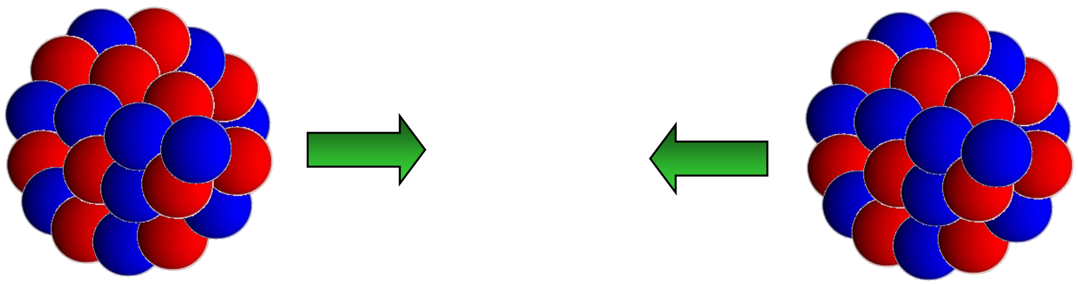
KEK素核宇・物性連携研究会（オンライン）2021年3月29日～31日

原子核反応の量子多体ダイナミックス

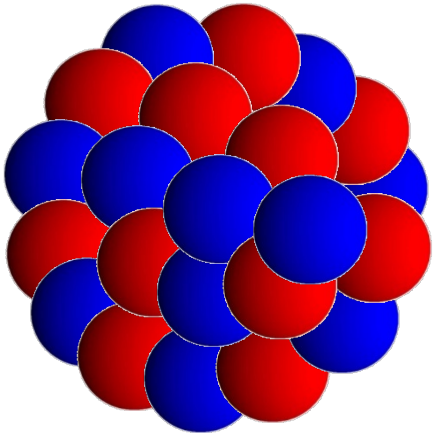
萩野浩一
京都大学大学院理学研究科



核子多体系

1. 原子核反応の物理：概観
2. 軽い核の融合反応とFeshbach 共鳴
3. 中重核の核融合反応と多体系のトンネル現象
3. 超重元素合成反応と量子開放系の物理
4. 微視的核反応理論の可能性
5. まとめ

はじめに：低エネルギー原子核物理学のめざすもの



- 核子多体系としての原子核の振る舞い

  ⟵ 核子の自由度から理解する

- 静的な振る舞い：原子核構造論
  - ✓ 基底状態の性質（質量、大きさ、形など）
  - ✓ 励起状態の性質
- ダイナミックス：原子核反応論

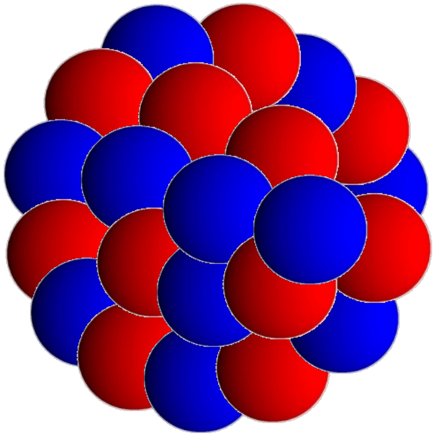
原子核は複合粒子
✓ 豊富な反応様式

- 弾性散乱
- 非弾性散乱
- 核子移行反応
- 核融合反応

はじめに:低エネルギー原子核物理学のめざすもの

□ 核子多体系としての原子核の振る舞い

⟵ 核子の自由度から理解する



➢ 静的な振る舞い:原子核構造論

✓ 基底状態の性質

（質量、大きさ、形など）

✓ 励起状態の性質

➢ ダイナミックス:原子核反応論

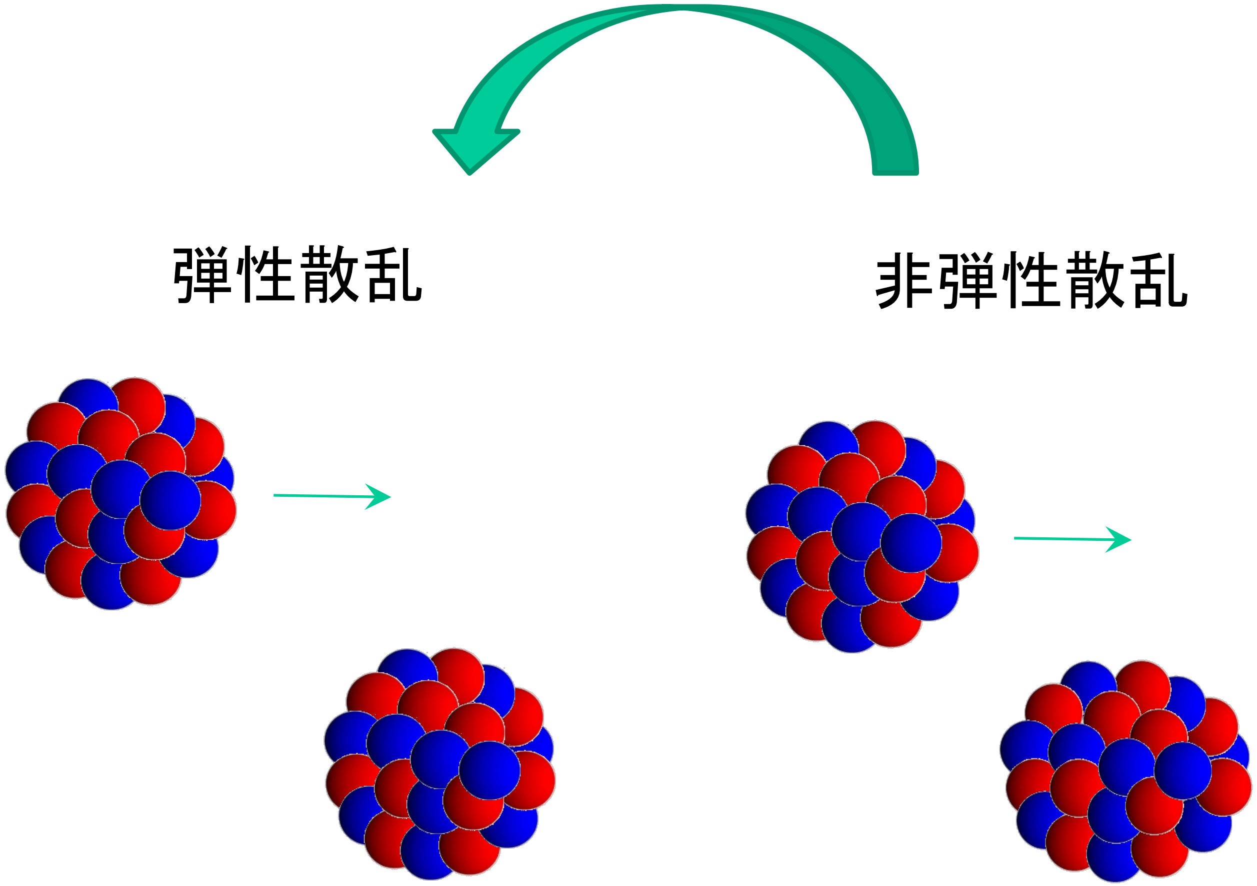
原子核は複合粒子

✓ 豊富な反応様式

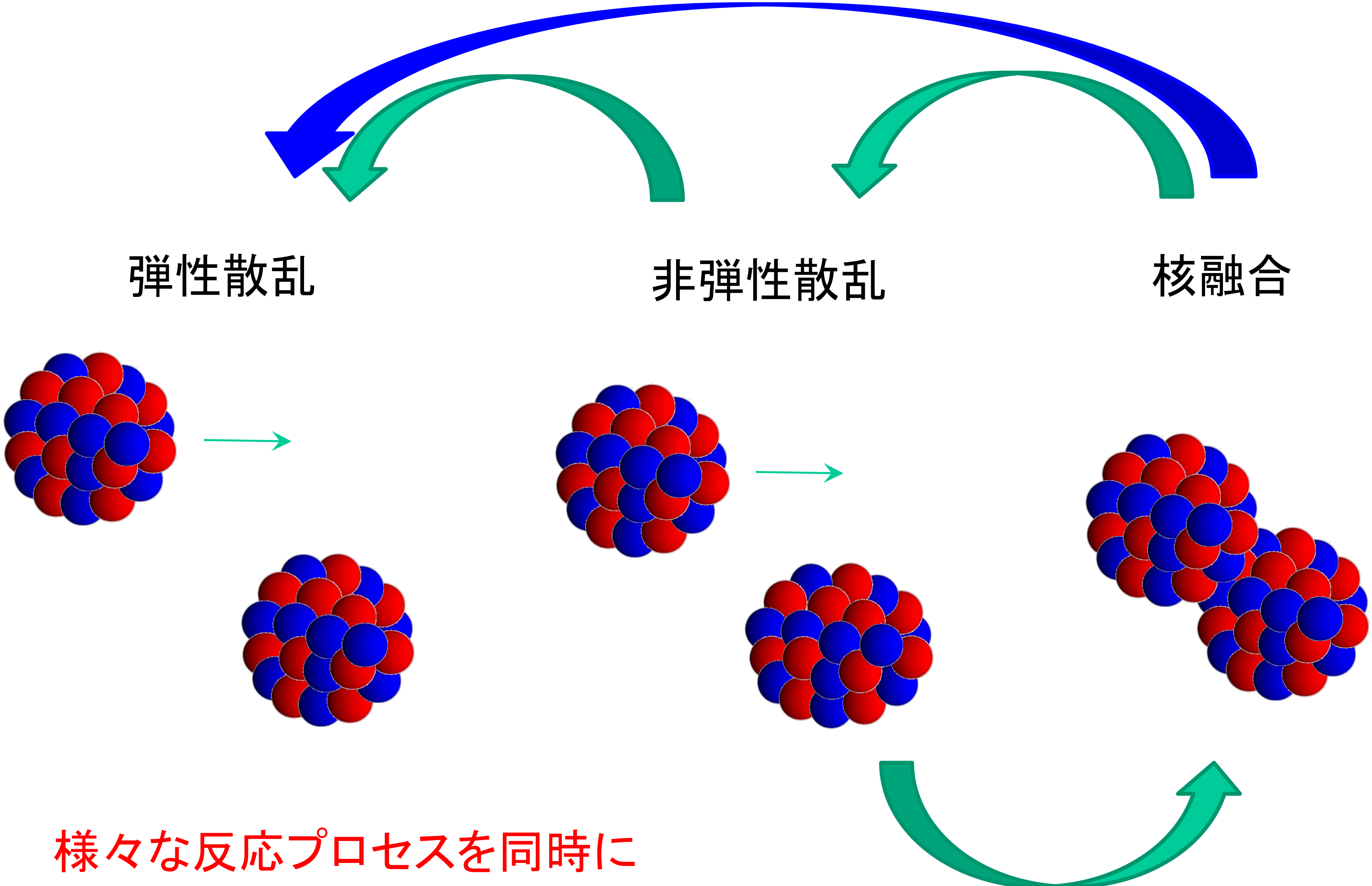
✓ 核構造と核反応の織り成す様々なインタープレイ

- 弾性散乱
- 非弾性散乱
- 核子移行反応
- 核融合反応

量子多体系のダイナミックス（原子核反応）



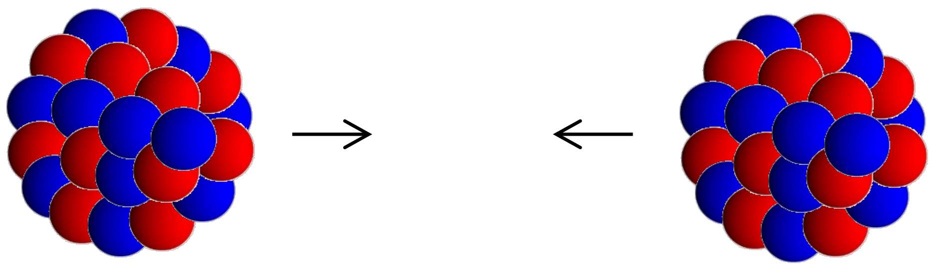
量子多体系のダイナミックス（原子核反応）



様々な反応プロセスを同時に
記述する量子反応理論

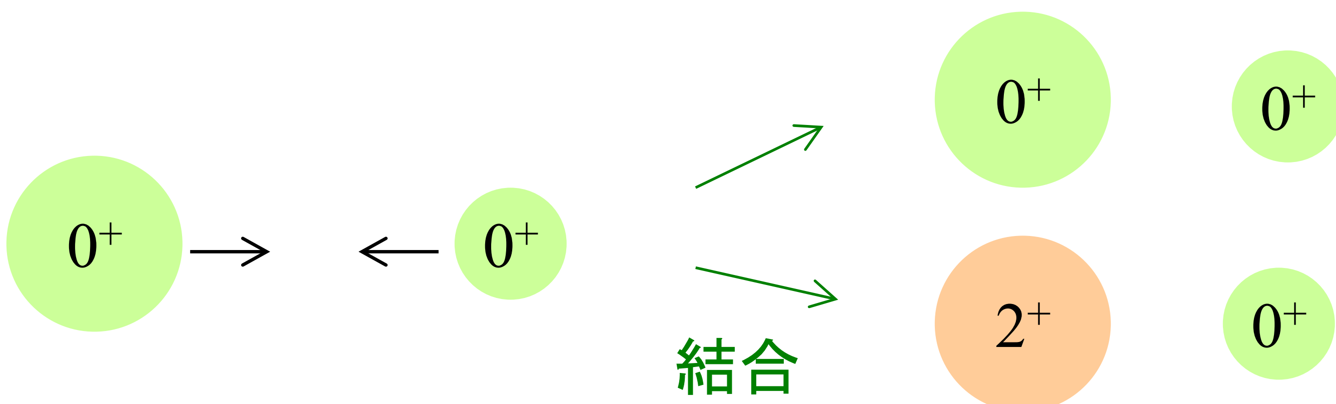
結合チャンネル法 : 内部励起を考慮した量子散乱理論

多体問題

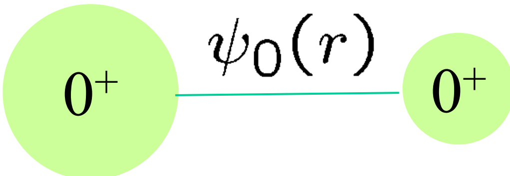


低エネルギー領域では未だに超難問題
cf. 多粒子トンネルの記述

2体問題 + 原子核の励起（結合チャンネル・アプローチ）

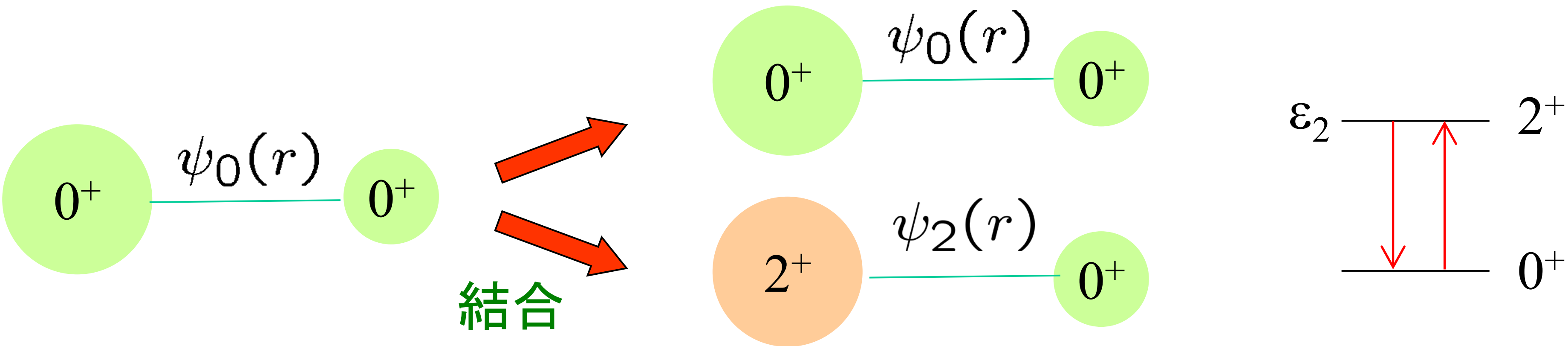


結合チャンネル法 : 内部励起を考慮した量子散乱理論



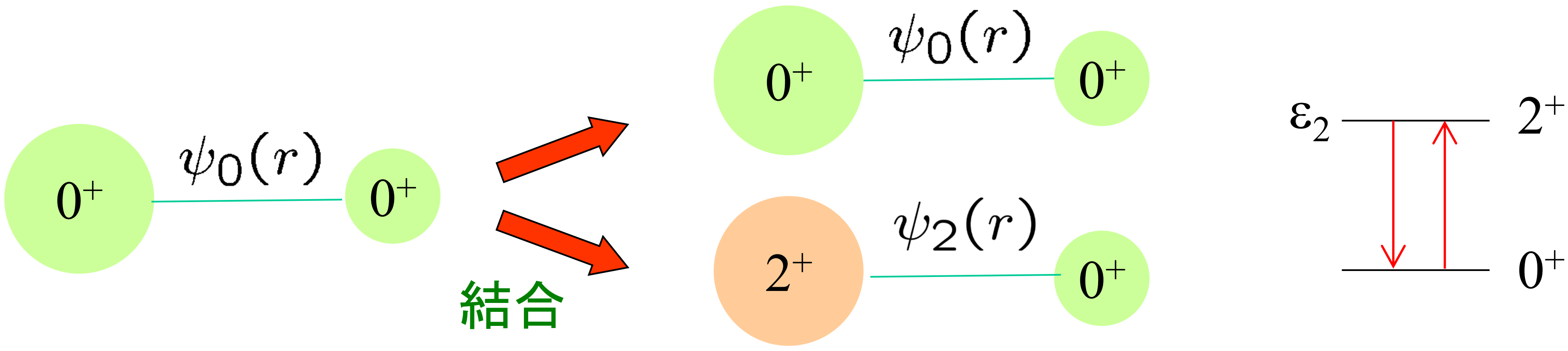
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V_0(r) - E\right]\psi_0(\boldsymbol{r}) = 0$$

結合チャンネル法　: 内部励起を考慮した量子散乱理論



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V_0(r) - E\right]\psi_0(\boldsymbol{r}) = -F_{0\to 2}(r)\psi_2(\boldsymbol{r})$$

