

原子核物理基礎論A

原子核理論研究室(物2) 萩野浩一

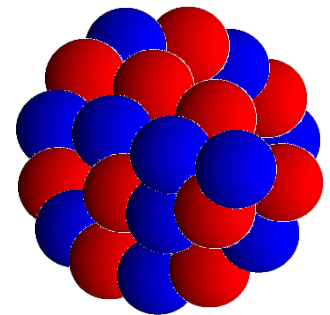
シラバス

北沢

1. はじめに(原子核の基本的性質)(2コマ)
2. 核力とその起源(2コマ)
3. クォークとハドロン(2コマ)
4. 核物質の相図と状態方程式(1コマ)

萩野

5. 核力について(1コマ)
6. 殻模型と魔法数(2コマ)
7. 平均場理論と核変形(2コマ)
8. 原子核の対相関(1コマ)
9. 中性子過剰核の物理(1コマ)



核子多体系の量子力学

シラバス(基礎論A)

5. 核力について(1コマ)
6. 殻模型と魔法数(2コマ)
7. 平均場理論と核変形(2コマ)
8. 原子核の対相関(1コマ)
9. 中性子過剰核の物理(1コマ)

主に基底状態

シラバス(基礎論B)

前半は北沢(最初の7回)

5. 原子核の集団運動(2コマ)
6. 集団運動の微視的理解(2コマ)
7. 原子核反応論基礎(1コマ)
8. 非束縛核の物理: 共鳴状態について(1コマ)
9. 超重元素の物理(1コマ)

主に励起状態
と核反応

萩野

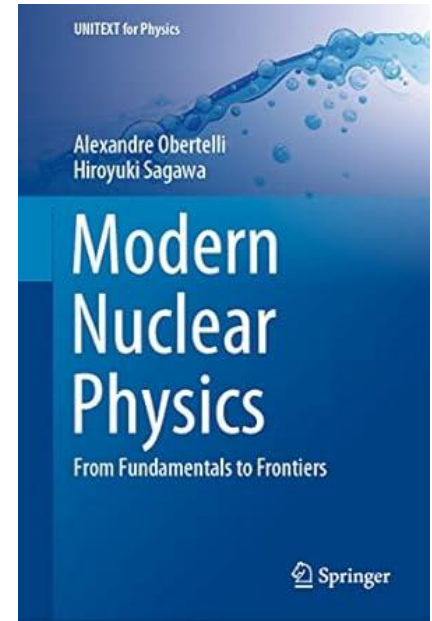
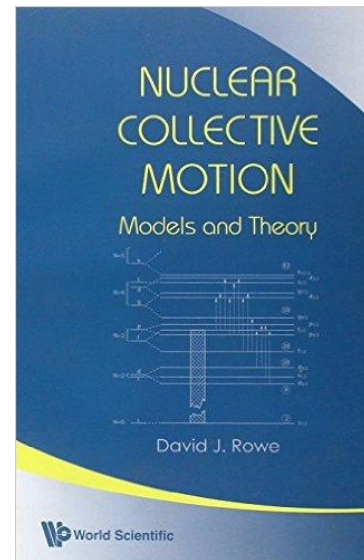
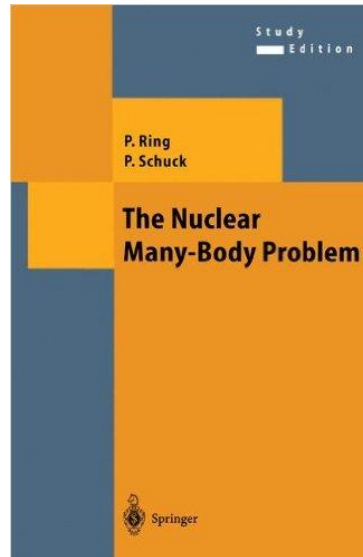
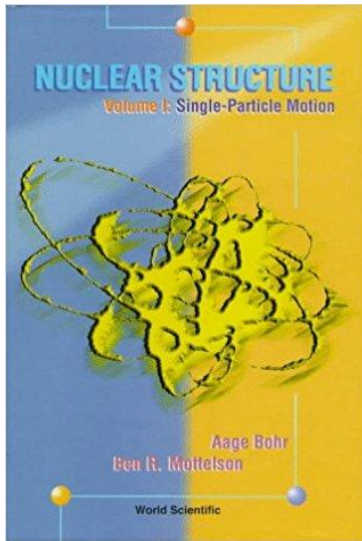
成績： レポート(7問程度)80%、出席など20%

質問： 授業中に適宜聞いて下さい。

講義資料：萩野浩一HPで公開

参考書

原子核構造論 の教科書



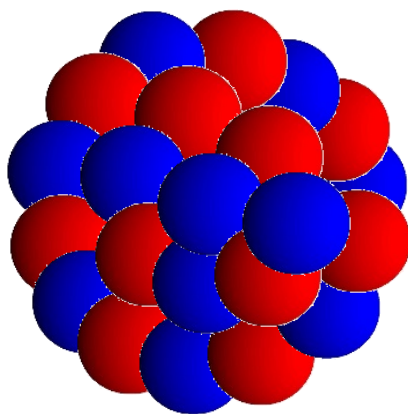
Bohr-Mottelson

Ring-Schuck

Rowe

Obertelli-Sagawa

はじめに: 核子多体問題



原子核 = 陽子と中性子の多体系

多体のハミルトニアン

$$H = \sum_i T_i + \underbrace{\sum_{i < j} v_{ij}}_{\text{2体力}} + \underbrace{\sum_{i < j < k} v_{ijk}}_{\text{3体力}}$$

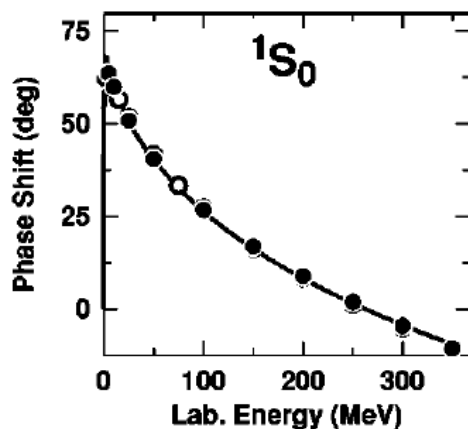
このハミルトニアンを核子間のパウリ原理を考慮して
どのように(近似的に)解くのか?

はじめに: 核子多体問題

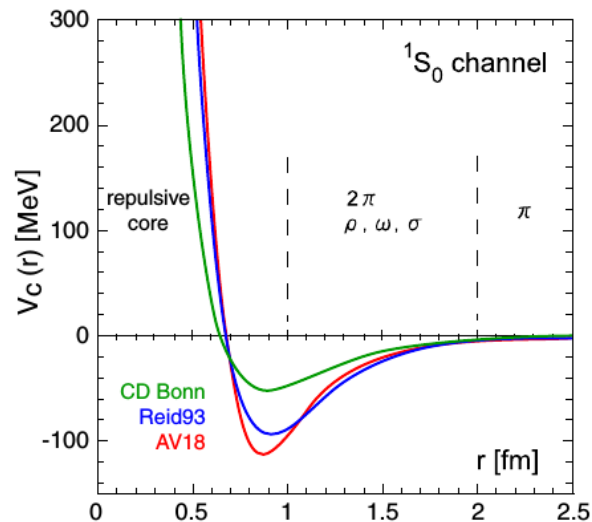
$$H = \sum_i T_i + \underbrace{\sum_{i < j} v_{ij}}_{\text{2体力}} + \underbrace{\sum_{i < j < k} v_{ijk}}_{\text{3体力}}$$

2体力(この後詳しく):

核子・核子散乱実験



現象論的ポテンシャル

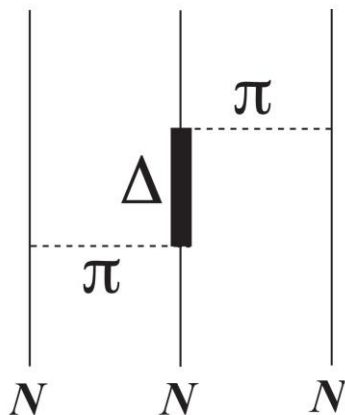


最近では、格子QCDに基づく核力ポテンシャルも

はじめに: 核子多体問題

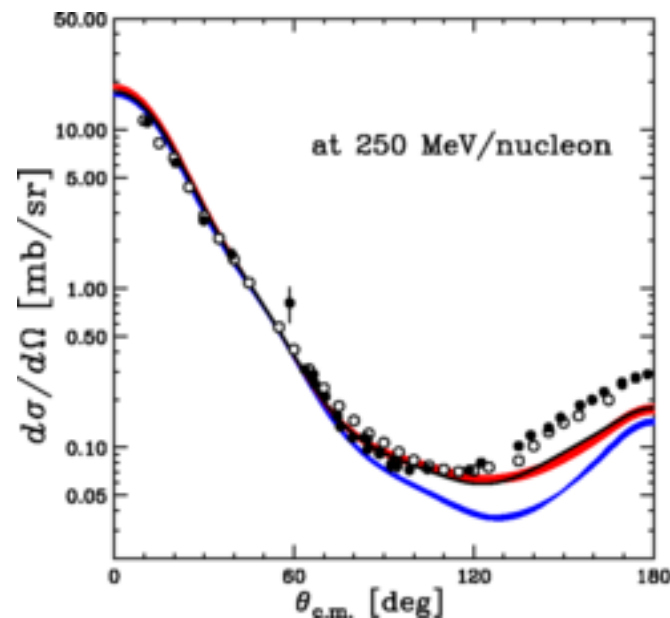
$$H = \sum_i T_i + \underbrace{\sum_{i < j} v_{ij}}_{\text{2体力}} + \underbrace{\sum_{i < j < k} v_{ijk}}_{\text{3体力}}$$

3体力:

