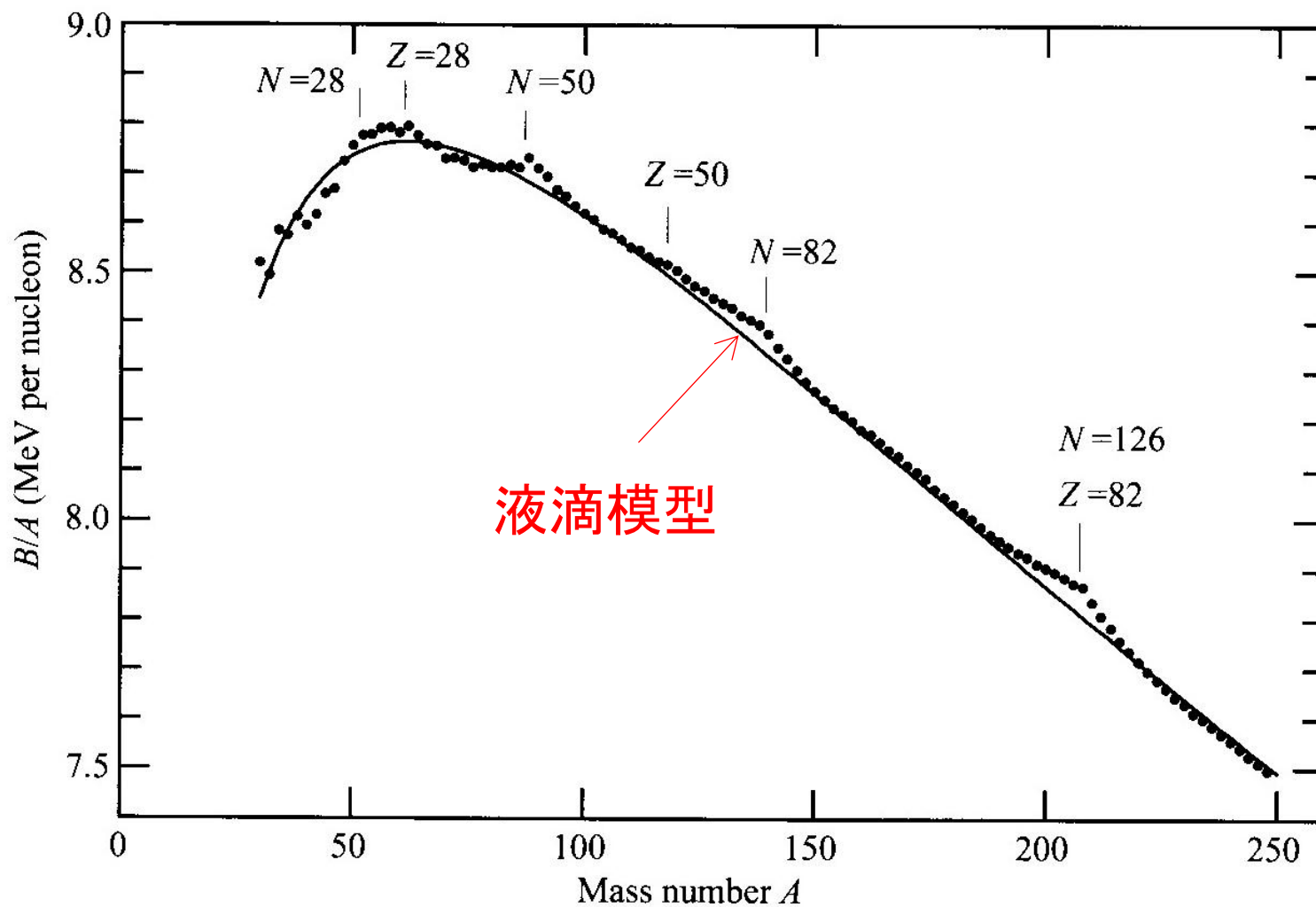


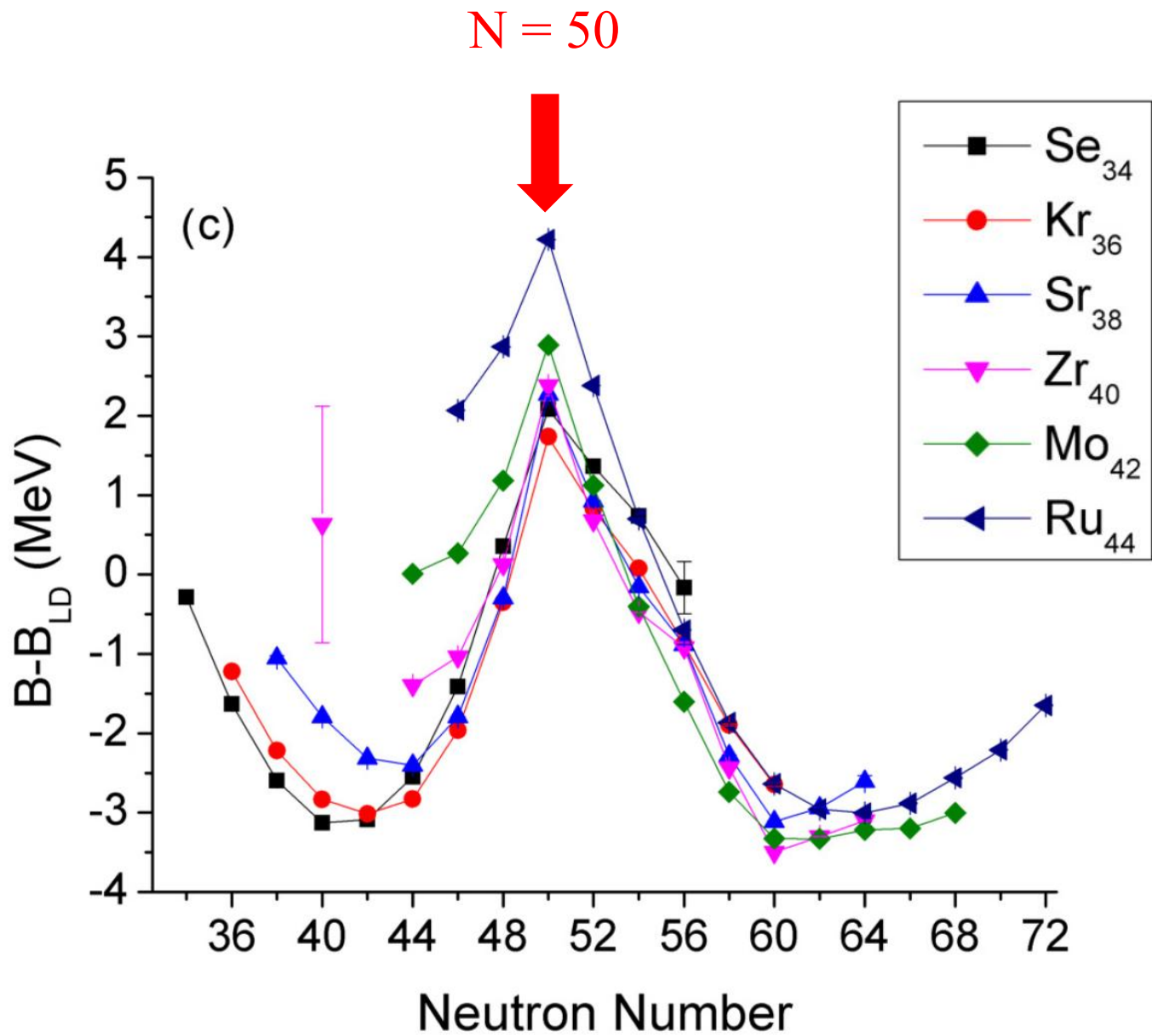


液滴模型

✓ 大体OK、だけど所々にずれ

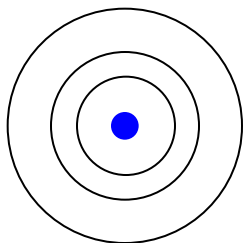
✓ $N, Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ (魔法数) に対して束縛エネルギー大

→ 「殻構造」



(note) 原子の魔法数 (貴ガス・希ガス)

He ($Z=2$), Ne ($Z=10$), Ar ($Z=18$), Kr ($Z=36$), Xe ($Z=54$), Rn ($Z=86$)



殻構造

原子核の周りを
回る電子の軌道が
埋まると安定に
なる

元素の周期表																				
1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8						1B	2B	3B	4B	5B	6B	7B	0
1 H																		2 He		
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne			
11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar			
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr			
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe			
55 Cs	56 Ba	L	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn			
87 Fr	88 Ra	A																		
		L	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu			
		A	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr			

