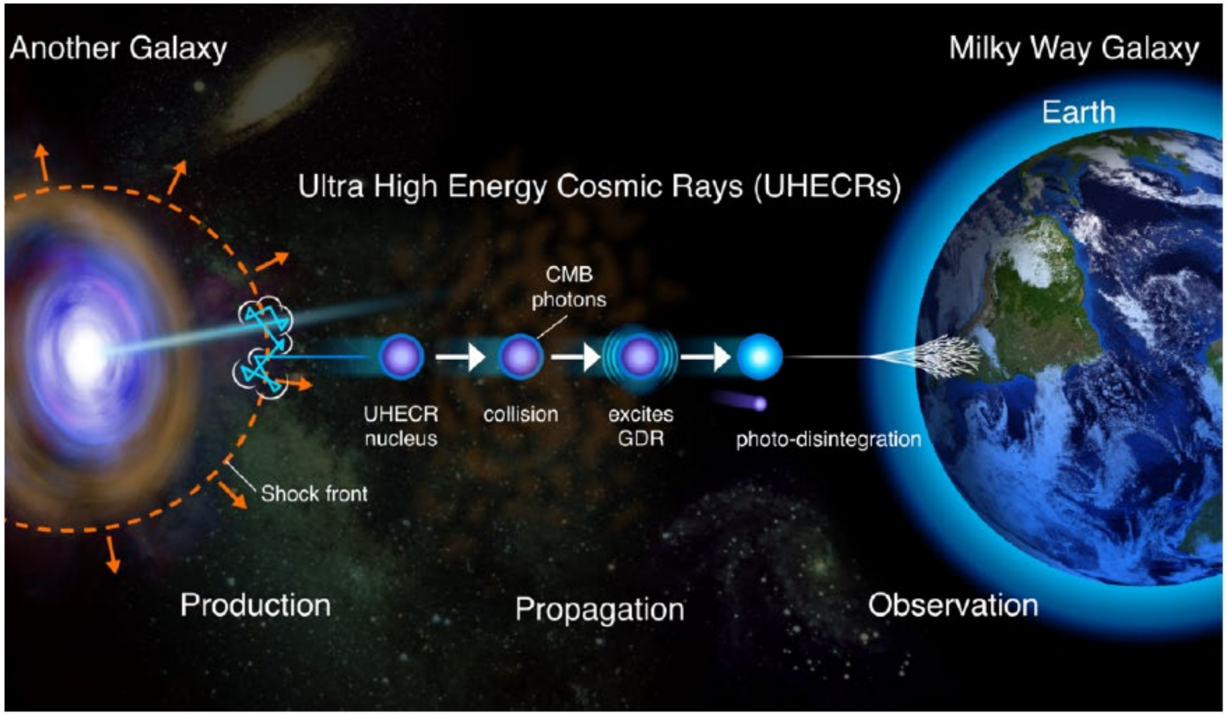


スライド：民井さん

- 実験データ同士の矛盾
- 軽い核の理論計算

PANDORA Project

Photo-**A**bsorption of **N**uclei and **D**ecay **O**bservation for **R**eactions in **A**strophysics



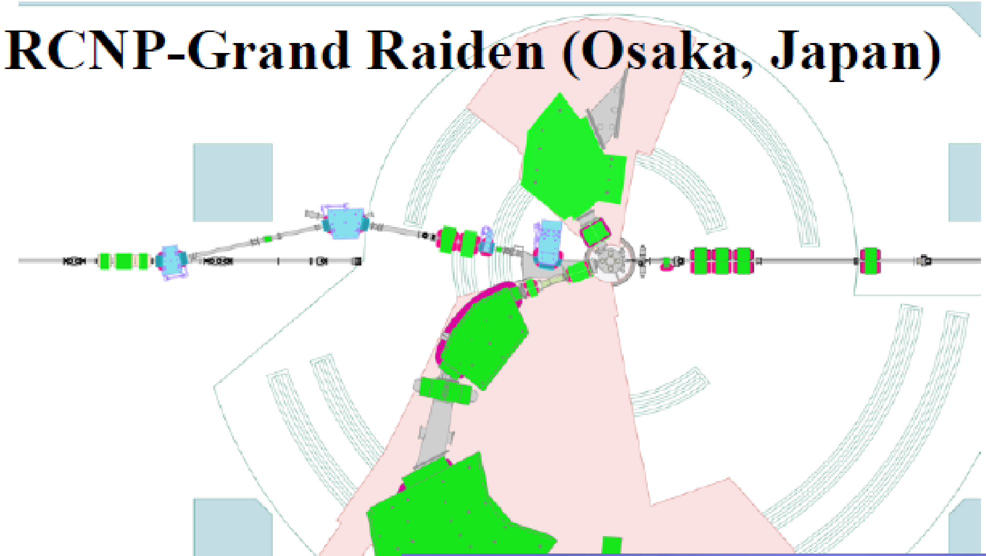
スライド：民井さん

高エネルギー宇宙線の観測で、原子核のGDRが大きな不定性の原因になっている

PANDORA Project

Photo-**A**bsorption of **N**uclei and **D**ecay **O**bservation for **R**eactions in **A**strophysics

Joint project among three experimental facilities with nuclear theories and astrophysical simulations

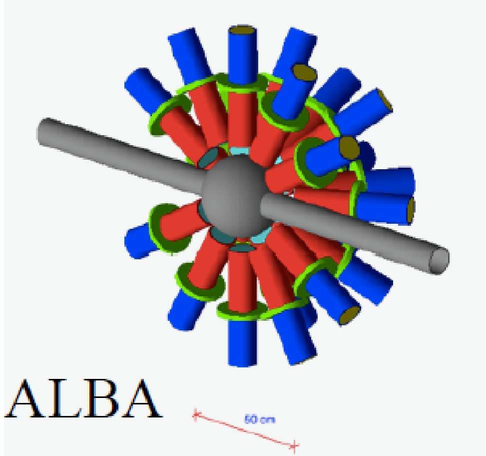


RCNP-Grand Raiden (Osaka, Japan)

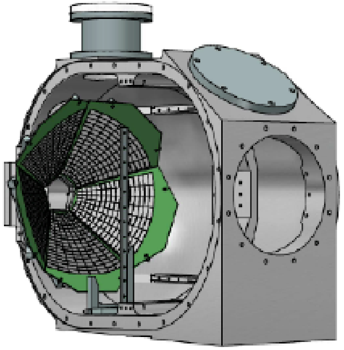
ELI-NP (Romania)