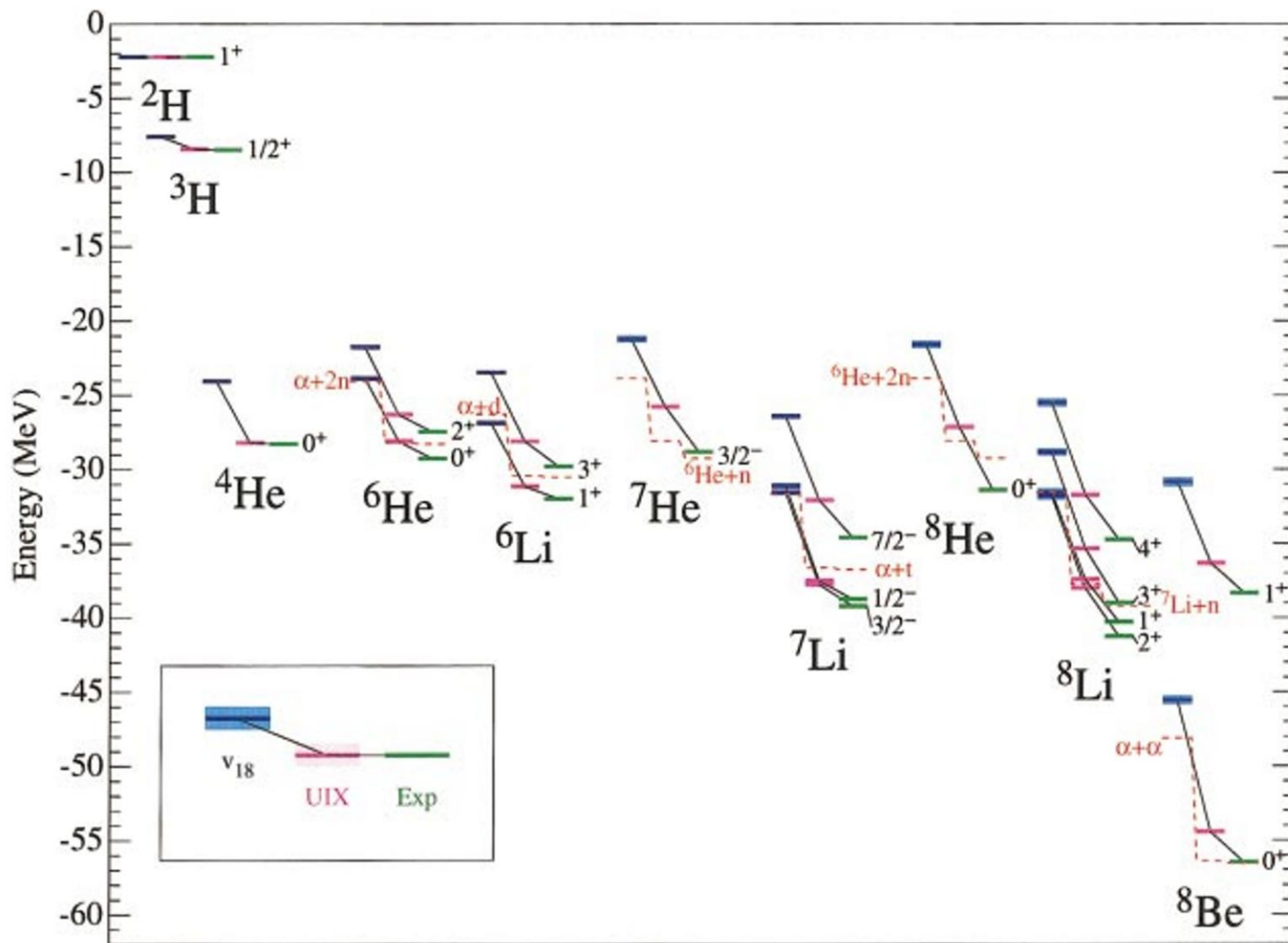


藤田・宮沢型ポテンシャル(1957年)

p(d,d)p and n(d,d)n



軽い原子核の基底状態エネルギーに対する 第一原理計算(グリーン関数モンテカルロ法)と実験データの比較



S.C. Pieper et al., Phys. Rev. C64, 014001 (2001)

2体核力について

np 散乱の位相のずれ
の実験データ

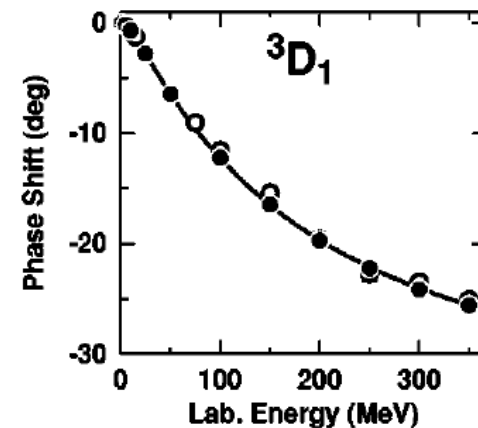
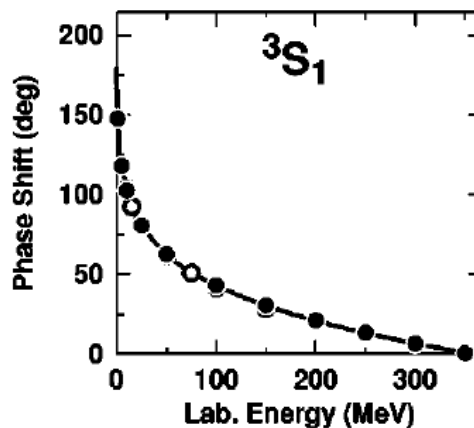
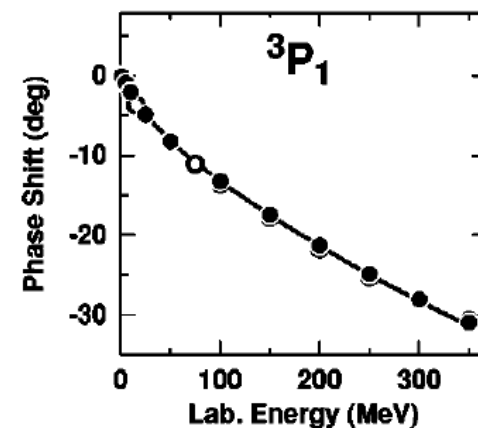
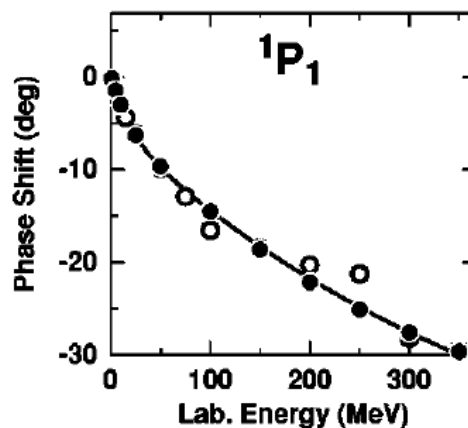
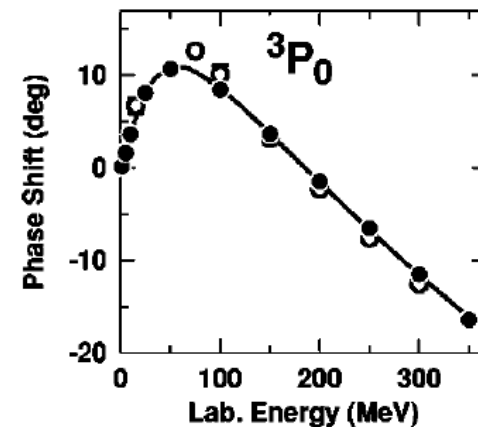
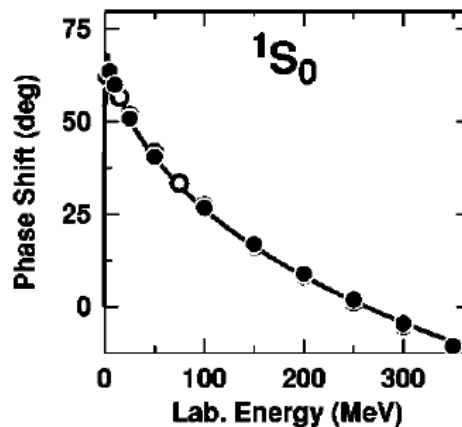
R. Machleidt,
PRC63, 024001('01)

ノーテーション

$$2S+1L_J$$

$S \backslash T$	0	1
0	1O	1E
1	3E	3O

強いスピン・アイソスピン
依存性



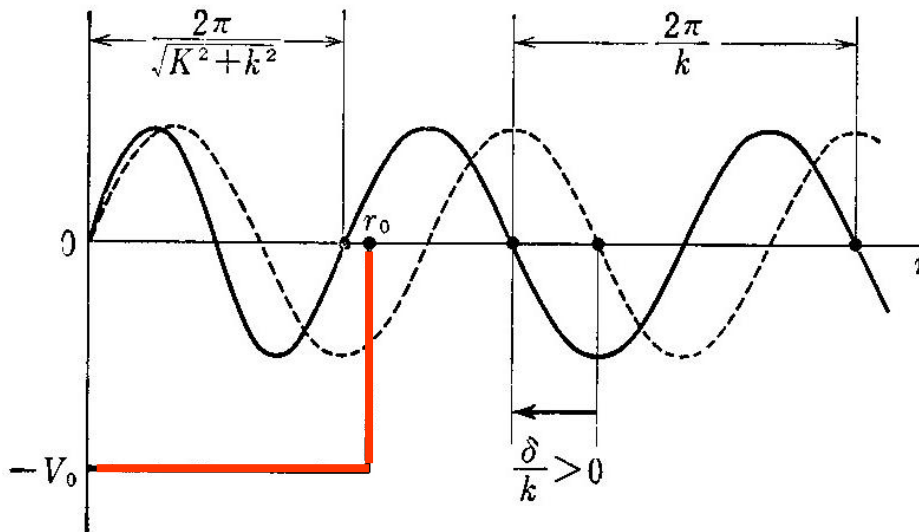
位相のずれ:

Radial wave function $\Psi_l(r) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{r})$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} - E \right] u_l(r) = 0$$

遠方での漸近形:

$$u_l(r) \rightarrow \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l\right) \quad (r \rightarrow \infty)$$