結合チャンネル法 :内部励起を考慮した量子散乱理論

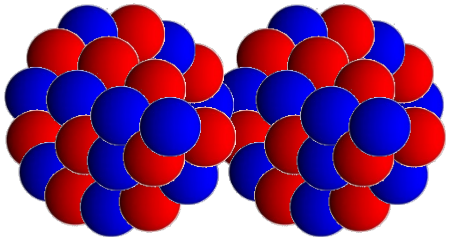


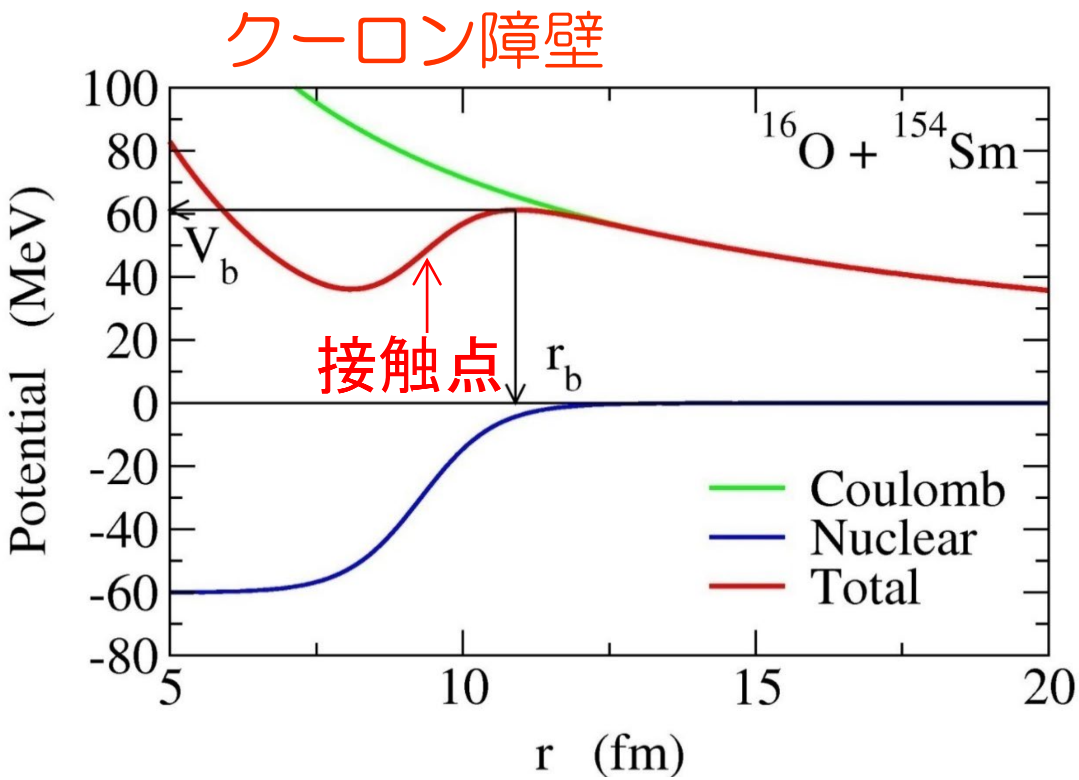
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+V_0(r)-E\right]\psi_0(\boldsymbol{r})=-F_{0\to 2}(r)\psi_2(\boldsymbol{r})$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+V_2(r)-(E-\epsilon_2)\right]\psi_2(\boldsymbol{r})=-F_{2\to 0}(r)\psi_0(\boldsymbol{r})$$

- 核融合は吸収ポテンシャル(光学ポテンシャル)を導入して表現
- 励起状態に非束縛状態を含めると分解反応も記述可
（中性子過剰核など）

核融合反応





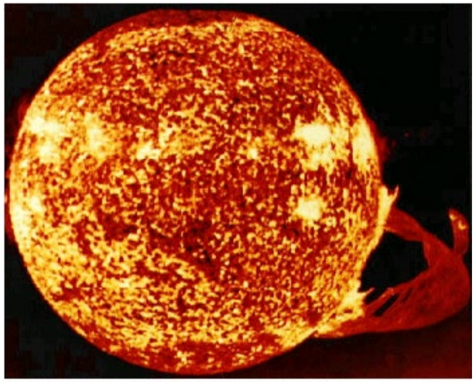
強い相互作用（引力）
とクーロン相互作用（斥力）
の競合

ポテンシャル障壁

核融合反応 → 多体系の量子トンネル現象

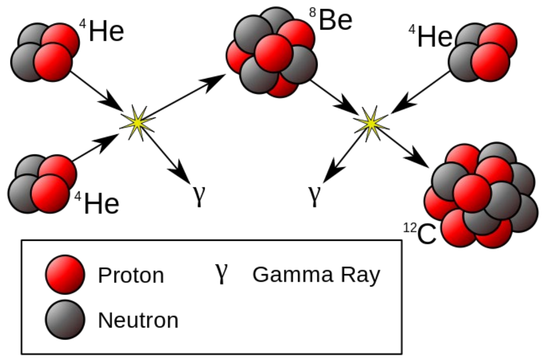
K. Hagino and N. Takigawa, Prog. Theo. Phys.128 ('12)1061

核融合反応

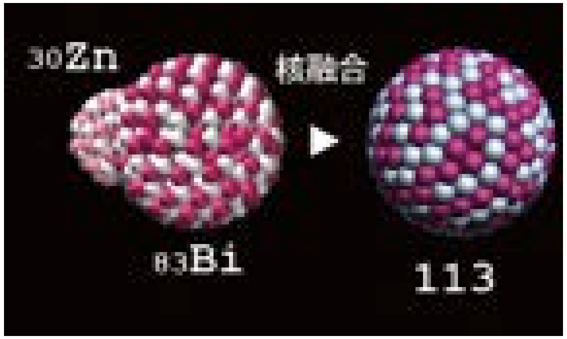


NASA, Skylab space station December 19, 1973, solar flare reaching 588 000 km off solar surface

恒星のエネルギー源
(Bethe '39)



元素合成

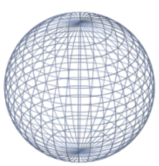
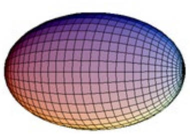
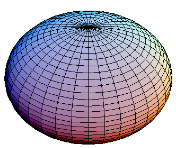


超重元素の合成

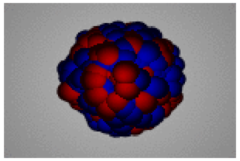
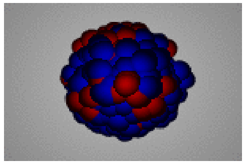
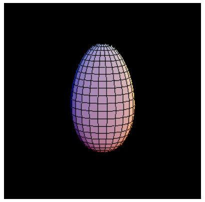
✓ 多粒子系の量子トンネル現象

・原子核の多様な内部自由度

- 原子核の様々な形

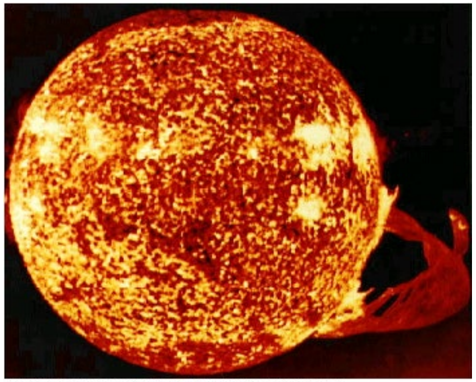




- 様々なタイプの表面振動励起

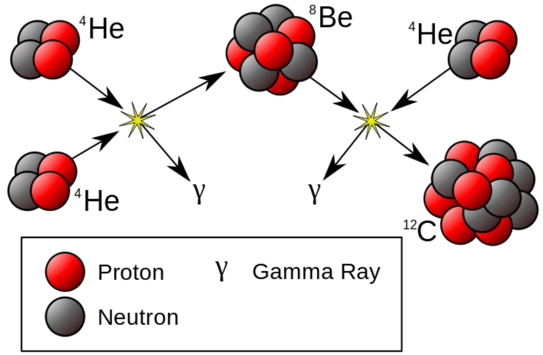




様々なモード、様々な速さ

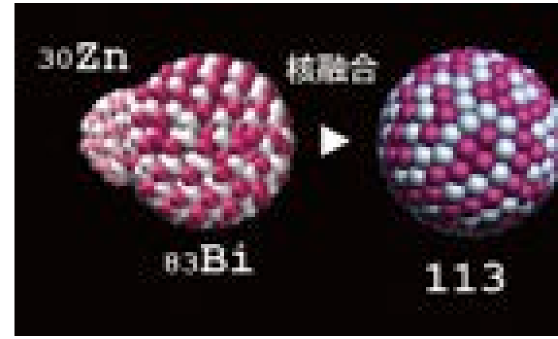
核融合反応



恒星のエネルギー源
(Bethe '39)



元素合成

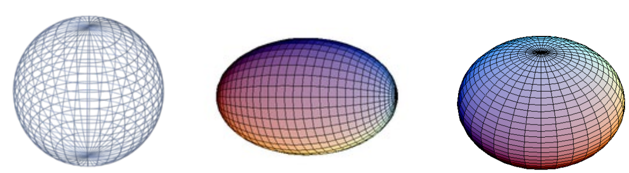


超重元素の合成

✓ 多粒子系の量子トンネル現象

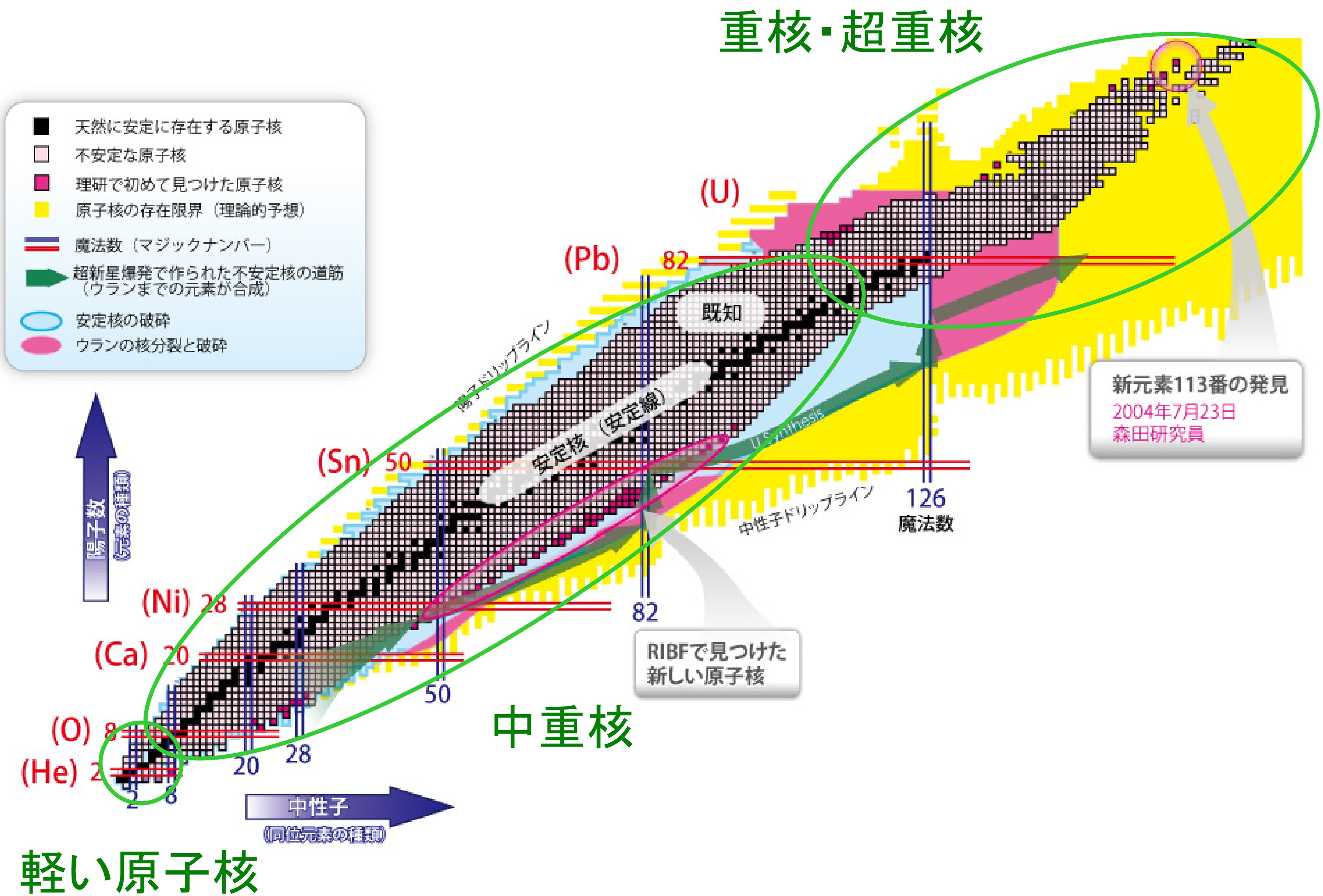
・原子核の多様な内部自由度

- 原子核の様々な形



- 様々なタイプの表面振動励起

核融合反応 ＝ 多自由度系・多粒子系の量子トンネル現象を理解する上で理想的な現象

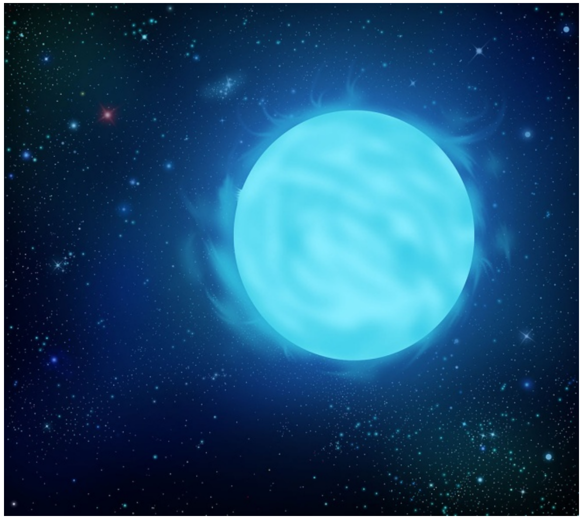


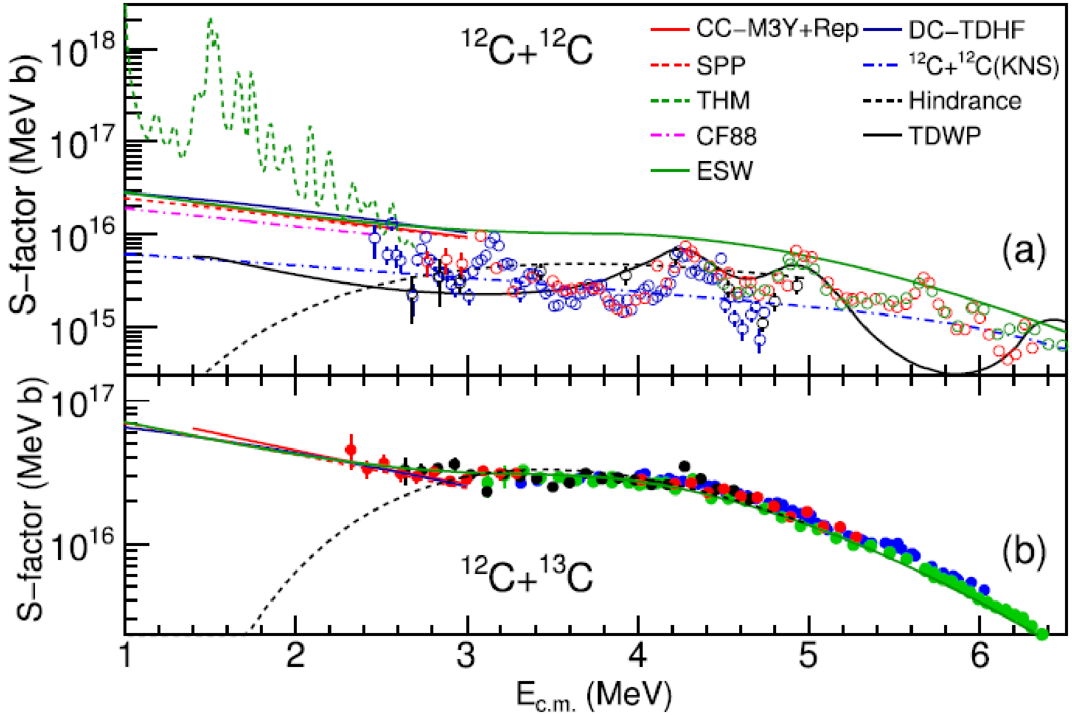
核図表：理研仁科加速器研究センター制作

軽い核の融合反応

$$S(E) = E\sigma_{\mathrm{fus}}(E)\, e^{2\pi\eta(E)}$$

$^{12}C+^{12}C$ 核融合反応





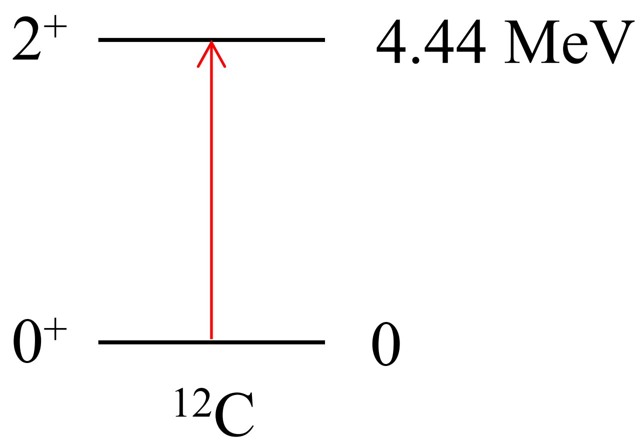
$^{12}C+^{12}C \rightarrow \alpha + ^{20}Ne$