complementary experimental techniques

iThemba LABS South Africa



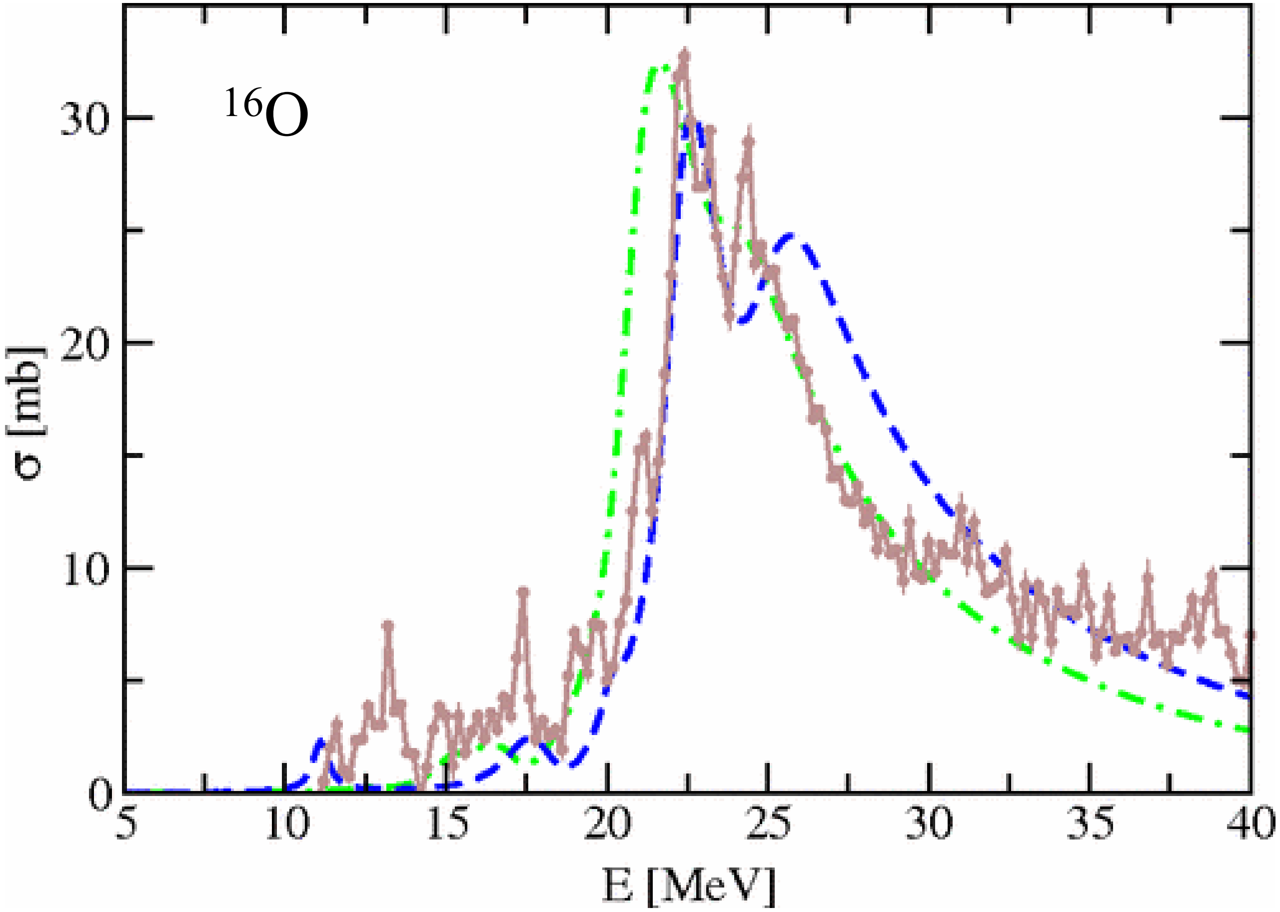
ALBA



CAKE

decay charge particle detector array

スライド: 民井さん

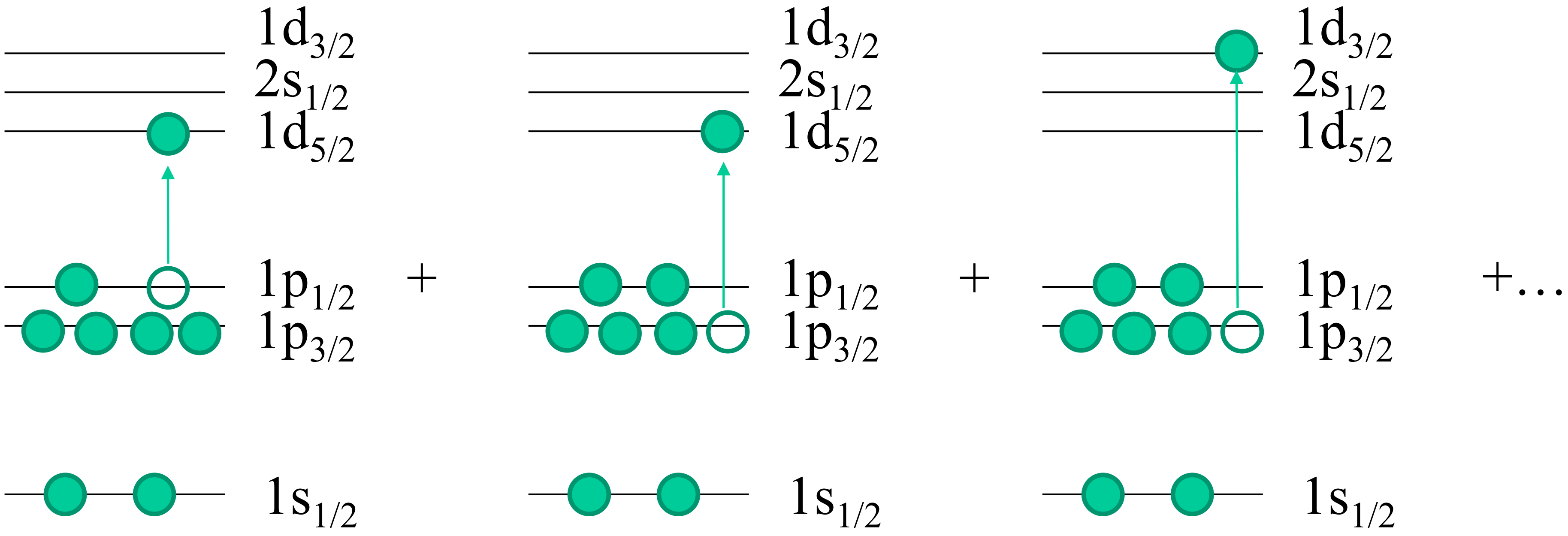


実験データ: 茶色

N. Lyutorovich et al., Phys. Rev. Lett. 109 (2012) 092502

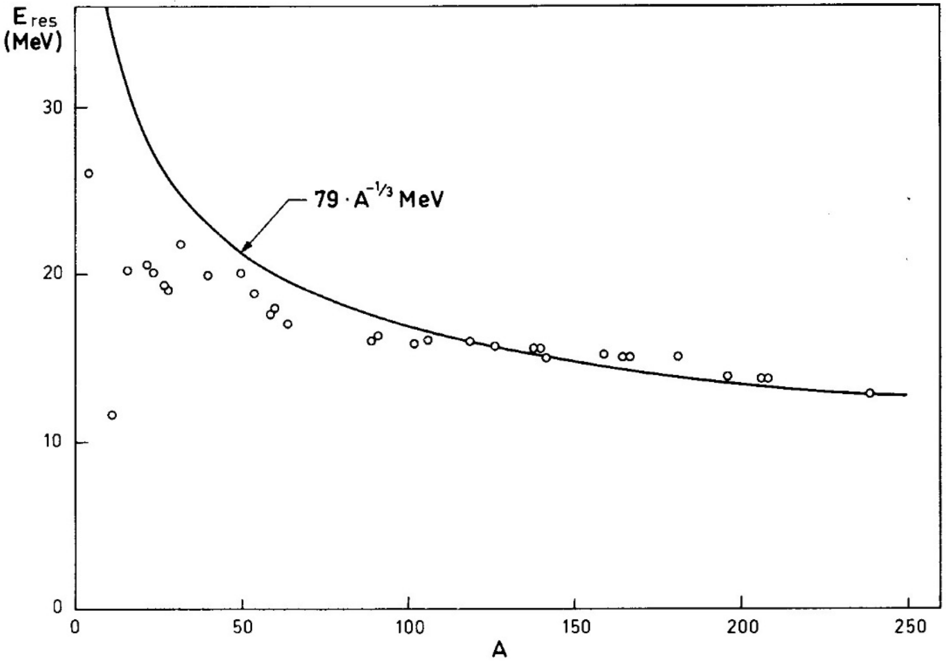
cf. 41 x $16^{-1/3}$ = 16.27 MeV

何故励起エネルギーが大きくなるのか？

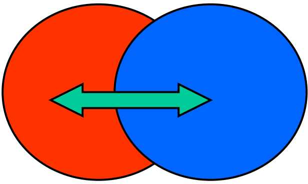


様々な励起状態がコヒーレントに重ね合わさることにより「集団的」になる。→（次回もう少し詳しく）

残留相互作用が大きな役割



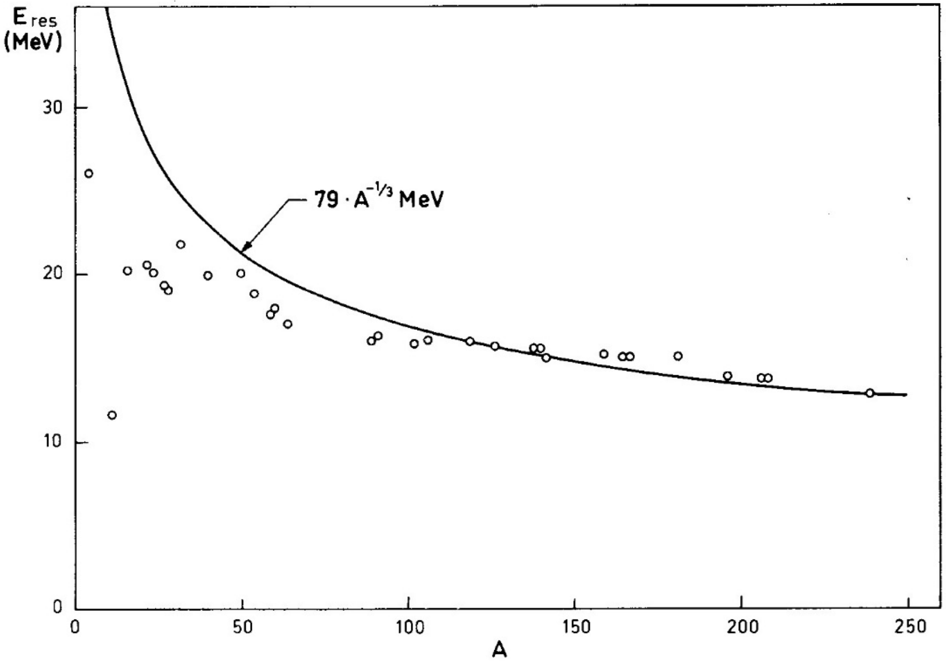
Bohr-Mottelson
“Nuclear Structure vol. II”



neutron

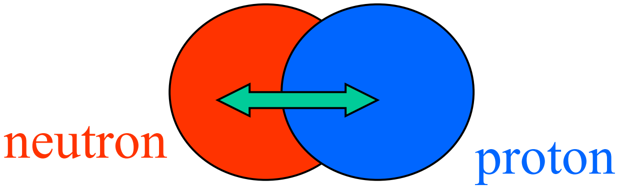
proton

Isovector type



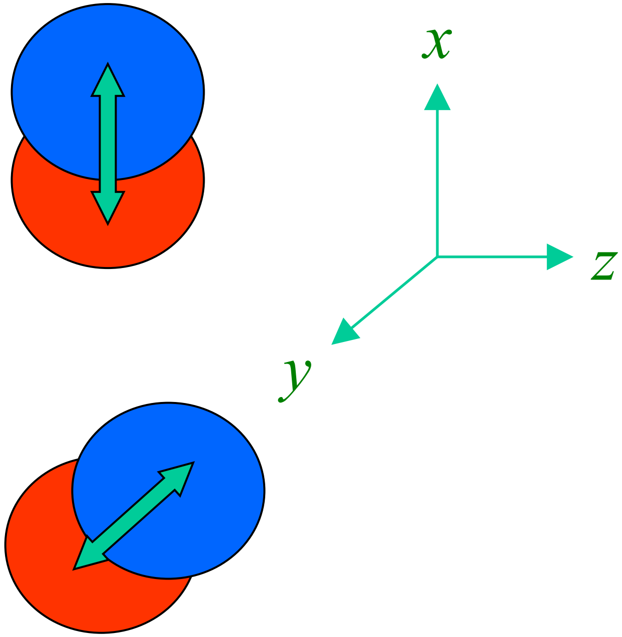
Bohr-Mottelson
“Nuclear Structure vol. II”