(a) 引 力

ボルン近似では:

$$\delta_l \sim -\frac{2mk}{\hbar^2} \int_0^\infty r^2 dr V(r) j_l(kr)^2$$

$$\sin \delta_l \sim \delta_l$$

2体核力について

np 散乱の位相のずれ
の実験データ

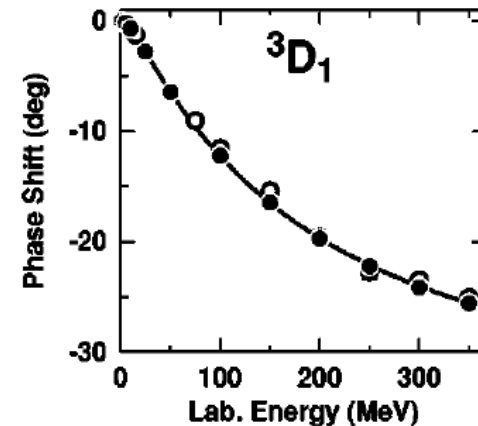
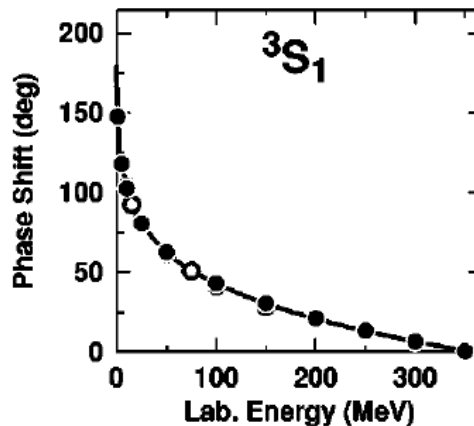
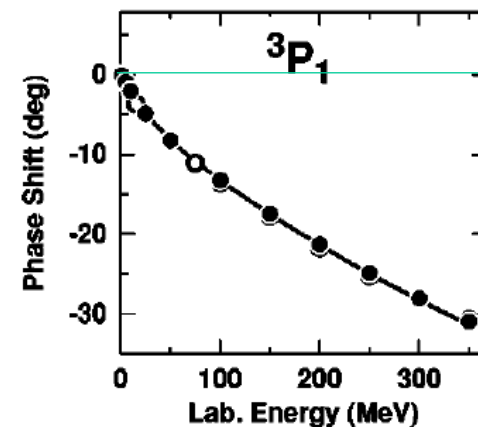
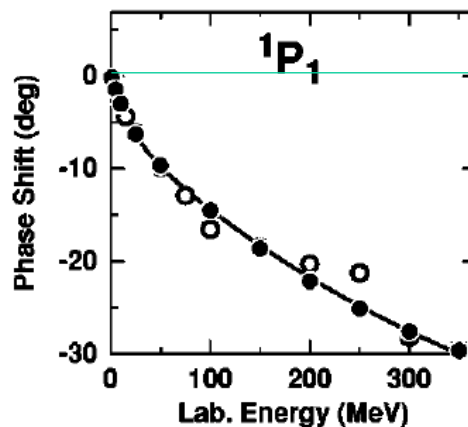
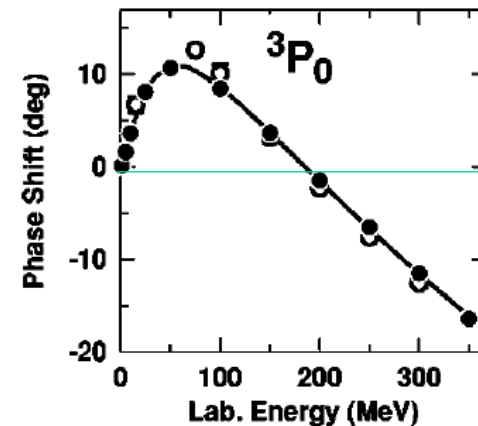
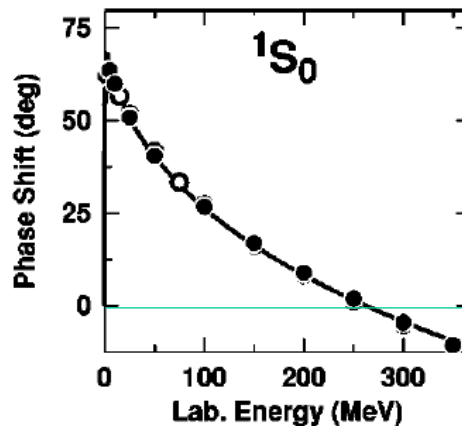
R. Machleidt,
PRC63, 024001('01)

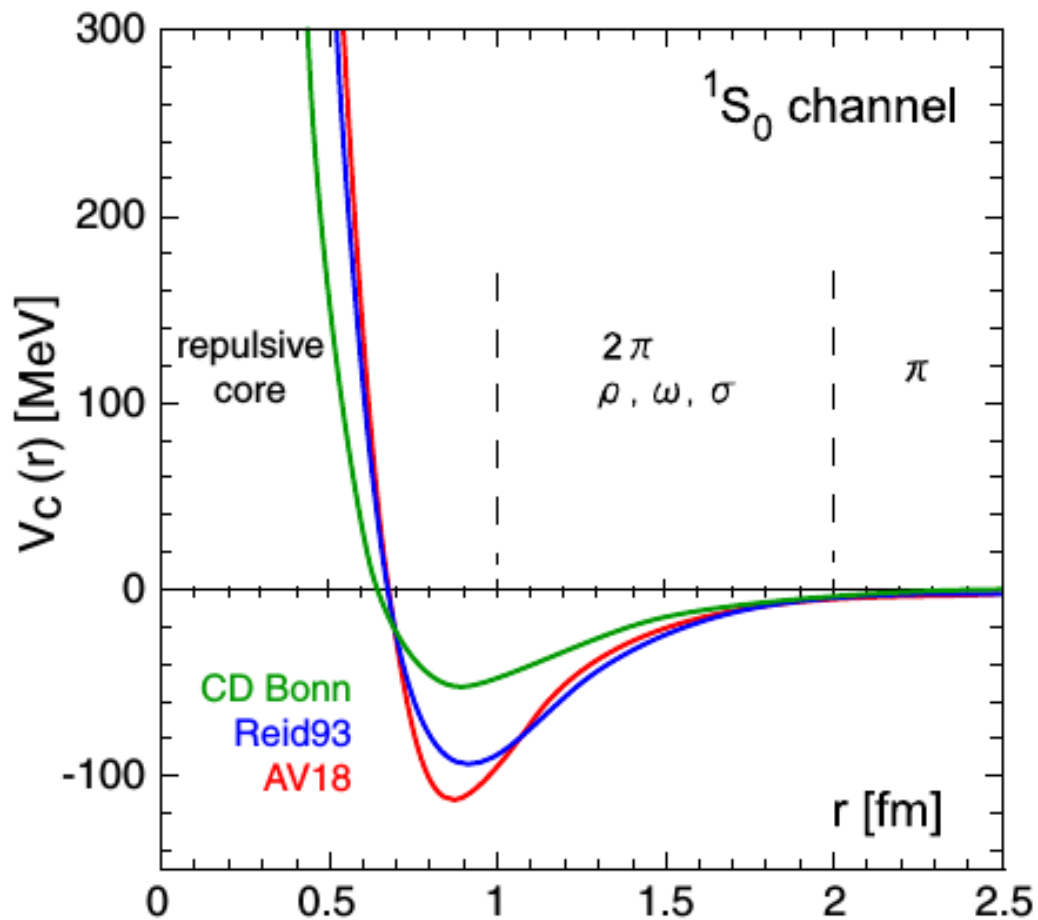
ノーテーション

$$2S+1L_J$$

$S \backslash T$	0	1
0	1O	1E
1	3E	3O

強いスピン・アイソスピン
依存性





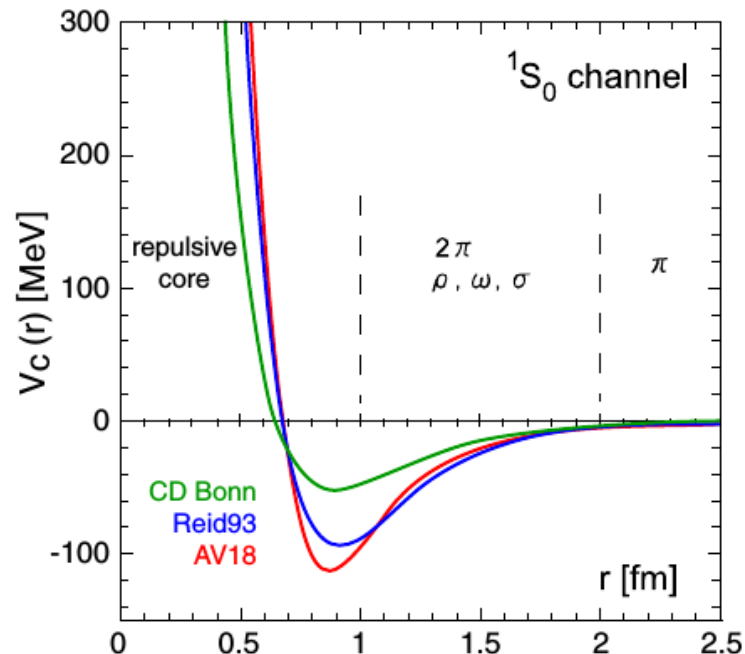
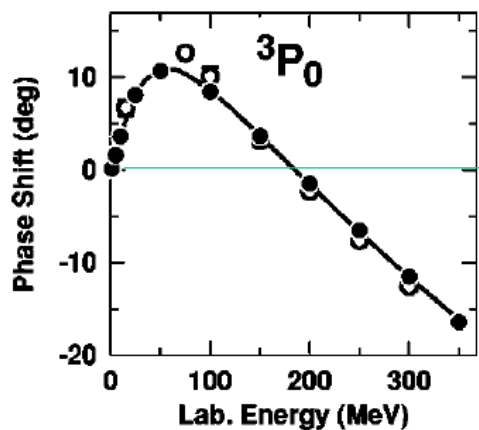
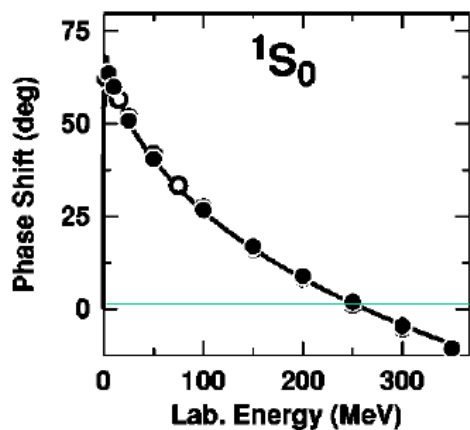
N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda,
PRL99, 022001 (2007)

