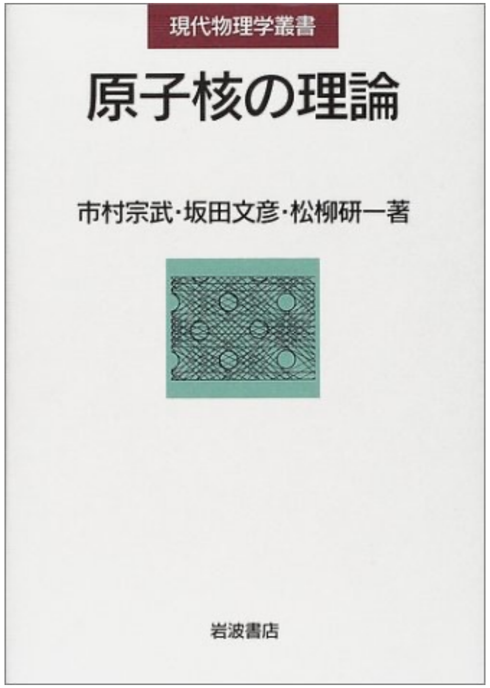
原子核反応概観：非弾性散乱

萩野浩一 （京都大学）

長尾さんからのメール：
原子核の非弾性散乱のレビューをお願いしたい。現象も理論的枠組みも両方。



「原子核の理論」（岩波）
市村、坂田、松柳著

第3章「原子核反応」

自己紹介

萩野浩一（はぎのこういち）

専門：原子核理論
低エネルギー重イオン反応（核融合、非弾性散乱）
超重元素、核分裂
中性子過剰核の構造

経歴：東北大で学位→ワシントン大でPD→京大基研助手
→東北大助（准）教授→京大教授

ニュートリノ関係の知り合い：

A.B. Balantekin (Wisconsin)
井上邦雄さん（東北大）
市川温子さん（東北大）
中家剛さん（京大）
Wendell Rogerさん（京大）

ダークマター関係の知り合い：

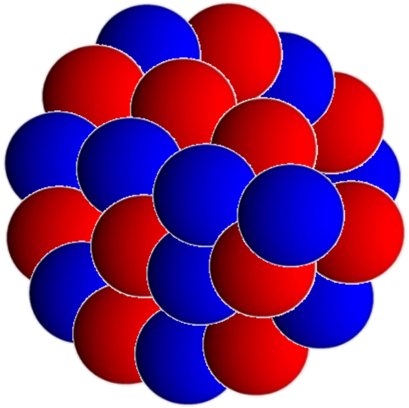
A.B. Balantekin (Wisconsin)
安達俊介さん（京大）
陳詩遠さん（京大）