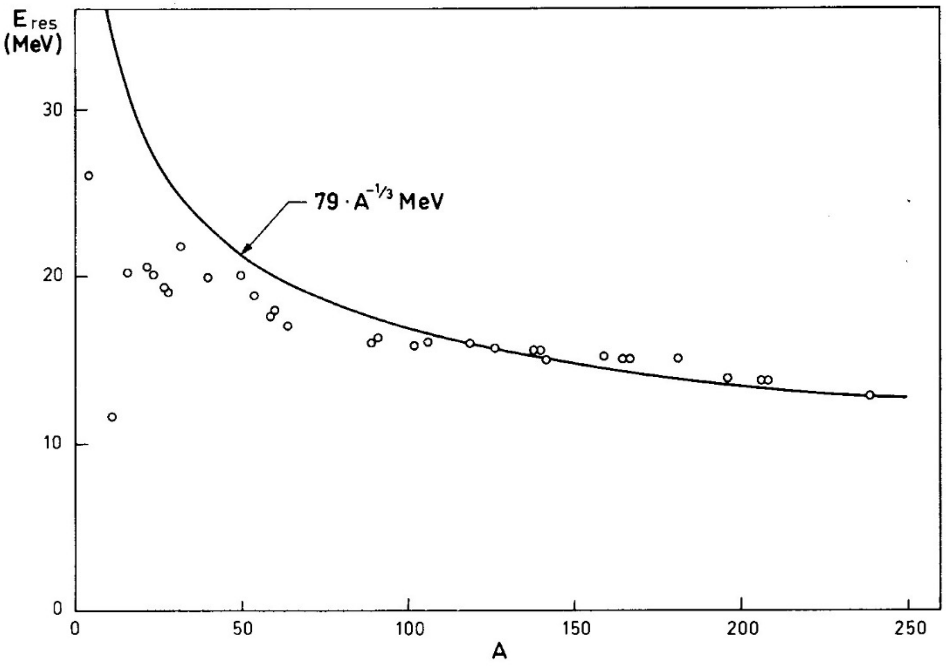
$$E_{\mathrm{GDR}} \propto A^{-1/3}$$



Isovector type

3つのモード

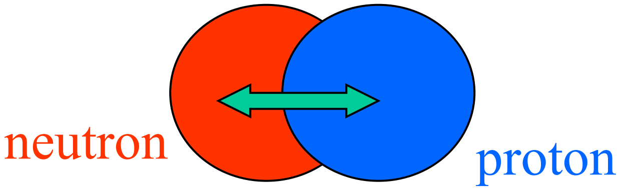




$$E_{\mathrm{GDR}} \propto A^{-1/3}$$

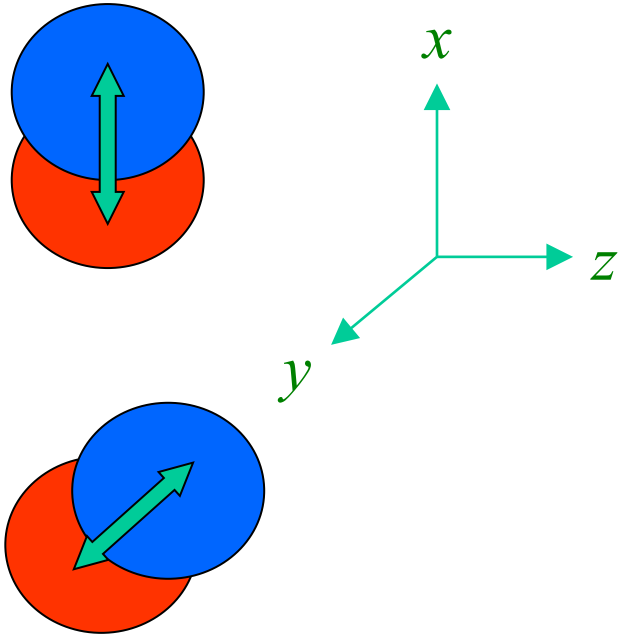
$$\propto 1/R$$

Bohr-Mottelson
“Nuclear Structure vol. II”



Isovector type

3つのモード



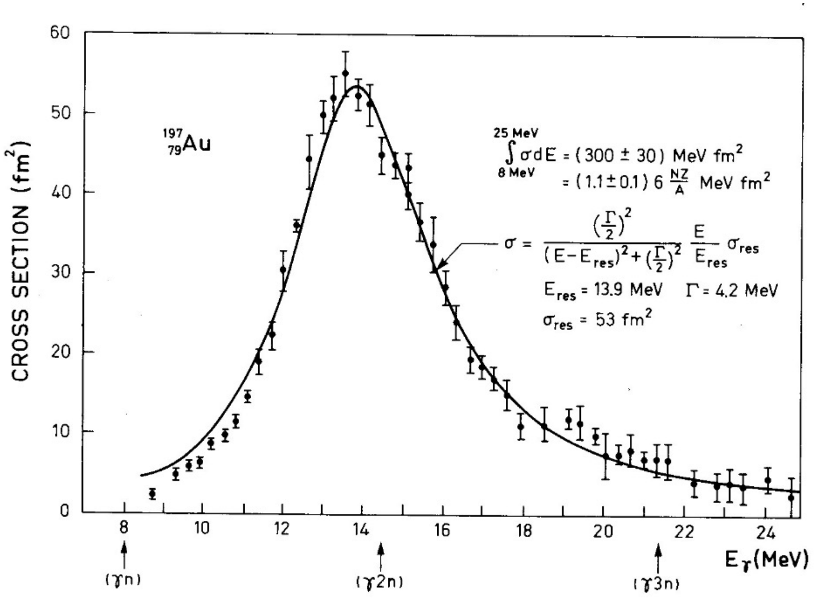
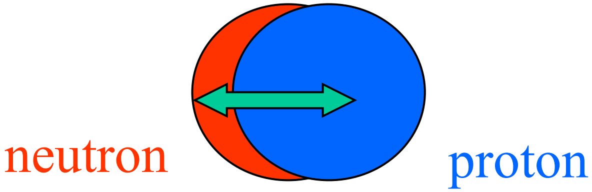


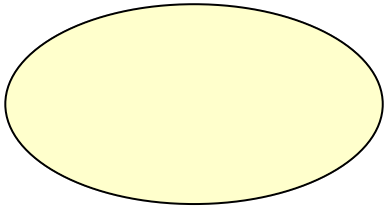
Figure 6-18 Total photoabsorption cross section for ^{197}Au. The experimental data are from S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, and N. A. Kerr, *Phys. Rev.* **127**, 1273 (1962). The solid curve is of Breit-Wigner shape with the indicated parameters.

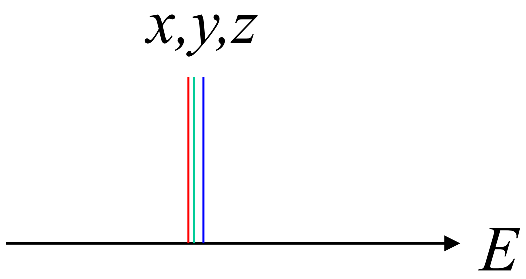


$$E_{\mathrm{GDR}} \propto 1/R$$

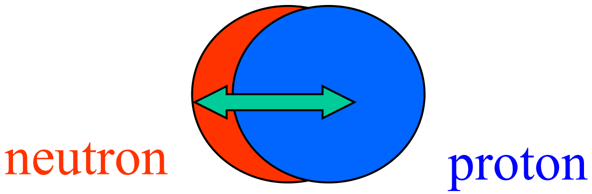
?