典型金属元素

半金属元素

非金属元素

遷移金属元素

希ガス

Copyright © 2002 RICC

生命誕生のための幸運な偶然

原子の魔法数

電子の数が 2, 10, 18, 36, 54, 86

元素の周期表

二重閉殻核

Legend:

- 典型金属元素 (Typical metal elements)
- 半金属元素 (Metalloid elements)
- 非金属元素 (Non-metal elements)
- 遷移金属元素 (Transition metal elements)
- 希ガス (Noble gases)

不活性ガス: He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn

原子核の魔法数

陽子または中性子の数が
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 の時安定

→ 例えば $^{16}_8\text{O}_8$ (二重閉殻核)

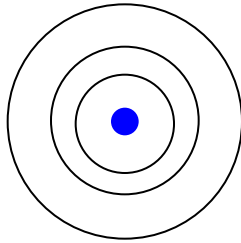
→ 酸素元素は元素合成の過程で数多く生成された

→ しかし、酸素は化学的には「活性」

→ 化学反応により様々な複雑な物質をつくり生命に至った

(note) 原子の魔法数 (貴ガス・希ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



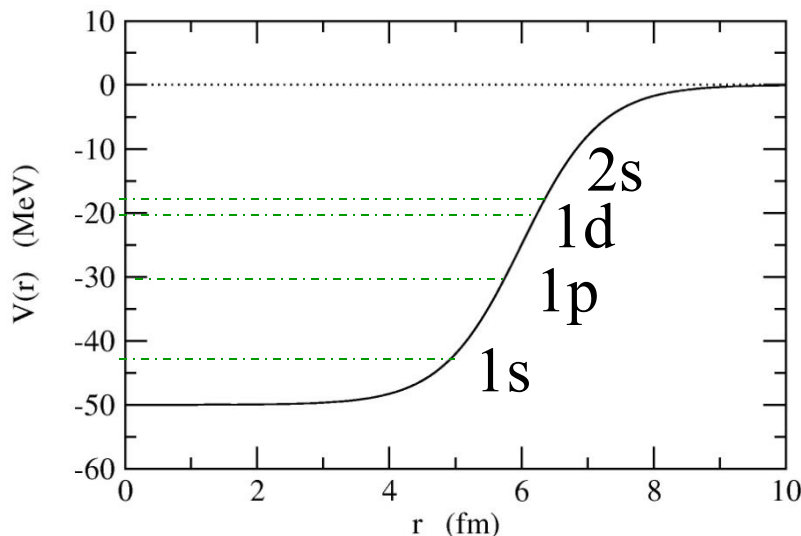
殻構造

原子核の周りを回る電子の軌道が埋まると安定になる

原子核物理における似た試み: ポテンシャル中の独立粒子運動

Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0 / [1 + \exp((r - R_0)/a)]$$

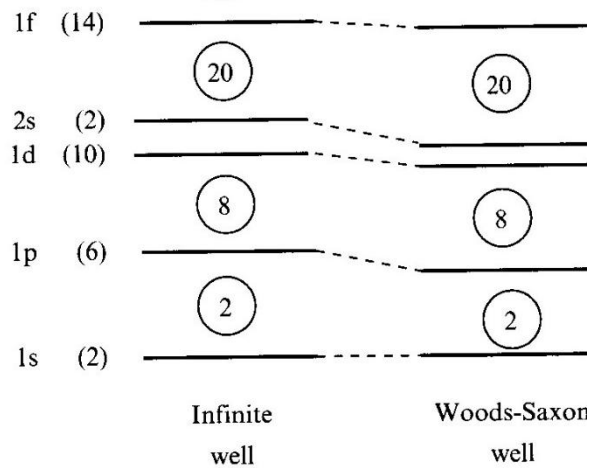


$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(r) = 0$$

$$\psi(r) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{r}) \cdot \chi_{m_s}$$

縮退度に応じて下のレベルから核子を順々につめていく

Nuclear magic numbers:
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126



彦坂忠義

世界に先駆けて原子核の殻模型を提唱
原子力に関する先駆的な研究（原子炉の彦坂模型の提案）

写真提供：彦坂王直氏

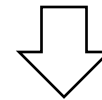
あまりにも研究の時期が「早すぎた」ため
偉大な業績が歴史に埋もれてしまった悲運の科学者 *Hidenaka Tsuneyuki*

- 1902 愛知県瀬戸郡（現豊橋市）に生まれる **1902-1989**
- 1920 旧制第二高等学校（仙台）入学
- 1926 東北帝国大学理学部物理学科卒業
東北帝国大学副手
- 1934 原子核の殻模型の提唱
- 1939 旧制山口高等学校教授
- 1941 大阪大学秦池正士研究室に内地留学
- 1943 旧制第二高等学校教授
- 1944 原子炉の彦坂模型の提案
- 1945 旅順工科大学教授
- 1949 岩手大学教授
- 1951 新潟大学理学部教授
- 1968 東北学院大学教授（～1977）
- 1989 逝去

彦坂忠義(1902 – 1989)