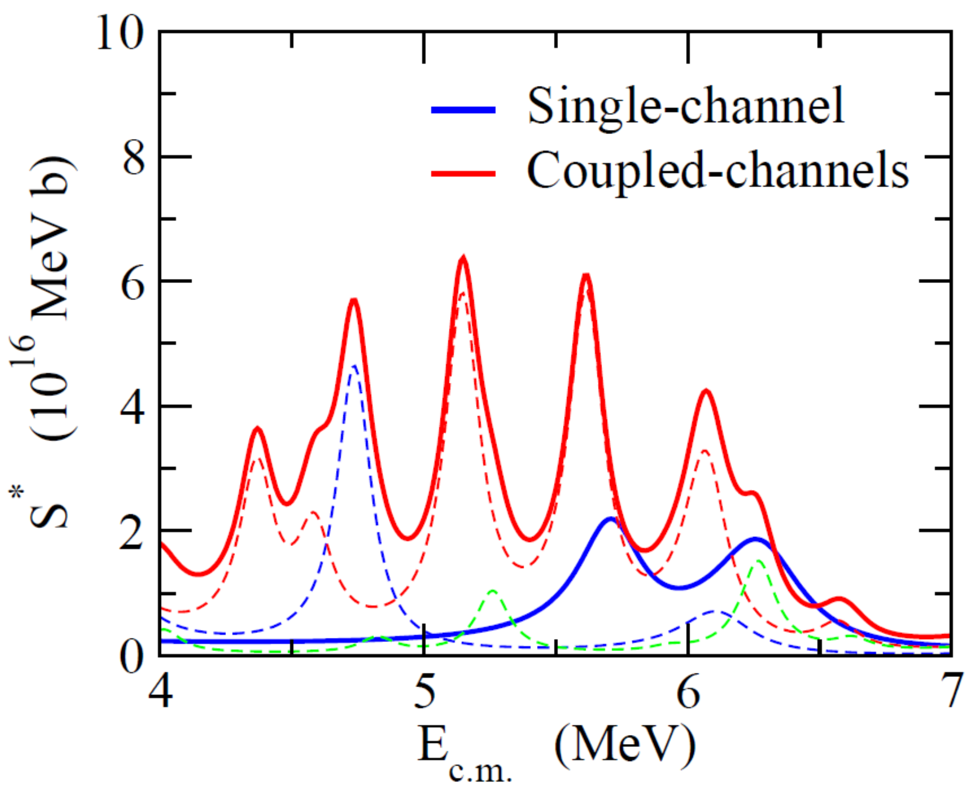
$^{12}C+^{12}C \rightarrow p + ^{23}Na$

N.T. Zhang et al.,
Phys. Lett. B801 (2020) 135170

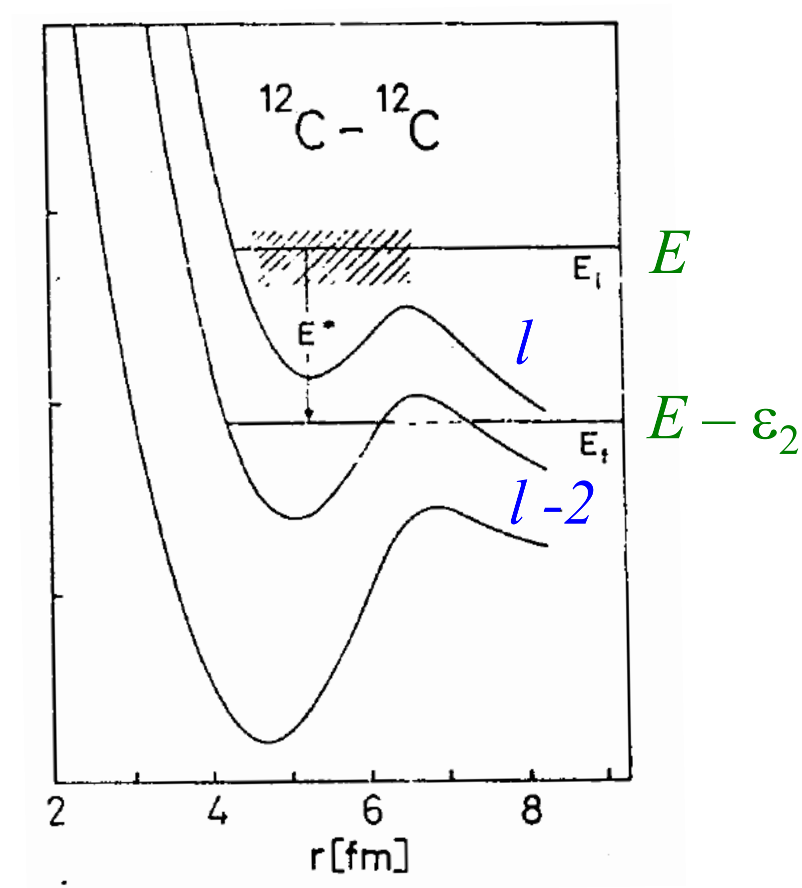
$^{12}C+^{12}C$: 多くの共鳴ピーク

$^{12}C+^{12}C$ 核融合反応



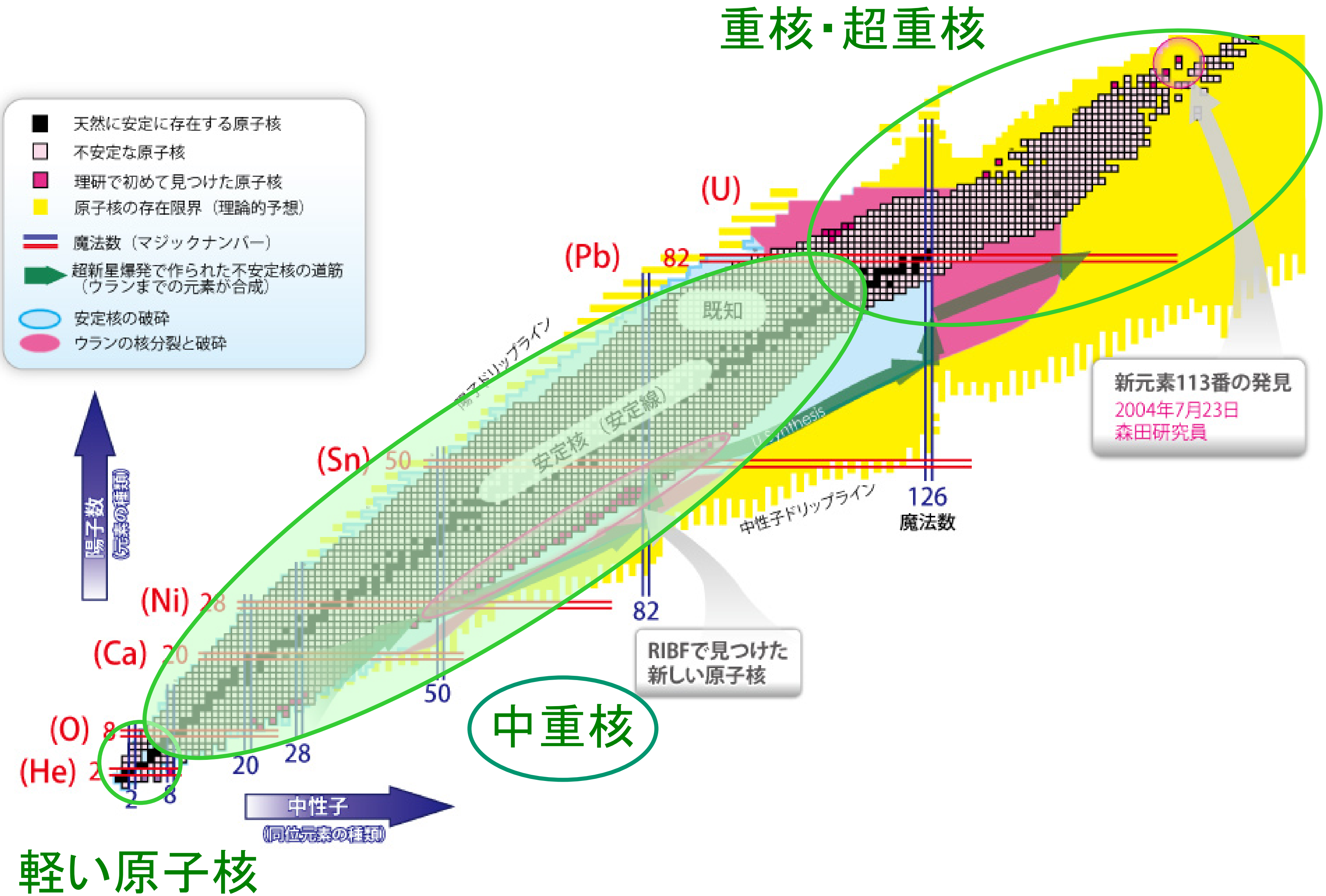


K.H., unpublished (2015)



H.-J. Fink, W. Scheid, and W. Greiner, NPA188 ('72) 259

ある種の Feshbach 共鳴

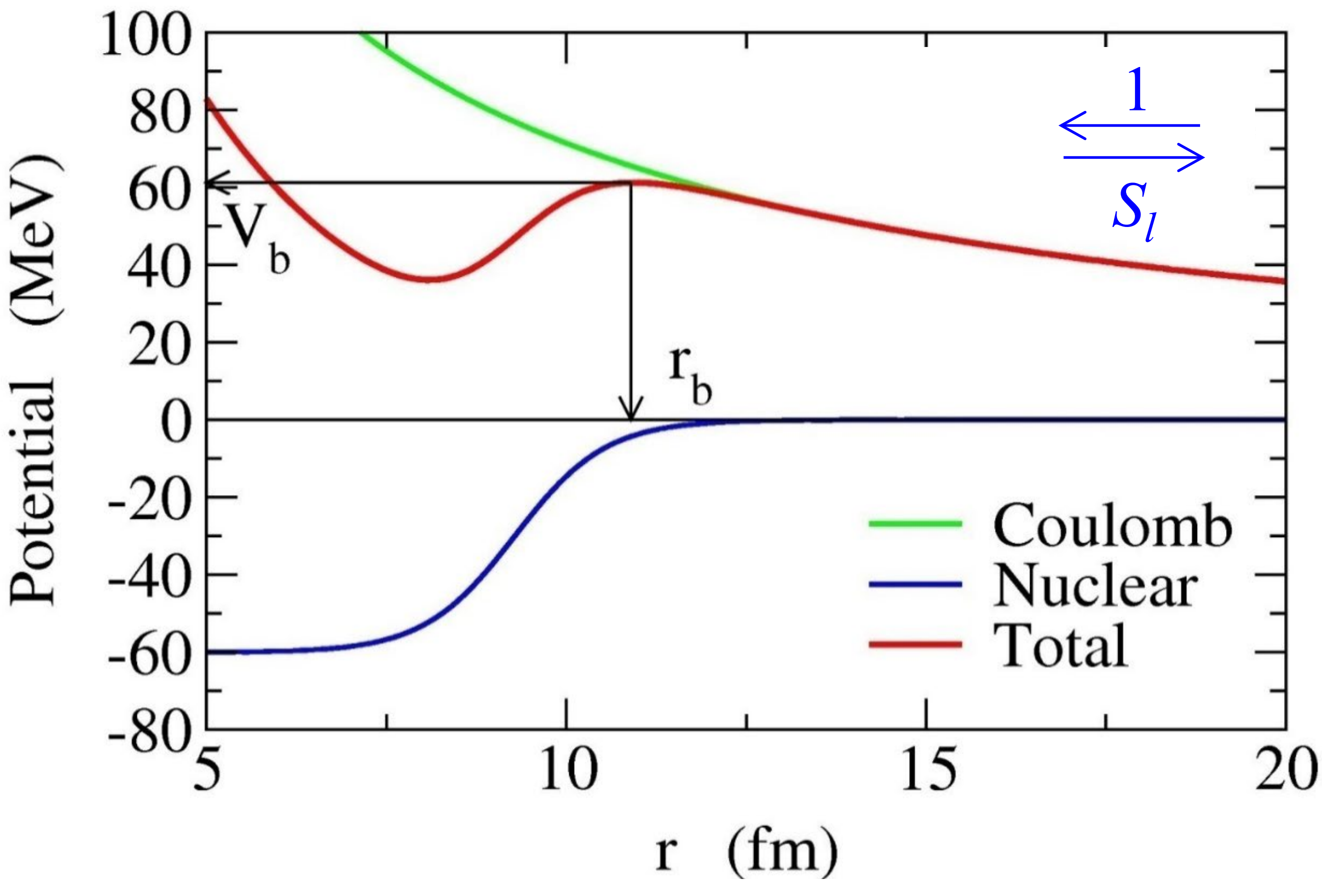


核図表：理研仁科加速器研究センター制作

中重核の核融合反応

ポテンシャル模型: 散乱核は構造を持たない球と仮定

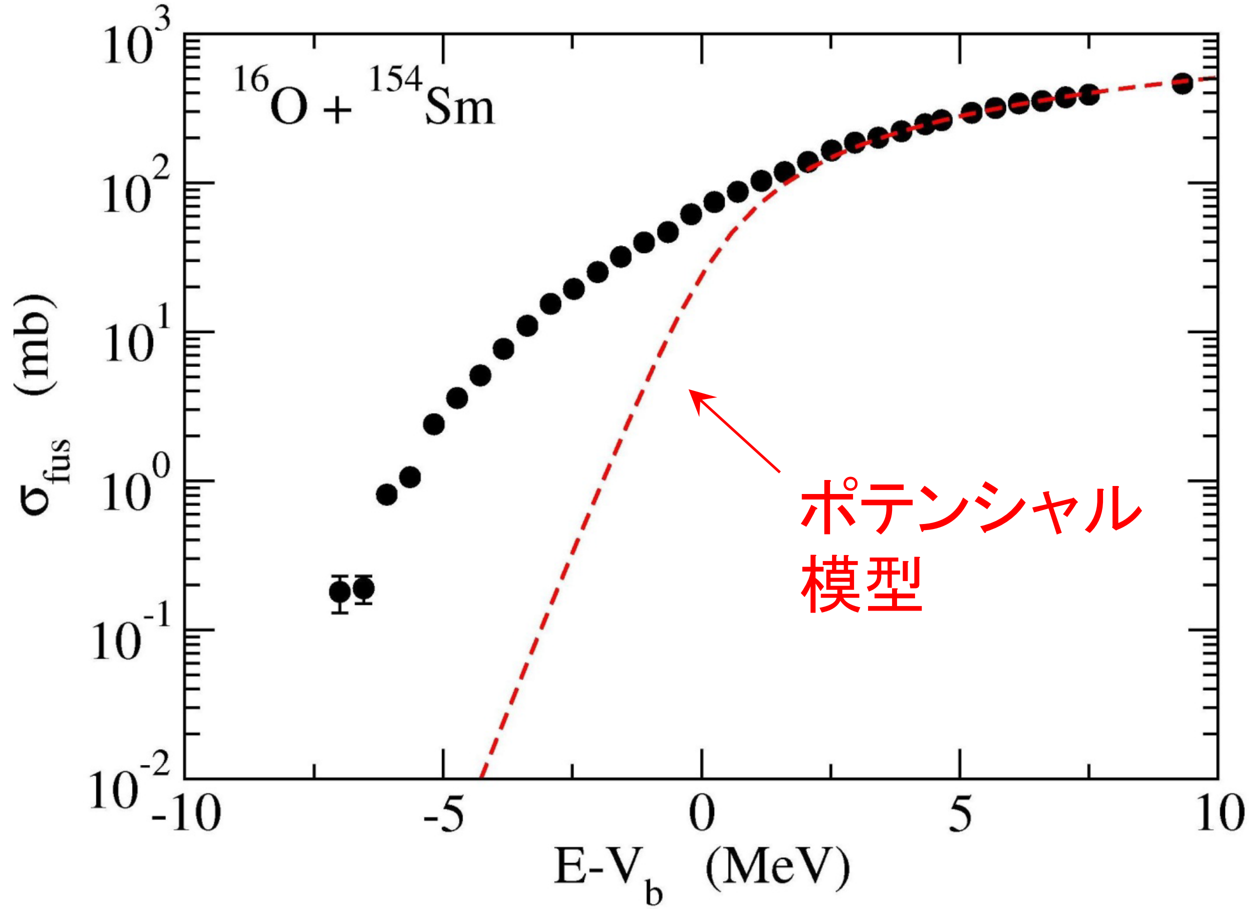
$$\sigma_{\text{fus}} = \frac{\pi}{k^2}\sum_l (2l+1)(1-|S_l|^2)$$