deformed nucleus



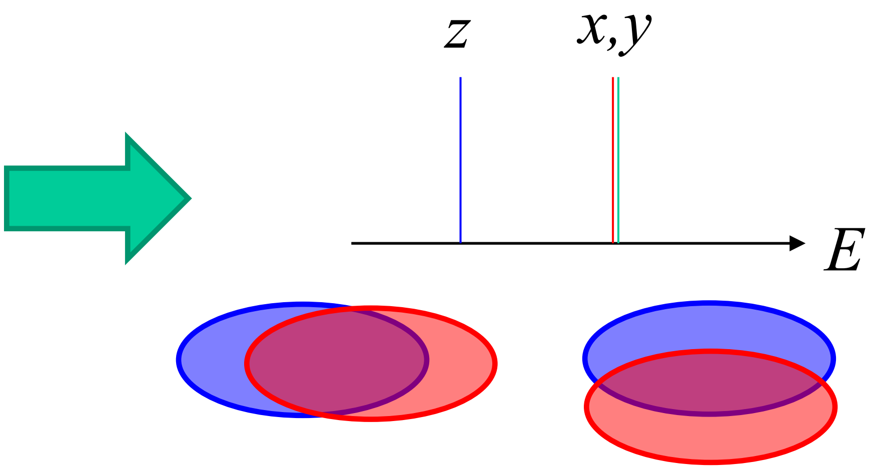


spherical nucleus

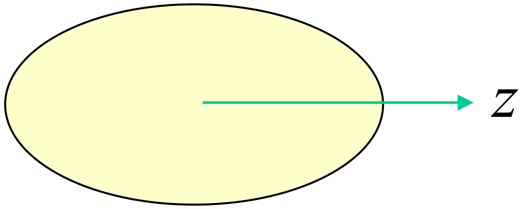


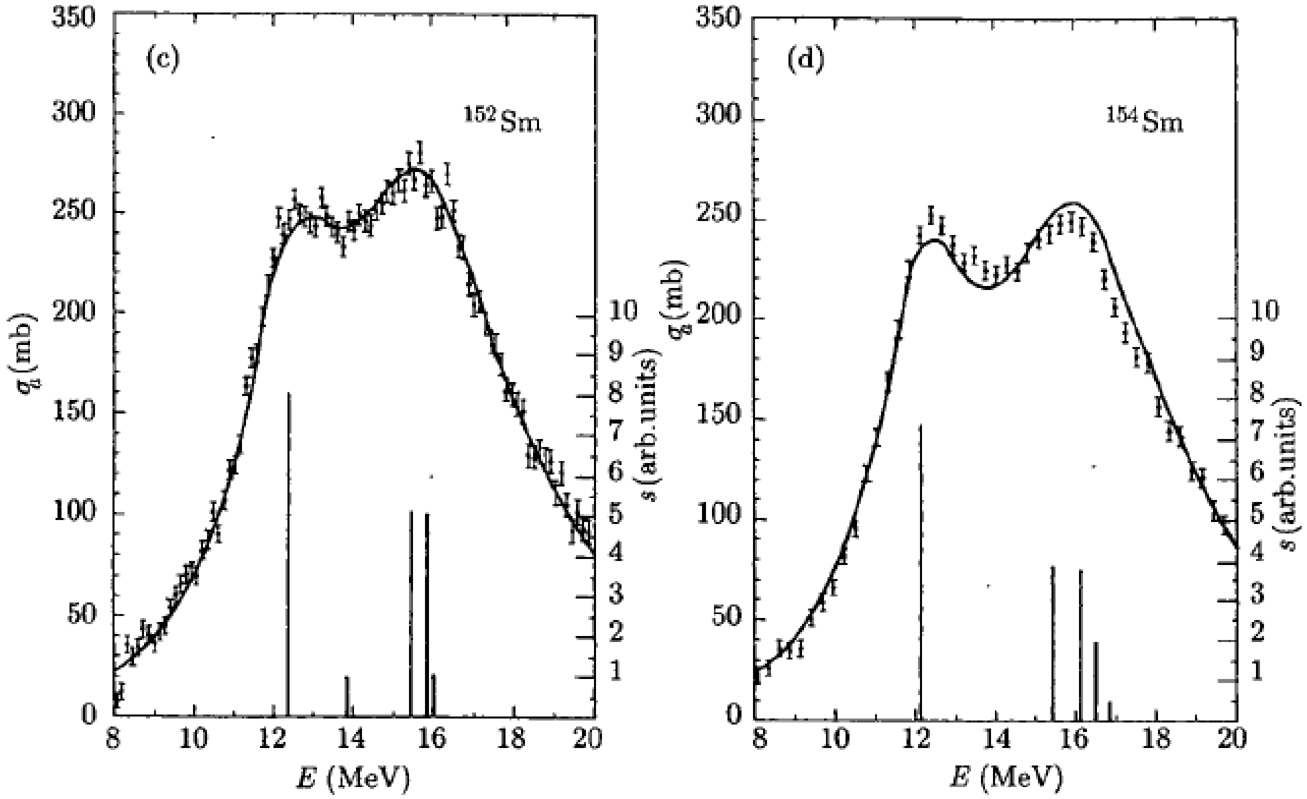
$$E_{\mathrm{GDR}} \propto 1/R$$

(prolate deformation)



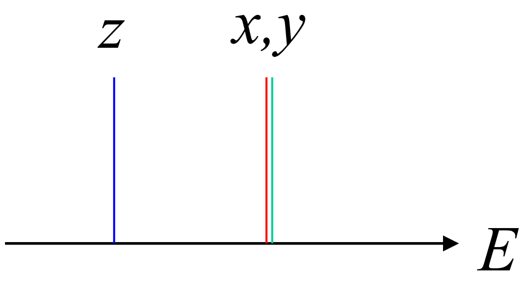
deformed nucleus



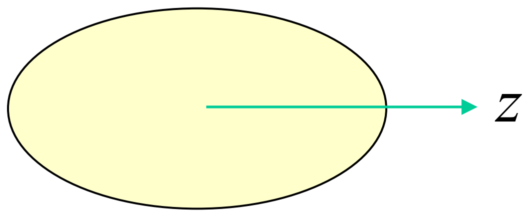


M.N. Harakeh and
A. van der Woude,
“Giant Resonances”

(prolate deformation)



deformed nucleus



Deformation effect

$$E_{\mathrm{GDR}} \sim A^{-1/3} \sim 1/R$$

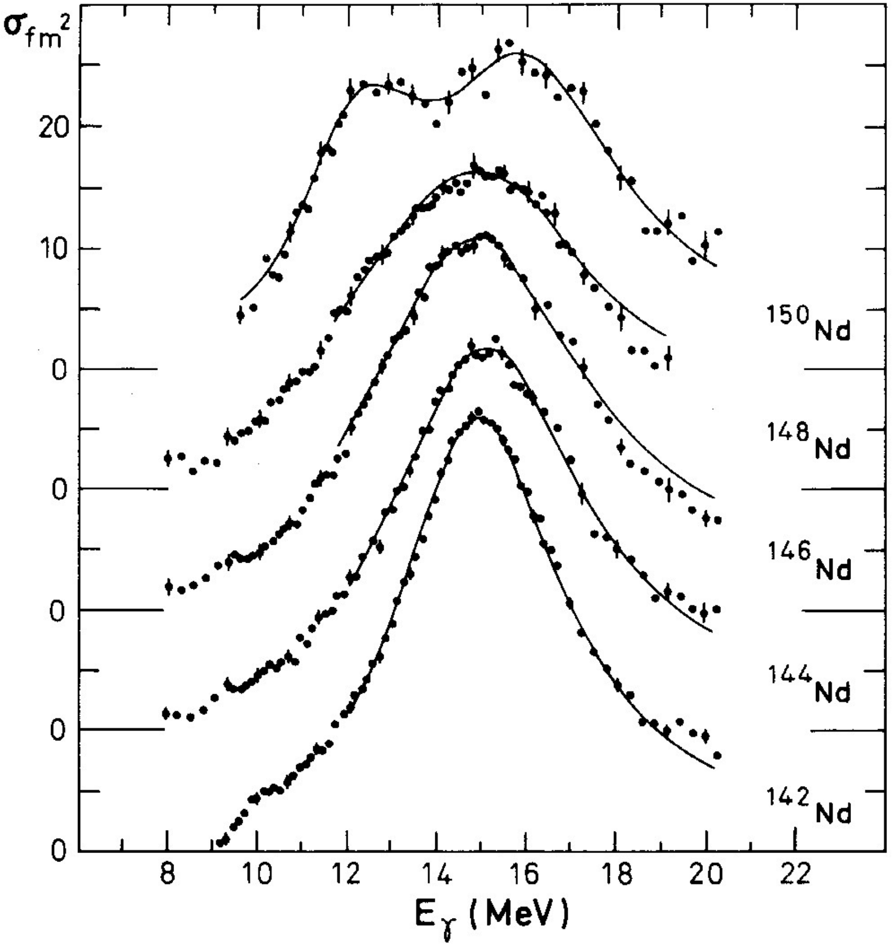
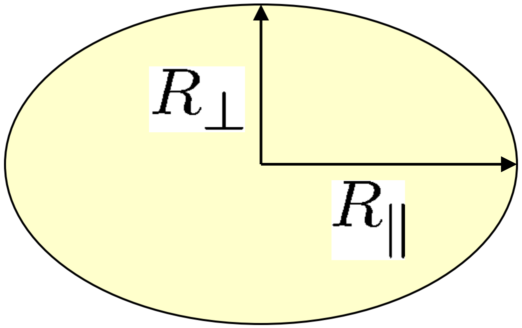
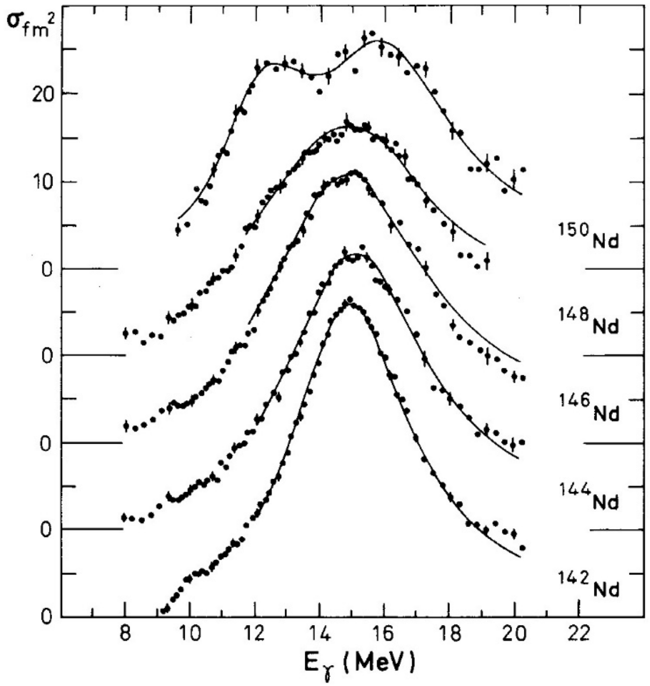


Figure 6-21 Photoabsorption cross section for even isotopes of neodymium. The experimental data are from P. Carlos, H. Beil, R. Bergère, A. Lepretre, and A. Veyssière, *Nuclear Phys.* **A172**, 437 (1971). The solid curves represent Lorentzian fits with the parameters given in Table 6-6.