強いスピン・アイソスピン依存性:

$$V_C(r) = V_0(r) + V_\sigma(r)\sigma_1 \cdot \sigma_2 + V_\tau(r)\tau_1 \cdot \tau_2 \\ + V_{\sigma\tau}(r)(\sigma_1 \cdot \sigma_2)(\tau_1 \cdot \tau_2)$$

+テンソル力、スピン軌道力、など

核力の斥力芯



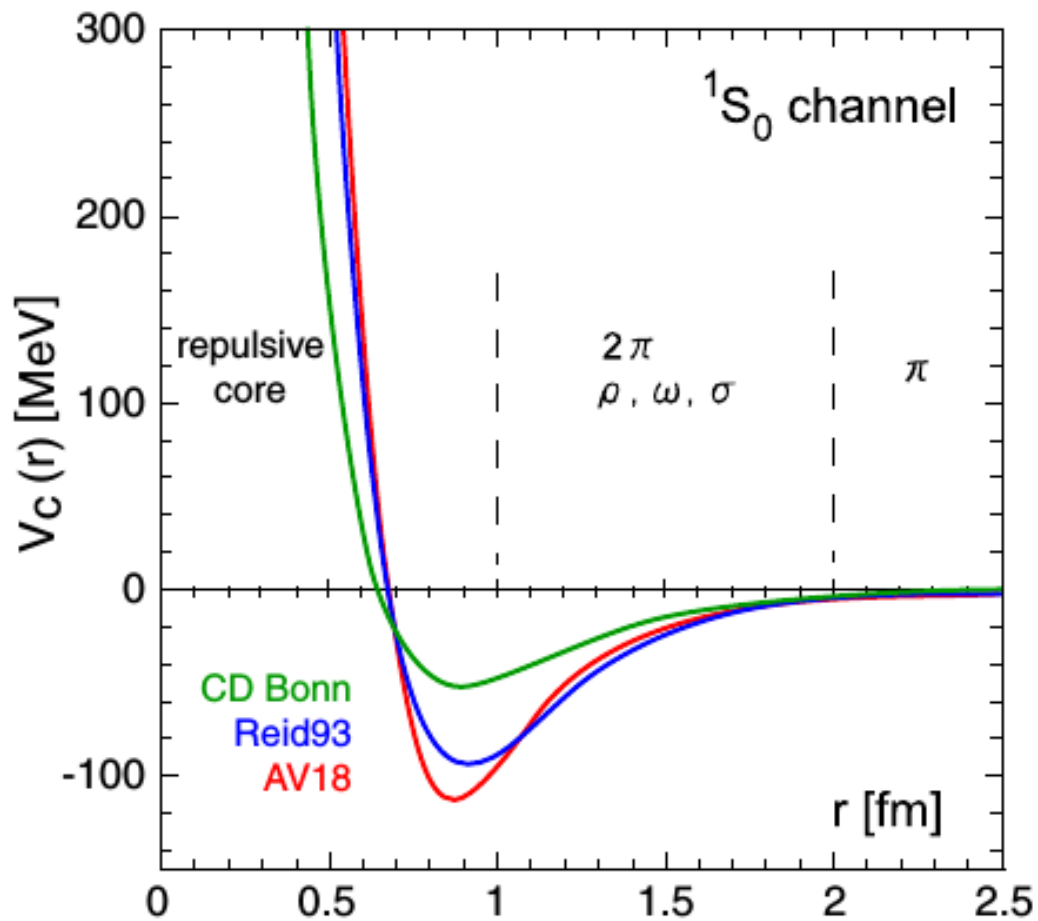
位相のずれ：
正（低エネルギー）→負（高エネルギー）

$$\delta_l \sim -\frac{2mk}{\hbar^2} \int_0^\infty r^2 dr V(r) j_l(kr)^2$$

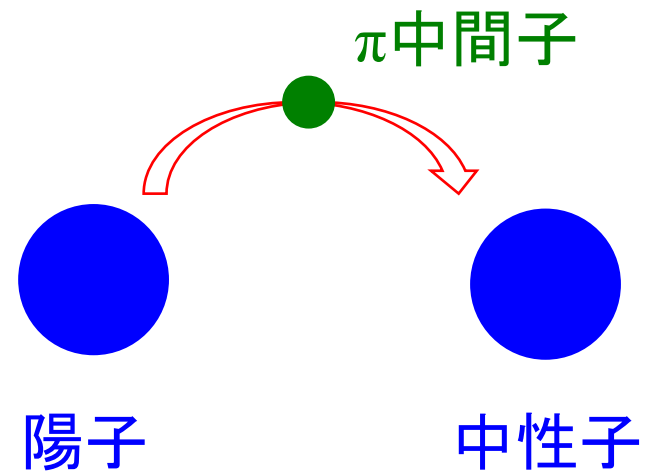
斥力芯→原子核の飽和性

斥力芯の起源

- クォーク間のパウリ原理
- グルーオン交換力 (color magnetic interaction)



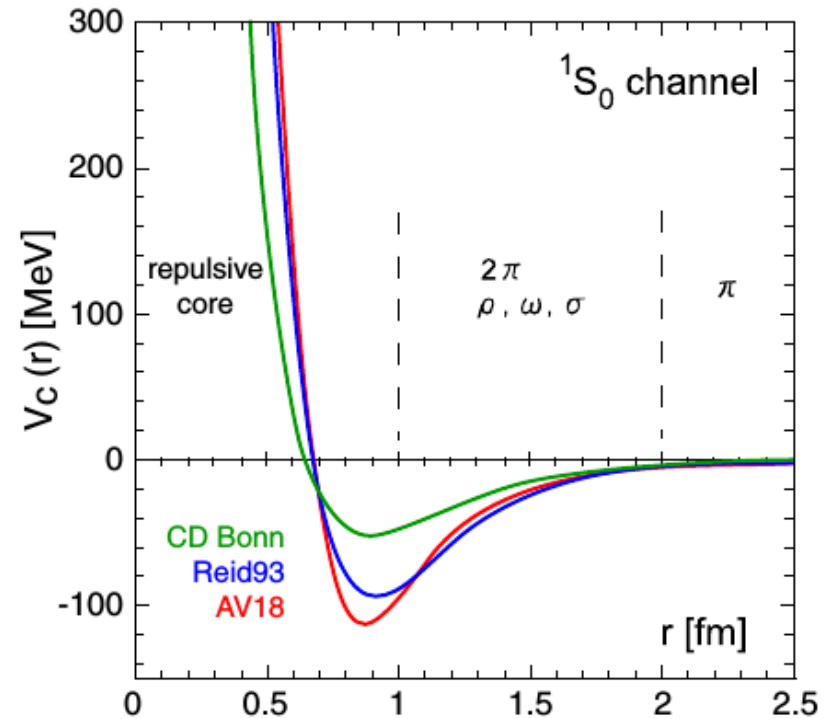
湯川秀樹



湯川秀樹は何をした人なのか？

4つの力

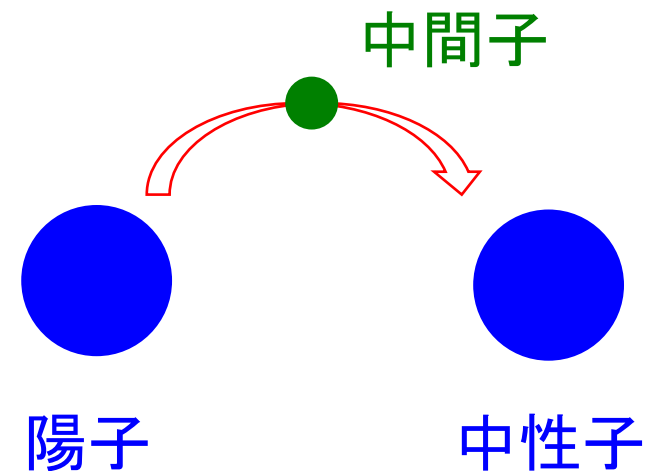
- 重力 ニュートン
- 電磁気力 マクスウェル
- • **強い力** **湯川**
- 弱い力 フェルミ



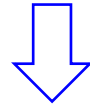
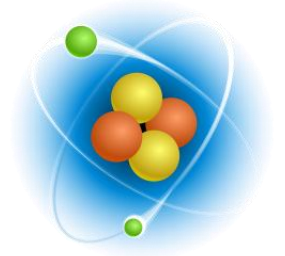
Wikipedia

□ 「強い力」を解明し、
「中間子論」を提唱。
(1935年 昭和10年)

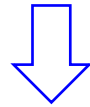
□ 1949年日本初の
ノーベル賞受賞



「元素」の正体は「原子」

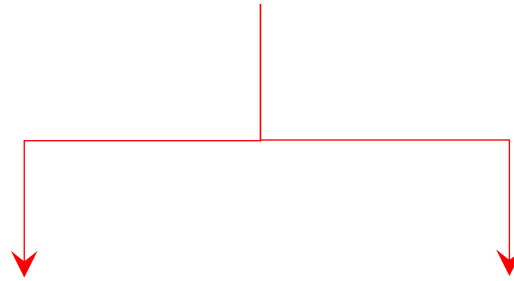


「原子」にも中身がある: 電子と原子核 (1911年)



