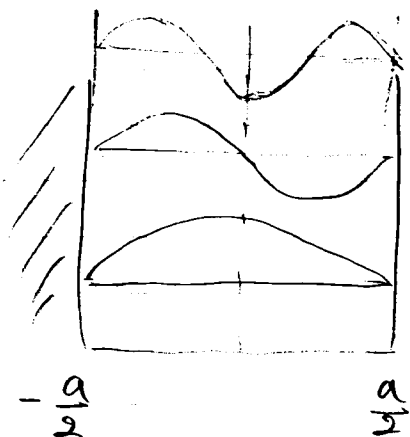


□ ハリテイ

$$V(x) = \begin{cases} 0 & -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ \infty & \text{それ以外} \end{cases}$$



+ (n=3)

- (n=2)

ハリテイ + (n=1)

ポテンシャルは $x \rightarrow -x$ で不変 ($V(-x) = V(x)$).

$$\pi V(x) \pi^{-1} \equiv V(-x) = V(x)$$

「ハリテイ変換で不変」

$$\rightarrow \pi H \pi^{-1} = H, \quad \text{すなわち } [H, \pi] = 0$$

$\rightarrow H$ と π が同時固有状態を作れる

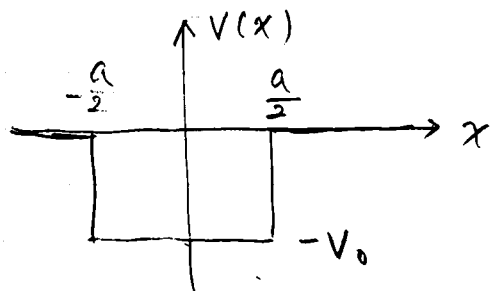
(note) $\pi \phi(x) = \phi(-x)$

$$\pi^2 \phi(x) = \pi \phi(-x) = \phi(x)$$

$\rightarrow \pi^2 = 1$, すなわち π の固有値は ± 1 .

$$\begin{cases} \pi \phi_{2n-1}(x) = \phi_{2n-1}(x) & \text{「正ハリテイ状態」} \\ \pi \phi_{2n}(x) = -\phi_{2n}(x) & \text{「負ハリテイ状態」} \end{cases}$$

3.3. 有限井戸型ポテンシャル (束縛状態: $E < 0$)



$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & (-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

(note) a 場合も ψ は対称性あり

$$x < -\frac{a}{2} \text{ 及 } x > \frac{a}{2} \quad \tau'' \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \phi(x) = E \phi(x)$$

$$\rightarrow \phi(x) \propto e^{\pm \kappa x}$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} |E|}$$

$$-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \quad \tau'' \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \phi(x) - V_0 \phi(x) = E \phi(x)$$

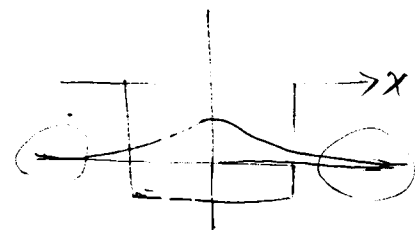
$$\rightarrow \phi(x) \propto e^{\pm i k' x}$$

$$k' = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V_0 + E)}$$

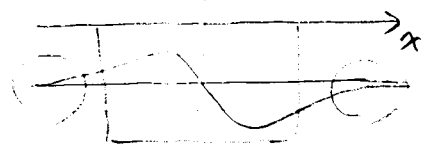
$$x \rightarrow \pm \infty \quad \tau' \quad \phi(x) \rightarrow 0$$

\therefore ψ は固有状態

$$\downarrow \quad \phi_+(x) = \begin{cases} A e^{+\kappa x} & (x < -\frac{a}{2}) \\ B \cos k' x & (-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}) \\ A e^{-\kappa x} & (x > \frac{a}{2}) \end{cases}$$



$$\phi_-(x) = \begin{cases} A' e^{+\kappa x} & (x < -\frac{a}{2}) \\ B' \sin k' x & (-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}) \\ -A' e^{-\kappa x} & (x > \frac{a}{2}) \end{cases}$$