レポート問題１（〆切：12月2日（土））



左に示す ^{150}Nd 核の光吸収断面積（巨大双極子共鳴 : GDR）の実験データから ^{150}Nd 核の変形度を見積もってみよう。

(i)　GDRのエネルギーはおおよそ $E\sim 79\ \mathrm{A}^{-1/3}$ MeV となることが知られている。原子核の半径を $R_0=r_0\,\mathrm{A}^{1/3}$ とすると、これは $E\sim 79\ r_0\,/R_0$ MeV となることを示している。左の図は 12 MeVと 16 MeV にピークを持つが、$r_0 = 1.1$ fm としてそれぞれのエネルギーに相当する半径 R_0 の大きさを求めよ。（この場合、$R_0=r_0\,\mathrm{A}^{1/3}$ にはならないことに注意せよ。）

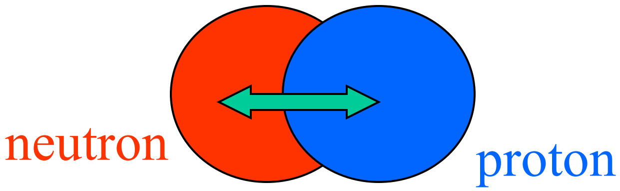
(ii) (i) で求めた2つの半径（小さい方から R_1、R_2とする）が^{150}Nd の変形に起因すると仮定する。
このとき、半径が

$$R(\theta) = R_0(1 + \beta Y_{20}(\theta)); \quad R_0 = r_0 A^{1/3}$$

で与えられるとし、$R_1=R(\theta=\pi/2)$, $R_2=R(\theta=0)$と考え、二つの半径の差 $R_2 - R_1$ の値から変形度 β を求めよ。

Giant Dipole Resonances

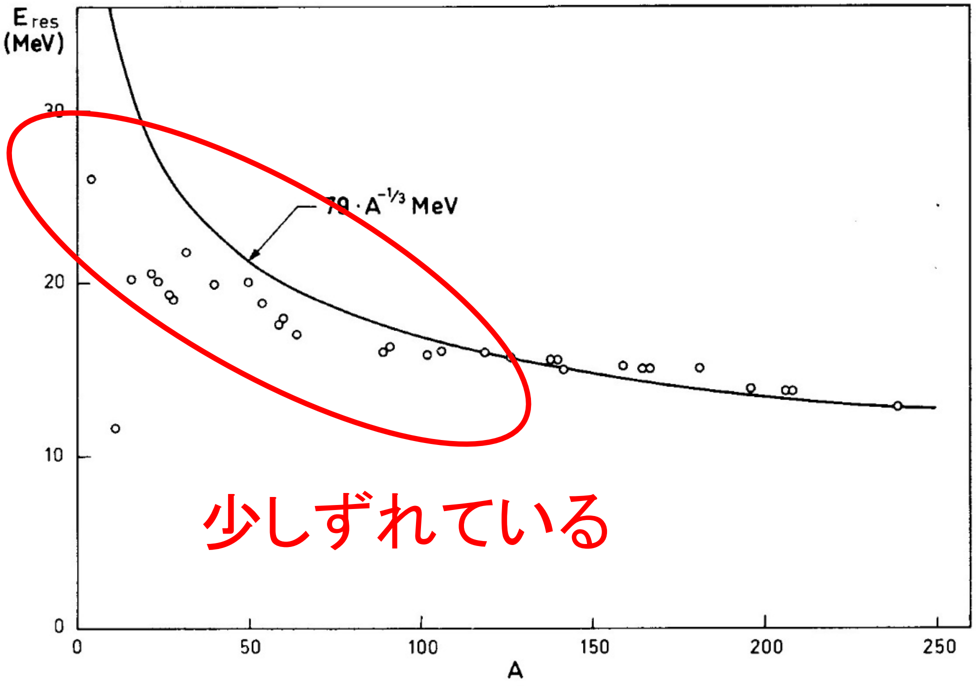
- Goldhaber-Teller type



$$\hat{Q} = rY_{1\mu}(\hat{\boldsymbol{r}})\tau_z$$

→ $E_{\mathrm{GDR}} \sim A^{-1/6}$

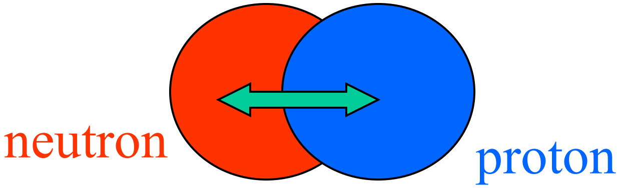
⇒ Inconsistent with expt.
(except for light nuclei)



少しずれている

Giant Dipole Resonances

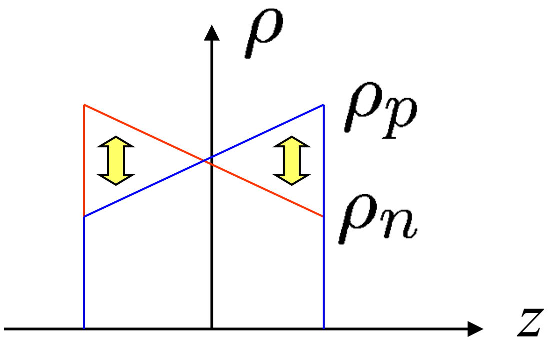
- Goldhaber-Teller type



$$\hat{Q}=rY_{1\mu}(\hat{\boldsymbol{r}})\tau_z$$

$$\Longrightarrow\ E_{\rm GDR}\sim A^{-1/6}$$

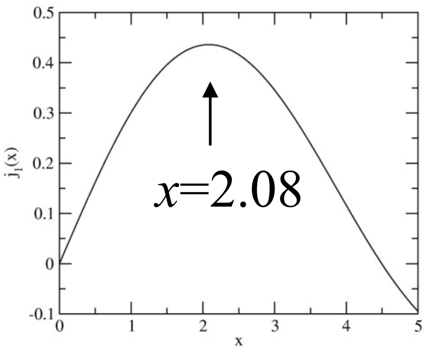
- Steinwedel-Jensen type



$$\hat{Q}=j_1(kr)Y_{1\mu}(\hat{\boldsymbol{r}})\tau_z$$

$$\Longrightarrow\ E_{\rm GDR}\sim A^{-1/3}$$

$$kR=2.08$$



$$j_1(x)=(\sin x-x\cos x)/x^2$$

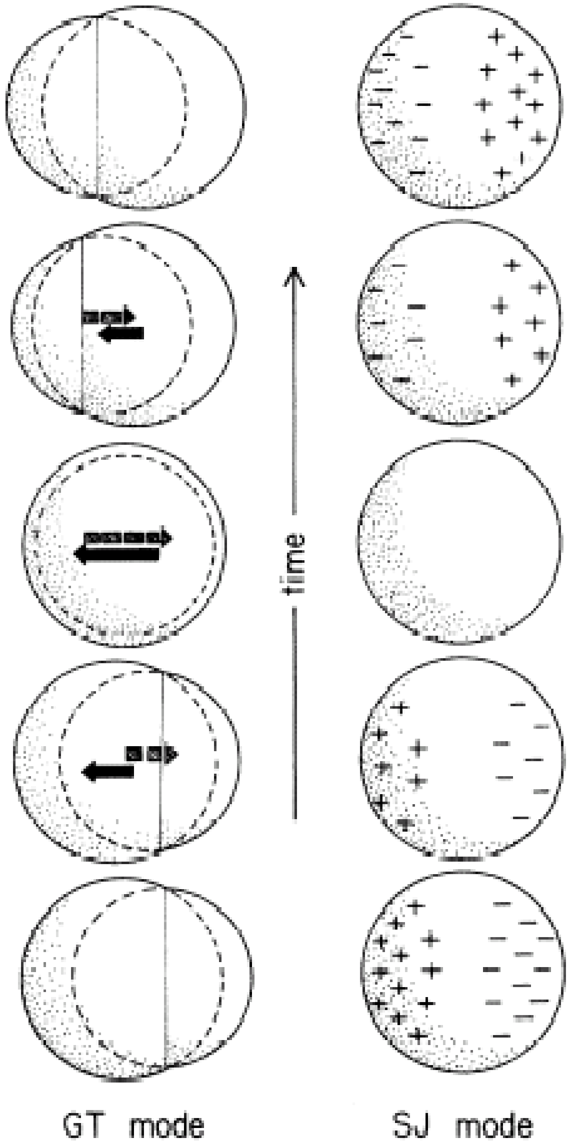


FIG. 1. Schematic drawings that serve to illustrate the the general features of the Goldhaber-Teller (Ref. 3) (GT) and Steinwedel-Jensen (Ref. 4) (SJ) dipole modes.