1934 年

殻模型の考えに基づき
計算を行う



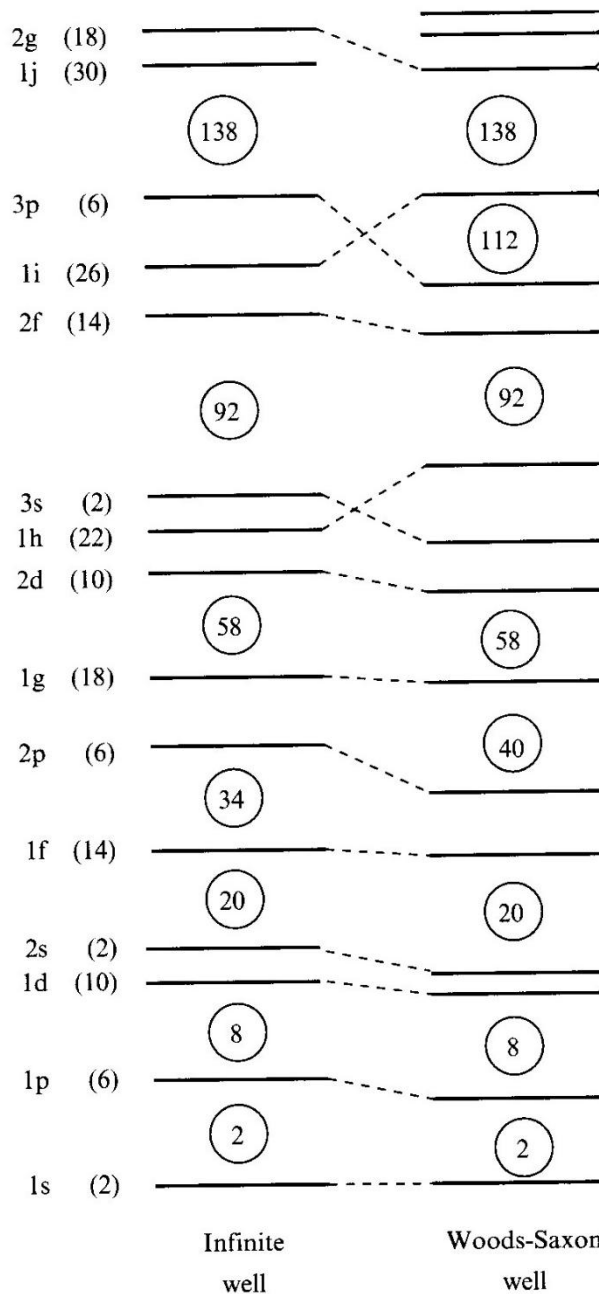
中性子の分離エネルギー、
原子核の安定領域、
磁気モーメント

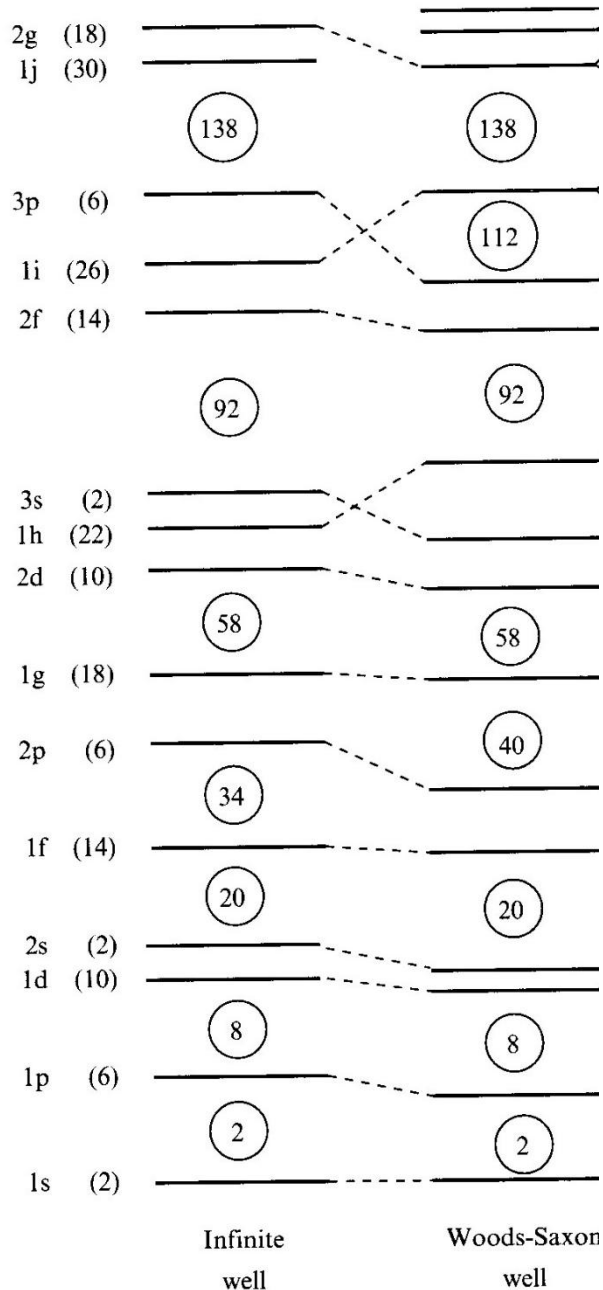
など当時測定されていた
実験データをきれいに説明

（ただし、当時、殻模型の
考えは受け入れられなかつた。）

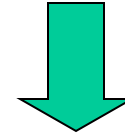
Phys. Rev. に論文を reject をされる。
独語に書き直し、東北大紀要に発表。

Nuclear magic numbers:
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

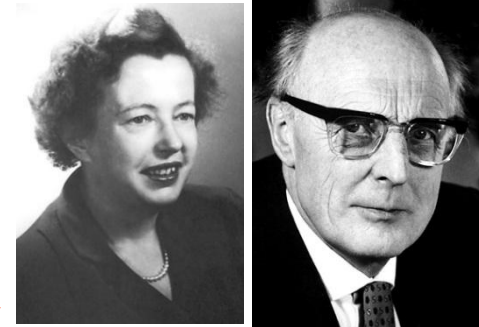




Woods-Saxon itself does not provide the correct magic numbers (2,8,20,28, 50,82,126).



Mayer and Jensen (1949):
Strong spin-orbit interaction



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$V_{ls}(r) \sim -\lambda \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \quad (\lambda > 0)$$

jj 結合殻模型

軌道運動とスピンは独立の自由度

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0 \implies \psi_{l m m_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$(\text{note}) \quad \mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \implies \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (j^2 - l^2 - s^2)/2$$

l と s を結合して j を組む。

$$\rightarrow j = l \pm 1/2$$

jj 結合殻模型

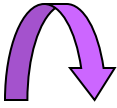
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0 \implies \psi_{lm m_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$(\text{note}) \quad \mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \implies \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (j^2 - l^2 - s^2)/2$$

$\mathbf{l}$ と $\mathbf{s}$ を結合して $\mathbf{j}$ を組む。


$$\begin{aligned} \psi_{jlm}(\mathbf{r}) &= \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}}) \\ \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}}) &= \sum_{m_l, m_s} \langle l \ m_l \ 1/2 \ m_s | j \ m \rangle Y_{lm_l}(\hat{\mathbf{r}}) \chi_{m_s} \end{aligned}$$

$$j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$j_z |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = 3/4 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

jj 結合殻模型

l と s を結合して j を組む。

$$\psi_{jlm}(\mathbf{r}) = \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\mathbf{r}})$$

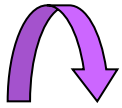
$$j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$j_z |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{3}{4} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$(\text{note}) \quad j = l + s \quad \Longrightarrow \quad l \cdot s = (j^2 - l^2 - s^2)/2$$



$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{1}{2} \left(j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$

符号が逆！

jj 結合殻模型

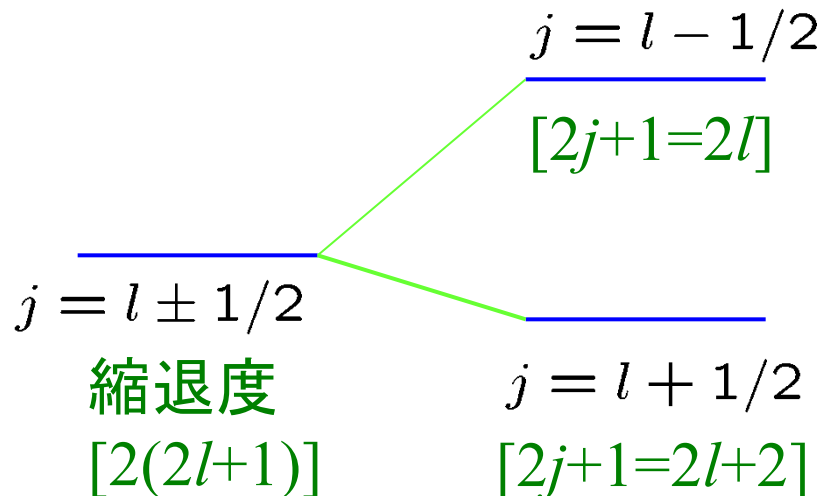
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(\mathbf{r}) = 0$$

$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

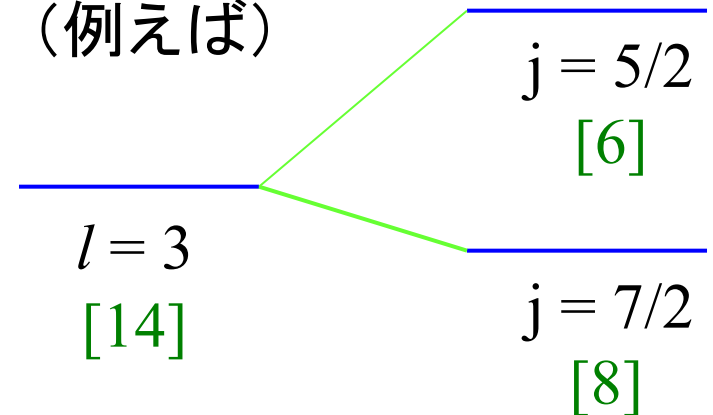
$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$