原子核がなぜ存在しているのかというのが謎だった
(当時はまだ重力と電磁気力しか分かっていなかった)。

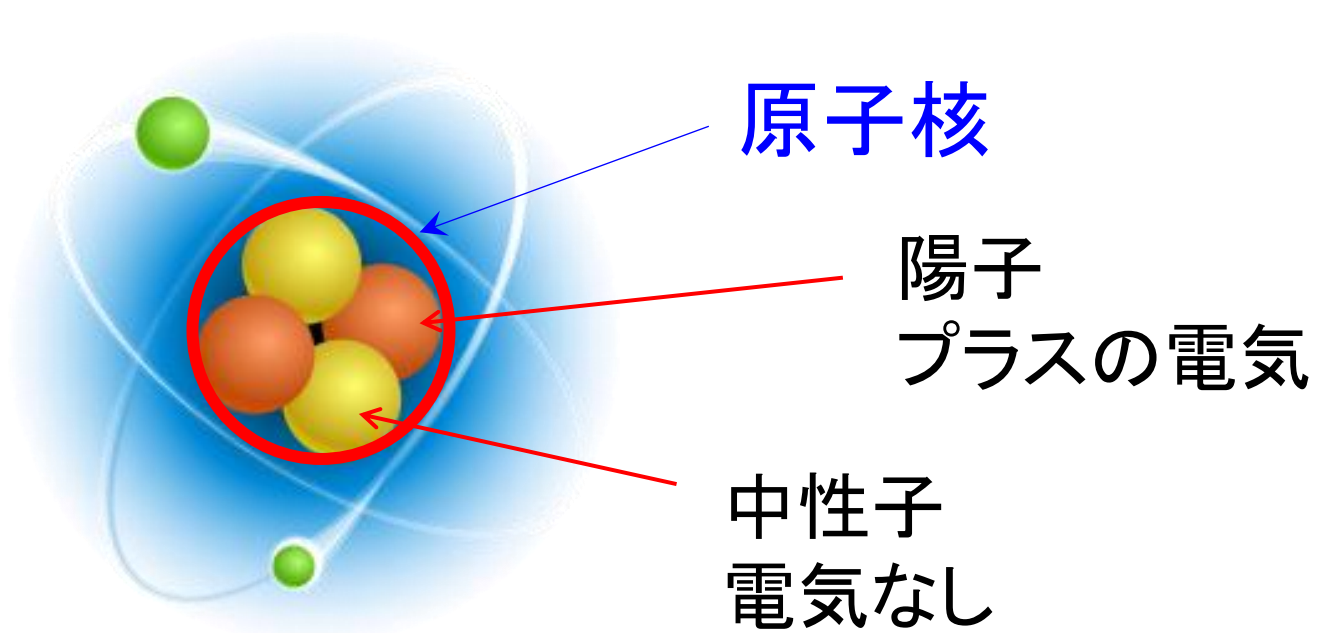
湯川秀樹はこれを説明(1935年)。



素粒子
物理学

原子核
物理学

湯川秀樹は素粒子物理学・原子核物理学を開拓した人

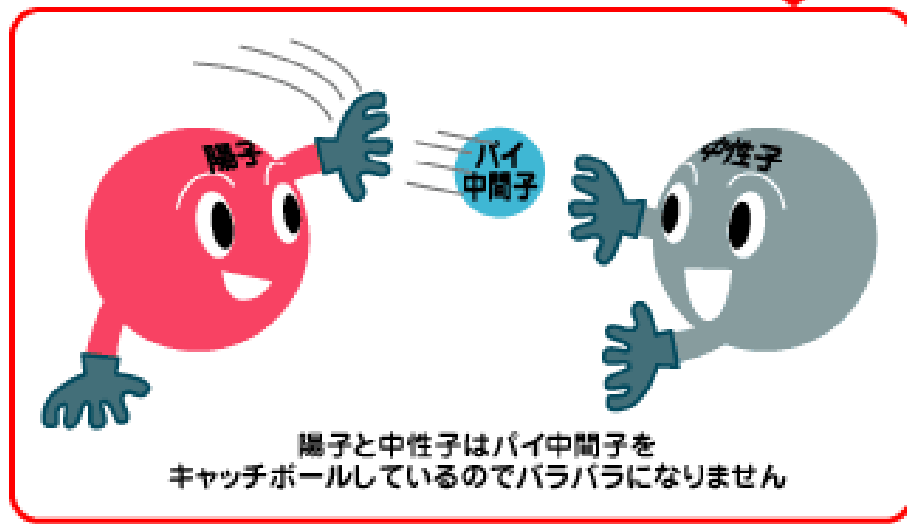


湯川秀樹が挑戦した謎

どうやって原子核のような小さな場所に陽子を閉じ込めておけるのか？

十の電気と十の電気は反発。距離が近ければ近いほど反発力は大きい。



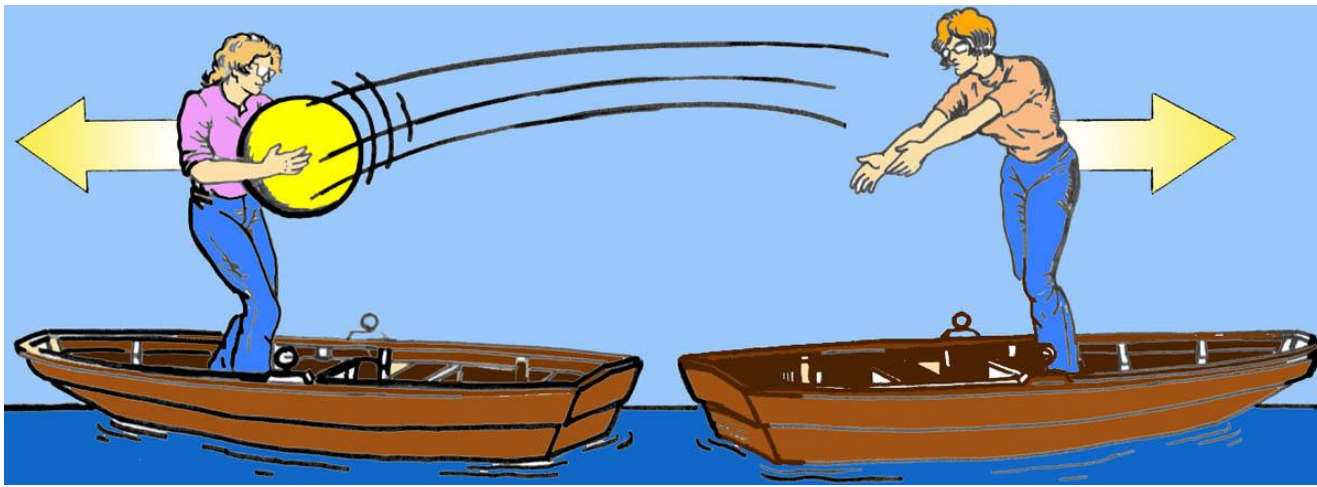


国立科学博物館の図より

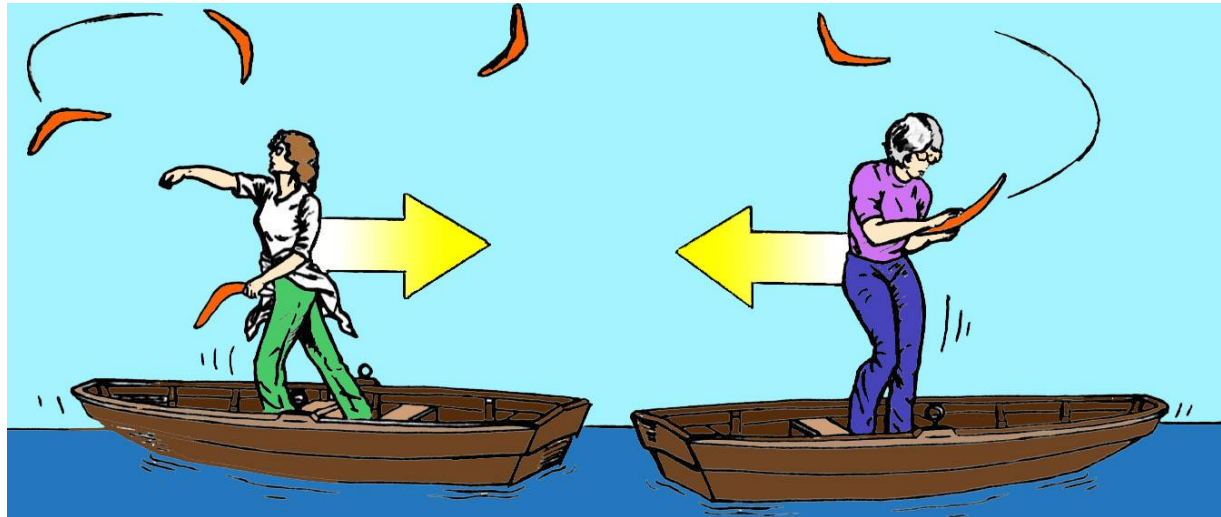
湯川秀樹の答え(1935年)

- ✓ 電気の力とは全く違う力
- ✓ 新しい粒子「**中間子**」をキャッチボール
→原子核がバラバラにならない。

宇宙を作っている一番元の力がわかった！



https://www.fnal.gov/pub/today/archive/archive_2013/images/NS130315_Figure01.jpg



<https://makemephy.wordpress.com/2013/10/10/exchange-particles-and-feynman-diagrams/>

中間子はその後、実在が確かめられた(1947年、パウエル)
→湯川秀樹ノーベル賞受賞 (1949年)

中間子交換ポテンシャル

(準備)

電荷密度 ρ による静電場(スカラーポテンシャル)

$$\phi(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

$$\rho(\mathbf{r}') = q'\delta(\mathbf{r}') \rightarrow \phi(r) = \frac{q'}{r}$$

位置 r における静電ポテンシャル:

$$V(r) = q\phi(r) = \frac{qq'}{r}$$

ポアソン方程式:
$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r})$$

中間子交換ポテンシャル

拡張(スカラー場の場合)

電磁場の方程式: $\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r})$

$\rightarrow (\nabla^2 - k^2)\phi(\mathbf{r}) = 4\pi f\rho(\mathbf{r})$ (湯川による拡張)

この解は、

$$\phi(\mathbf{r}) = -f \int d\mathbf{r}' \frac{\exp(-k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \rho(\mathbf{r}')$$

点粒子であれば

$$\rho(\mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}') \rightarrow \phi(r) = -f \frac{e^{-kr}}{r}$$

(湯川関数)

