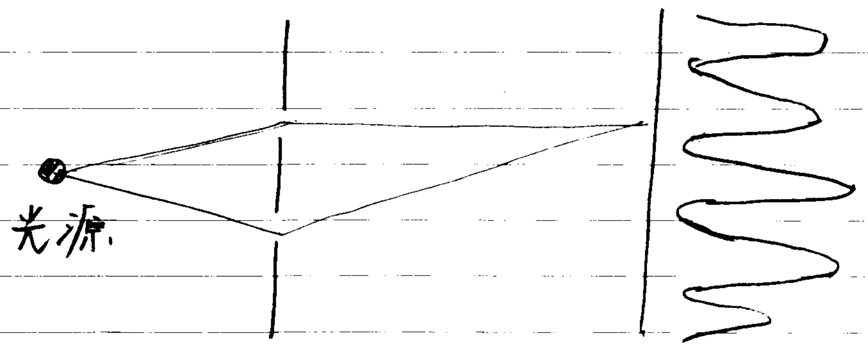
1. 前期量子論

1.1. 量子の世界

- 20世紀のはじめころまで → 古典論
- 20世紀のはじめころ → 不思議な現象がいろいろと見つかる

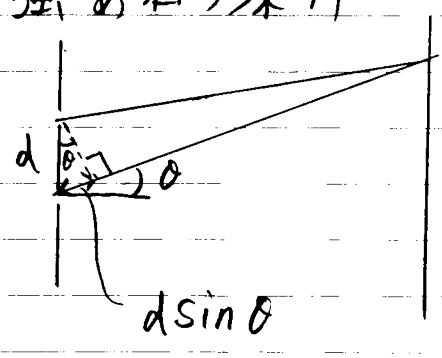
a) 電子の回折と干渉

2重スリット



光は波（電磁波）

波が強め合う条件



$$\boxed{d\sin\theta = n\lambda}$$

電子を使っても同様の干渉パターン
外村彰氏の実験（1989年）

cf.「光子の裁判」朝永振一郎

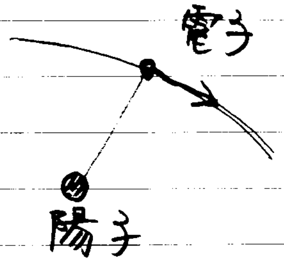
→ 電子は波のようにも振るまっている。

$v = r\dot{\theta}$

$mr^2\dot{\theta} = \ell$

b) 原子の安定性

水素原子



古典力学 : $m\dot{v} = -\dfrac{e^2}{r^2} e_r$

$\rightarrow |\dot{v}| = \dfrac{e^2}{mr^2}$

荷電粒子が加速度運動
$\rightarrow$ 電磁放射によるエネルギー消失

単位時間当たりのエネルギー消失
(電磁気)

$$S = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}(\dot{v})^2 \quad (erg/s)$$

$$\Downarrow \quad S = -\frac{dE}{dt} = \frac{2e^6}{3m^2c^3r^4}$$

(note)

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2r}$$

(ビリアル定理)

$\downarrow$

$V(r) = ar^{n+1}$

$\langle T\rangle = \dfrac{n+1}{2}\langle V\rangle$

$n=-2 \rightarrow \langle T\rangle = -\dfrac{\langle V\rangle}{2}$

$E = \dfrac{1}{2}\langle V\rangle$

$$\Downarrow \quad \dot{E} = \frac{e^2}{2r^2}\dot{r}$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{r^2\dot{r}}_{= \frac{1}{3}\frac{d}{dt}r^3} = -\frac{4e^4}{3m^2c^3}$$

$$r^3(t) = r_0^3 - \frac{4e^4}{m^2c^3}t$$

$\rightarrow$ 半径が小さくなっていく.

$r(t)=0$ となる t は

$$t = \frac{m^2c^3}{4e^4} r_0^3$$

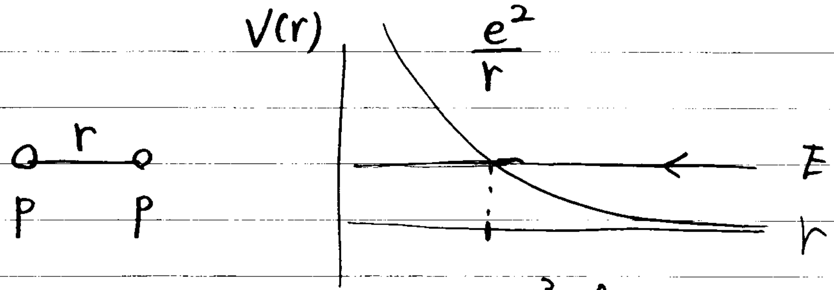
$r_0 = 1\,\mathrm{\AA}$ とすると　$t \sim 10^{-10}$ sec.