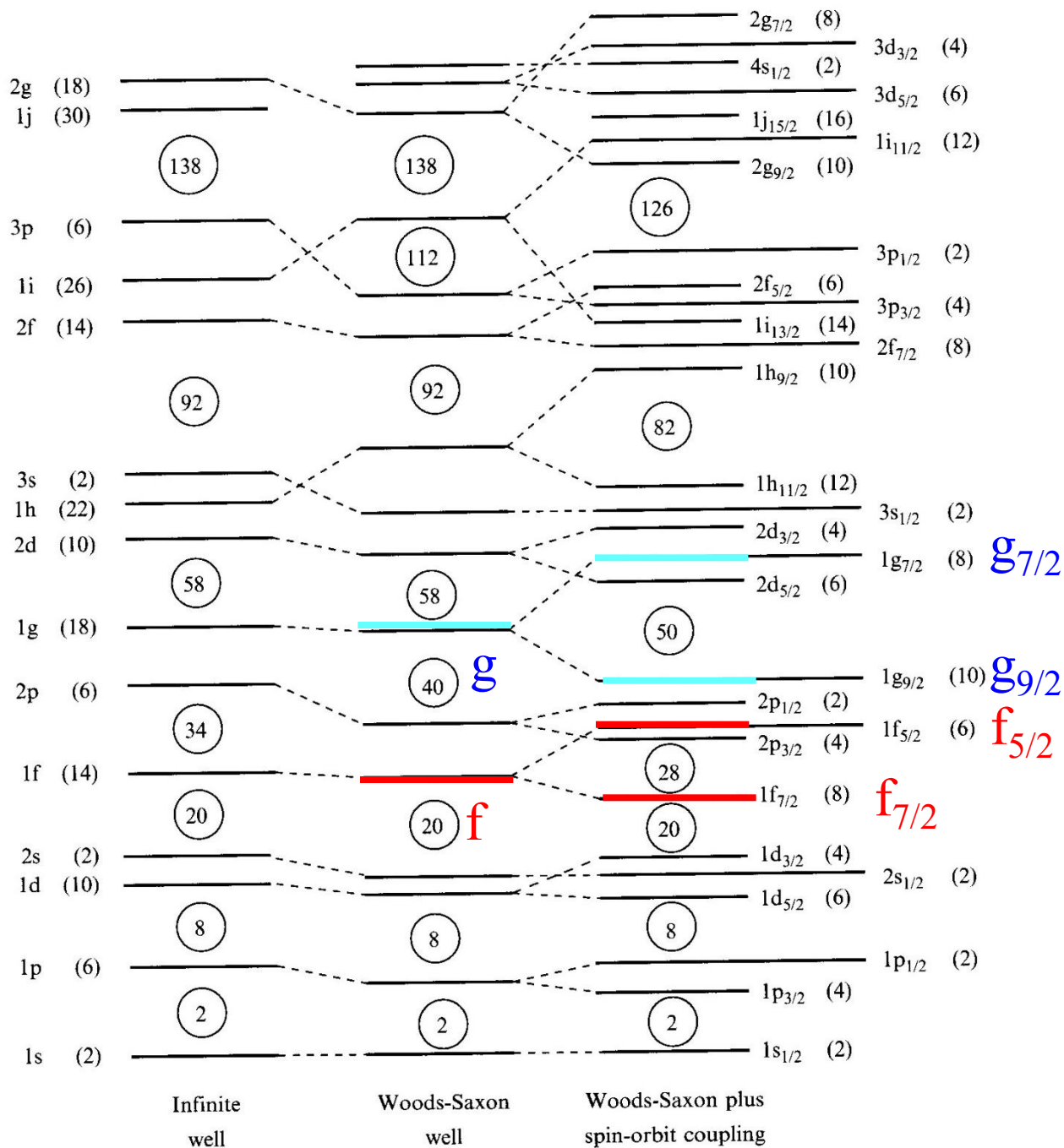
符号が逆！

$j = l \pm 1/2$ で準位が分離



(例えば)

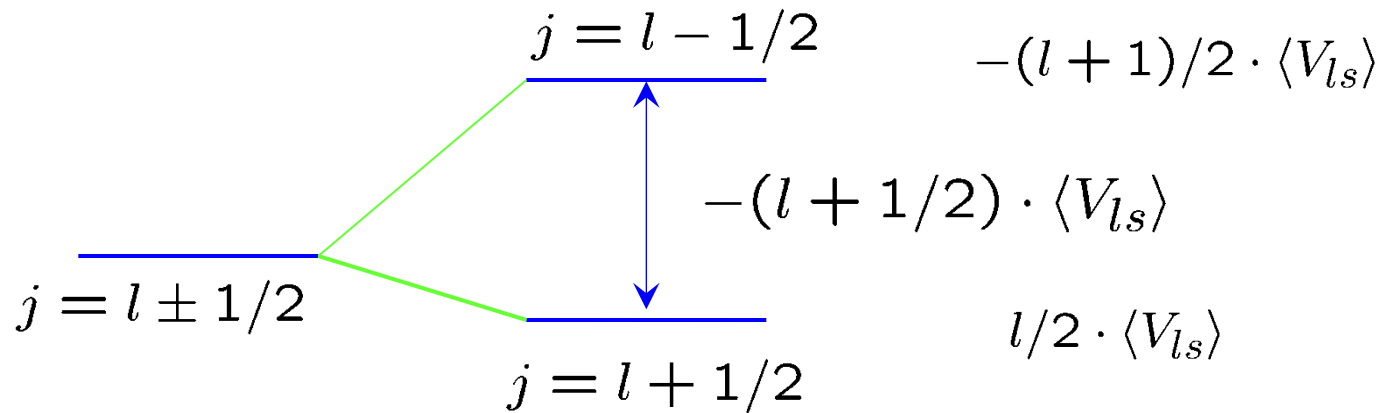




jj 結合殻模型

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$$



$j = l \pm 1/2$ で準位が分離: l が大きくなればなるほど
分離は大

* ただし、スピン平均はゼロ:

$$+\frac{l}{2} (2(l + 1/2) + 1) - \frac{l+1}{2} (2(l - 1/2) + 1) = 0$$

レポート問題2: PandAから提出、提出×切 7/27(日) 23:59

3次元球対称調和振動子ポテンシャルにスピン軌道ポテンシャルが加わった以下のハミルトニアンを考える。

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + \xi \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$$

ここで、 ξ は負の定数であるとする。

このハミルトニアンの基底状態、第一励起状態、第二励起状態の固有波動関数とエネルギー固有値を答えよ。

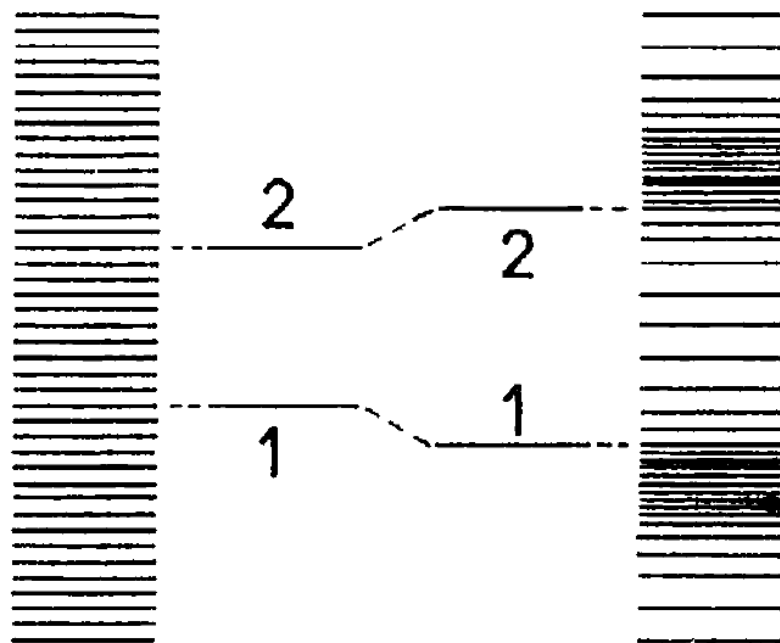
ただし、 $\xi = 0$ のときの調和振動子の波動関数を

$$\psi_{nlm}(\mathbf{r}) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})$$

とおき、解答は $R_{nl}(r)$ を用いてよい(実際の形を求める必要はない)。

何故、閉殻の原子核は安定になるのか？

準位密度



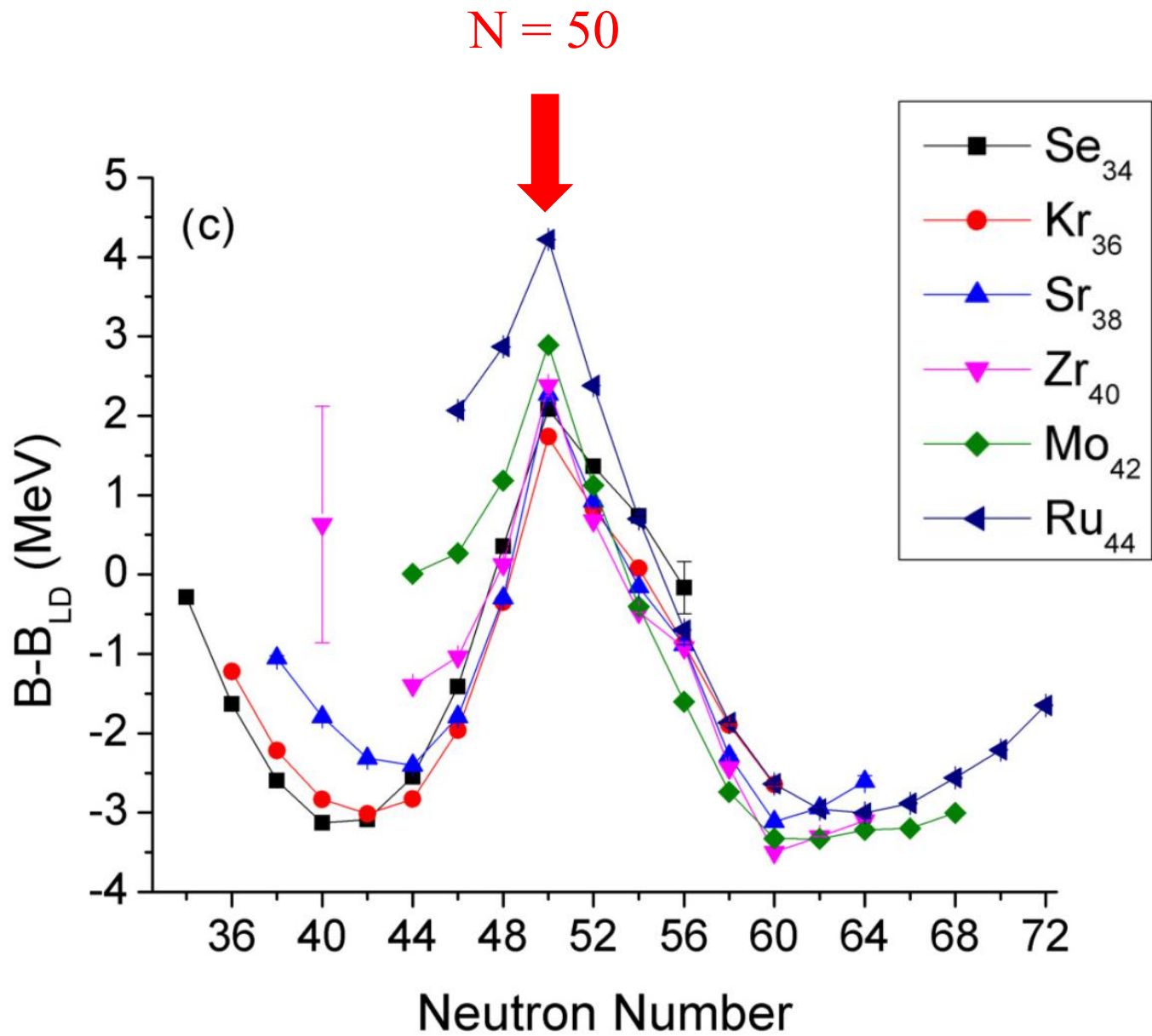
(a)