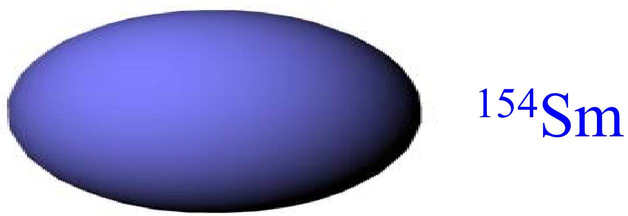
中重核の核融合反応

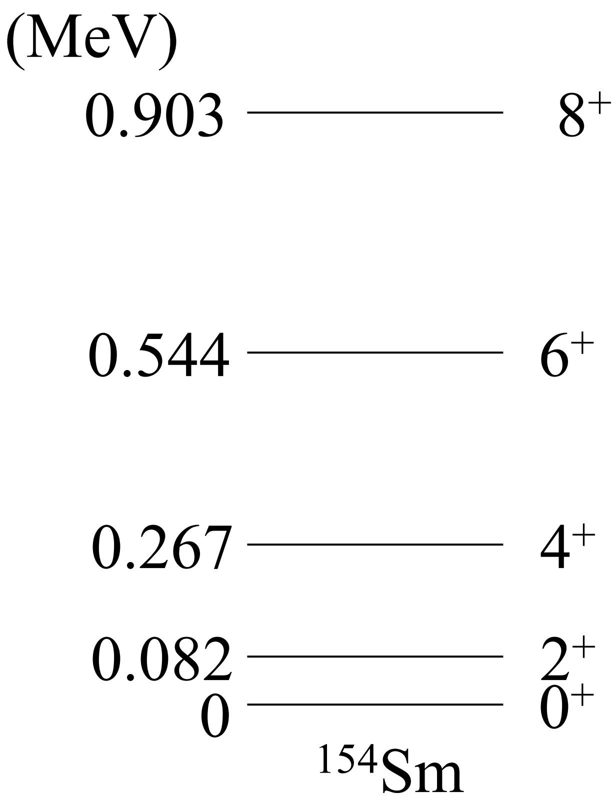
ポテンシャル模型: 散乱核は構造を持たない球と仮定

$$\boxed{\sigma_{\text{fus}} = \frac{\pi}{k^2}\sum_l (2l+1)(1-|S_l|^2)}$$

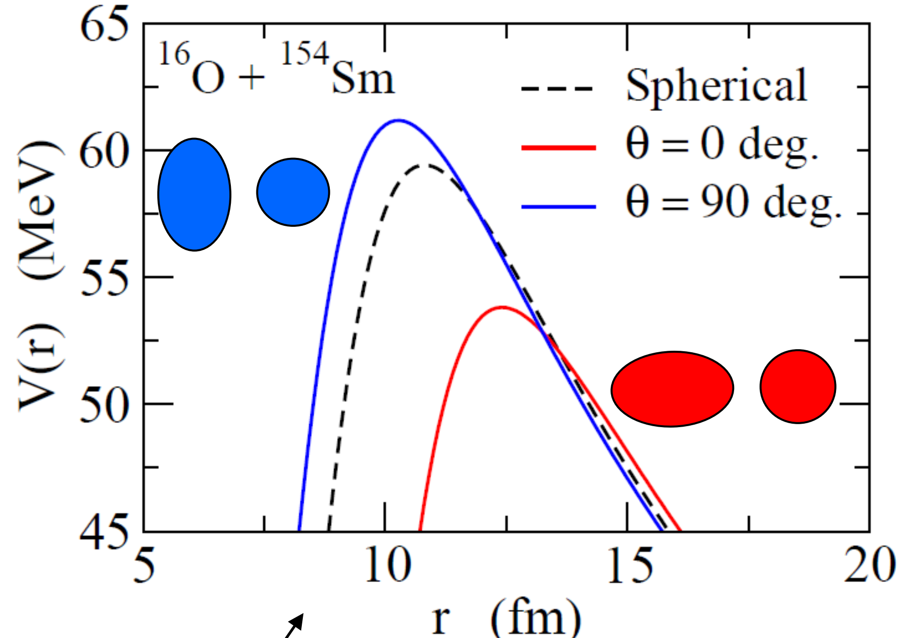


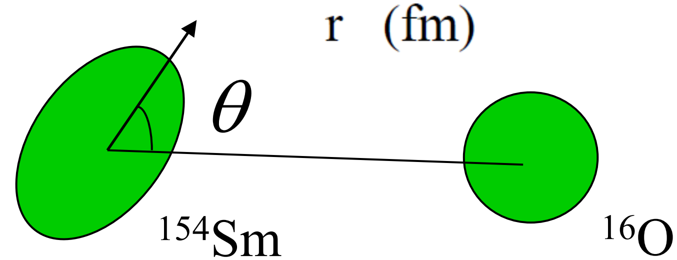
^{154}Sm : 典型的な変形核



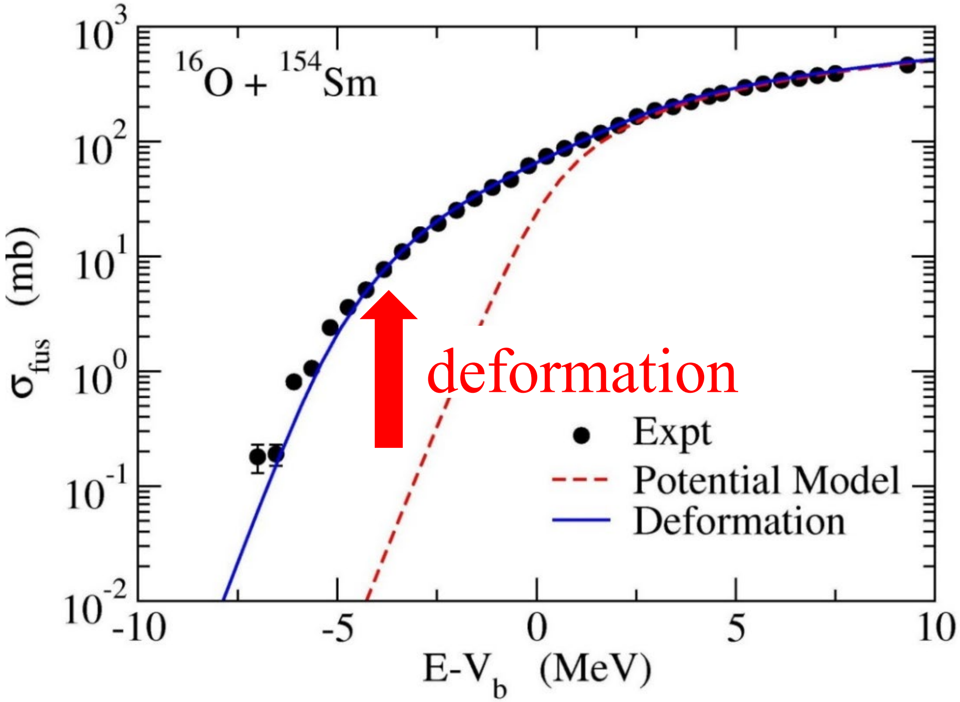


回転スペクトル

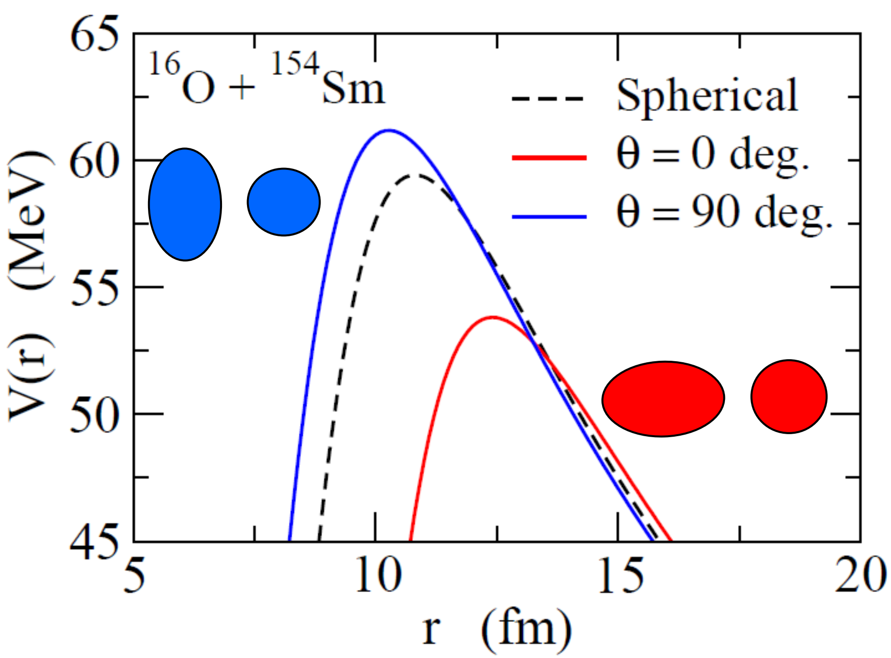




$$\sigma_{\rm fus}(E) = \int_0^1 d(\cos\theta)\sigma_{\rm fus}(E;\theta)$$

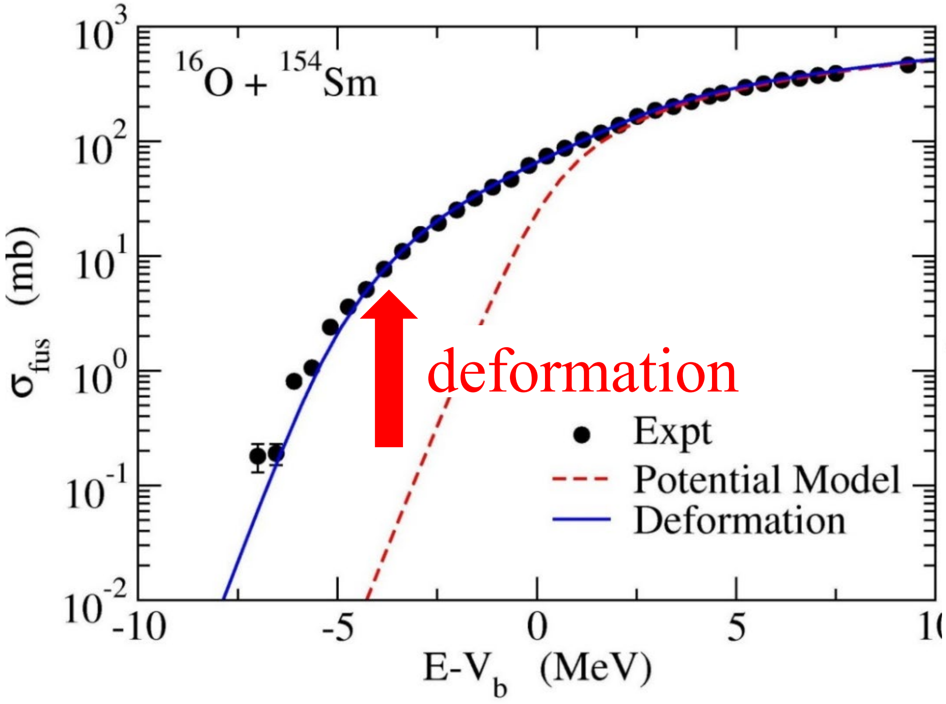


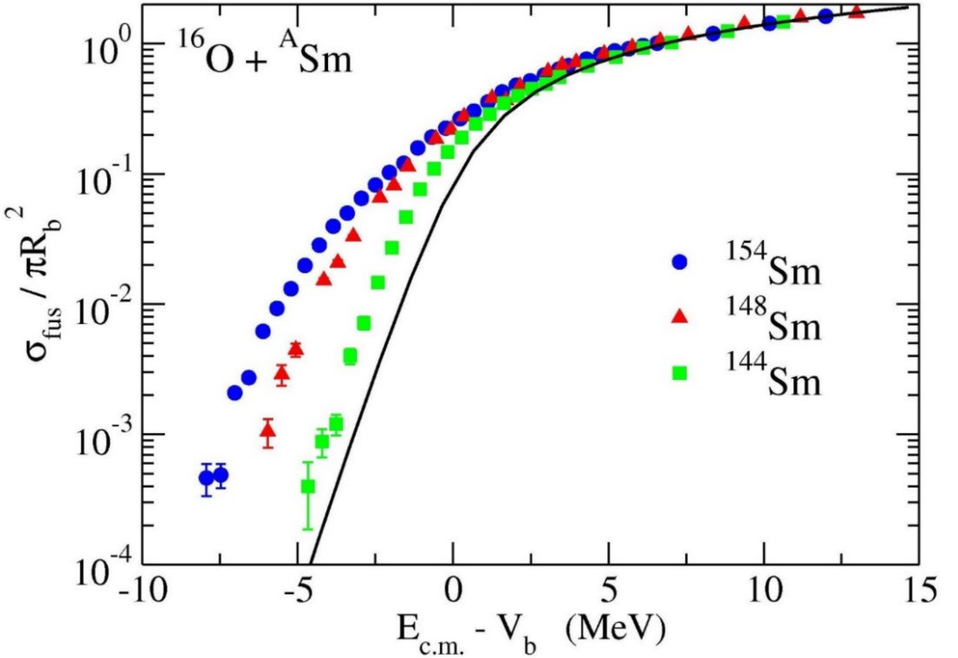
$^{16}O + ^{154}Sm$
deformation
Expt
Potential Model
Deformation
σ_{fus} (mb)
$E-V_b$ (MeV)



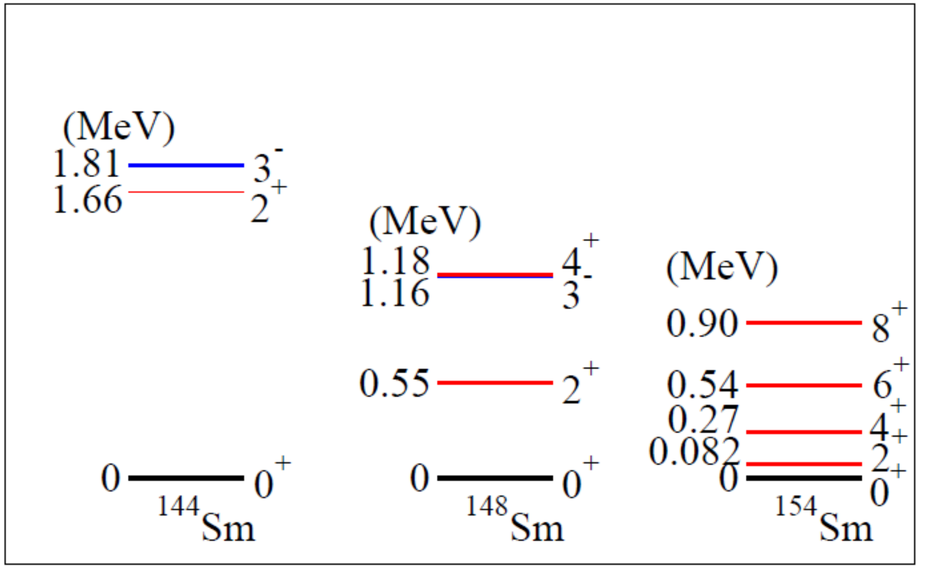
$^{16}O + ^{154}Sm$
Spherical
$\theta = 0$ deg.
$\theta = 90$ deg.
V(r) (MeV)
r (fm)

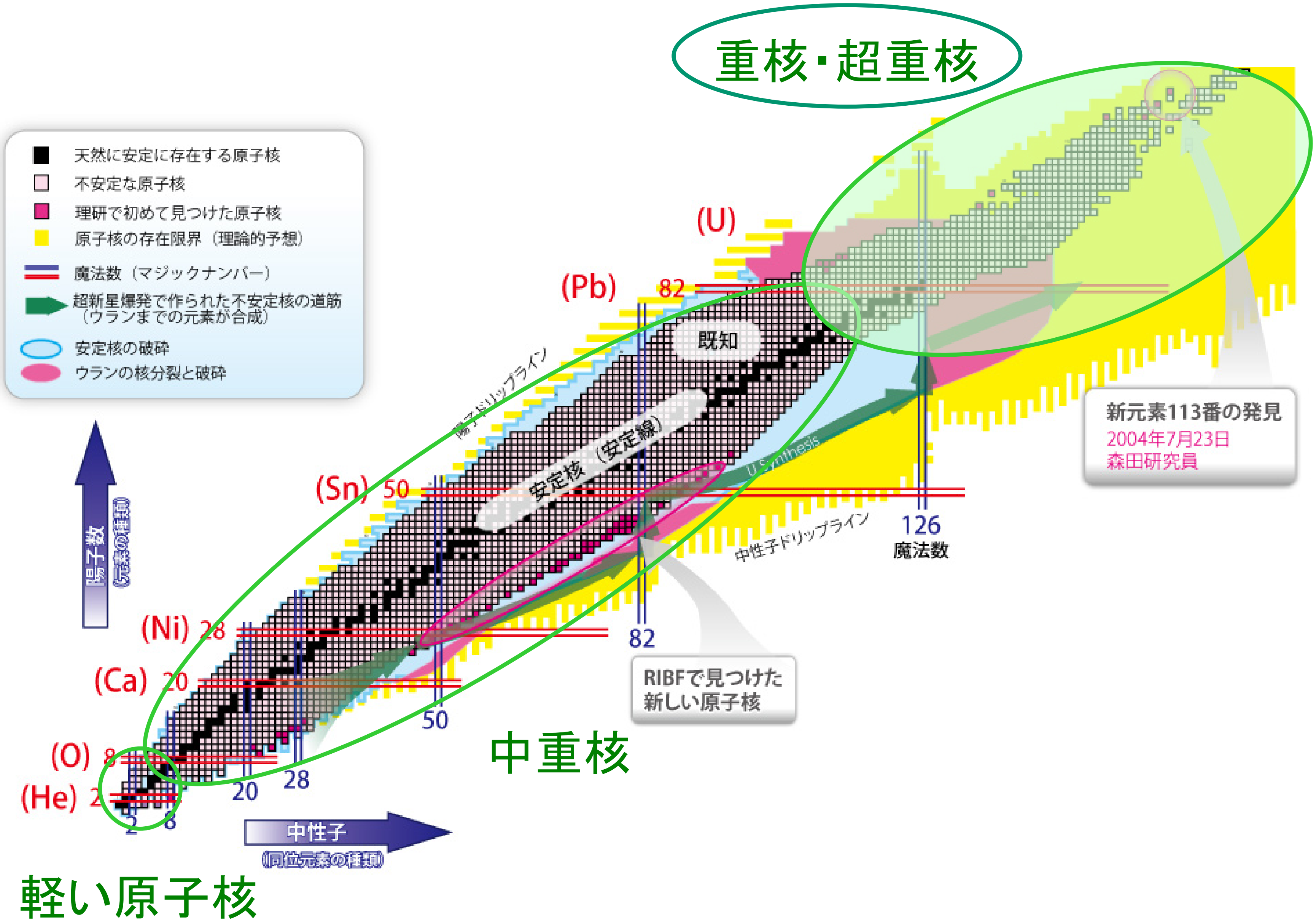
変形していない核でも
同様の増幅現象





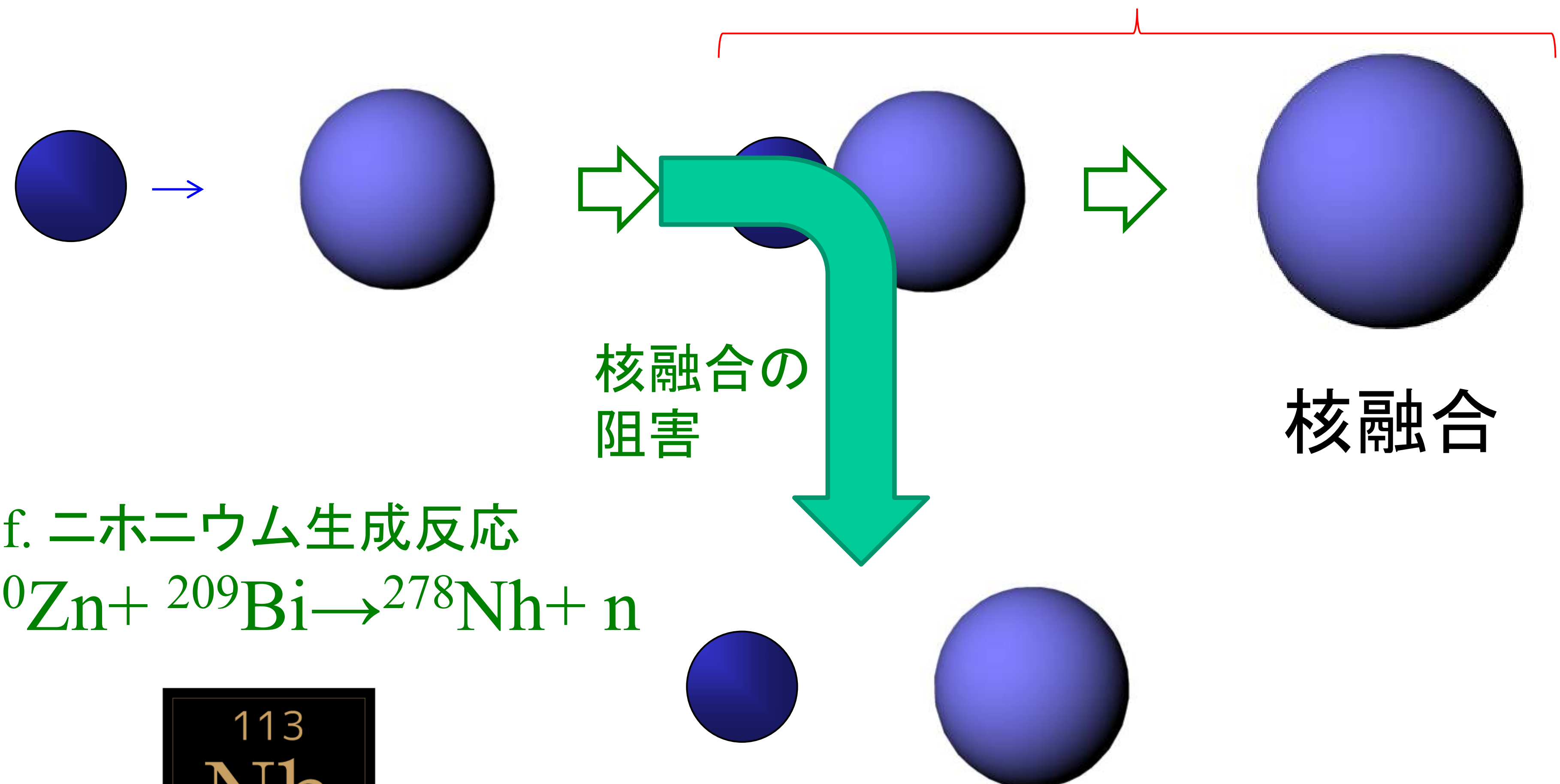
それぞれの原子核
のスペクトルと強い相関
→ coupling assisted
トンネル現象