原子核反応概観:非弾性散乱

萩野浩一 （京都大学）

1. はじめに:原子核反応
2. 原子核の励起状態
3. 各エネルギー領域ごとの非弾性散乱の様相
4. ボルン近似と応答関数
5. まとめ

はじめに：原子核反応



原子核は陽子と中性子から構成される複合粒子

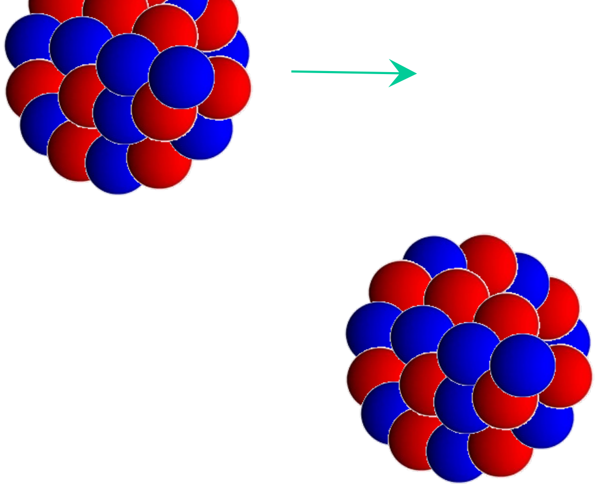
→ 豊富な核反応様式

- ✓ 弾性散乱
- ✓ 非弾性散乱
- ✓ 核融合反応

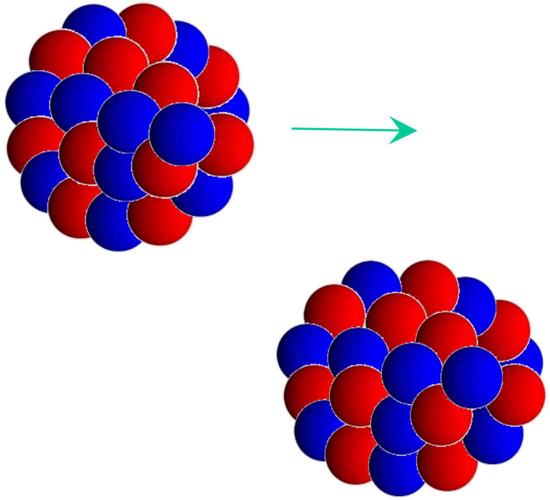
他にも
- ✓ 核子移行反応
- ✓ ノックアウト反応

など

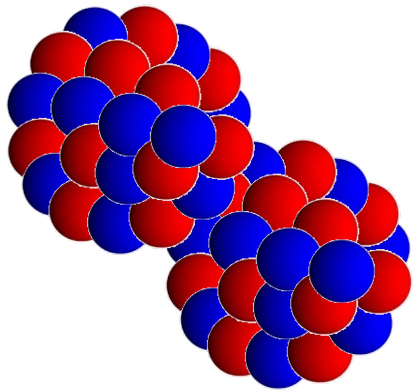
弾性散乱



非弾性散乱

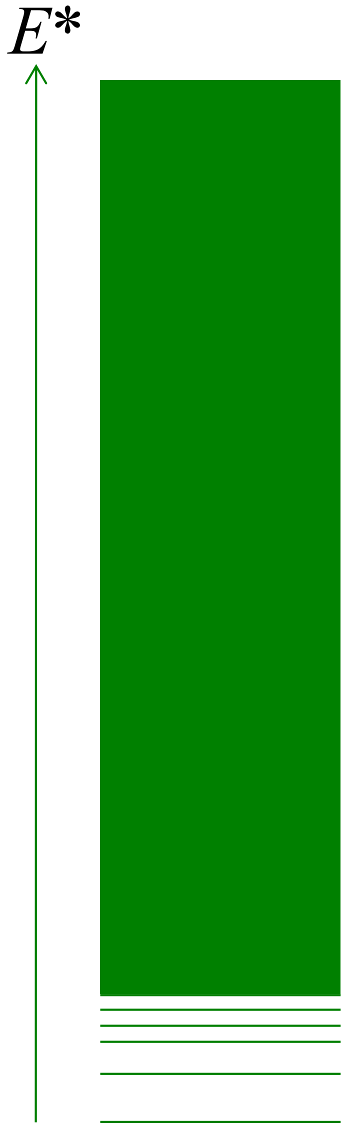