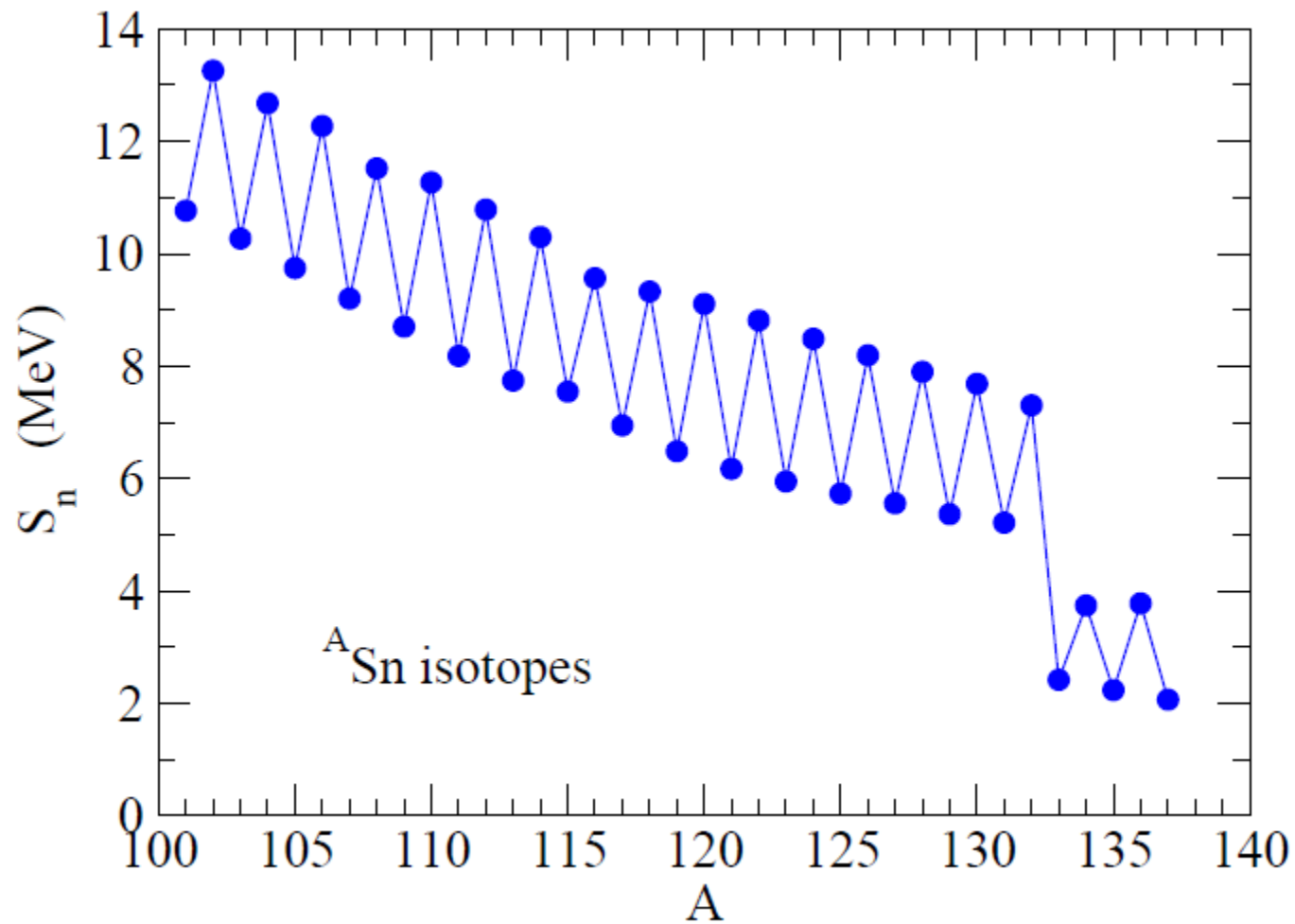
均一の場合

(b)

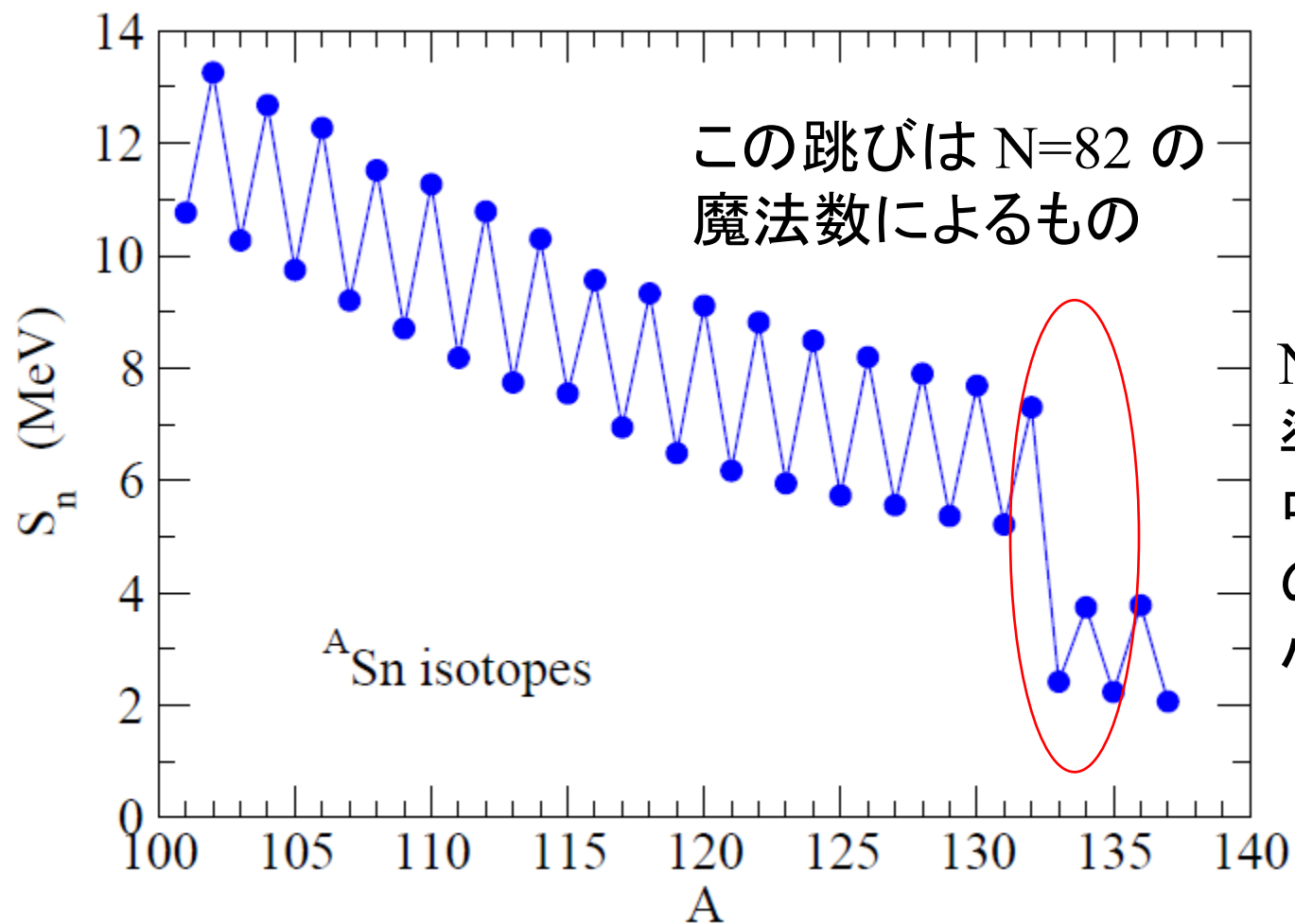
濃淡がある場合

準位密度に濃淡があれば、下から数えて濃淡の終わりまで準位がつまると(図の1の場合)、均一の場合に比べてエネルギーが小さい





1n separation energy: $S_n (A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$