核図表：理研仁科加速器研究センター制作

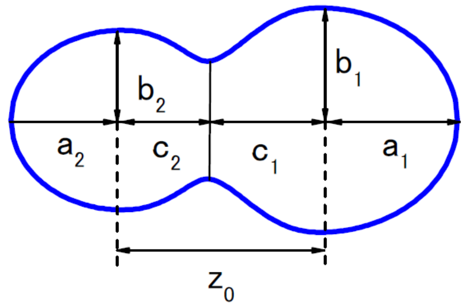
重核の核融合反応と超重元素

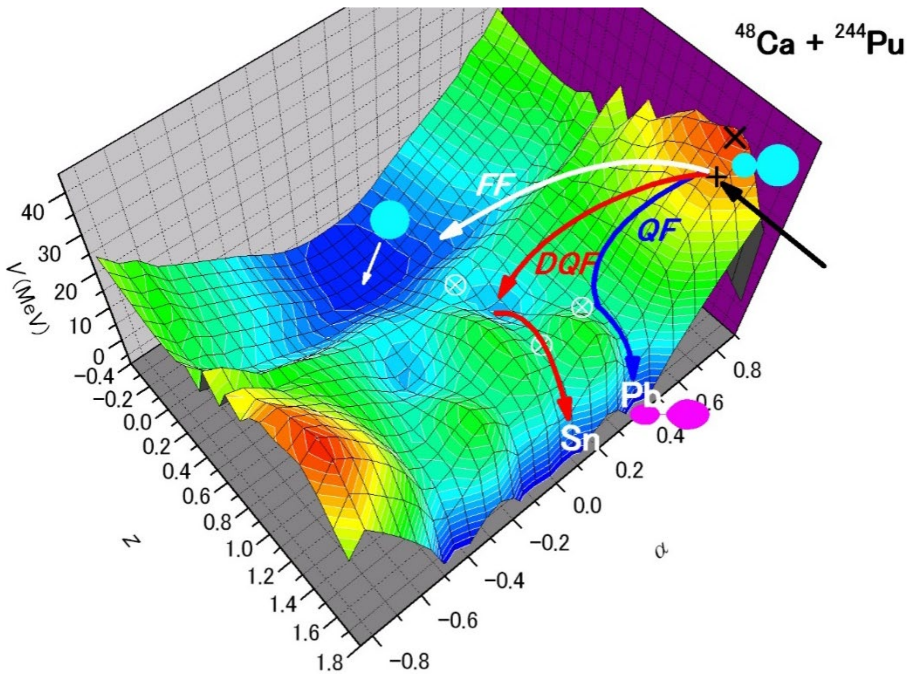


cf. ニホニウム生成反応

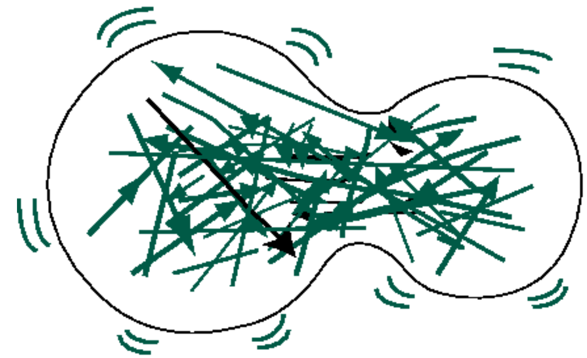
$^{70}Zn + {}^{209}Bi \rightarrow {}^{278}Nh + n$

原子核形状の発展





Y. Aritomo, K. Hagino, K. Nishio, and S. Chiba, PRC85 (2012) 044614



原子核＝核子多体系

⇩

原子核の内部自由度:「環境」
「内的環境自由度」

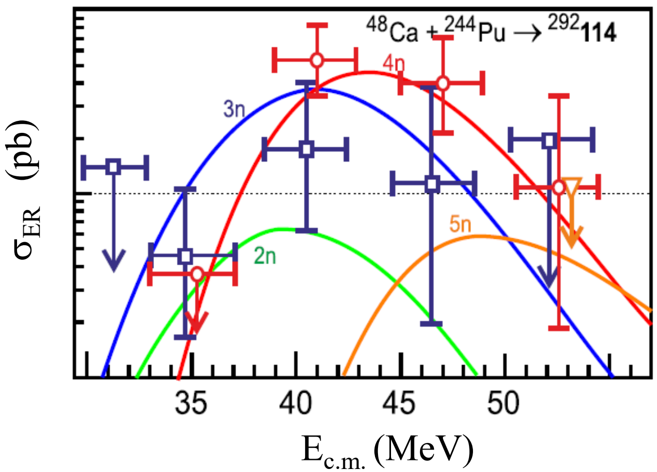
→量子開放系の物理

cf. (古典)ランジュバン方程式

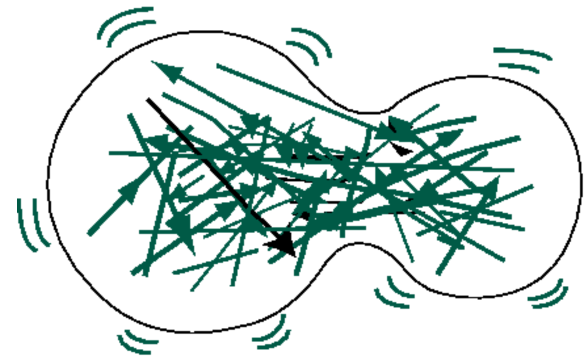
$$m\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{dV(q)}{dq} - \gamma\frac{dq}{dt} + R(t)$$

原子核形状の発展

➢ 現象論的には成功



V.I. Zagrebaev and W. Greiner (2015)



原子核＝核子多体系

⇩

原子核の内部自由度:「環境」

「内的環境自由度」

→量子開放系の物理

cf. (古典)ランジュバン方程式

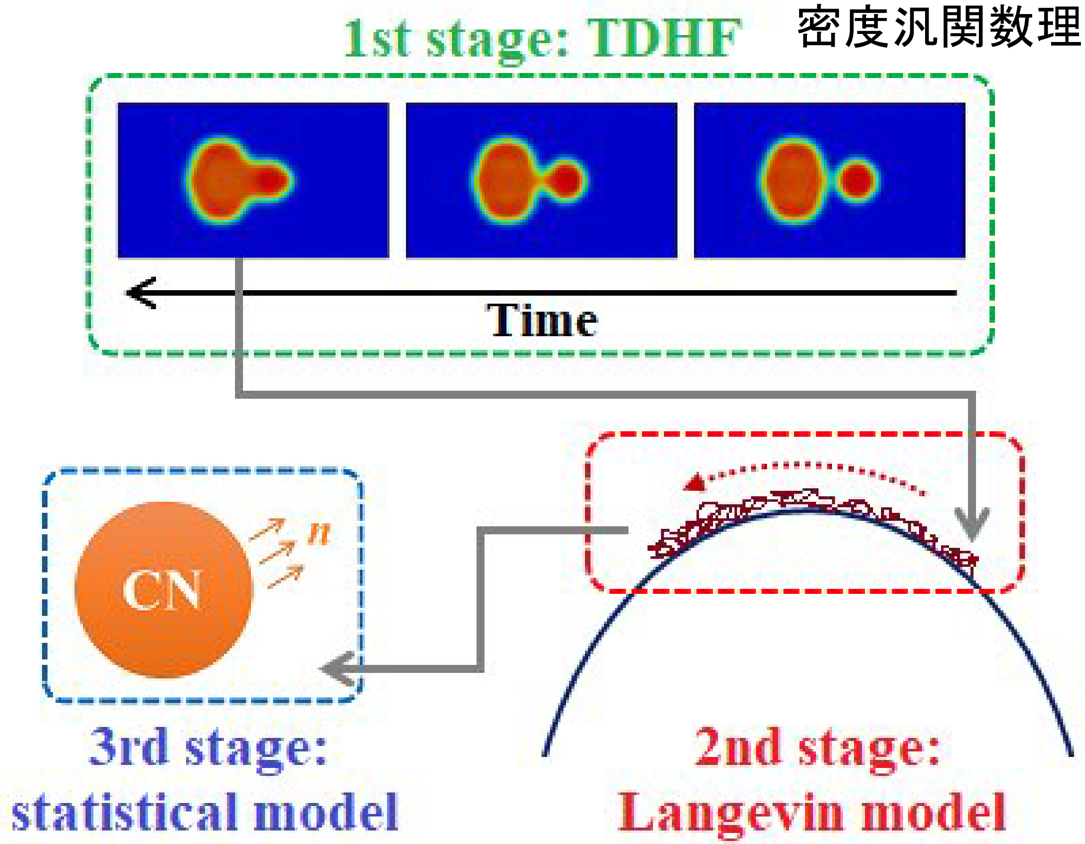
$$m\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{dV(q)}{dq} - \gamma\frac{dq}{dt} + R(t)$$

超重元素反応のハイブリッドモデル: TDHF + Langevin アプローチ

K. Sekizawa and K.H., PRC99 (2019) 051602(R)

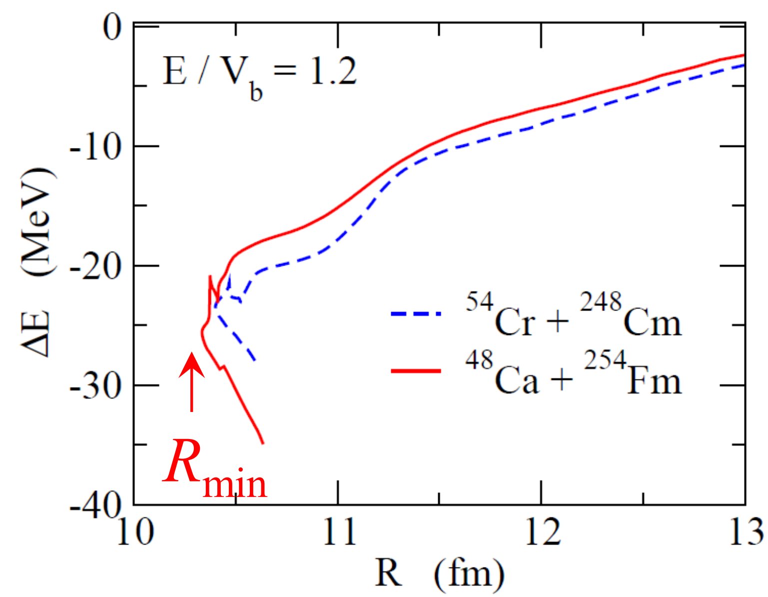
新しい核反応モデルの開発

時間に依存する
密度汎関数理論



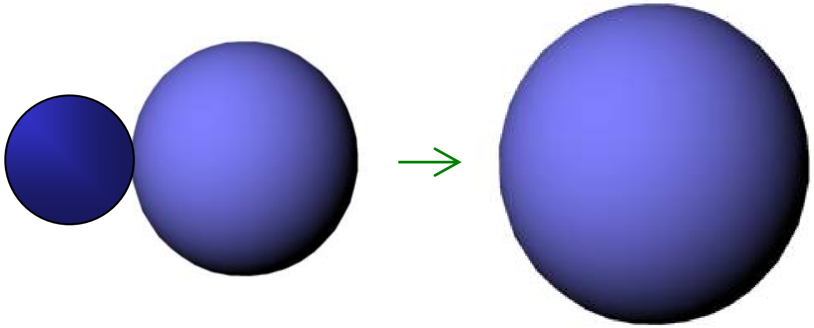
統計力学的手法

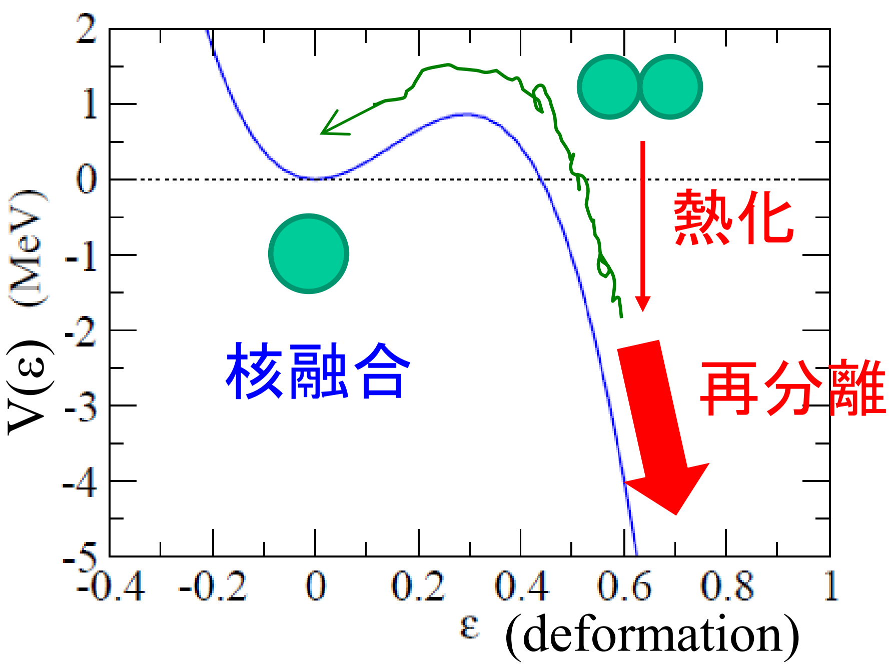
ランジュバン方程式



断面積の反応系依存性

理論物理学としての課題





熱的拡散

→ ランジュバン法

一見成功しているように見えるが。。。

$$m\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{dV(q)}{dq} - \gamma\frac{dq}{dt} + R(t)$$

- 理論的課題
  - ✓ どのように熱化するのか?
  - ✓ 拡散に対する量子効果?
  - ✓ マルコフ効果の妥当性?

→量子ランジュバン法の検討

量子ランジュバン計算に向けて

M. Tokieda and K.H., Ann. of Phys. 412 (2020) 168005

微視的量子ハミルトニアン

Caldeira-Leggett 模型

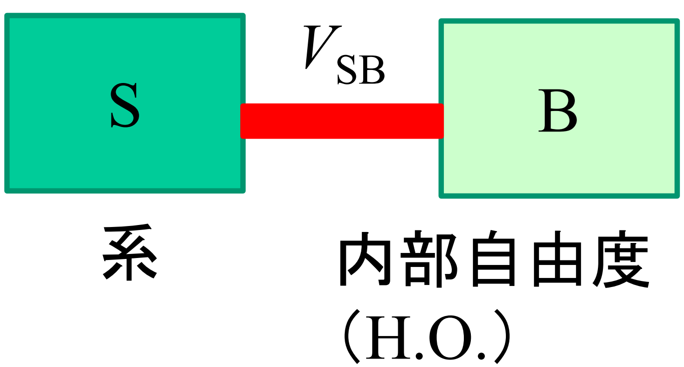
$\xrightarrow{\text{古典極限}}$

古典ランジュバン方程式

$$m\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{dV(q)}{dq} - \gamma\frac{dq}{dt} + R(t)$$

現象論的方程式

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(q) + \underbrace{\sum_i \hbar\omega_i a_i^\dagger a_i}_{\text{H.O.}} + h(q)\underbrace{\sum_i d_i(a_i + a_i^\dagger)}_{\text{linear coupling}}$$



このハミルトニアンを量子的に
正確に解く → 量子ランジュバンに相当

量子ランジュバン計算に向けて

M. Tokieda and K.H.,
Ann. of Phys. 412 (2020) 168005

$$H_{\rm CL} = \frac{p^2}{2m} + V(q) + \underline{\sum_i \hbar\omega_i a_i^\dagger a_i} + h(q)\sum_i d_i(a_i + a_i^\dagger)$$

ハミルトニアンをそのまま解く: この固有状態を基底として全 wf を展開

$$\boxed{\Psi_{\rm tot}(q,t) = \sum_{\{n_i\}} \psi_{\{n_i\}}(q,t)\,|\{n_i\}\rangle}$$

$$|\{n_i\}\rangle = \prod_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n_i!}}\left(a_i^\dagger\right)^{n_i}|0\rangle$$