核融合反応



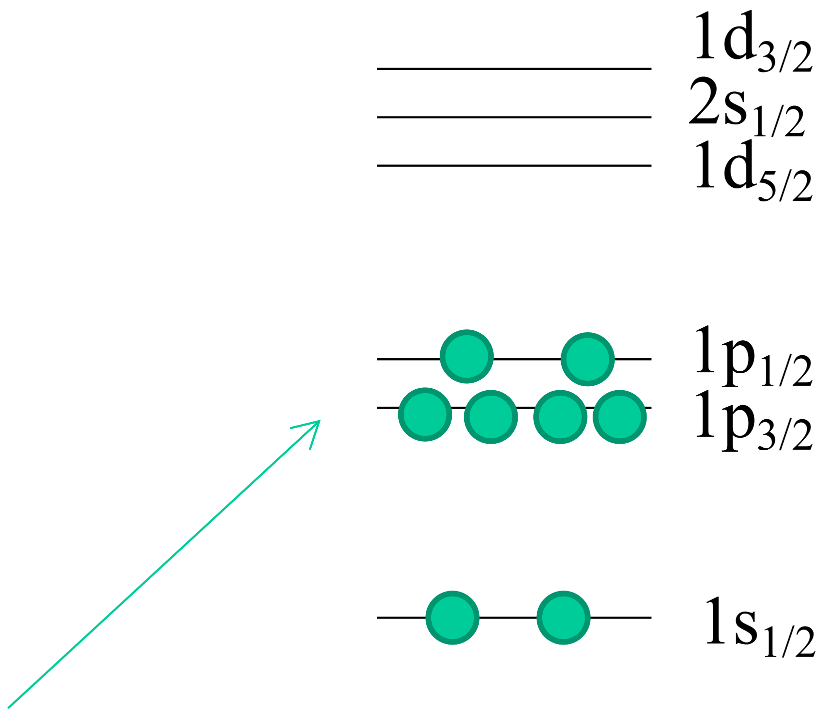
これらは独立ではなく、お互いに影響を及ぼし合っている

原子核の励起状態



$$\rho(E^*) \sim e^{2\sqrt{aE^*}}$$

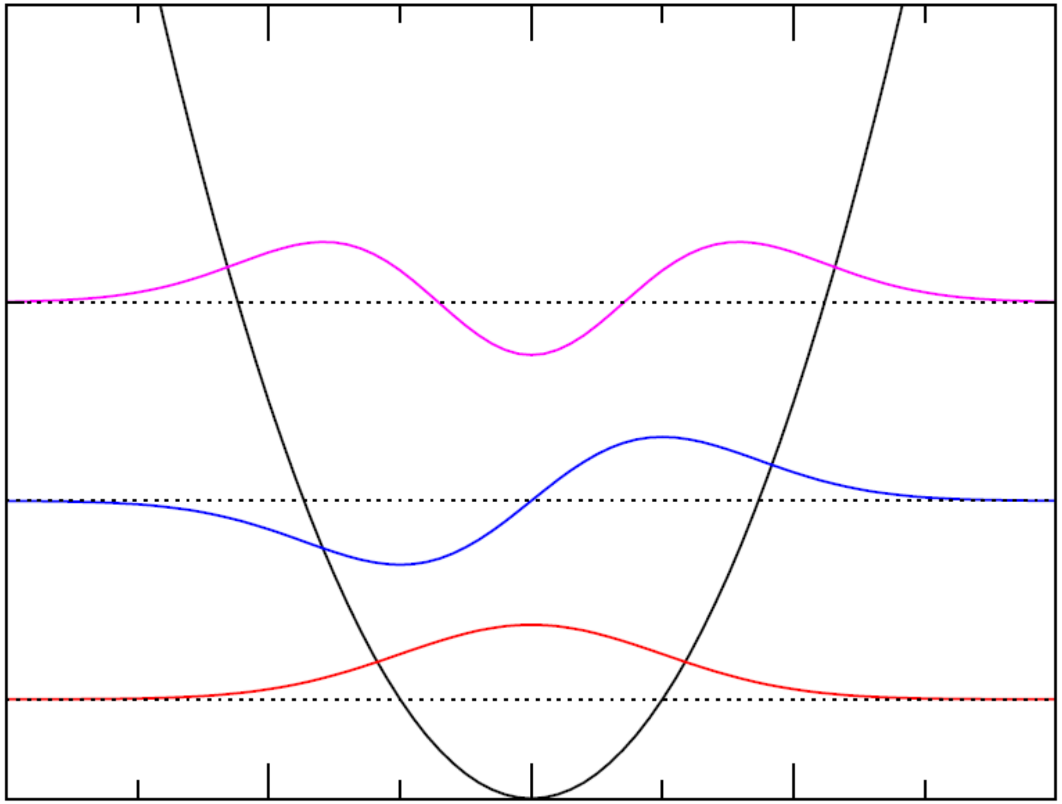
平均場理論
（基底状態）



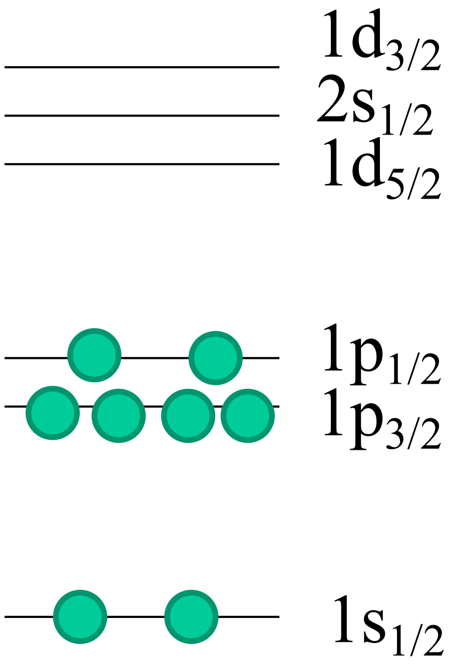
原子核の典型的な
スペクトル

励起状態

ポテンシャル中の1粒子の場合

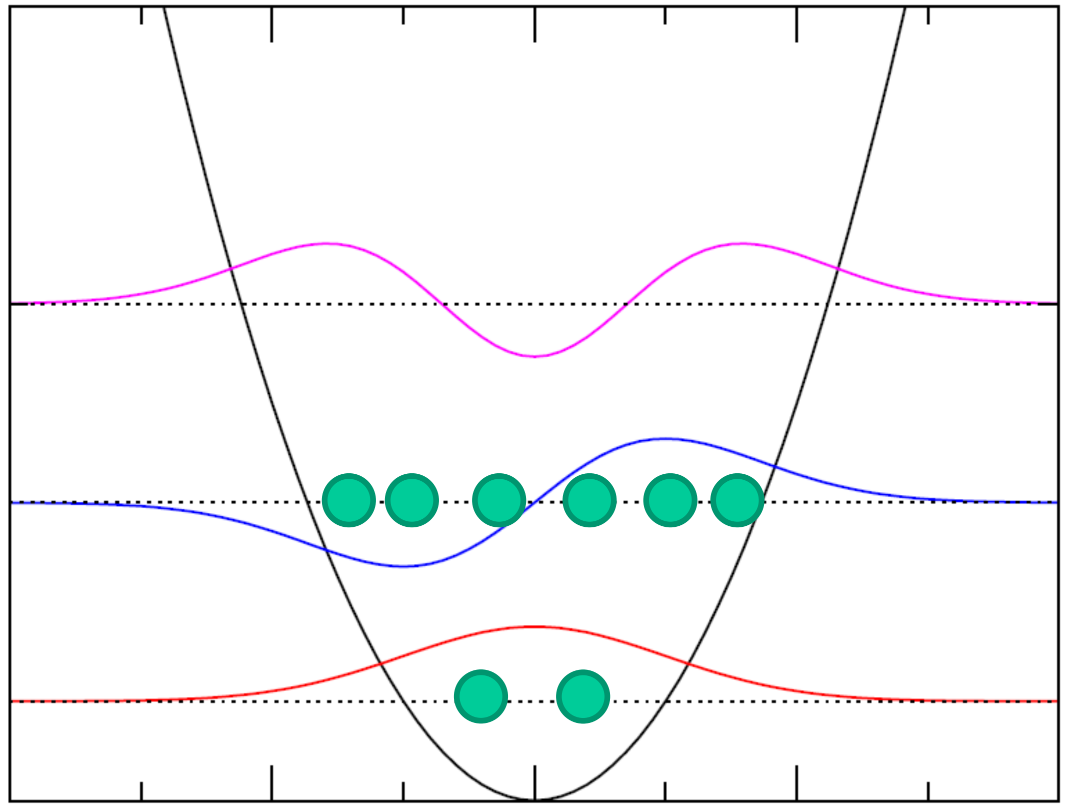


原子核の励起状態



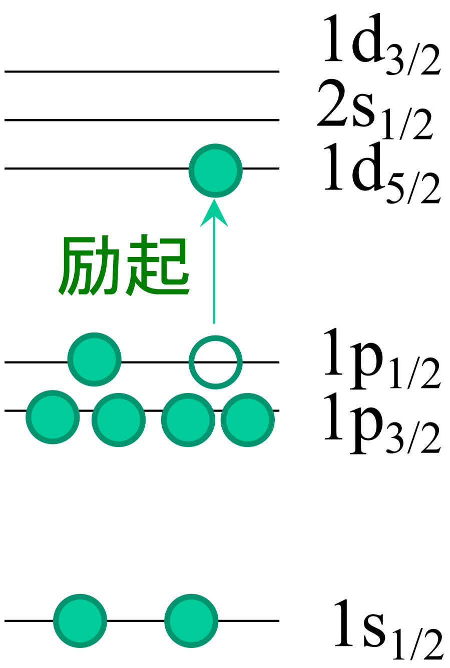