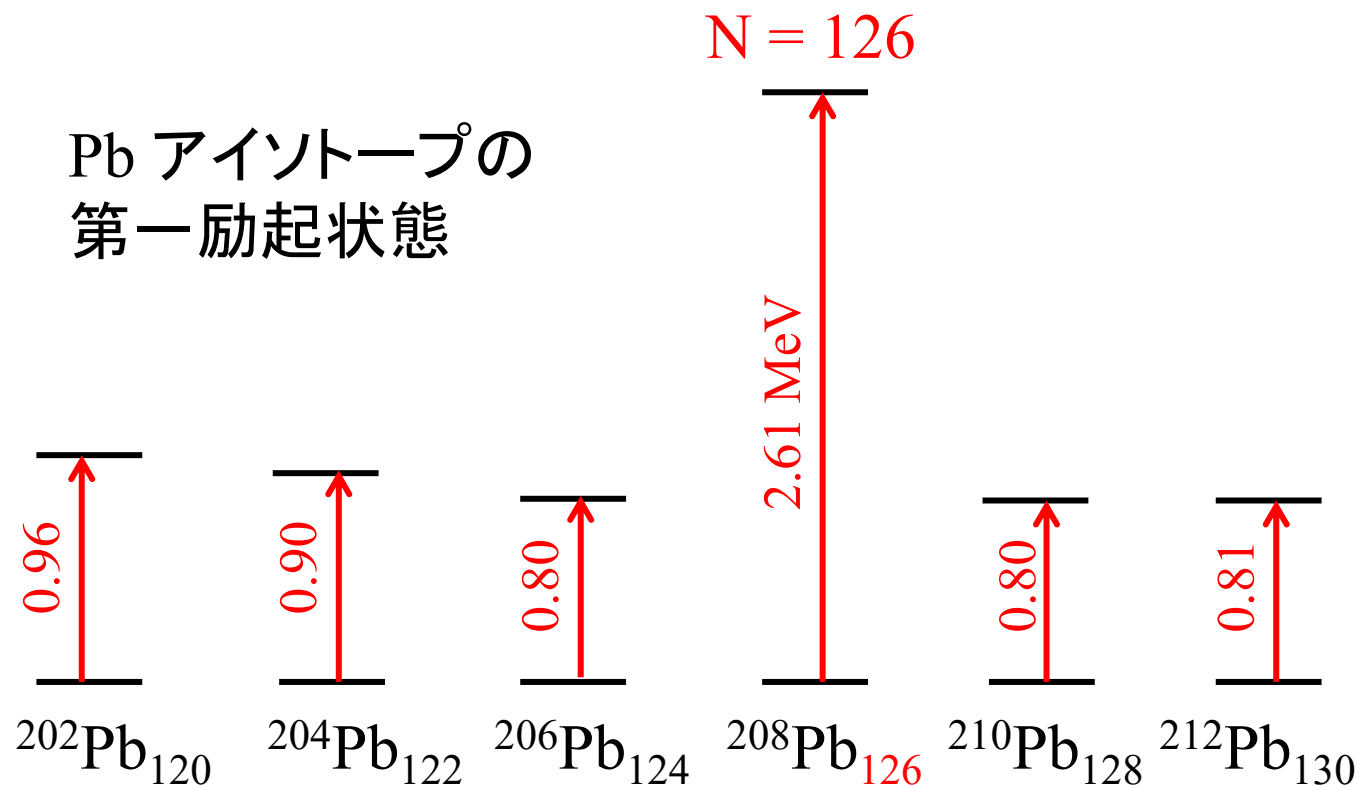
この跳びは $N=82$ の
魔法数によるもの

$N=83$ から上の
準位がつまるため
中性子をとりのぞく
のにエネルギーが
小さくてすむ

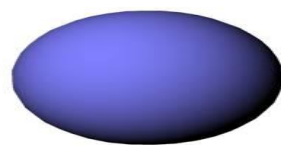
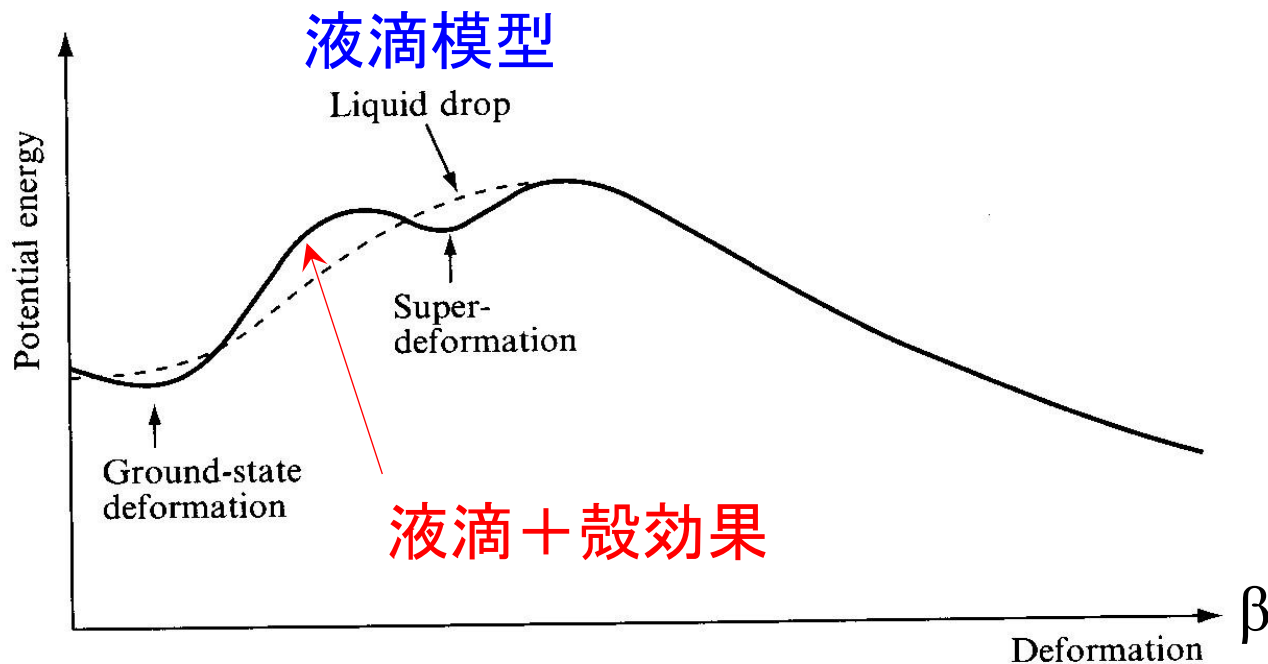
1n separation energy: $S_n(A, Z) = B(A, Z) - B(A-1, Z)$