→ 次元が膨大になりすぎて解けない

ただし、短時間の発展には全ての基底が必要ではない

→ うまい基底を取り直して適当に打ち切る

$$\boxed{\Psi_{\rm tot}(q,t) = \sum_{\{\tilde{n}_k\}} \tilde{\psi}_{\{\tilde{n}_k\}}(q,t)\,|\{\tilde{n}_k\}\rangle}$$

$$|\{\tilde{n}_k\}\rangle = \prod_{k=1}^{K} \frac{1}{\sqrt{\tilde{n}_k!}}\left(b_k^\dagger\right)^{\tilde{n}_k}|0\rangle$$

$$b_k^\dagger = \sum_i C_{ki}\, a_i^\dagger$$

量子ランジュバン計算に向けて

M. Tokieda and K.H., Ann. of Phys. 412 (2020) 168005

$$H_{\rm CL} = \frac{p^2}{2m} + V(q) + \sum_i \hbar\omega_i a_i^\dagger a_i + h(q)\sum_i d_i(a_i + a_i^\dagger)$$

$$\boxed{\Psi_{\rm tot}(q,t) = \sum_{\{\tilde{n}_k\}} \tilde{\psi}_{\{\tilde{n}_k\}}(q,t)\,|\{\tilde{n}_k\}\rangle}$$

$$|\{\tilde{n}_k\}\rangle = \prod_{k=1}^{K} \frac{1}{\sqrt{\tilde{n}_k!}} \left(b_k^\dagger\right)^{\tilde{n}_k} |0\rangle$$

$$b_k^\dagger = \sum_i C_{ki}\, a_i^\dagger$$

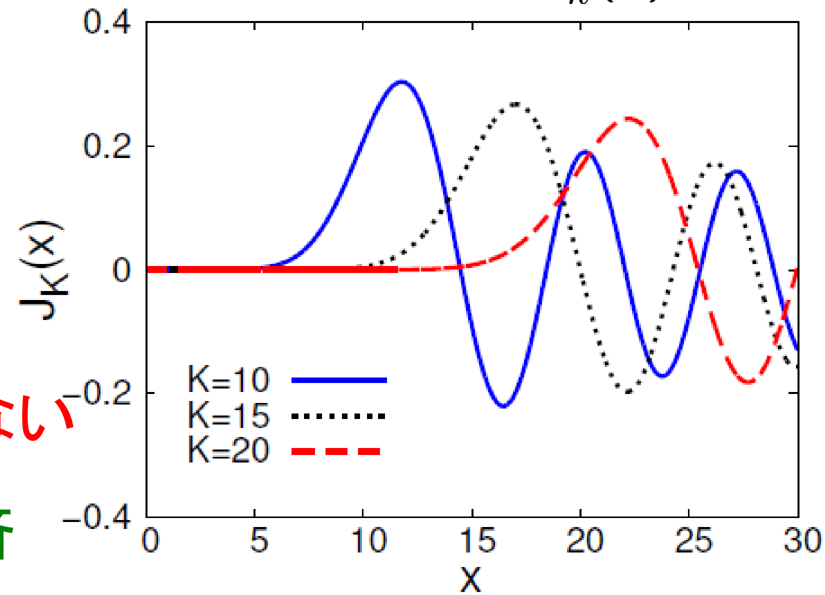
$$e^{-i\omega t} \sim \sum_{k=0}^{K} \eta_k(\omega) \underline{J_k(t)}$$

ベッセル関数

$$\to b_k^\dagger = \sum_i \left[\frac{d_i}{\hbar}\eta_k(\omega_i)\right] a_i^\dagger$$

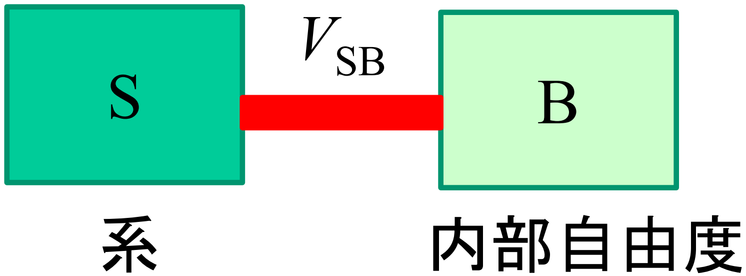
t が小さい領域では大きな k は効かない

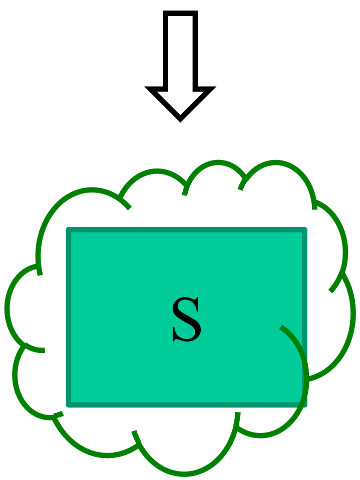
$$J_k(x) \sim x^k$$



＊減衰振動模型で有効性を確認済

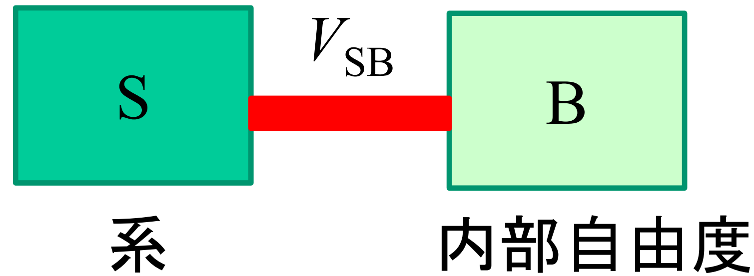
よくある解き方





内部自由度を消去
→ Sに対する有効作用

我々の解き方



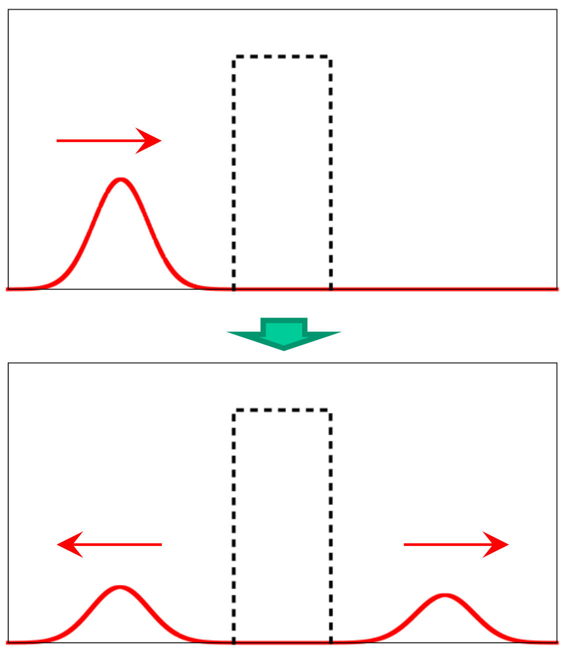
系も内部自由度も同等に陽に扱う

各時刻ごとに内部状態がわかる
→
- エネルギー輸送の議論が容易になる。
- 熱化の様子を追うことができる

核反応の記述に適している

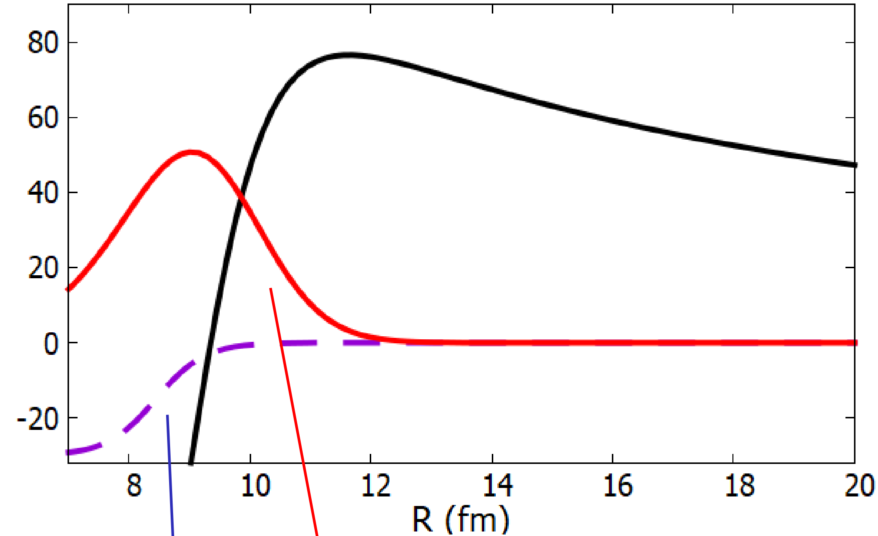
CL模型の
重イオン核融合反応への適用

時間に依存する波束法



$$R(E) \propto \langle \psi_R(t_f)|\delta(H-E)|\psi_R(t_f)\rangle$$

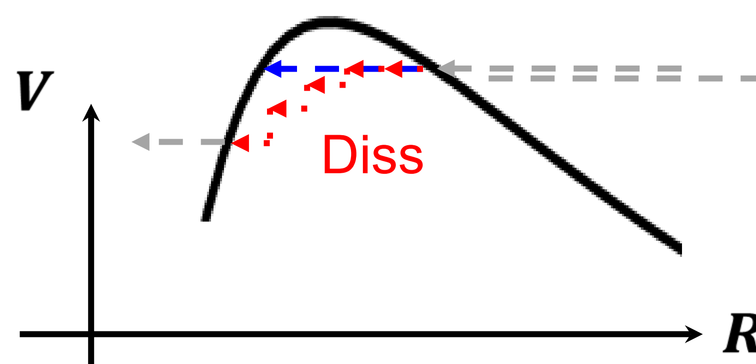
$^{16}O+^{208}Pb$



環境との結合

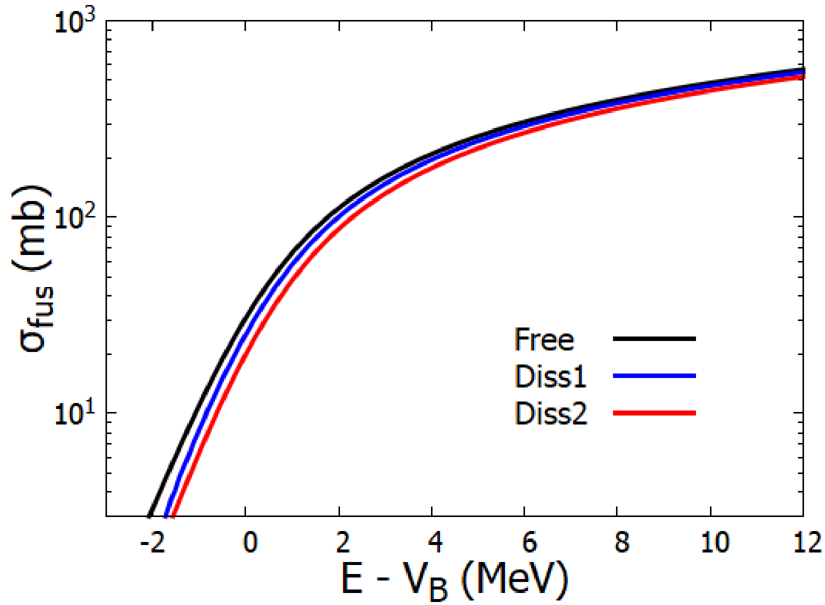
$$h(r) \propto V_N'(r)^2$$

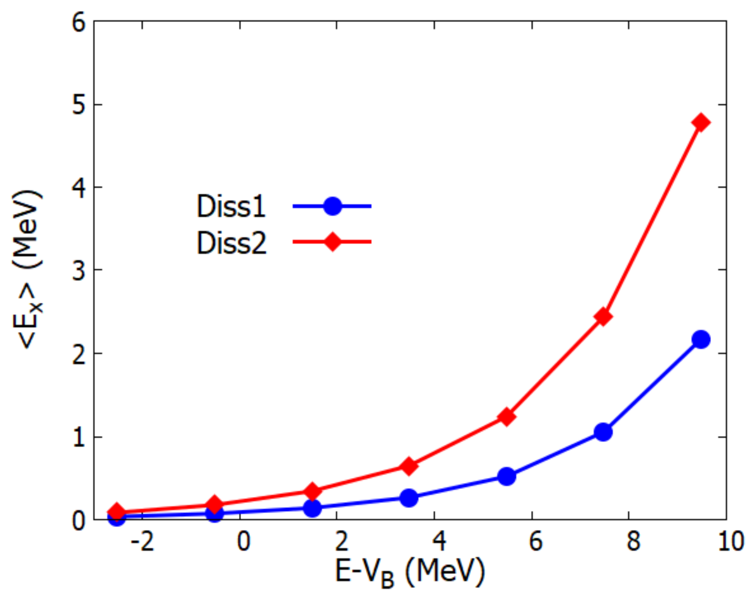
吸収ポテンシャル（核融合）



核融合反応断面積

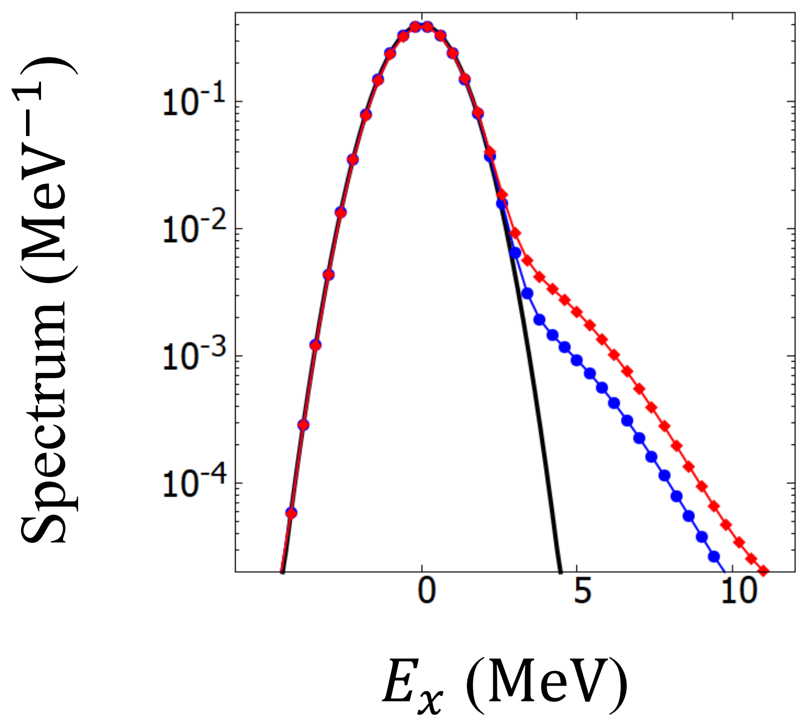
$$\sigma_{\rm fus}(E)=\frac{\pi}{k^2}\sum_l(2l+1)(1-R_l(E))$$





励起スペクトル

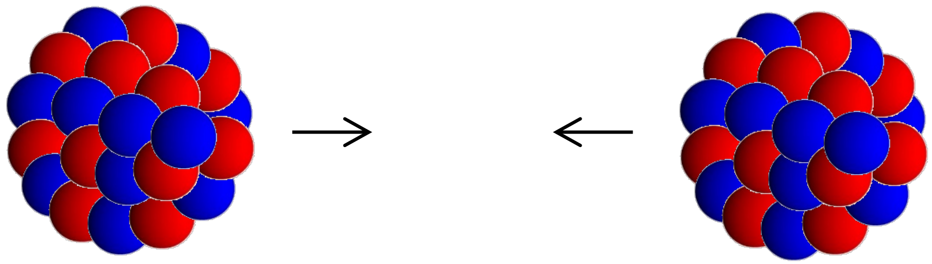
$E/V_B \simeq 0.96$



M. Tokieda and K. Hagino,
Front. in Phys. 8 (2020) 8.

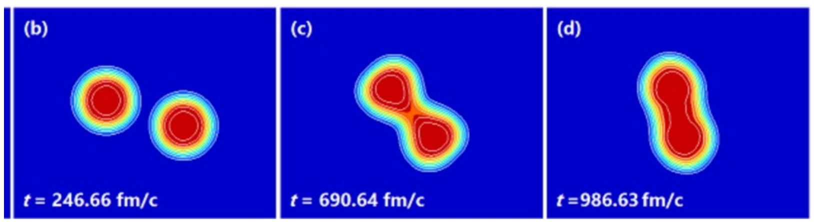
微視的核反応理論の可能性

多体問題



未だに超難問題

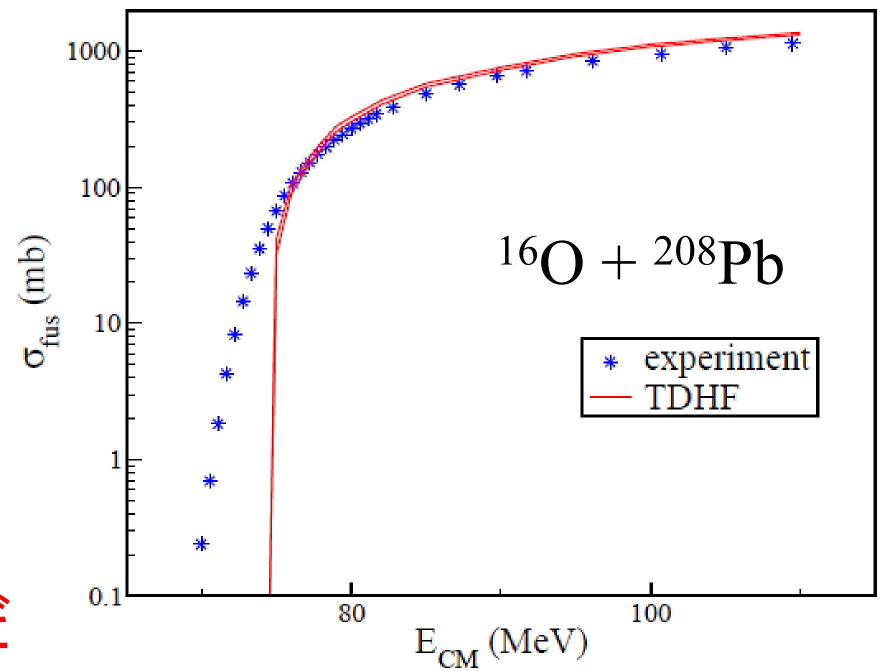
時間に依存する平均場理論 (TDHF/TDDFT)