接続条件:
$$\begin{cases} \phi_{<}(\pm \frac{a}{2}) = \phi_{>}(\pm \frac{a}{2}) \\ \phi'_{<}(\pm \frac{a}{2}) = \phi'_{>}(\pm \frac{a}{2}) \end{cases}$$

$\phi(x)$ と $\phi'(x)$ は境界で連続にならなければならない

(note)

$$\phi'_{>}(b) - \phi'_{<}(b) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{b-\epsilon}^{b+\epsilon} dx \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2}$$

$$= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{b-\epsilon}^{b+\epsilon} dx \frac{2m}{\hbar^2} (V(x) - E) \phi(x)$$

↑
シュレディンガー方程式

$$= 0 \quad (\text{もし } V(x) \text{ が有限であれば})$$

* テルメ関数型ポテンシャルでは
これが成り立たない。

* 無限井戸型ポテンシャルでも。



$x = \frac{a}{2}$ での接続条件:

$$\begin{cases} A e^{-\frac{\kappa a}{2}} = B \cos \frac{k'a}{2} \\ -A \kappa e^{-\frac{\kappa a}{2}} = -B k' \sin \frac{k'a}{2} \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} -A' e^{-\frac{\kappa a}{2}} = B' \sin \frac{k'a}{2} \\ A' \kappa e^{-\frac{\kappa a}{2}} = B' k' \cos \frac{k'a}{2} \end{cases}$$

(+ ノリテ) (- ノリテ)

$$\rightarrow \kappa = k' \tan \frac{k'a}{2} \quad ; \quad \kappa = -k' \cot \left(\frac{k'a}{2} \right)$$

(note)

$$\left(\frac{\kappa a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} \cdot \frac{2m}{\hbar^2} (-E)$$

$$\left(\frac{\kappa' a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} \cdot \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 + E) = \frac{ma^2}{2\hbar^2} V_0 - \left(\frac{\kappa a}{2}\right)^2$$

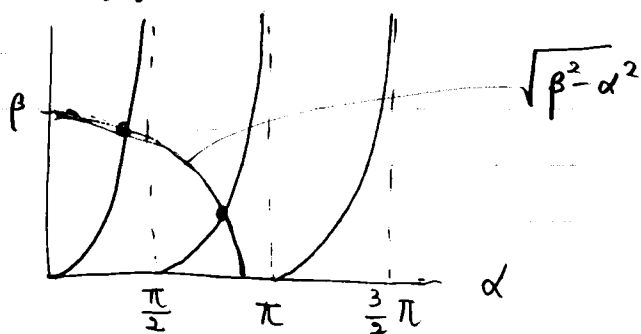
$$\frac{\kappa' a}{2} \tan \frac{\kappa' a}{2} = \frac{\kappa a}{2} = \sqrt{\frac{ma^2}{2\hbar^2} V_0 - \left(\frac{\kappa a}{2}\right)^2}$$

$$\text{or } \alpha \tan \alpha = \sqrt{\beta^2 - \alpha^2} \quad (+10^\circ \text{ } \overline{T_1})$$

$$\left(\alpha = \frac{\kappa' a}{2}, \quad \beta^2 = \frac{ma^2}{2\hbar^2} V_0\right)$$

$$-\alpha \cot \alpha = \sqrt{\beta^2 - \alpha^2} \quad (-10^\circ \text{ } \overline{T_1})$$

$\alpha \tan \alpha$ $-\alpha \cot \alpha$ $\alpha \tan \alpha$



-
- 最も1つの解 (束縛状態) がある
 - 束縛状態は有限個
 - β が大きいほど解の個数は多.
(V_0 : 大 and/or a : 大)
 - 無限井戸の場合よりエネルギーは下がる
(運動エネルギーが下がる)