他の証拠：第一励起状態の励起エネルギー

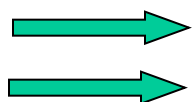
Pb アイソトープの
第一励起状態



殻構造の帰結：原子核の変形



液滴模型
殻効果

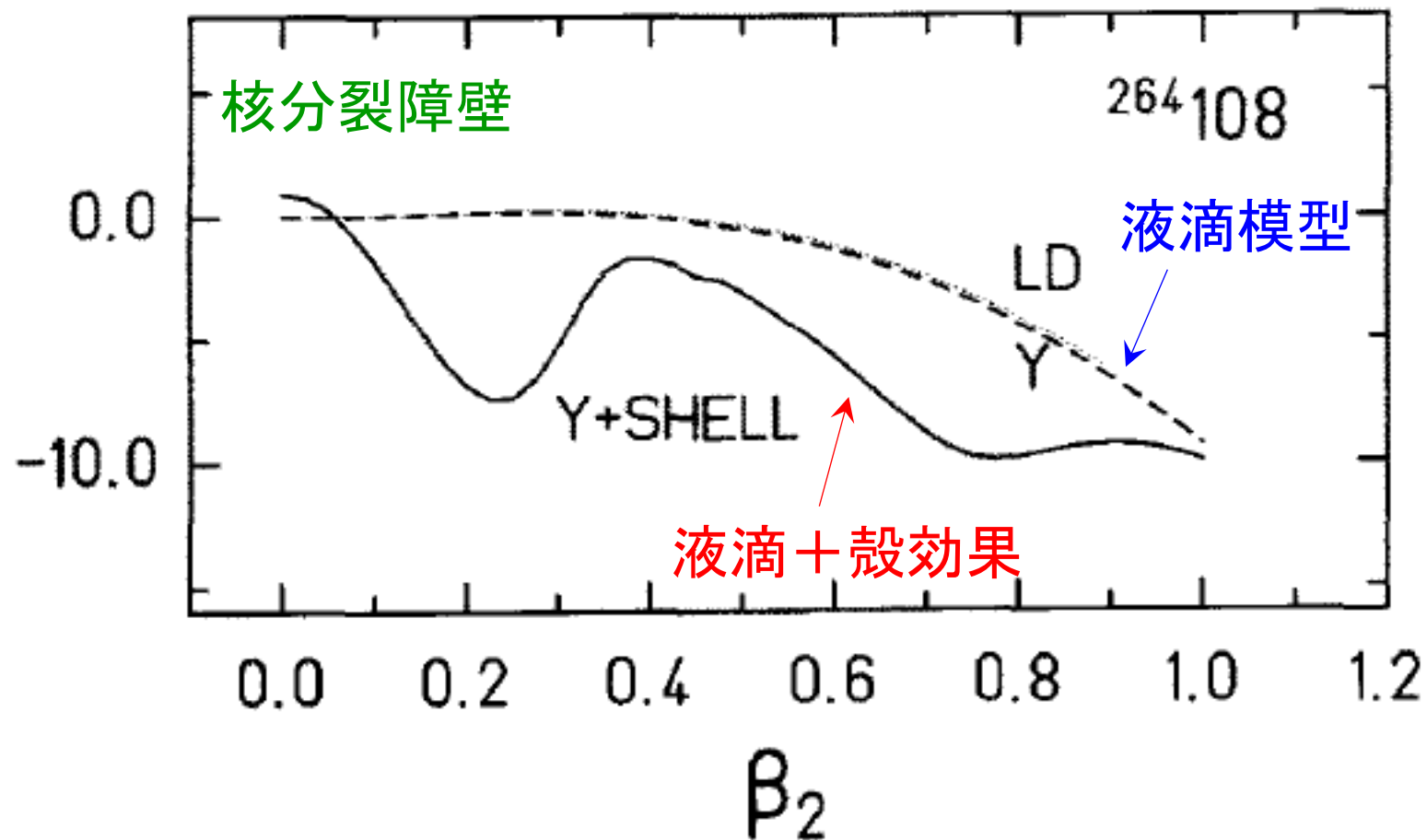


必ず球形

変形状態が基底状態になる場合あり

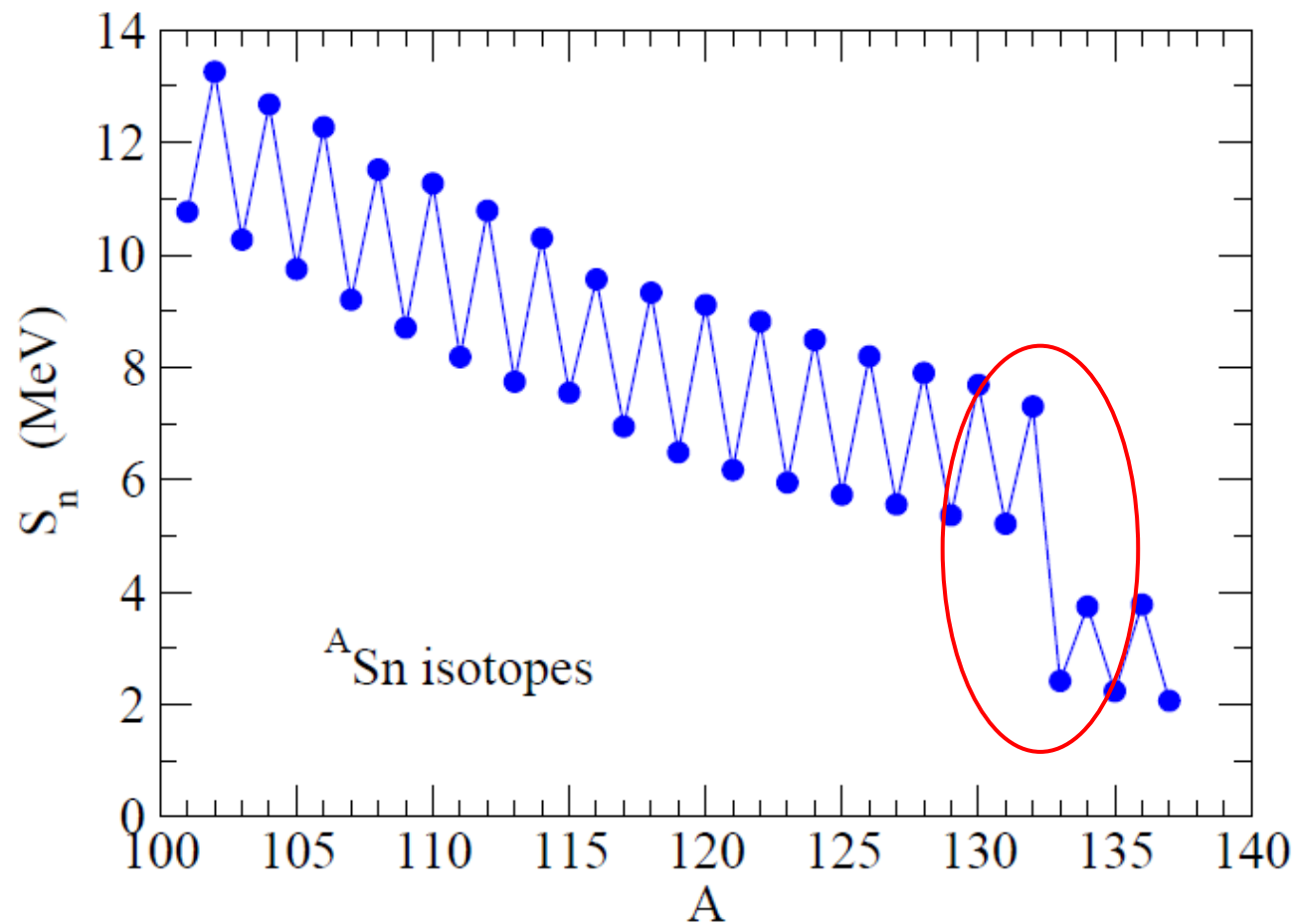
* 後でもう少し詳しく解説します。

殻構造の帰結：超重核の安定化



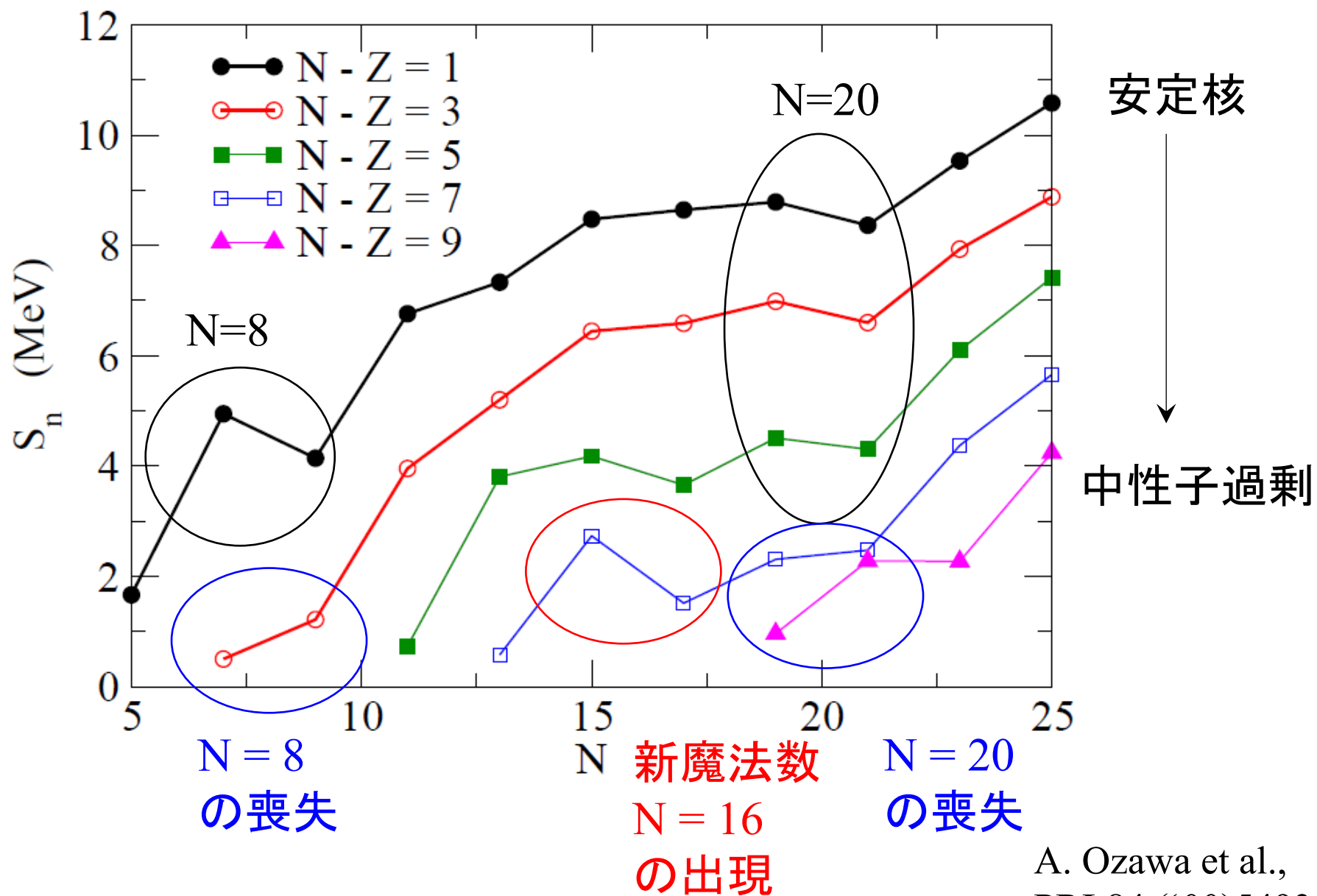
殻効果により核分裂障壁が高くなり原子核が安定化する

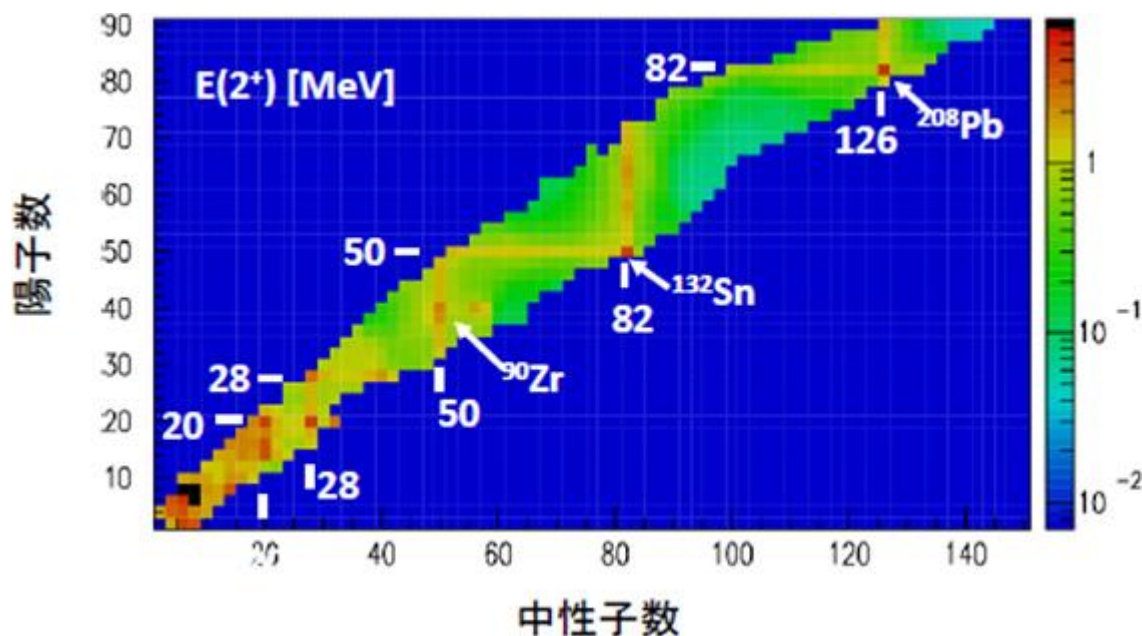
最近の話題: 変化する魔法数



魔法数のところで1中性子分離エネルギーが大きく減少

変化する魔法数





RIBF での実験の成果

魔法数 $N=20, 28$ の喪失
新魔法数 $N=34$ の出現
なども。

魔法数の変化はテンソル力
によるものと言われている



Nature, vol. 502 (2013)
新魔法数 $N=34$ の発見

テンソル力

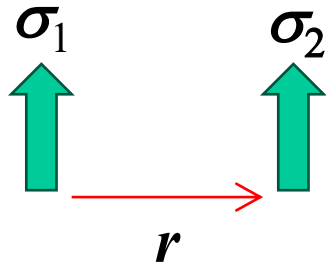