S. Ebata, T. Nakatsukasa,
JPC Conf. Proc. 6 ('15) 020056

(半)古典的
→トンネルが記述できない

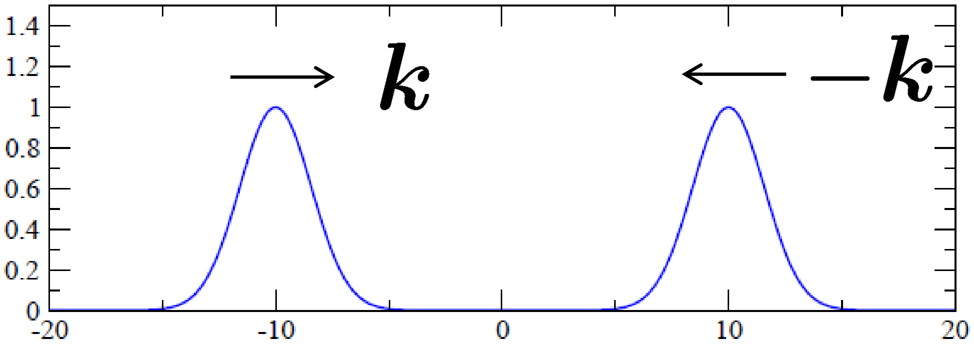
多体系としてトンネル現象がまだ理解できていない

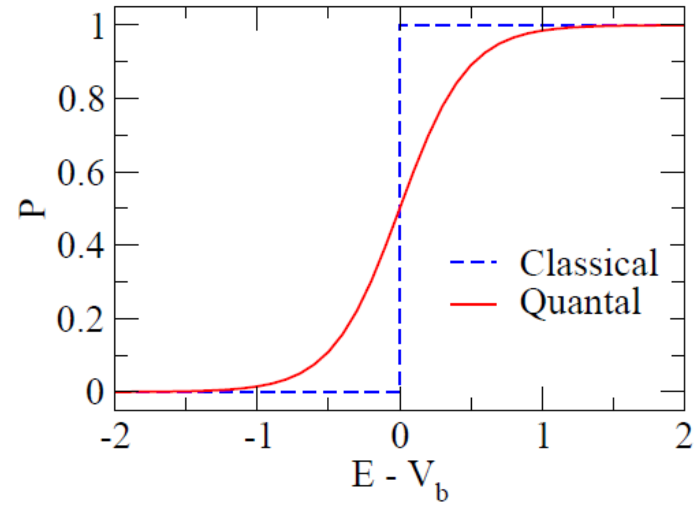


C. Simenel, EPJA48 ('12) 152

TDHF

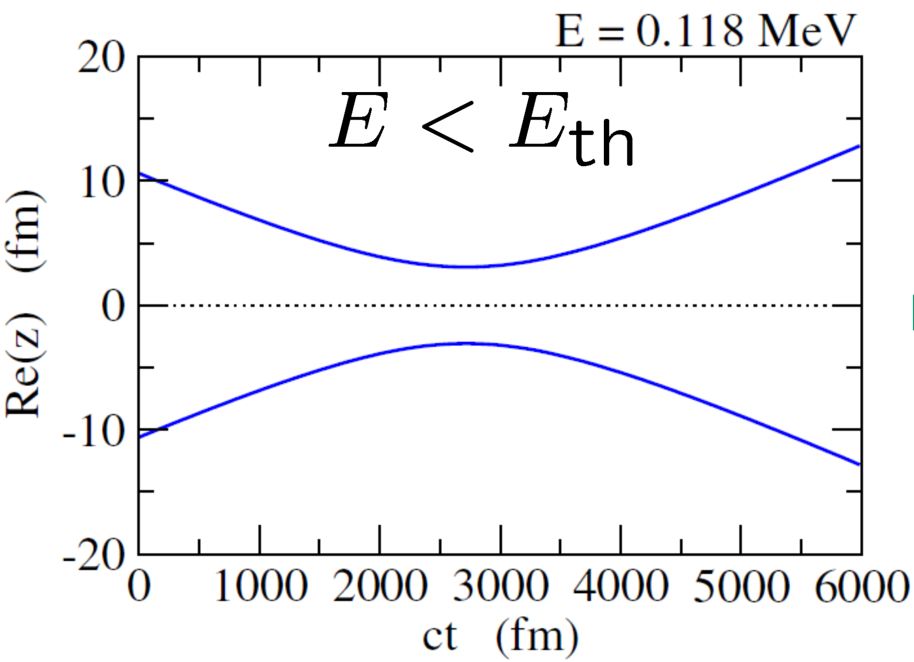
$$\Psi(t) = \Phi_{\mathrm{SD}}(t)$$

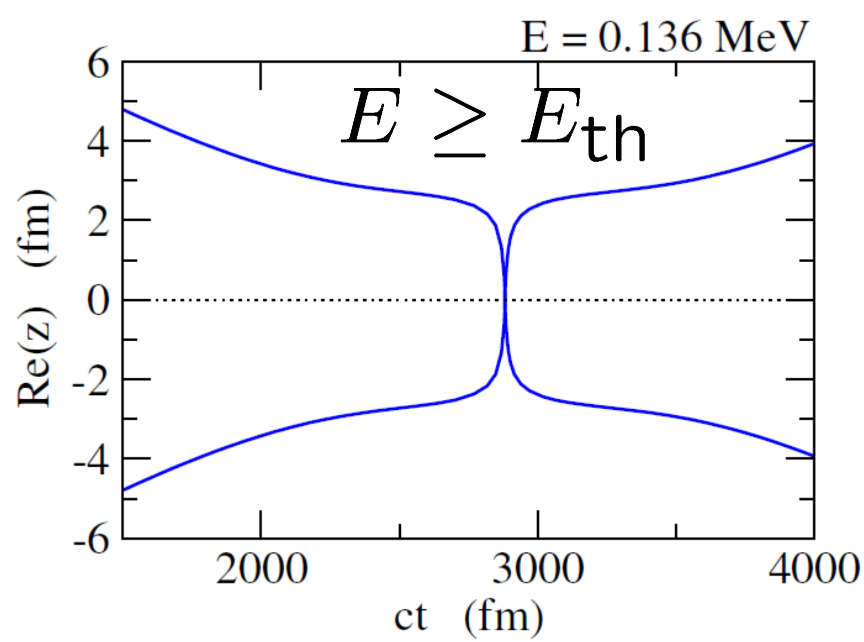




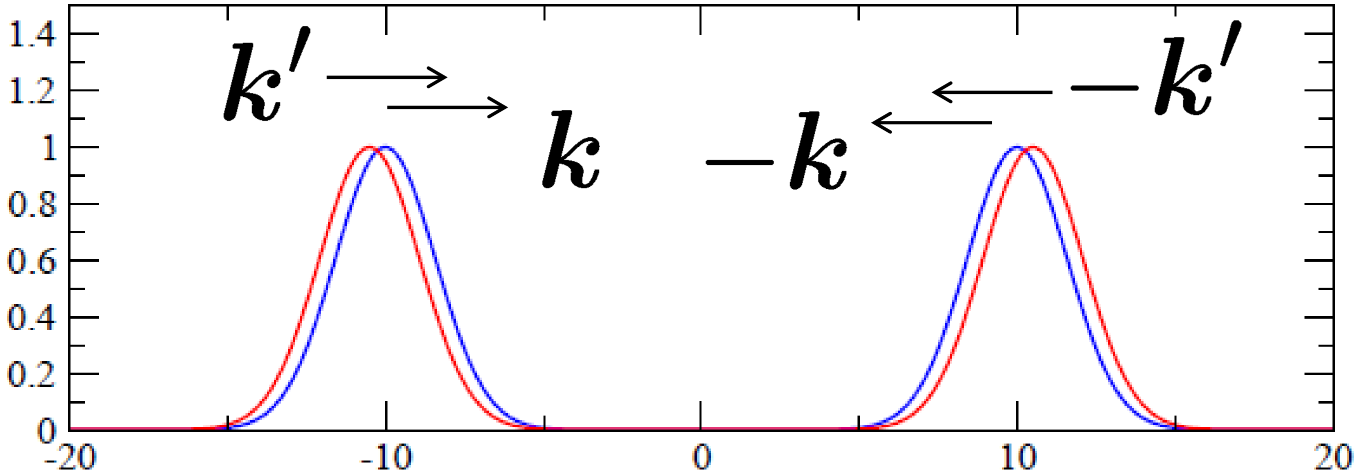
単一のスレーター行列式で多体波動関数を表す

α+α in 1D





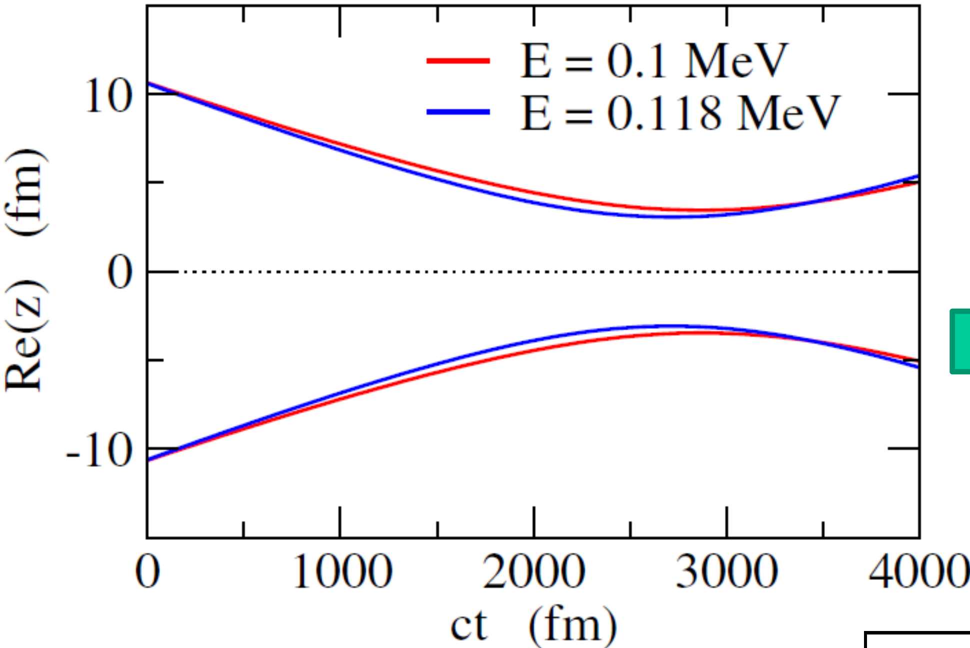
スレーター行列式の重ね合わせ



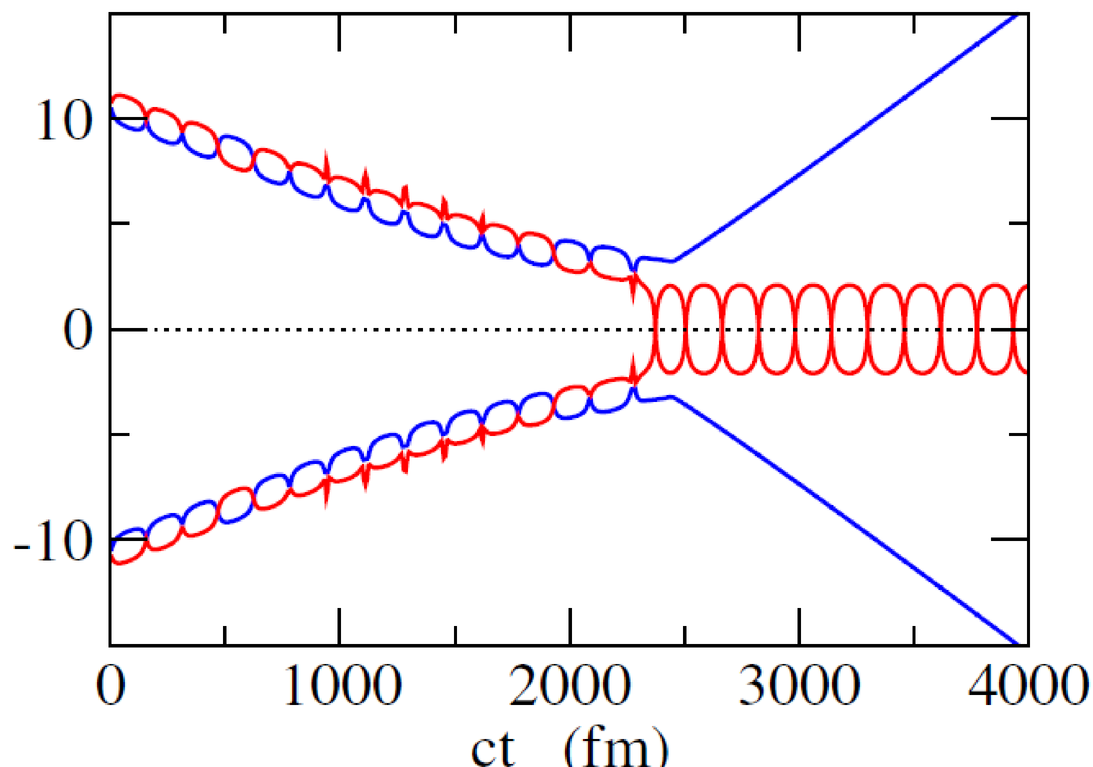
$$\Psi(t) = \sum_k \underline{f_k(t)}\,\underline{\Phi_{\mathrm{SD},k}(t)}$$

時間に依存する変分原理

$$\delta \int dt \frac{\langle \Psi(t) | i\hbar\partial_t - H | \Psi(t)\rangle}{\langle \Psi(t) | \Psi(t)\rangle} = 0$$

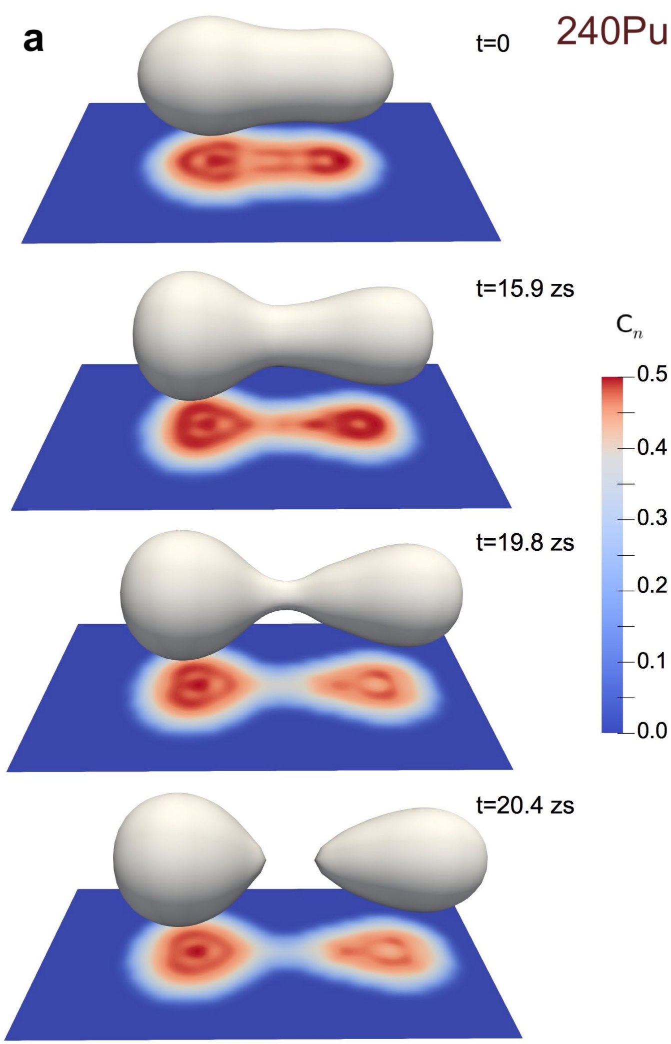


TDGCM
（2つのスレーター
行列式の重ね合わせ）



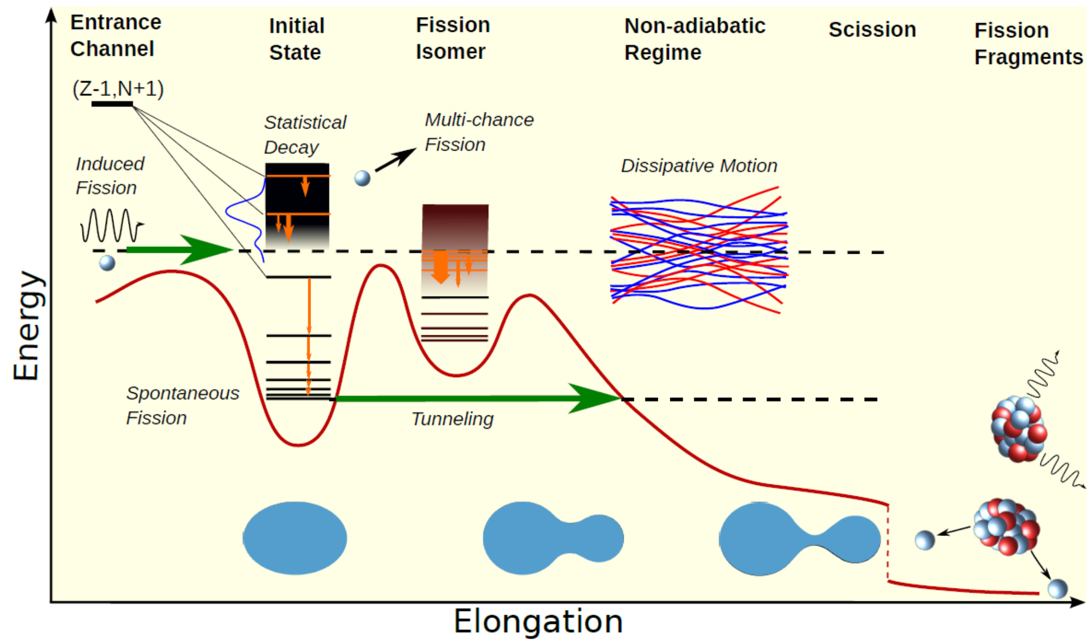
N. Hasegawa, K.H.,
and Y. Tanimura,
PLB808, 135693 (2020)