Klein-Gordon方程式

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$

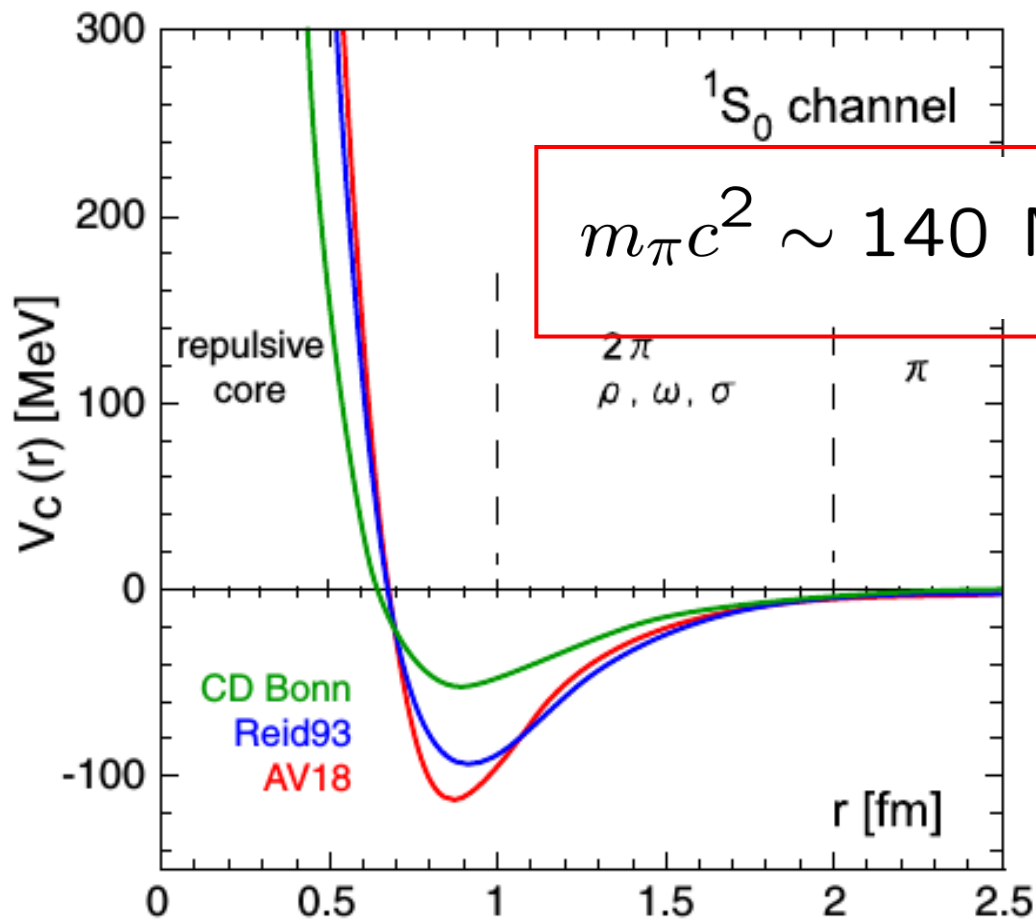
$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \mathbf{p} \rightarrow \frac{\hbar}{i} \nabla \quad \text{とすると、}$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

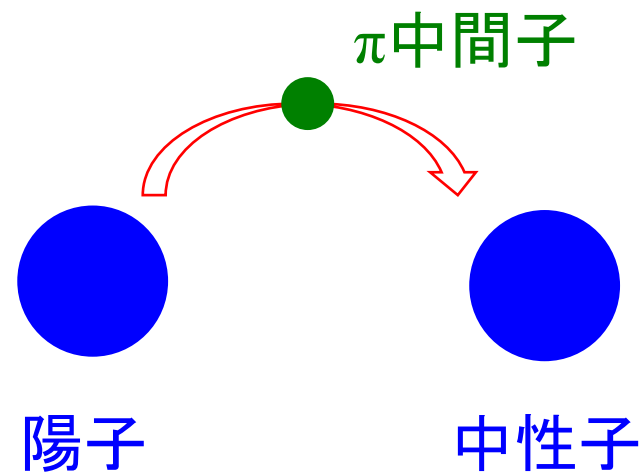
$$\rightarrow k = \frac{mc}{\hbar} \quad \phi(r) = -f \frac{e^{-kr}}{r}$$

$$\text{核力の到達距離: } R = k^{-1} = \frac{\hbar}{mc}$$

$$\begin{aligned} \text{(不確定性原理)} \quad \Delta E \sim mc^2 &\rightarrow \Delta t \sim \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{mc^2} \\ &\rightarrow R \sim c\Delta t \sim \frac{\hbar}{mc} \end{aligned}$$



$$m_\pi c^2 \sim 140 \text{ MeV} \rightarrow \frac{\hbar}{m_\pi c} \sim 1.4 \text{ fm}$$



パイオンは軽い

✓ 南部陽一郎 (NJL模型) 1961年

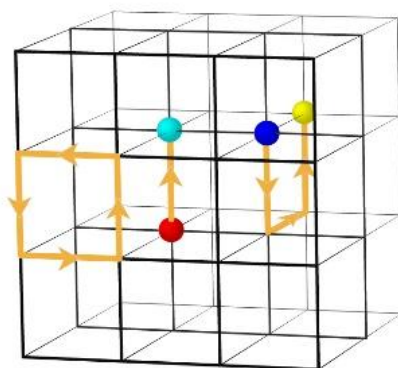
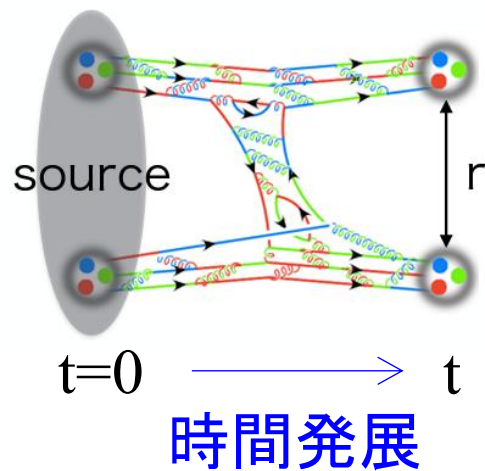
カイラル対称性の自発的破れと南部ゴールドストーンモード

格子QCDによる核力

N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda,
Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 022001

ベーテ・サルピータ振幅

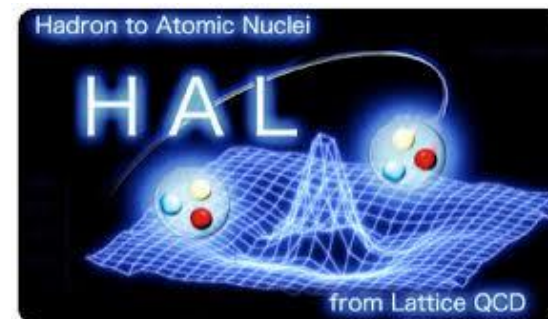
$$G_{NN}(\mathbf{r}, t) = \langle 0 | N(\mathbf{r}, t) N(\mathbf{0}, t) \bar{J}_{\text{src}}(t=0) | 0 \rangle$$



$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r})$$

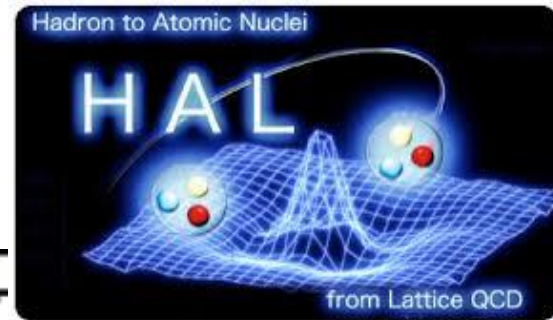
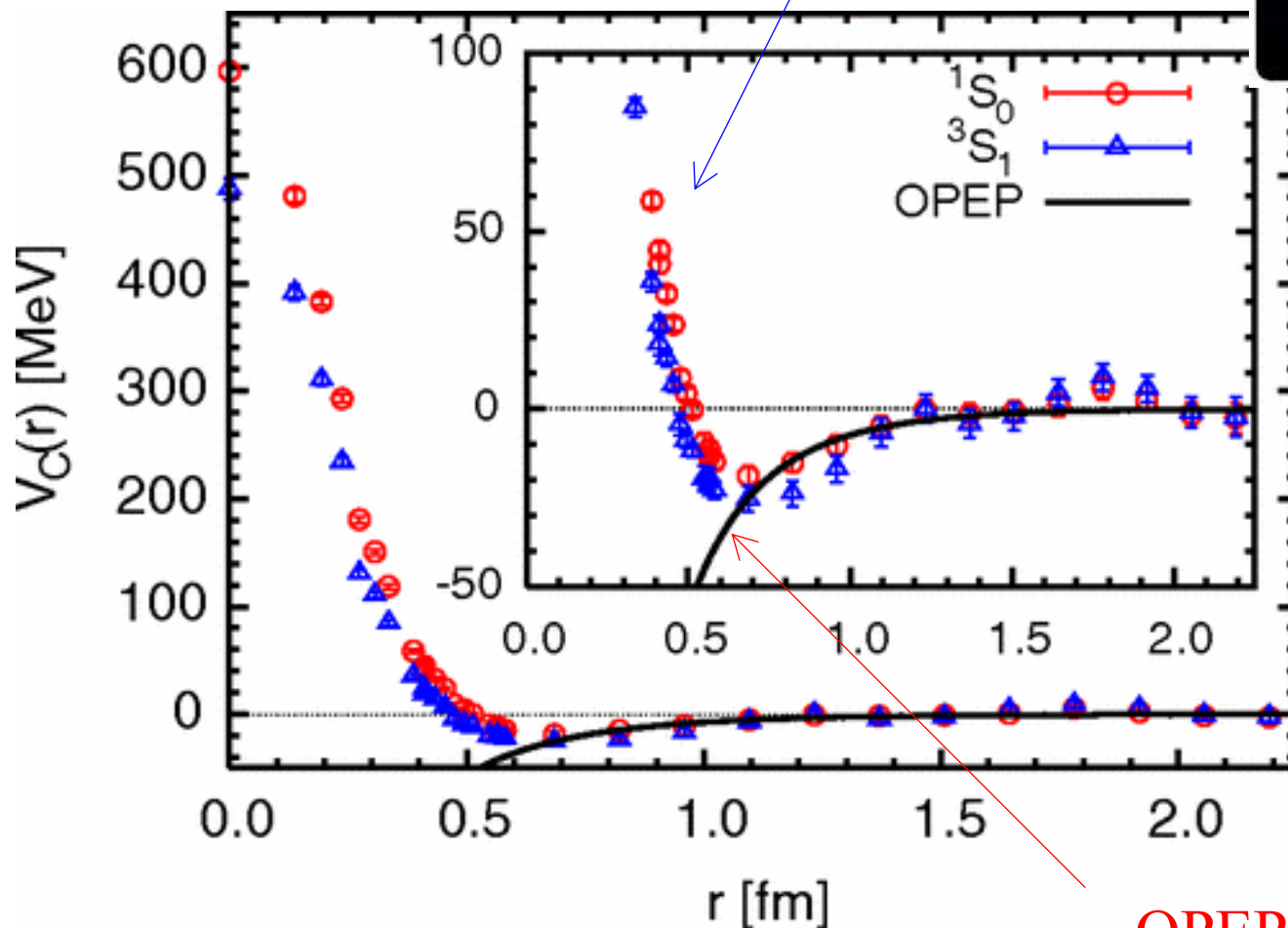
$$\psi(\mathbf{r}) \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} G_{NN}(\mathbf{r}, t)$$