基底状態

多体系の場合

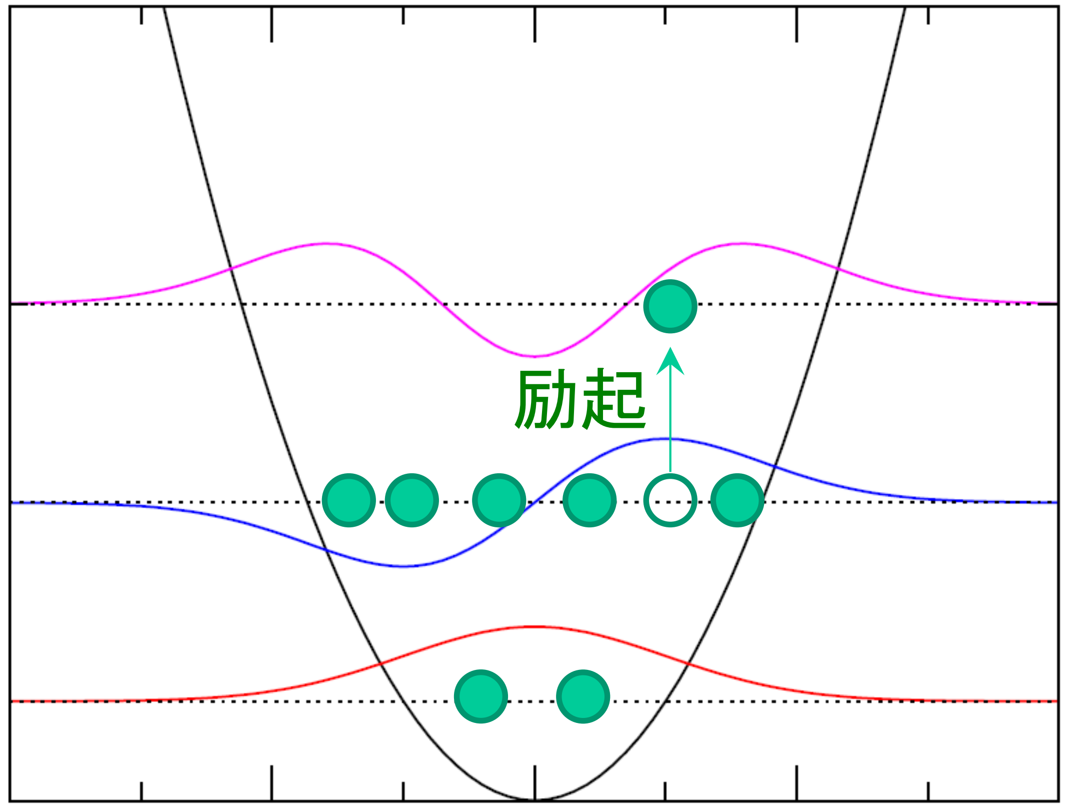


基底状態

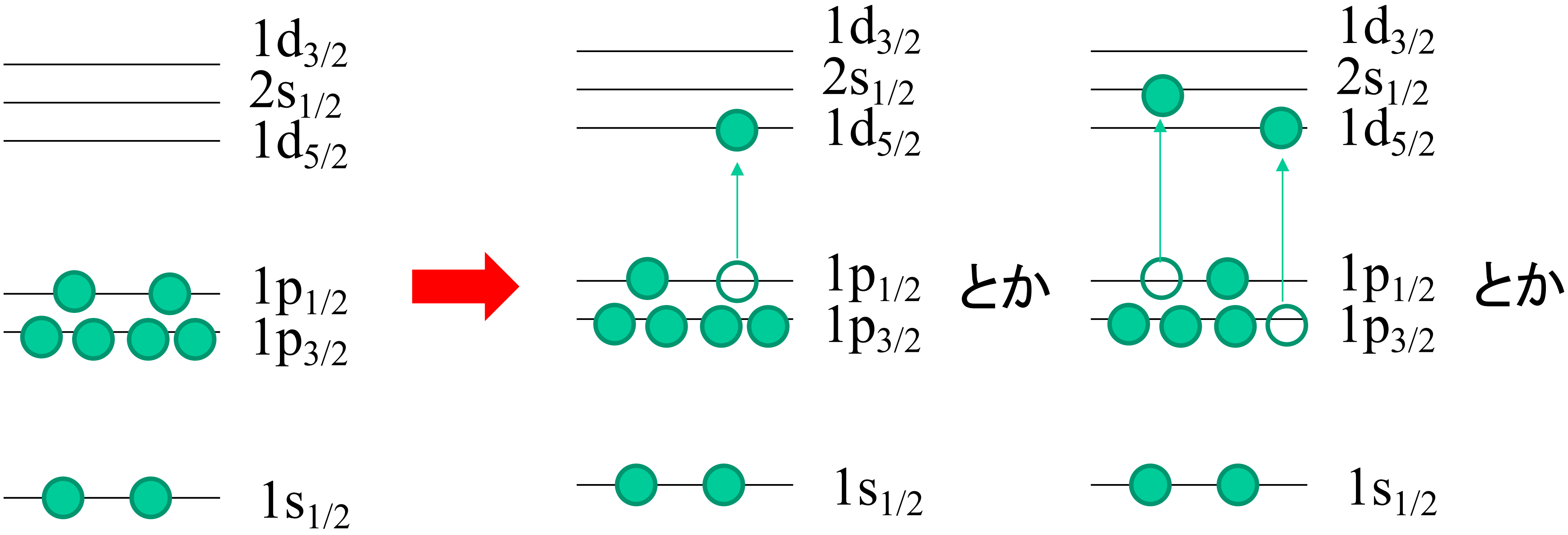
原子核の励起状態



多体系の場合



原子核の励起状態

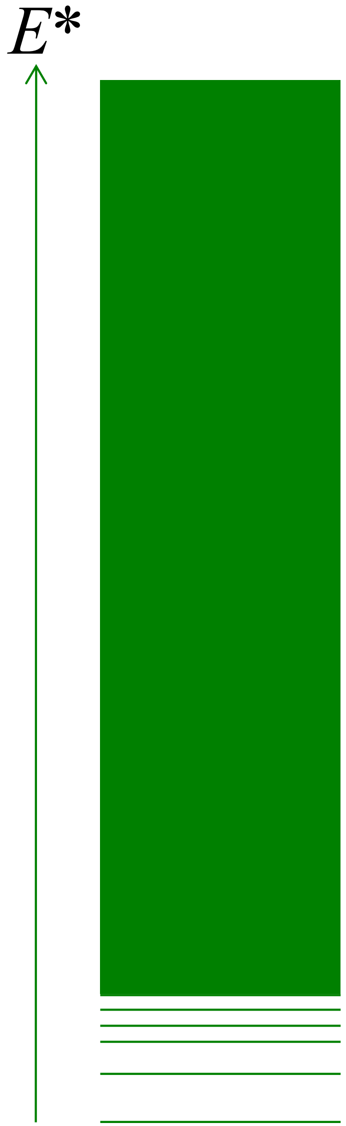


基底状態

「多粒子多空孔励起（非集団励起）」と呼ばれる

→　原子核には他にも「集団励起」がある

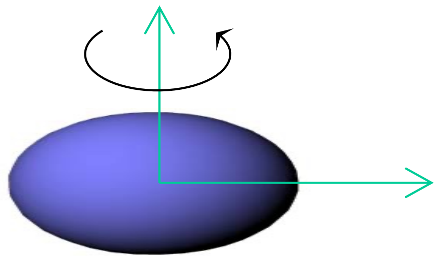
原子核の励起状態

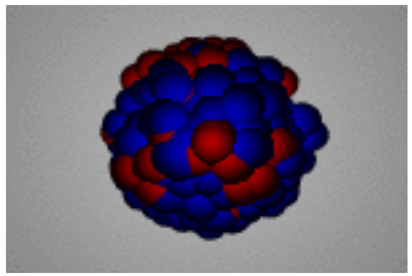


$$\rho(E^*) \sim e^{2\sqrt{aE^*}}$$

集団励起状態(コヒーレントな励起)