核分裂の微視的理解



G. Scamps and C. Simenel,
Nature 564 (2018) 382

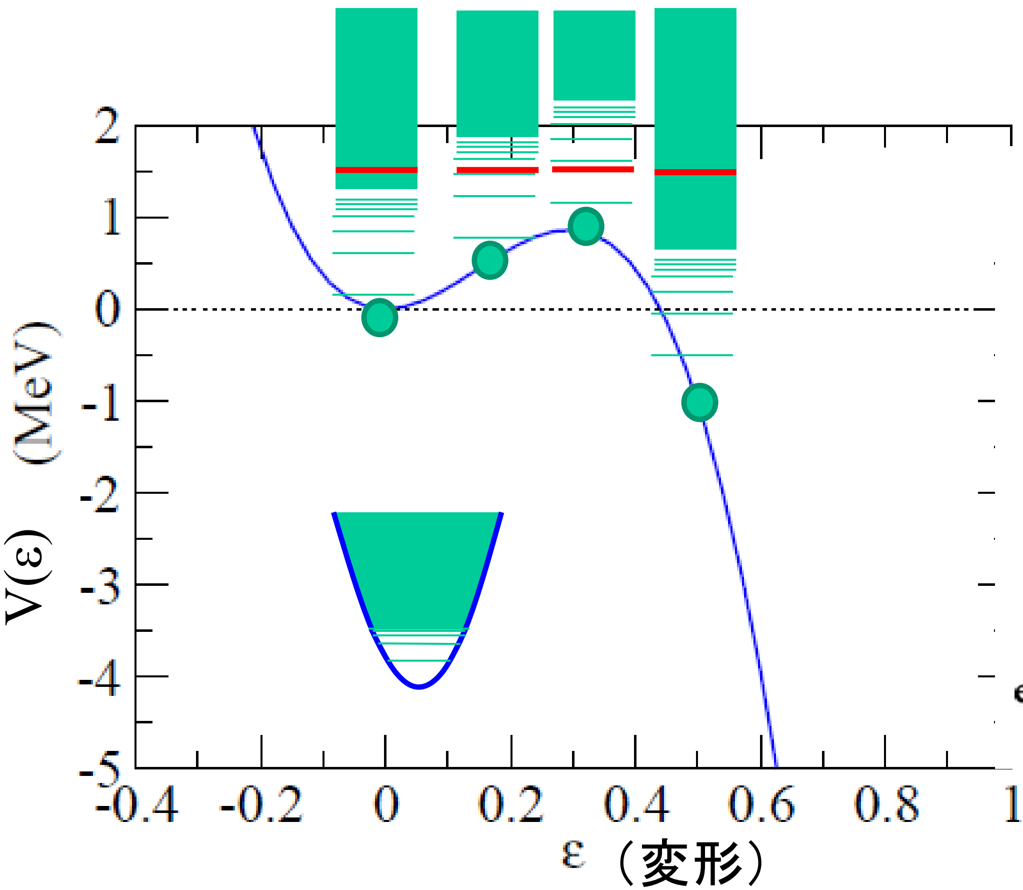
原子核の形状が大きく変化
→　微視的記述はまだ成功していない



M. Bender et al.,
J. of Phys. G47, 113002 (2020)

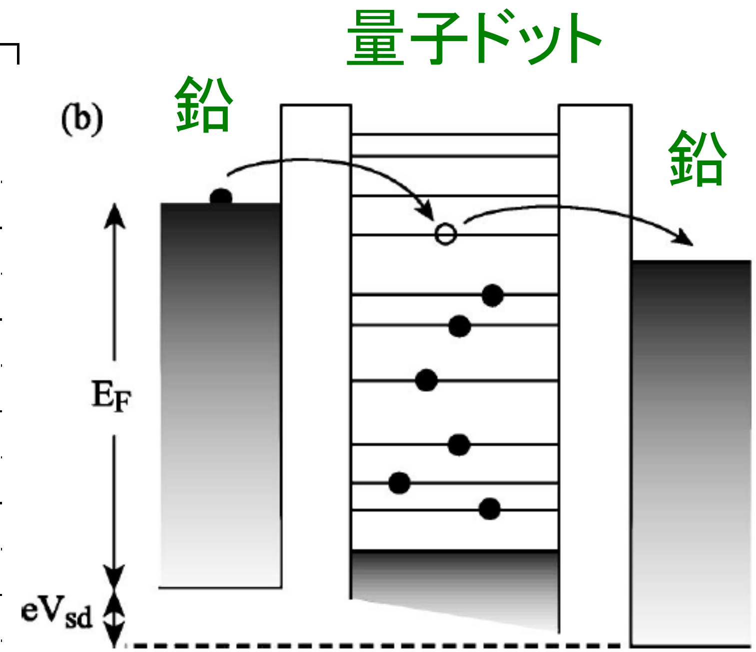
核分裂の微視的理解に向けた
世界的な潮流ができつつある

CI アプローチ



G.F. Bertsch and K.H., arXiv:2102.07084

物性における電子輸送の問題



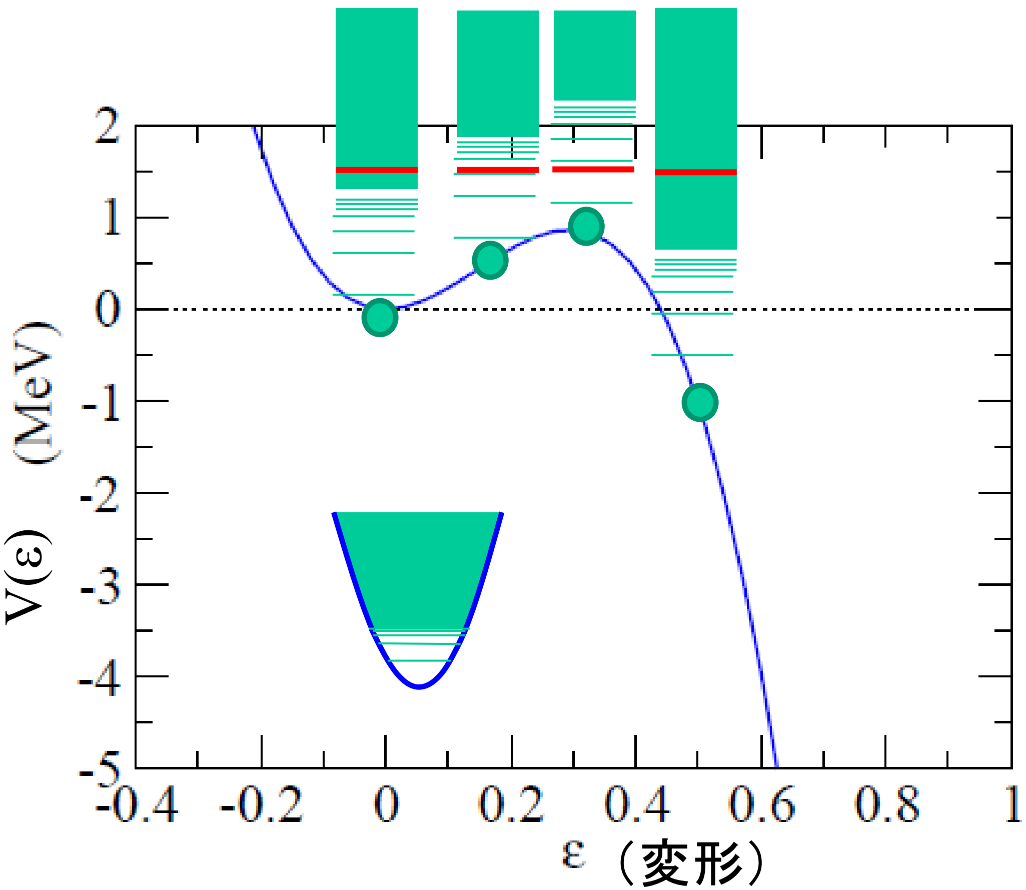
Y. Alhassid,
RMP72, 895 (2000).

Datta公式 / Landauer 公式

$$T_{ij} = Tr(\Gamma_i(H-E)^{-1}\Gamma_j(H^\dagger - E)^{-1})$$

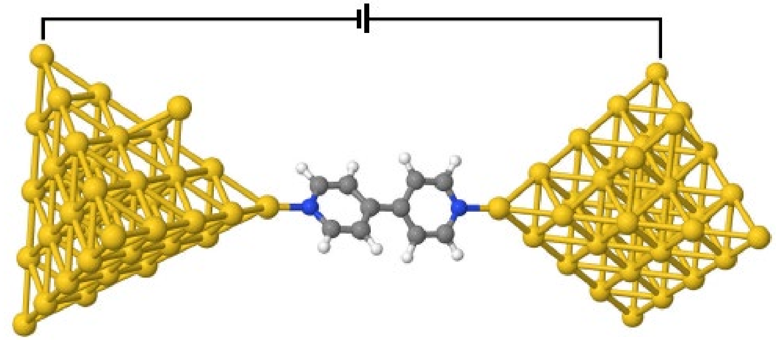
P.S. Samle, A.W. Ghosh, and S. Datta, PRB64, 201403 (2001)

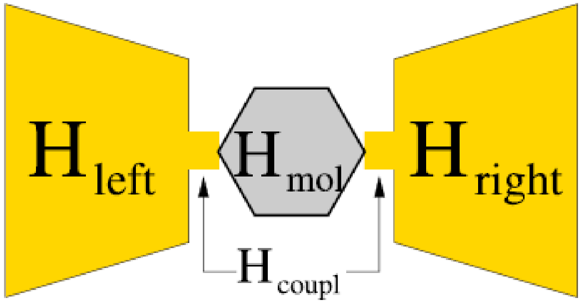
CI アプローチ



G.F. Bertsch and K.H., arXiv:2102.07084

物性における電子輸送の問題





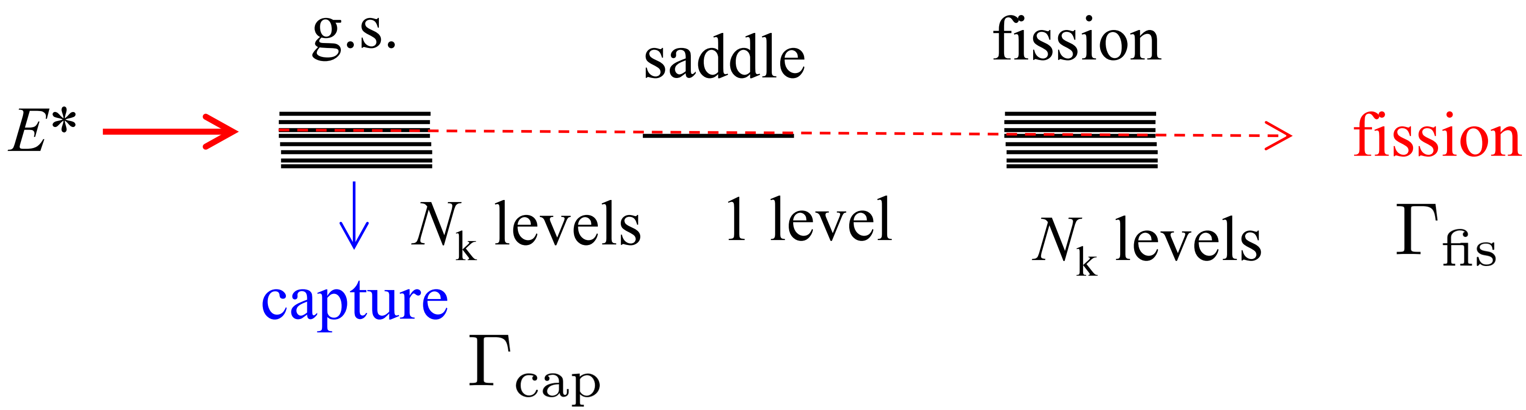
molecular bridge

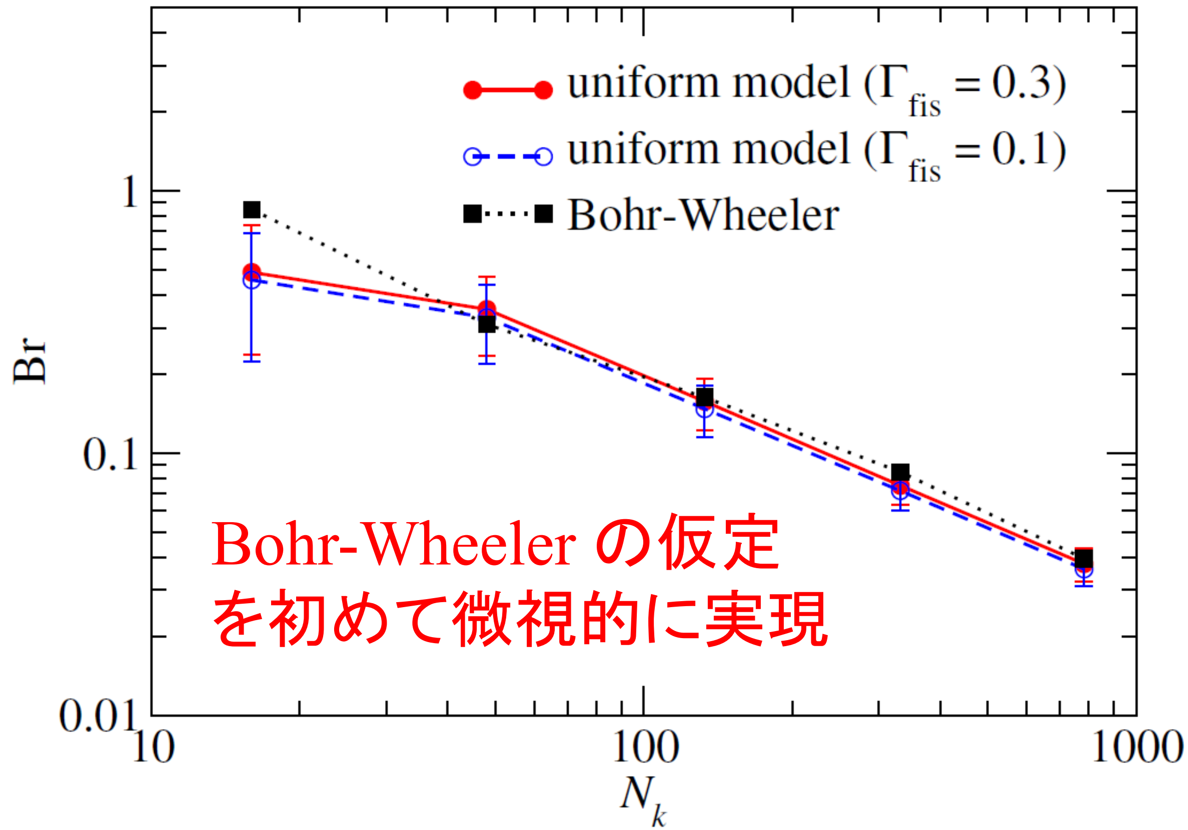
M.Thoss and F. Evers, JCP148, 030901 (2018)

Datta公式 / Landauer 公式

$$T_{ij} = Tr(\Gamma_i(H-E)^{-1}\Gamma_j(H^\dagger - E)^{-1})$$

P.S. Samle, A.W. Ghosh, and S. Datta, PRB64, 201403 (2001)

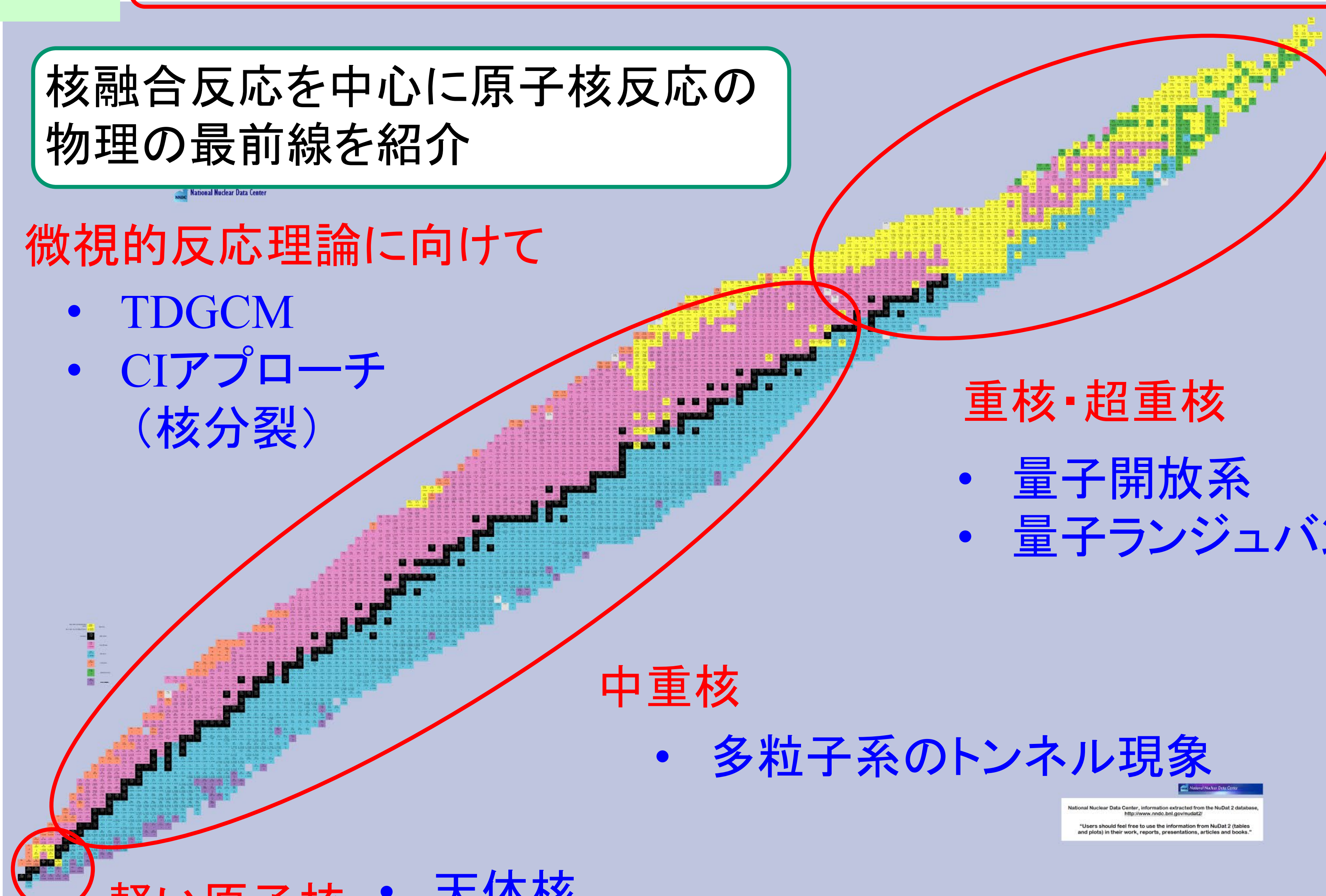




G.F. Bertsch and K.H., arXiv:2102.07084

まとめ

核反応：豊富なバラエティを持つ量子多体系のダイナミックス



核融合反応を中心に原子核反応の物理の最前線を紹介

微視的反応理論に向けて

- TDGCM
- CIアプローチ（核分裂）

重核・超重核

- 量子開放系
- 量子ランジュバン

中重核

- 多粒子系のトンネル現象

軽い原子核

- 天体核
- 共鳴