を仮定してポテンシャル V を求める



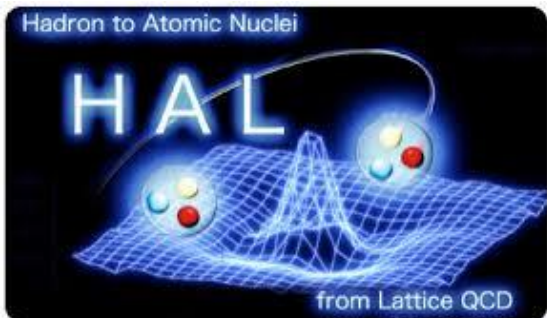
格子QCDによる核力

斥力芯



OPEP

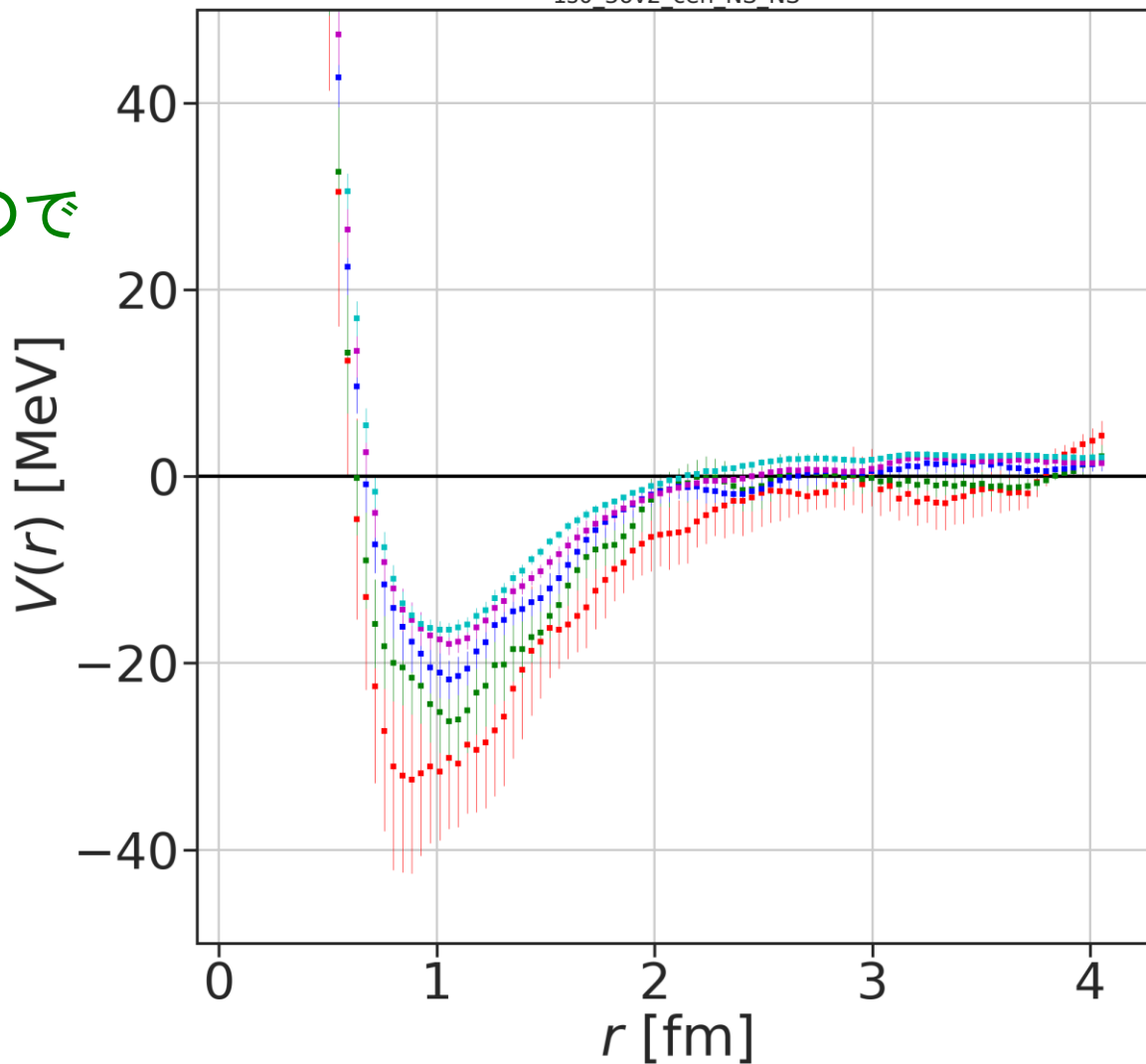
N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda, Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 022001



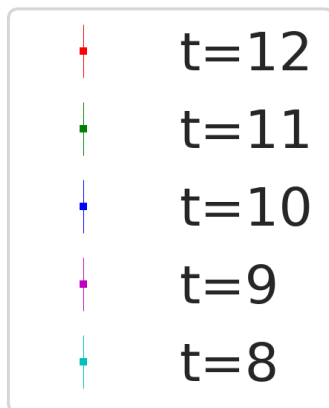
最近の進展

$N\Lambda$ ポテンシャル(土居 et al.)

1s0_3ov2_cen_NS_NS



$N\Lambda$ と $N\Sigma$ の結合があるので
難しいケース



One-pion exchange potential (OPEP)

パイ中間子: アイソベクトル (π^0, π^+, π^-)、擬スカラー(負パリティ)

$$\rightarrow \mathcal{L}_{\pi NN} = -g \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 N \tau \cdot \partial_\mu \pi$$

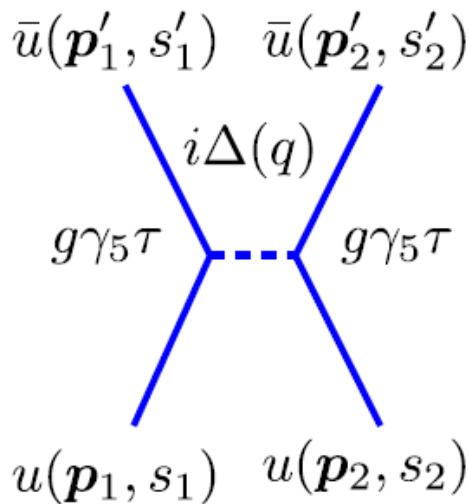
核子場

パイオン場

これを基にポテンシャルを求めると、

$$V(r) = -\frac{g^2}{4\pi} (\tau_1 \cdot \tau_2) (\sigma_1 \cdot \nabla) (\sigma_2 \cdot \nabla) \frac{e^{-\mu r}}{r}$$

$$\mu = m_\pi c / \hbar$$



*詳細は、

A. Obertelli and H. Sagawa,

“Modern Nuclear Physics” (Springer)

などを参照のこと

(左の振幅を q の関数として書いて
おいてフーリエ変換する)

One-pion exchange potential (OPEP)

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) &= -\frac{g^2}{4\pi}(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \nabla)(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \nabla)\frac{e^{-\mu r}}{r} \\ &= \frac{g^2}{4\pi}(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \left[((\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) + S_{12}Y_T(\mu r)) \frac{\mu^2 e^{-\mu r}}{3} \frac{1}{r} \right. \\ &\quad \left. - \frac{4\pi}{3}(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)\delta(\mathbf{r}) \right] \end{aligned}$$

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

$$Y_T(\mu r) = \left(1 + \frac{3}{\mu r} + \frac{3}{\mu^2 r^2} \right)$$

テンソル力

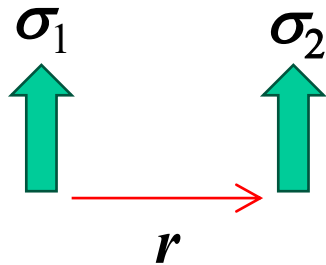
$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{s}_1 + \boldsymbol{s}_2 = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}_1 + \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}_2 \quad \text{を用いると}$$

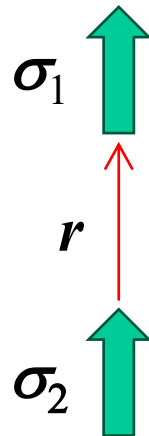
$$S_{12} = \frac{2}{\hbar^2} \left[\frac{3(\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{r})^2}{r^2} - (\boldsymbol{S})^2 \right] \quad \text{と書き直すことができる。}$$

→ $S=0$ ではゼロになる

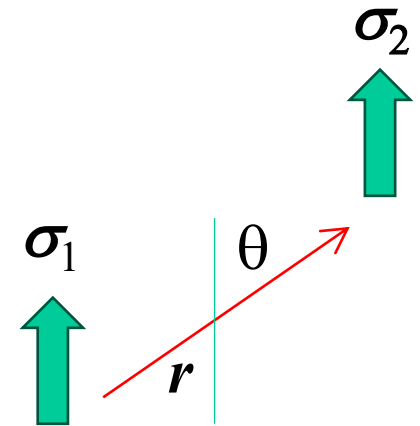
古典的には:



$$S_{12} = -1$$

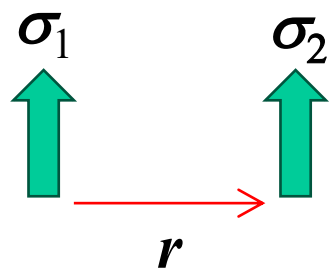


$$S_{12} = 2$$

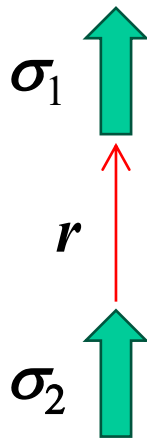


$$S_{12} = 3\cos^2\theta - 1 \sim Y_{20}(\theta)$$

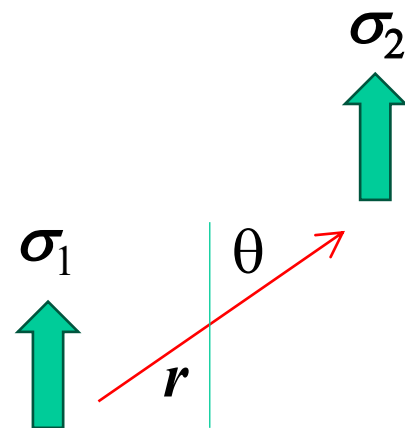
古典的には:



$$S_{12} = -1$$



$$S_{12} = 2$$



$$S_{12} = 3\cos^2\theta - 1 \sim Y_{20}(\theta)$$

量的には:

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

$$= 3[[\hat{\boldsymbol{r}}\hat{\boldsymbol{r}}]^{(2)}[\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_2]^{(2)}]^{(00)}$$

$$[\hat{\boldsymbol{r}}\hat{\boldsymbol{r}}]^{(2M)} = \sum_{m,m'} \langle 1m1m'|2M \rangle \hat{\boldsymbol{r}}_m \hat{\boldsymbol{r}}_{m'} \quad \text{など}$$

テンソル力

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

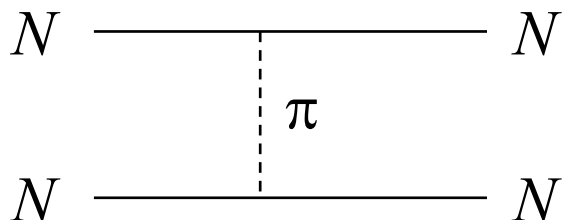
→ $S=0$ ではゼロになる

- ・重陽子 ($S=1$) が束縛し、 nn ($S=0$) が束縛しない理由
- ・重陽子のD波成分(四重極モーメント)の説明(4%程度のD波成分)

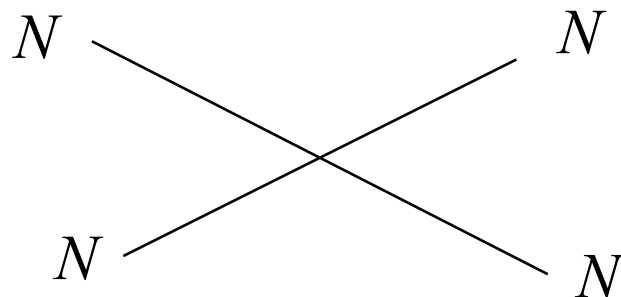


現代的な核力:カイラル有効場の理論 (Chiral EFT)

QCDのカイラル対称性を尊重して相互作用を構築する



長距離部分は π 交換



短距離部分は接触型
(パラメータは実験で決定)
low-energy constant

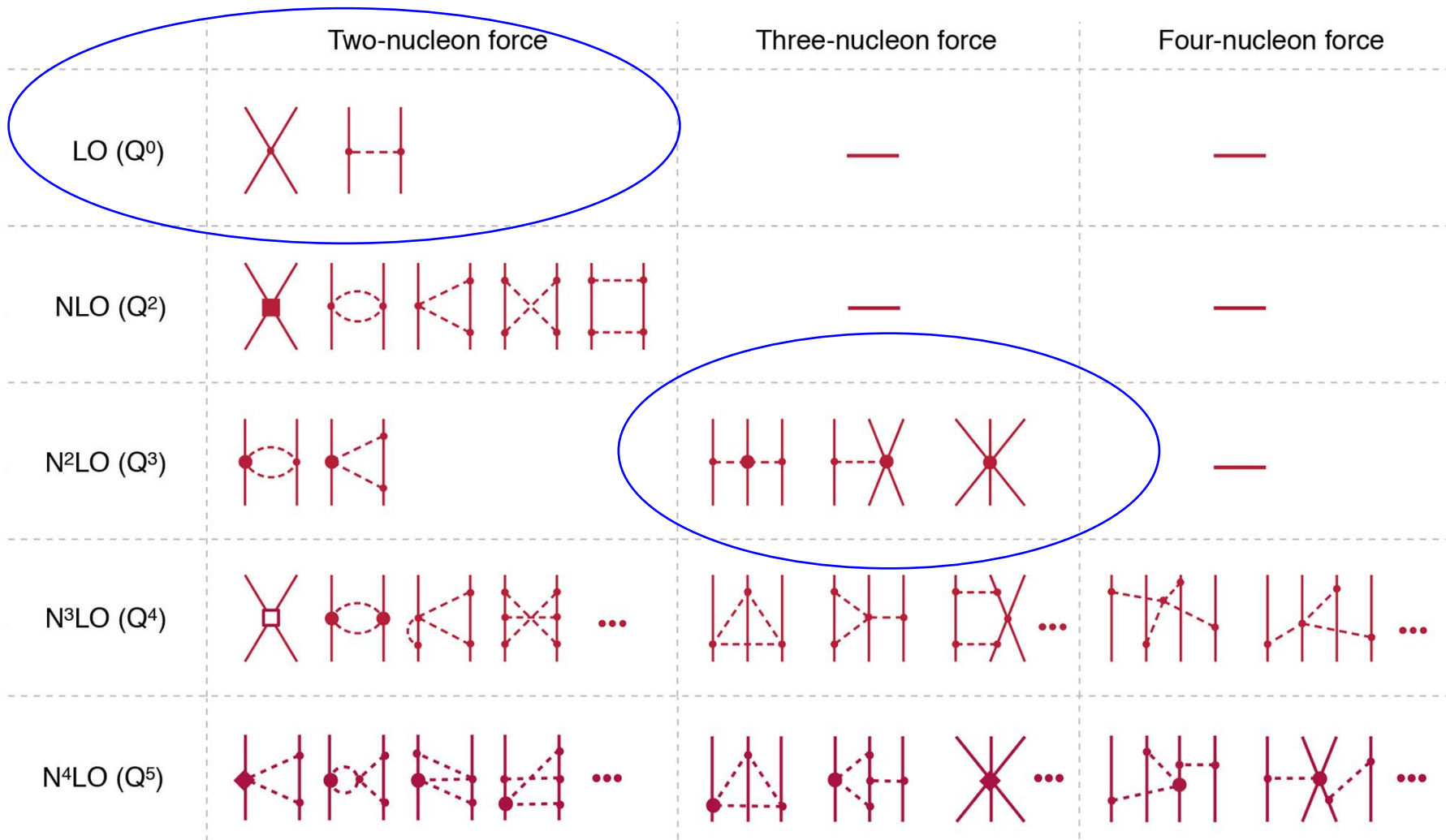
これが出発点 $\rightarrow Q/\Lambda_{\text{QCD}}$ の展開として高次項を求める

QCDスケール ($\sim \text{GeV}$)

三体力も高次項として自動的に現れる

: 同じ枠組みで2体力と3体力をコンシステントに構築できる

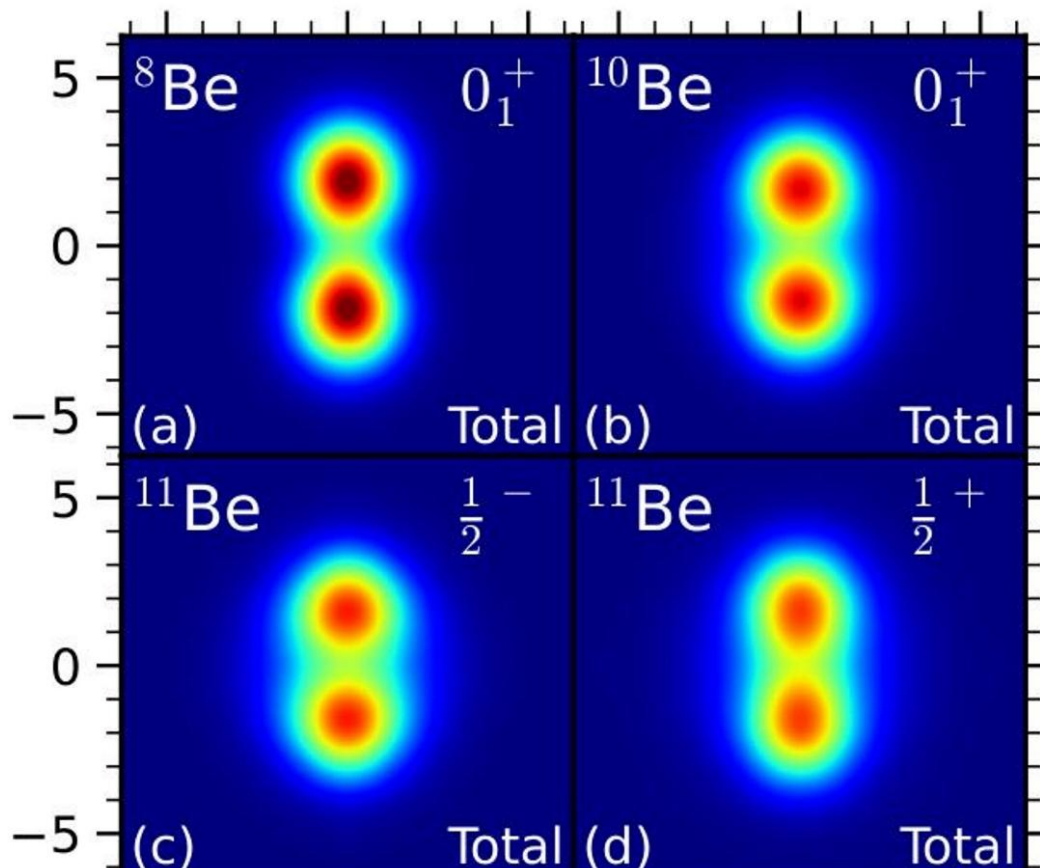
現代的な核力:カイラル有効場の理論 (Chiral EFT)



E. Epelbaum et al., Rev. Mod. Phys. 81, 1773 (2008).
 E. Epelbaum et al., Front. Phys. 8, 98 (2020).

現代的な核力:カイラル有効場の理論 (Chiral EFT)

Chiral EFT 相互作用を用いた最近の第一原理多体計算の例
(N3LOまで考慮してNuclear Lattice EFT法で多体波動関数を求める)



Be アイソトープ
のクラスター構造