$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{s}_1 + \boldsymbol{s}_2 = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}_1 + \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}_2 \quad \text{を用いると}$$

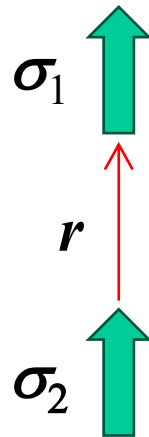
$$S_{12} = \frac{2}{\hbar^2} \left[\frac{3(\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{r})^2}{r^2} - (\boldsymbol{S})^2 \right] \quad \text{と書き直すことができる。}$$

→ $S=0$ ではゼロになる

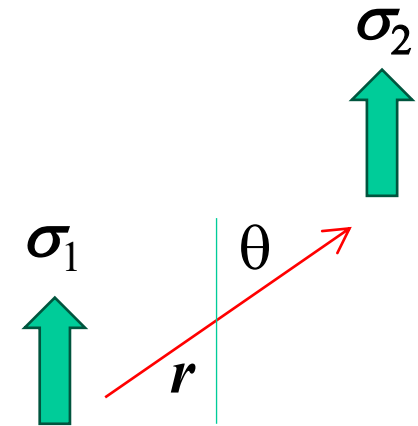
古典的には:



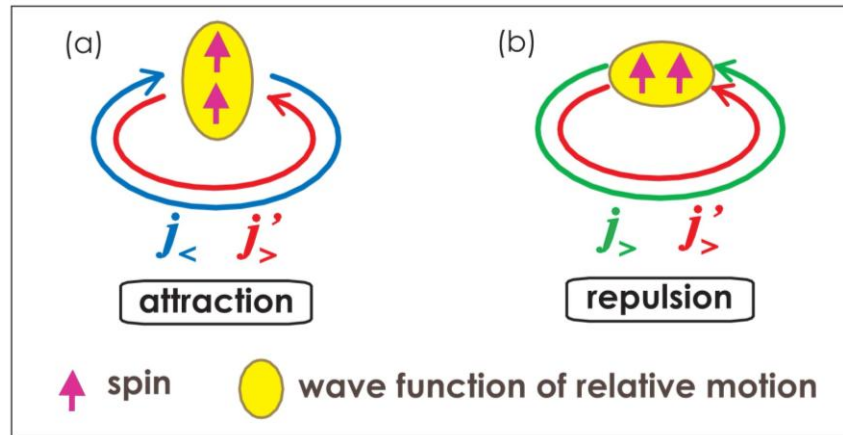
$$S_{12} = -1$$



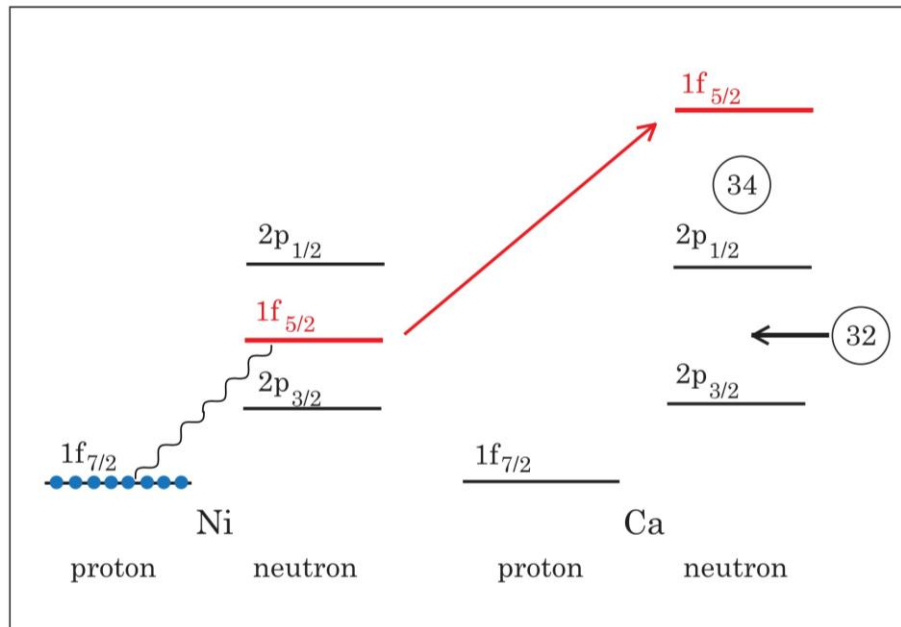
$$S_{12} = 2$$



$$S_{12} = 3\cos^2\theta - 1 \sim Y_{20}(\theta)$$



T. Otsuka et al., PRL95, 232502 (2005)



T. Otsuka et al., RMP92, 015002 (2020)