→ 古典力学では原子の寿命は 10^{-10} 秒

c) トンネル効果

太陽 ： 陽子＋陽子の核融合反応

太陽の中心温度 ： 1500万度 $= 1.5\times10^7$ K



~ 1 keV

核融合が起こるためには
核力がはたらくくらい近づかなくては
ならない （~ 1 fm）

→ 古典力学では太陽は燃えない

⤳ トンネル効果

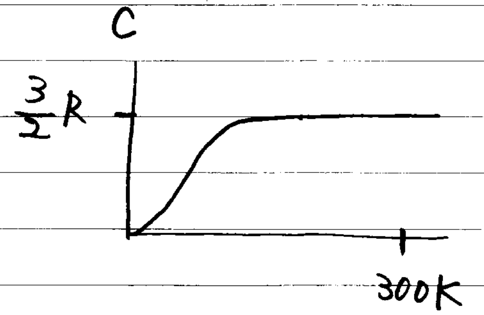
d) 比熱の問題

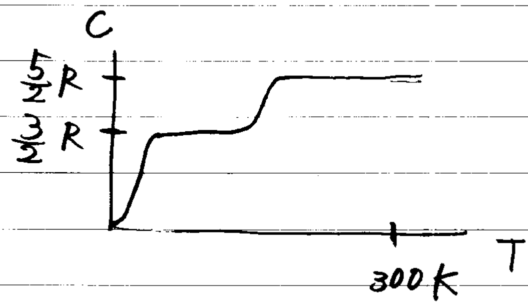
エネルギー等分配則：各自由度に $\frac{1}{2}k_BT$ のエネルギー

並進 ← 1モルの 1原子分子 → $E=\frac{3}{2}N_A k_B T=\frac{3}{2}RT$

並進+回転 ← 〃 2原子分子 → $E=\frac{5}{2}N_A k_B T=\frac{5}{2}RT$

モル比熱 $C=\frac{\partial E}{\partial T} = \begin{cases}\frac{3}{2}R & (1原子分子)\\ \frac{5}{2}R & (2原子分子)\end{cases}$





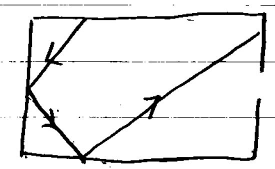
低温で等分配則が成り立たなくなる。

DEPARTMENT OF PHYSICS
GRADUATE SCHOOL OF SCIENCE
KYOTO UNIVERSITY

No.

1.2. 真空の比熱とエネルギー量子の発見

温度 T の真空 → 様々な波長の電磁波が存在
cf. 3度K輻射 (WMAP)



空洞放射　　小孔から空洞に入った電磁波は外に出ない →「黒体」
黒体放射

小孔から空洞内の色を観測したときに温度 T がわかるか？

cf. 18世紀後半　産業革命
→ 鉄を精錬する溶鉱炉の温度を知りたい

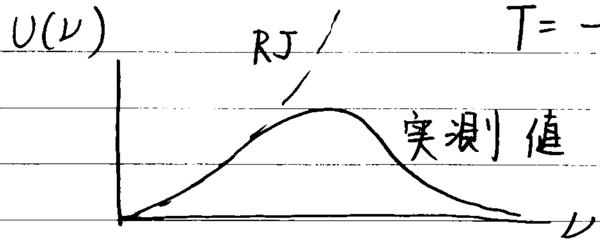
a) レーリー・ジーンズ (RJ) の式　(古典論)

単位体積あたり，ν と $\nu + d\nu$ のあいだの振動数を持つ光のエネルギー

$$U(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2 k_B T\, d\nu \quad (\text{RJの式})$$

※導出は後ほど

T＝一定



・νが小さいときには実測値をよく再現

・全エネルギー ： $E=\int_0^\infty d\nu\, U(\nu) = k_B T \underbrace{\int_0^\infty \frac{8\pi}{c^3}\nu^2 d\nu}_{\text{発散}}$

比熱　$C=\frac{\partial E}{\partial T}=\infty$

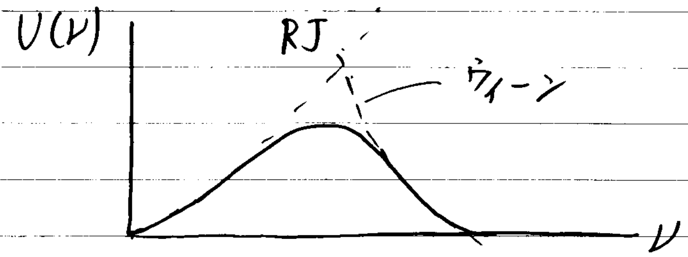
→ 温度を1度上げるために無限の熱が必要

b) ウィーンの式

$$U_{RJ}(\nu)=\frac{8\pi^2}{c^3}\nu^2 k_B T=\frac{8\pi^2}{c^3}\nu^3\cdot\underbrace{\frac{k_B T}{\nu}}_{\downarrow}$$

ウィーン： $k_B\beta e^{-\beta\nu/T}$ とおいた

(導出は朝永を見よ)



c) プランクの式

RJとウィーンを結ぶ内挿公式を発見

$$U(\nu) = \frac{8\pi}{c^3}\nu^3 \cdot F\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{k_B}{x} & (\text{RJ}) \\ k_B \beta e^{-\beta x} & (\text{ウィーン}) \end{cases}$$

プランク $F(x) = \dfrac{k_B \beta}{e^{\beta x} - 1}$

βは現象論的に決める

→ $h \equiv k_B \beta = 6.626 \times 10^{-34}$ J·S とすると
実験データとぴったり（プランク定数）

$x \ll 1$

$$e^{\beta x} - 1 \sim 1 + \beta x - 1 = \beta x$$

$$\Rightarrow F(x) \sim \frac{k_B}{x} \quad (\leftrightarrow \text{RJ})$$

$x \gg 1$

$$e^{\beta x} - 1 \sim e^{\beta x}$$

$$\Rightarrow F(x) \sim k_B \beta e^{-\beta x} \quad (\leftrightarrow \text{ウィーン})$$