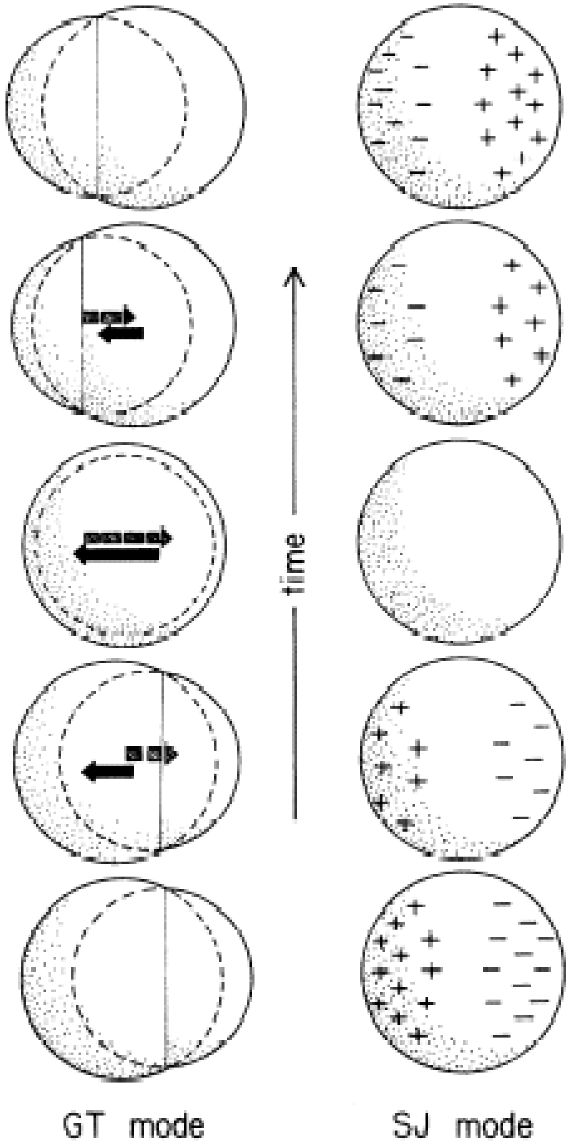
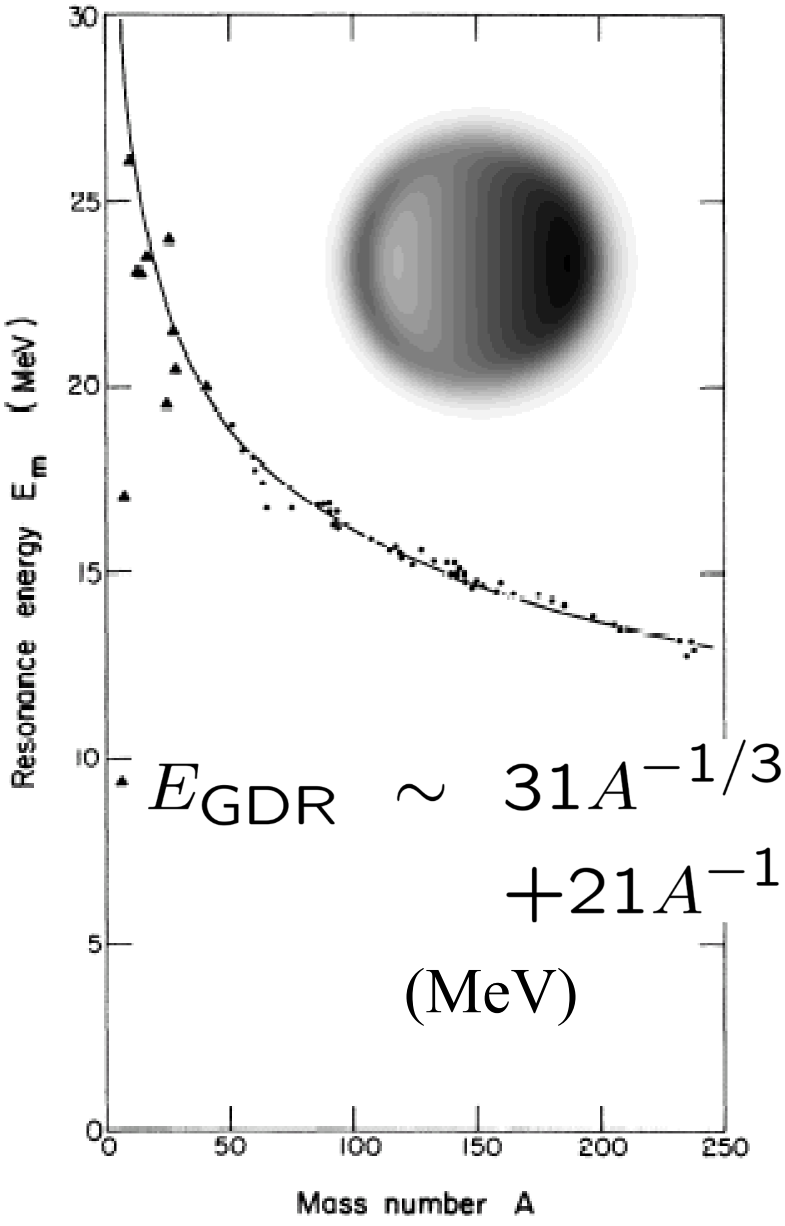


FIG. 1. Schematic drawings that serve to illustrate the the general features of the Goldhaber-Teller (Ref. 3) (GT) and Steinwedel-Jensen (Ref. 4) (SJ) dipole modes.



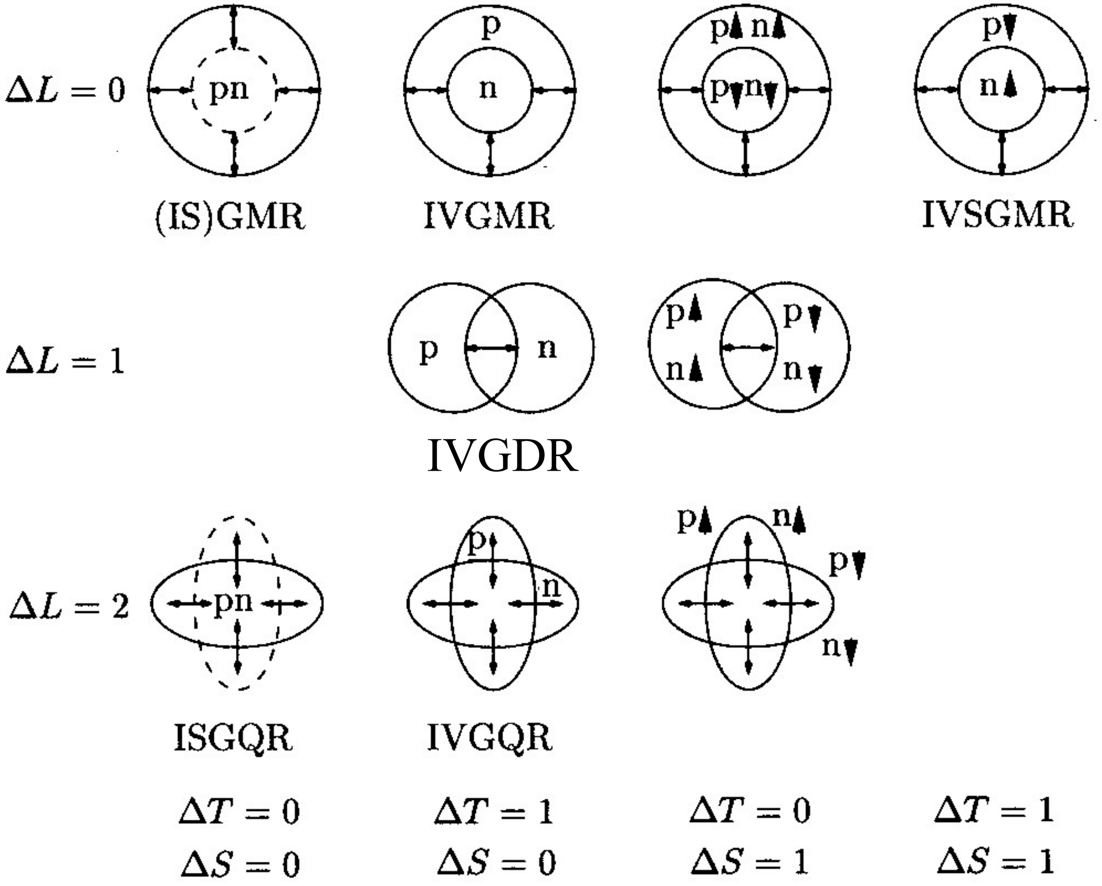
$$E_{\mathrm{GDR}} \sim 31A^{-1/3} + 21A^{-1/6}$$

(MeV)