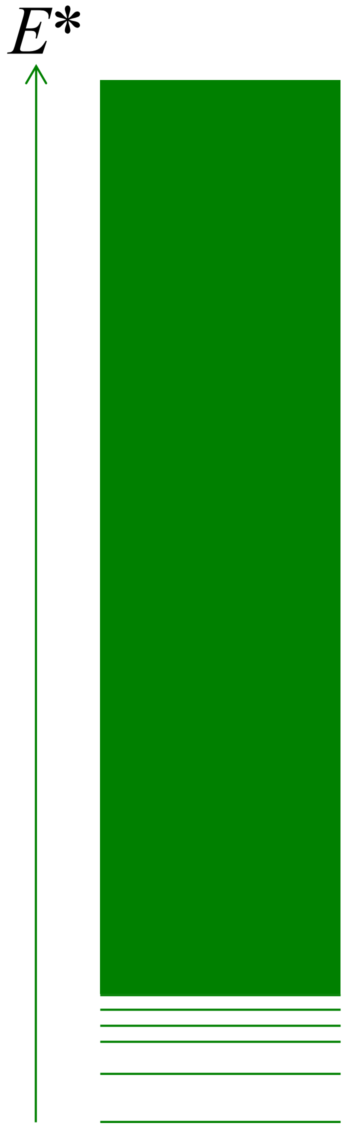
- ✓ 変形した原子核の回転
- ✓ 表面振動





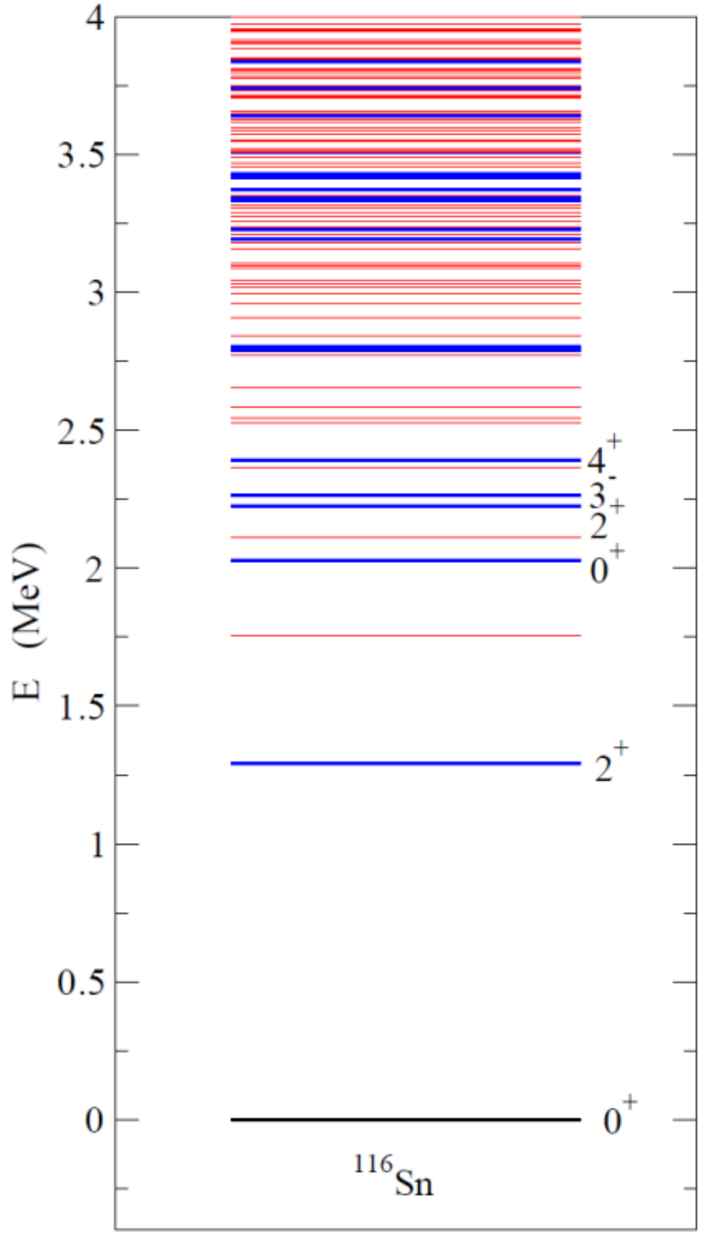
原子核のスペクトル

原子核の励起状態



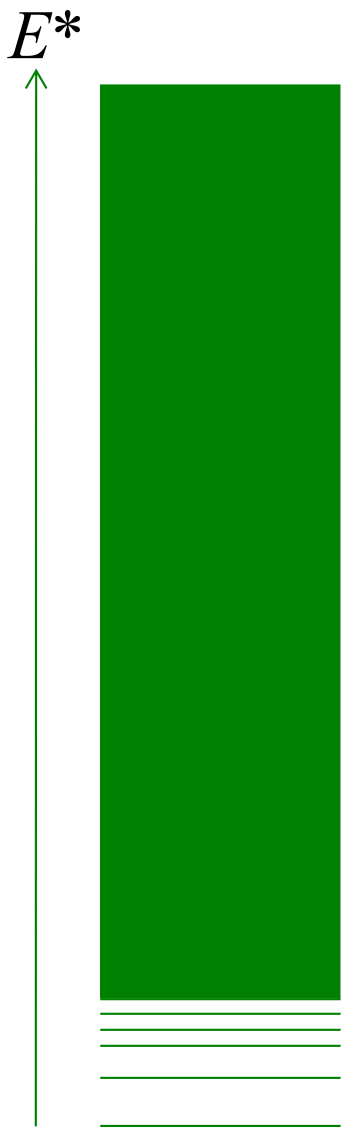
原子核のスペクトル

^{116}Sn の実際のスペクトル



青：集団励起状態
赤：非集団励起状態

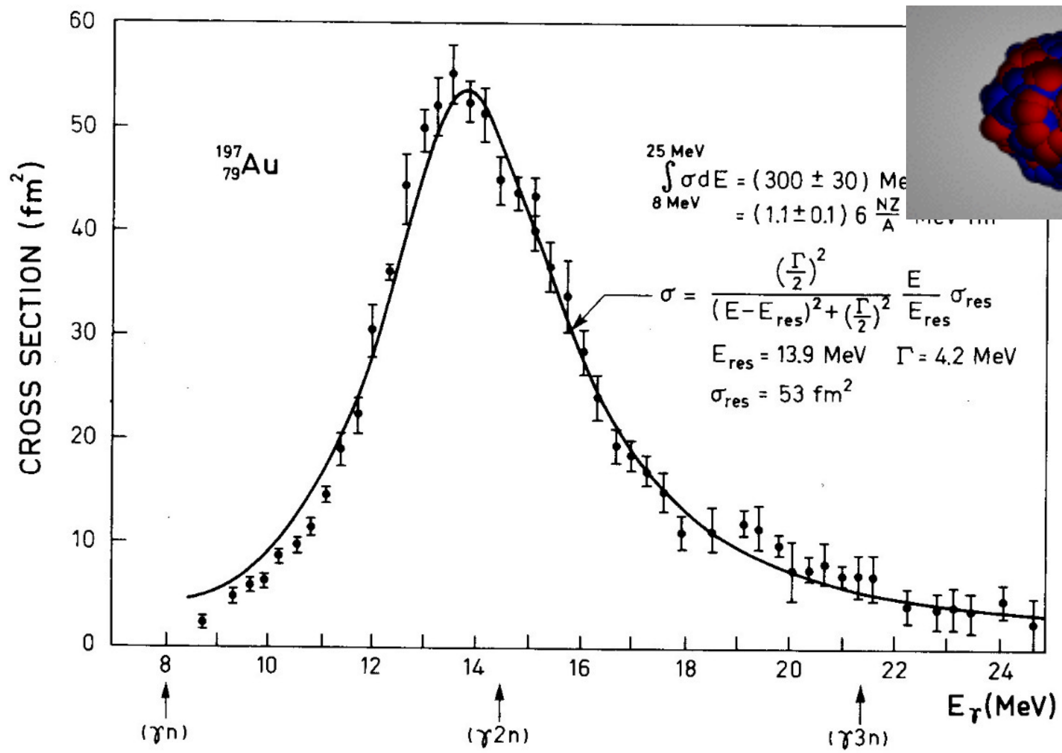
原子核の励起状態

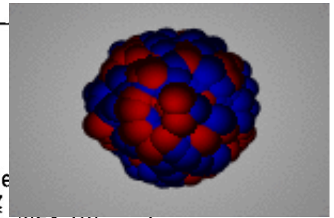


集団励起状態は比較的高い励起エネルギーに現れるものもある

- 高エネルギーモード（巨大共鳴）
- 低エネルギーモード

巨大双極子共鳴





原子核のスペクトル

γ線で原子核を叩いて励起させる

原子核の励起状態

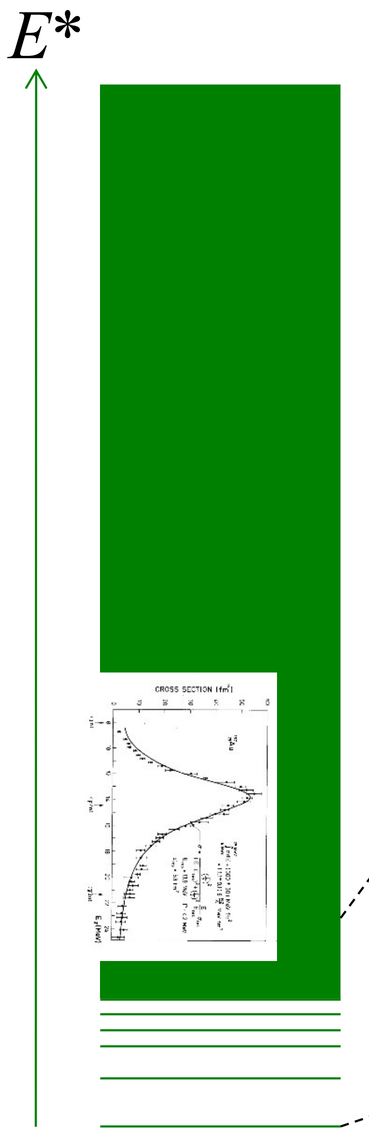
これらの表面振動（集団励起）は、一粒子励起の
コヒーレントな重ね合わせとして理解されている:

（一番簡単な場合）

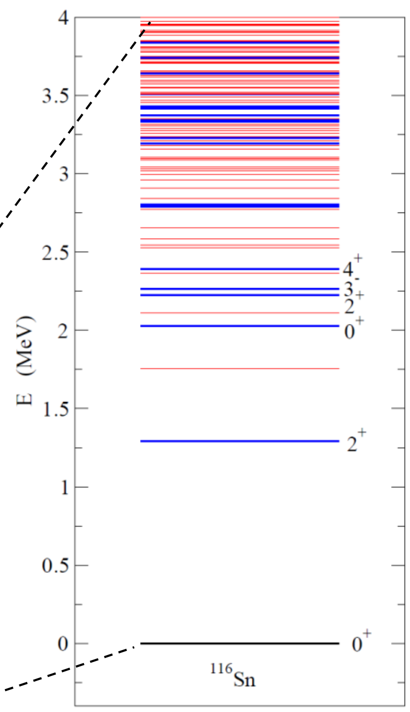
$$|k\rangle = \sum_{ph} X_{ph}^{(k)}\, a_p^\dagger a_h |HF\rangle$$

＊実際の計算ではRPA（乱雑位相近似）が使われるが、
本質はこの式で十分

各エネルギー領域ごとの非弾性散乱の様相



$$\rho(E^*) \sim e^{2\sqrt{aE^*}}$$



原子核のスペクトル

これらの原子核の励起状態はどのように核反応で見えるのか？

- ✓ レプトン反応
- ✓ 軽イオン反応
- ✓ 重イオン反応

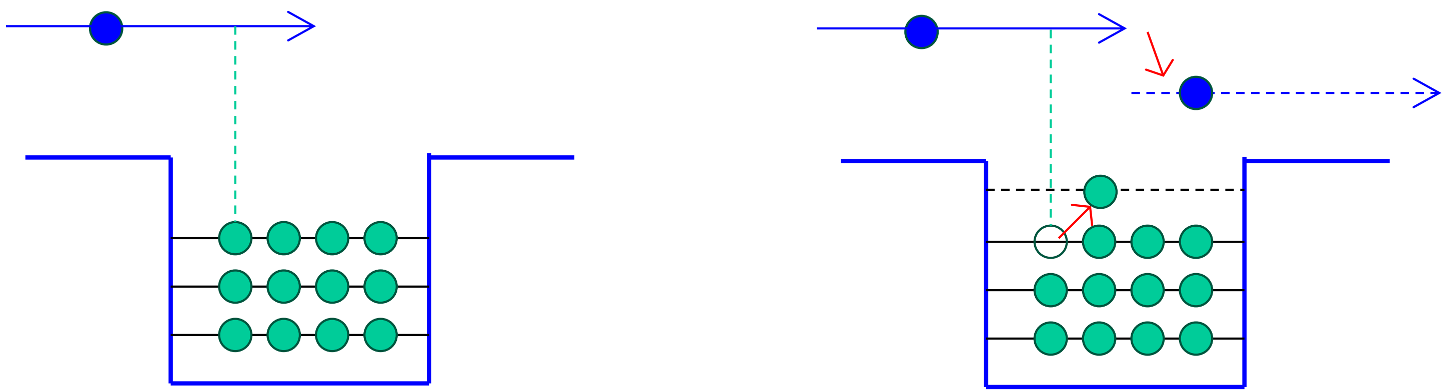
特に軽イオン反応を中心に

軽イオン：α粒子より軽い核
（n, p, d, t, ^{3}He, ^{4}He など）

DM原子核散乱に関係あることも関係ないことも

各エネルギー領域ごとの非弾性散乱の様相: (i) $E/A < 100$ MeV

エネルギーが低いと入射粒子は原子核全体を見る



原子核のつくる平均場
による弾性散乱

$$\left[-\frac{\hbar}{2\mu}\boldsymbol{\nabla}^2 + U(\boldsymbol{r}) - E\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

$$U(r) = \int d\boldsymbol{r}\, v_{nn}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\rho(\boldsymbol{r}')$$

