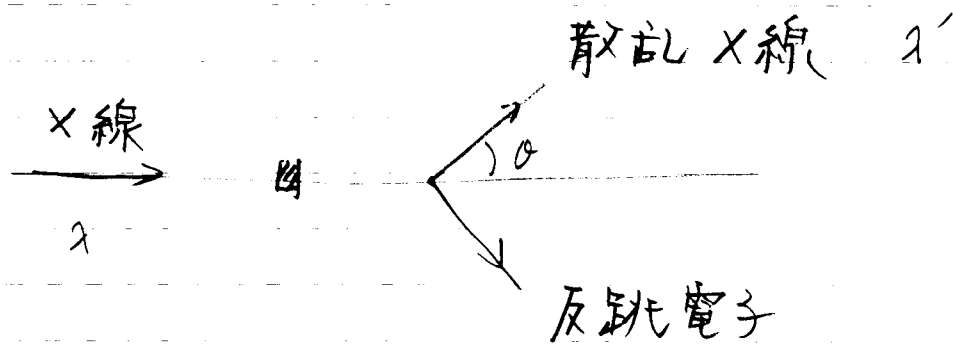
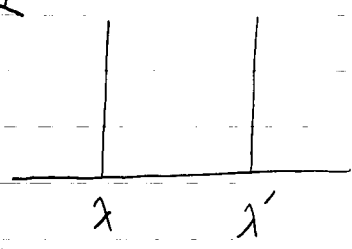


・コンプトン効果



θ : 一定



X線の「粒子」と電子の2体散乱を仮定すると
実験データをよく説明

1.4. ボアの原子模型

エネルギーの離散性 → 原子でも

バルマーの公式 (原子のスペクトル線に成り立つ式)

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (n_1, n_2 \text{ は自然数})$$

→ 原子のエネルギーが $\frac{1}{n^2}$ に比例することを示唆

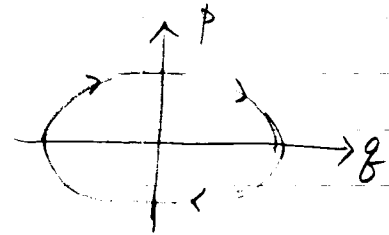
ボールモデルの原子模型

i) 原子は離散的なエネルギーを持つ状態のみ。
「定常状態」。2つの定常状態間をジャンプ
するときのみ光を放出・吸収する。

ii) $h\nu = E' - E''$

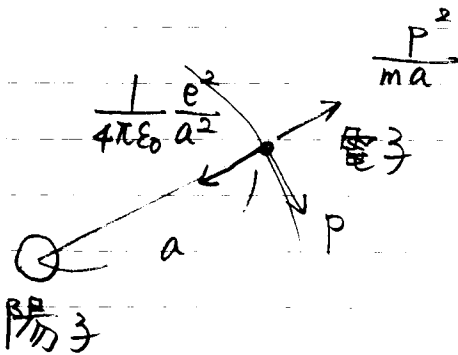
iii) 電子は古典的な運動のうち

$$\oint p \, dq = n h \quad (n=1, 2, \dots)$$



を満す状態のみが許される。

「ボールモデルの量子化条件」



$$\begin{cases} 2\pi a \cdot p = n h & (\text{量子化条件}) \\ \frac{p^2}{ma} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} & (\text{古典的な運動方程式}) \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{1}{ma} \cdot \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 a^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$\rightarrow a = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{\pi m e^2}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a}$$
$$= -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a} = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2} \equiv E_n$$

すなわち $E_n \propto \frac{1}{n^2}$

原子の安定性：最低エネルギー状態 ($n=1$) が存在。

「基底状態」

これ以下にエネルギーがなることはない。

2. 量子力学と波動関数

2.1. 波動関数とシュレディンガー方程式

光 (電磁波) \leftrightarrow 粒子 (光子)

- 黒体輻射
- 光電効果
- コンプトン効果

それならば

粒子 (電子など) \leftrightarrow 波としての性質
(ド・ブローイ)

「ド・ブローイ波」
「物質波」

ド・ブローイ

運動量 P
エネルギー E) の自由粒子

古典的なエネルギー: $E = \frac{P^2}{2m}$

→ ド・ブローイ波

波数ベクトル: $k = P/\hbar$

角振動数: $\omega = E/\hbar$

で特徴づけられる波動

$$\psi(\mathbf{r}, t) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t} = e^{i(P \cdot \mathbf{r} / \hbar - iEt / \hbar)}$$

空間の位置ベクトル
で記述できると主張
時間

符号は 相対論から。

波長: $\lambda = \frac{\hbar}{P} = \frac{1}{k}$ 「ド・ブローイ波長」

シュレディンガー : $\psi(r, t) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega t}$

$\rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi$ に従うことを発見 $[\nabla = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)]$

(左辺) = $i\hbar \cdot \frac{\omega}{i} \psi = \hbar\omega \psi = E\psi$

(右辺) = $-\frac{\hbar^2}{2m} (-ik)^2 \psi = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \psi = \frac{P^2}{2m} \psi$

$\rightarrow \underbrace{\left(E - \frac{P^2}{2m}\right)}_0 \psi = 0$

$\boxed{E} \psi = \boxed{\frac{P^2}{2m}} \psi$
 \Downarrow
 $\boxed{i\hbar \frac{\partial}{\partial t}} \psi = \boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2} \psi$

$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$

$P \rightarrow \frac{\hbar}{i} \nabla$



という置き換えをして
関数 $\psi(r, t)$ に演算

符号の違いは相対論から

関数 $\psi(r, t)$ に作用する「演算子」
(10L-9-)

(古典論) エネルギー E , 運動量 P : 数 (「c数」)

(量子論) エネルギー : $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$

運動量 : $\hat{P} = \frac{\hbar}{i} \nabla$ 演算子

「量子化の手続き」

① ポテンシャルがある場合にも拡張が可能

(古典) $E = \frac{p^2}{2m} + V(r, t)$

→
$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r, t) \right) \psi(r, t)$$

シュレディンガー方程式

$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r, t)$ (ハミルトニアン)

→
$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \hat{H} \psi$$

ψ : 「波動関数」

② 重ね合わせの原理

$$\begin{cases} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_1 = \hat{H} \psi_1 \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_2 = \hat{H} \psi_2 \end{cases}$$

とすると, $\psi(r, t) = \alpha \psi_1(r, t) + \beta \psi_2(r, t)$

は $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t) = \hat{H} \psi(r, t)$ に従う。

(α, β は r, t によらない定数)

(note) ガウス型波束

$\psi_k(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}$ (1次元)

→ $\psi(x, 0) = \int_{-p}^{+p} dk e^{-\gamma(k-k_0)^2/2} \psi_k(x, 0)$