J.D. Myers et al., PRC15('77)2032

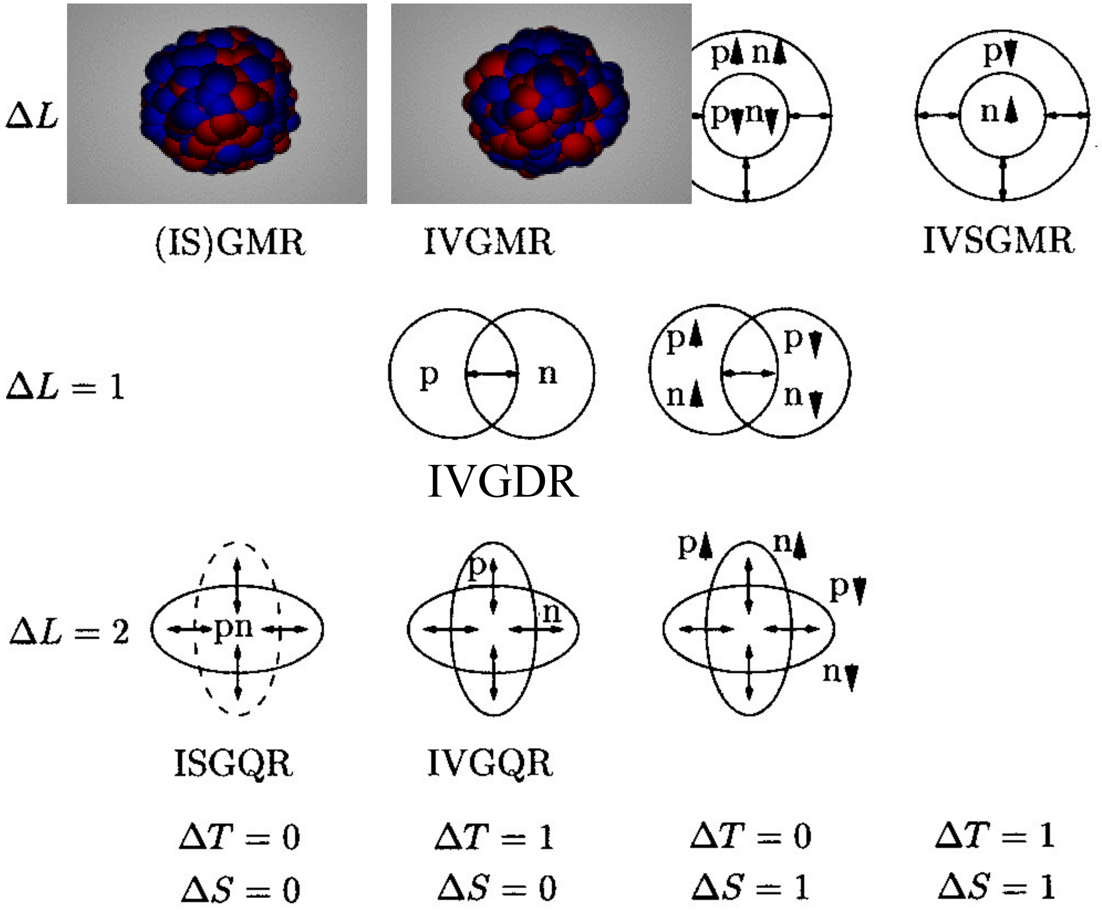
ii) Inelastic scattering

(e,e'), (p,p'), (α,α'), Heavy-ion → Higher multipolarities



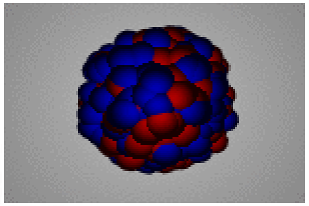
ii) Inelastic scattering

(e,e’), (p,p’), (α,α’), Heavy-ion → Higher multipolarities



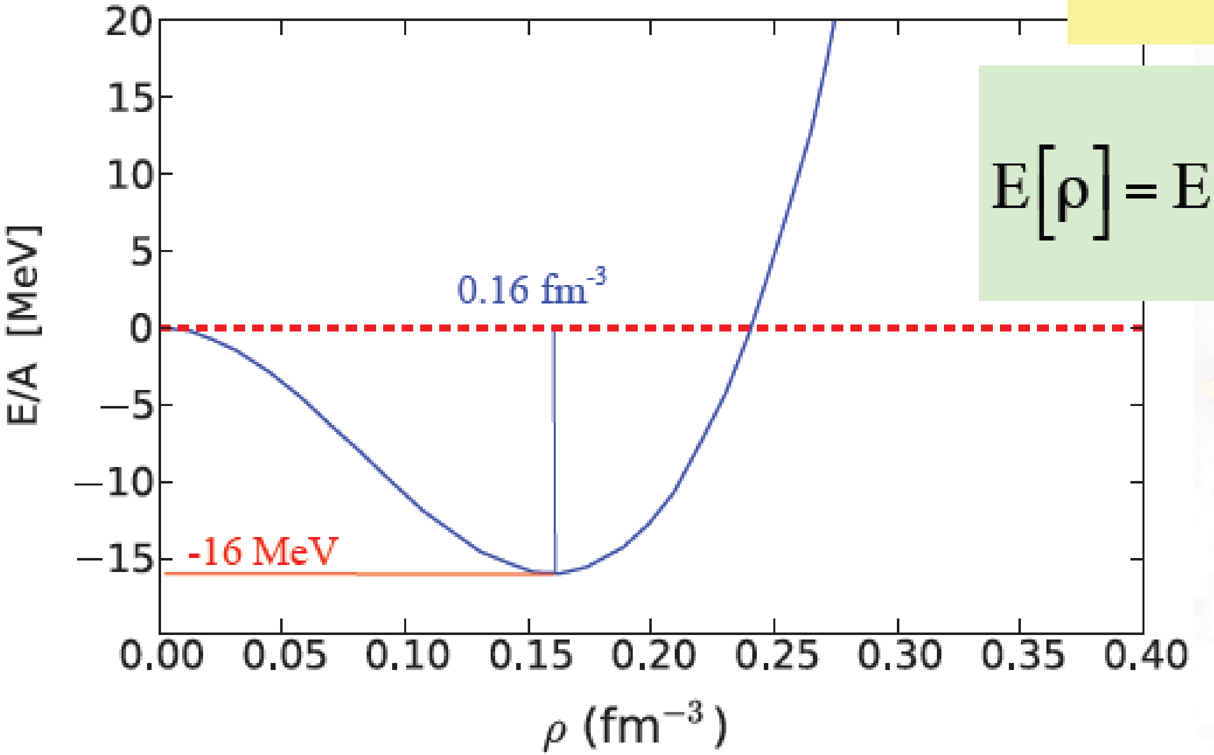
movies: H.-J. Wollersheim,
https://web-docs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/index-s.html

EOS of infinite nuclear matter



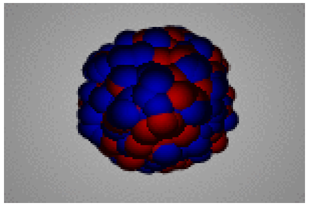
$$K_\infty = 9\rho^2 \left. \frac{d^2\left[E(\rho)/\rho\right]}{d\rho^2} \right|_{\rho_0}$$

$$E[\rho] = E[\rho_0] + \frac{1}{18} K_\infty \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2$$



cf. 中性子星の大きさ
や重さ（MR曲線）

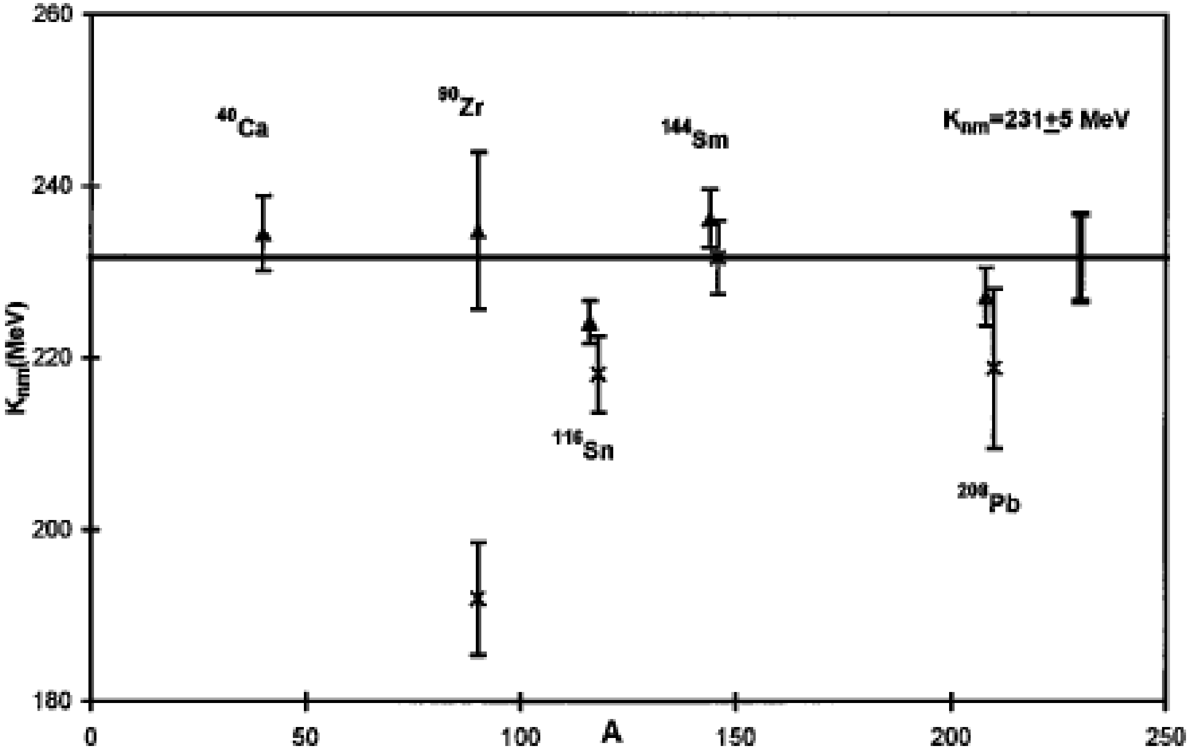
slide: Carlos Bertulani



Isoscalar giant monopole resonances (breathing mode)