K. Hagino, K. Ogata, and A.M. Moro,
PPNP125, 103951 (2022)

少数の自由度とのみ
相互作用して飛び出ていく
「直接反応」

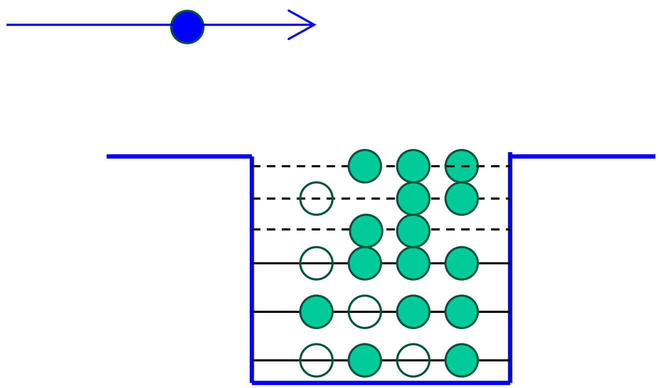
- 1粒子励起
- 集団励起

結合チャンネル法

$$\left[-\frac{\hbar}{2\mu}\boldsymbol{\nabla}^2 + \vec{U}(\boldsymbol{r}) - E\right]\vec{\psi}(\boldsymbol{r}) = 0$$