$$E_{\mathrm{ISGMR}} \sim \sqrt{\frac{\hbar^2 K}{m\langle r^2\rangle}}$$

J.P. Blaizot,
Phys. Rep. 64 (‘80) 171

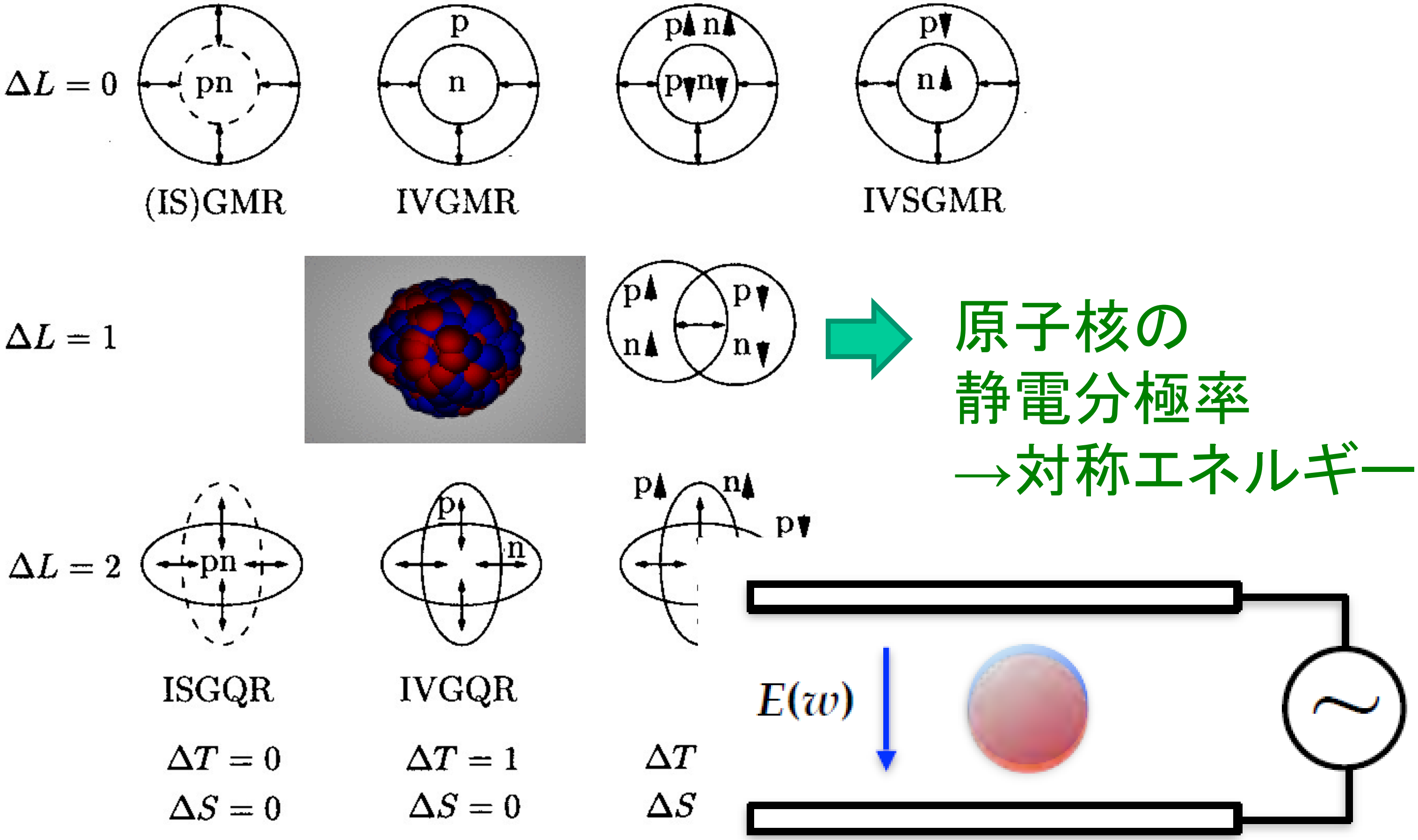


K ~ 231 +/- 5 MeV

D.H. Youngblood, H.L. Clark, and Y.-W. Lui, PRL82 (‘99) 691

ii) Inelastic scattering

(e,e'), (p,p'), (α,α'), Heavy-ion → Higher multipolarities



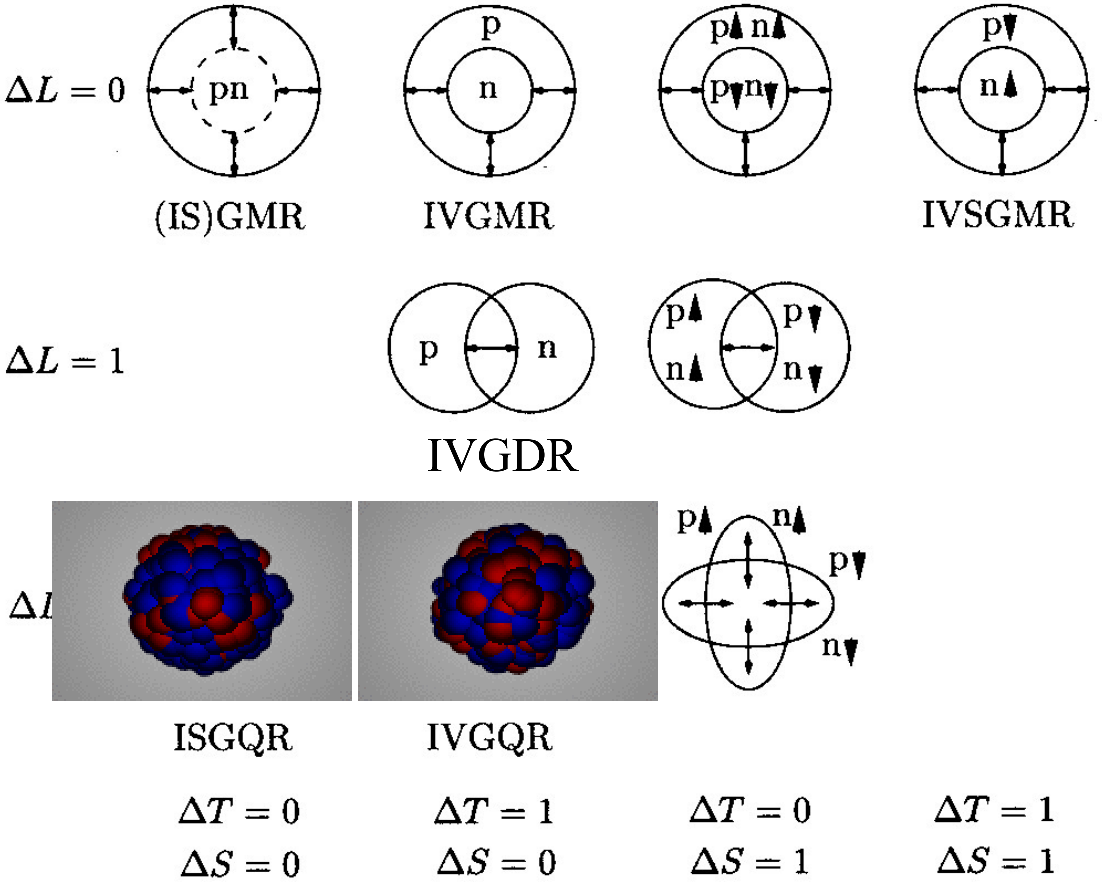
原子核の
静電分極率
→対称エネルギー

図：民井さん

movies: H.-J. Wollersheim,
https://web-docs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/index-s.html

ii) Inelastic scattering

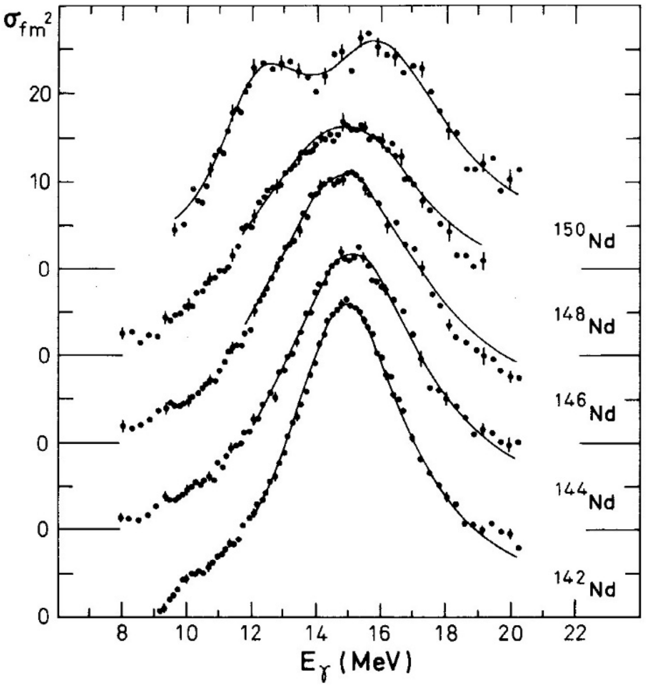
(e,e'), (p,p'), (α,α'), Heavy-ion → Higher multipolarities



(note) $\Delta L = 2 \longrightarrow \Delta N = 2$ Giant Resonance (GQR)

$\Delta N = 0$ Low-lying state

レポート問題1（〆切:12月2日（土））



左に示す ^{150}Nd 核の光吸収断面積（巨大双極子共鳴:GDR）の実験データから ^{150}Nd 核の変形度を見積もってみよう。

(i)　GDRのエネルギーはおおよそ $E\sim 79\ \mathrm{A}^{-1/3}$ MeV となることが知られている。原子核の半径を $R_0=r_0\,\mathrm{A}^{1/3}$ とすると、これは $E\sim 79\ r_0/R_0$ MeV となることを示している。左の図は 12 MeVと 16 MeV にピークを持つが、$r_0 = 1.1$ fm としてそれぞれのエネルギーに相当する半径 R_0 の大きさを求めよ。（この場合、$R_0=r_0\,\mathrm{A}^{1/3}$ にはならないことに注意せよ。）

(ii) (i) で求めた2つの半径（小さい方から R_1、R_2とする）が^{150}Nd の変形に起因すると仮定する。
このとき、半径が

$$R(\theta) = R_0(1+\beta Y_{20}(\theta));\quad R_0 = r_0 A^{1/3}$$

で与えられるとし、$R_1=R(\theta=\pi/2)$, $R_2=R(\theta=0)$と考え、二つの半径の差 $R_2 - R_1$ の値から変形度 β を求めよ。