各エネルギー領域ごとの非弾性散乱の様相: (i) $E/A < 100$ MeV

エネルギーが低いと入射粒子は原子核全体を見る



粒子の吸収
→非常に多くの自由度
　に入射エネルギーが分配
→入射粒子は記憶を失う

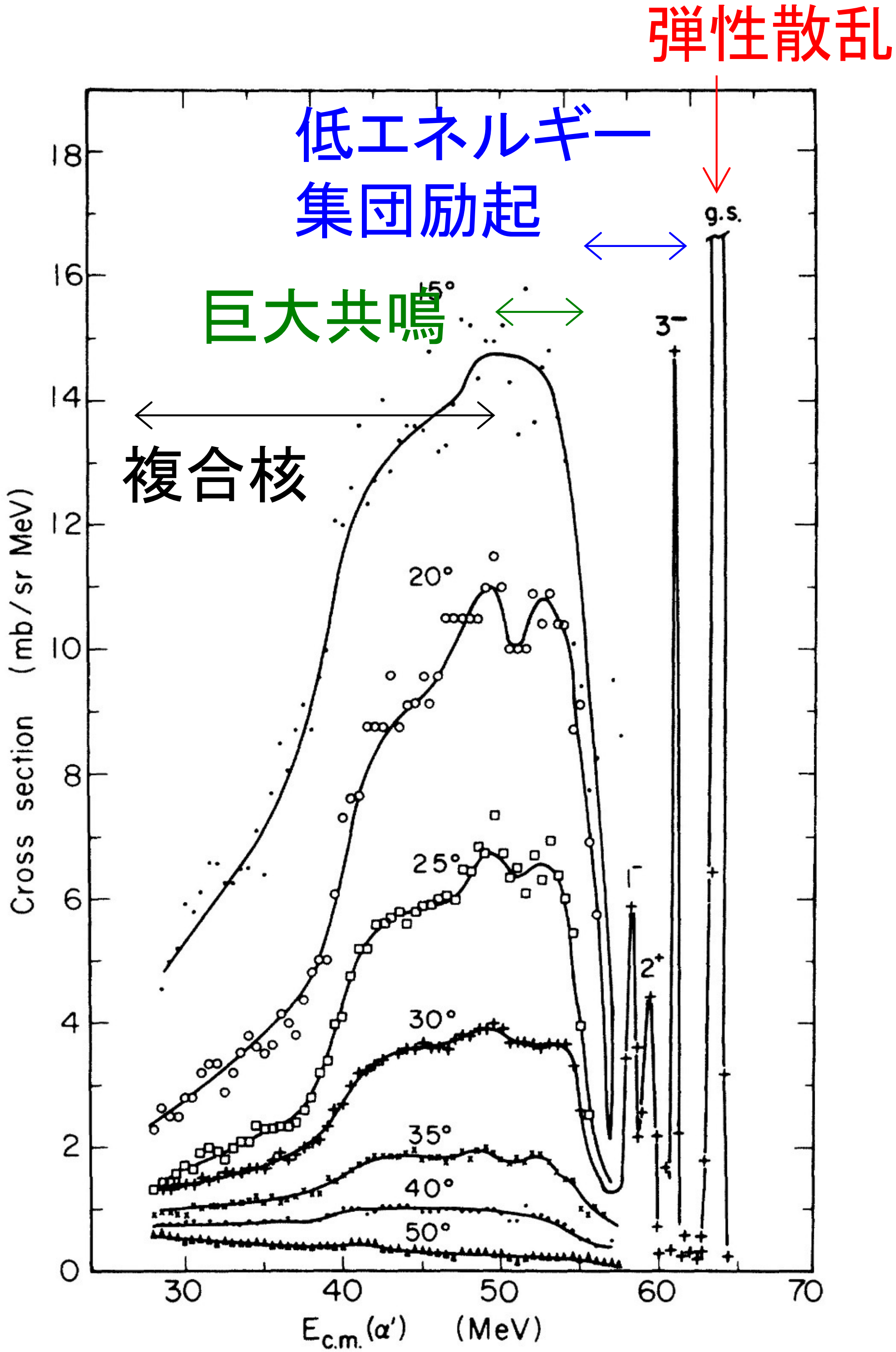
長寿命の「複合核」

長い時間の後に再びエネルギー
が粒子に集中し放出される

低エネルギー散乱における
典型的なエネルギースペクトル

^{208}Pb(α,α')^{208}Pb 散乱

E_{lab} = 65 MeV における
出射α粒子の分布



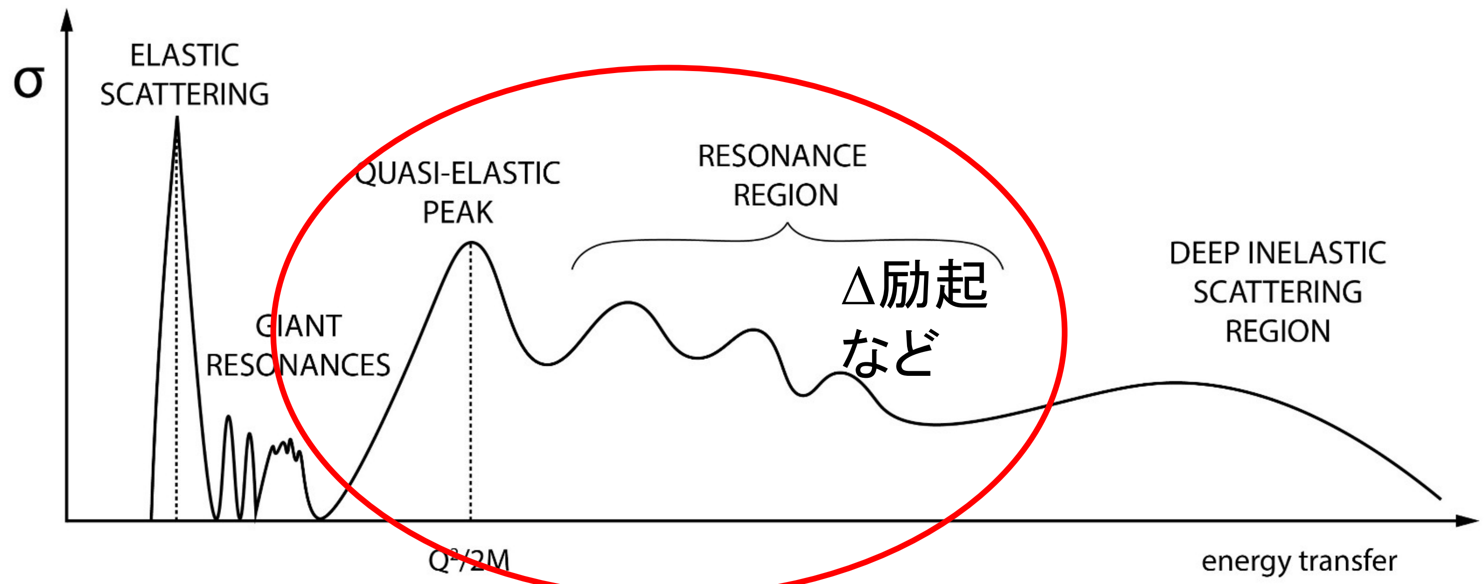
G. Chenevert et al.,
PRL27, 434 (1971).

各エネルギー領域ごとの非弾性散乱の様相:(ii) $E/A > 100$ MeV

中間エネルギー反応

反応の時間スケールが短い(入射粒子の波長が短い)
→1回~少数回の散乱で反応が完結
(核内の核子を1個ずつ見れるようになる)

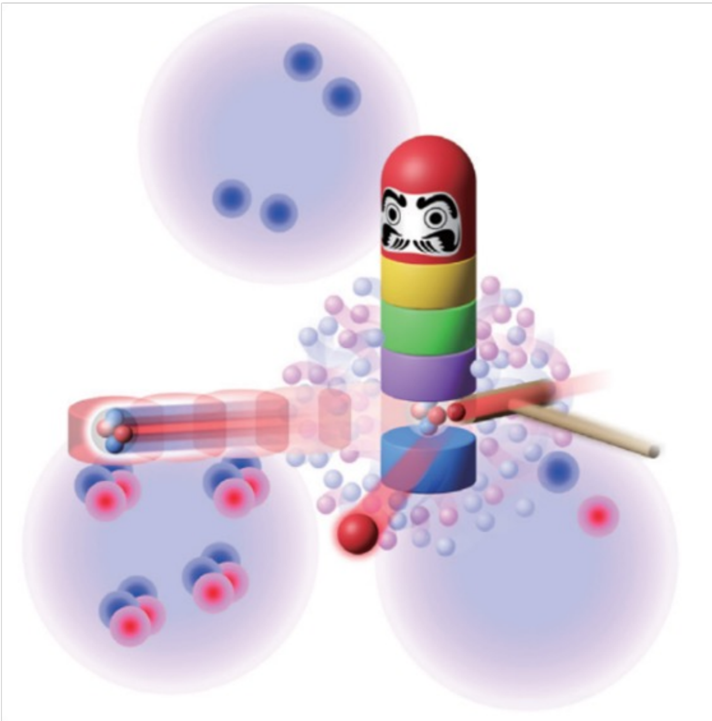
- 特に、連続状態への励起では、
入射粒子が核内1核子と「自由な」散乱: Quasi-free scattering



J.E. Sobczyk and J. Nieves, PoS (NuFact2019) 009

各エネルギー領域ごとの非弾性散乱の様相：(ii) $E/A > 100$ MeV

ノックアウト反応



緒方一介、上坂友洋
物理学会誌 76, 575 (2021)

(p,2p) 反応や(p,pα) 反応など

高速の陽子を原子核に打ち込み
核内の陽子やα粒子を叩き出す

↓

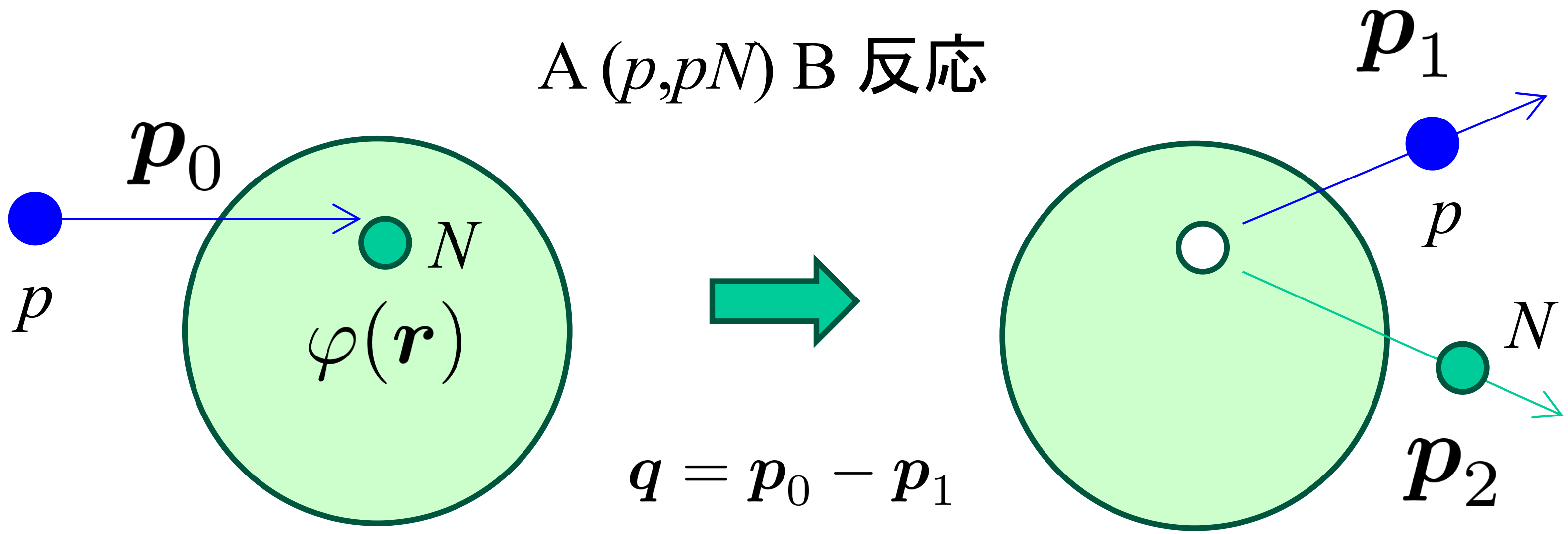
核内の陽子やα粒子の様子を探る
よいプローブ

「おのころプロジェクト」@RIKEN

上坂

＊ 自凝（おのころ）島
神々が作り出した最初の島
自凝＝核内クラスターに通じる

A (*p*,*pN*) B 反応



原子核A　　　　原子核B (=A-N)

平面波インパルス近似(PWIA)での遷移振幅:

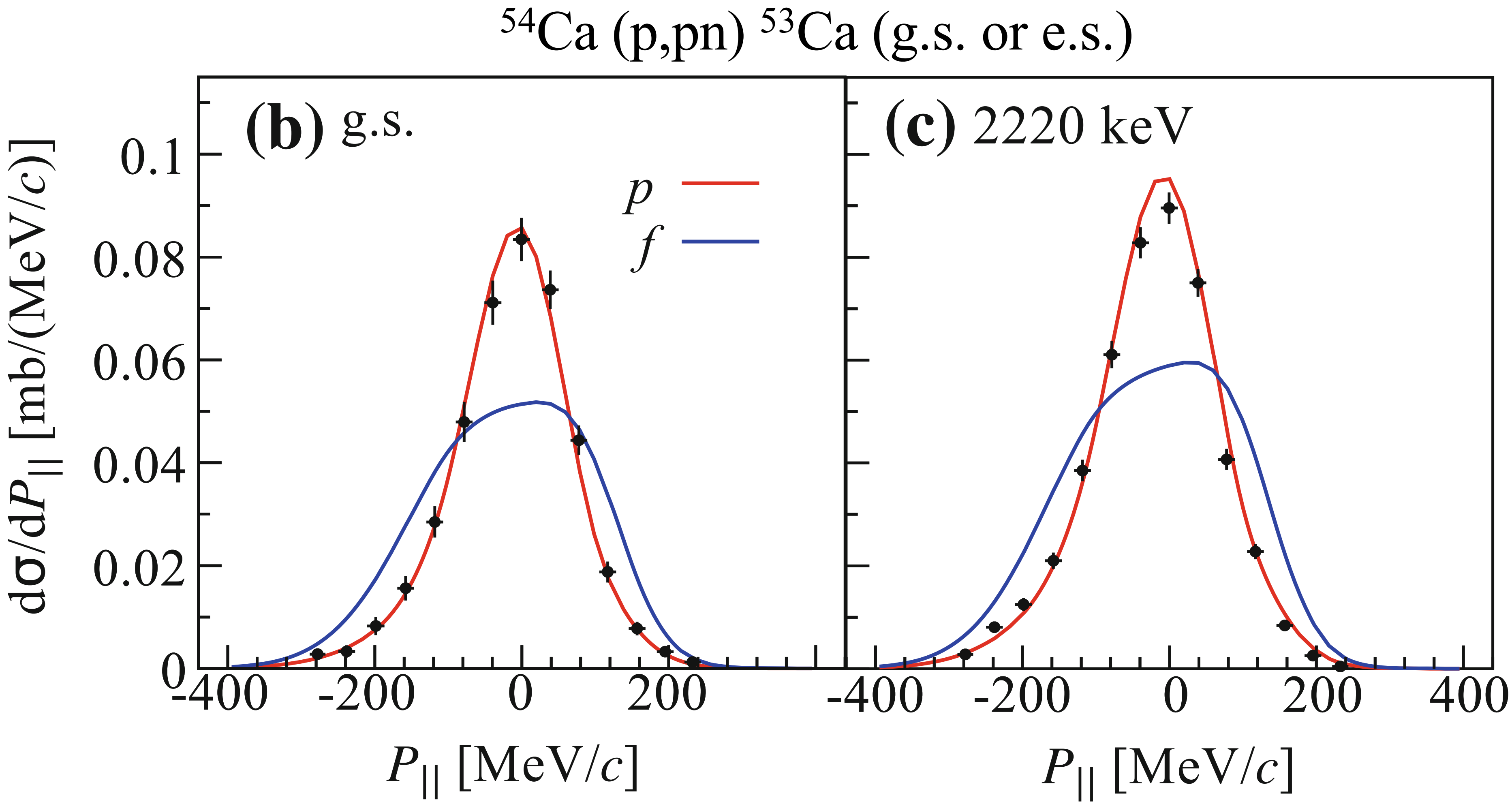
$$
\begin{aligned}
T = \langle \psi_1 \psi_2 | t_{pN} | \psi_0 \varphi \rangle &= t_{pN}(\boldsymbol{q}) \int d\boldsymbol{r} \left[e^{-i\boldsymbol{p}_1 \cdot \boldsymbol{r}} e^{-i\boldsymbol{p}_2 \cdot \boldsymbol{r}} \right] \left[e^{i\boldsymbol{p}_0 \cdot \boldsymbol{r}} \varphi(\boldsymbol{r}) \right] \\
&= t_{pN}(\boldsymbol{q}) \int d\boldsymbol{r}\, e^{i\boldsymbol{Q} \cdot \boldsymbol{r}} \varphi(\boldsymbol{r})
\end{aligned}
$$

素過程

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{p}_0 - \boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}_2$$

* 実際の計算では平面波からのずれを考慮した取り扱い (DWIA) が重要

中性子過剰核 ^{54}Caの (p,pn) 反応とDWIA計算



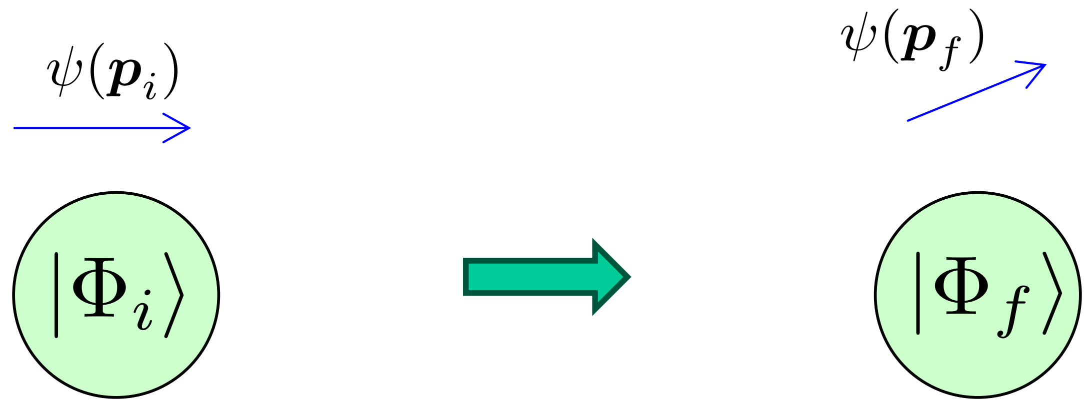
実験：S. Chen et al., PRL123, 1422501 (2019).

理論：K. Yoshida, Few-Body Systems 62, 28 (2021).

ボルン近似と応答関数

- 高エネルギー反応
- エネルギーが低くても弱いプローブの場合 ← ニュートリノやDM

→（歪曲波）ボルン近似



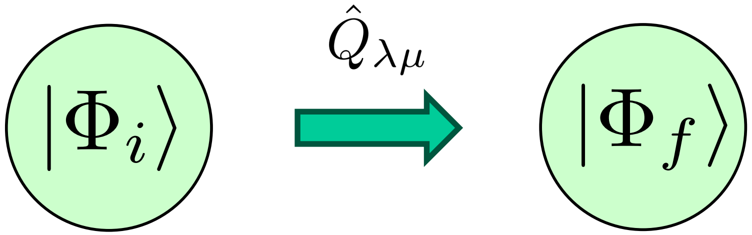
$$H = T + H_{\rm nucl} + V(\boldsymbol{r},\xi) = \underbrace{T + U(r) + H_{\rm nucl}}_{\equiv H_0} + \underbrace{V(\boldsymbol{r},\xi) - U(r)}_{\equiv H_I}$$

遷移振幅: $\boxed{T_{fi}(\boldsymbol{p}_f,\boldsymbol{p}_i) = \langle\psi(\boldsymbol{p}_f)\Phi_f|H_I|\psi(\boldsymbol{p}_i)\Phi_i\rangle}$

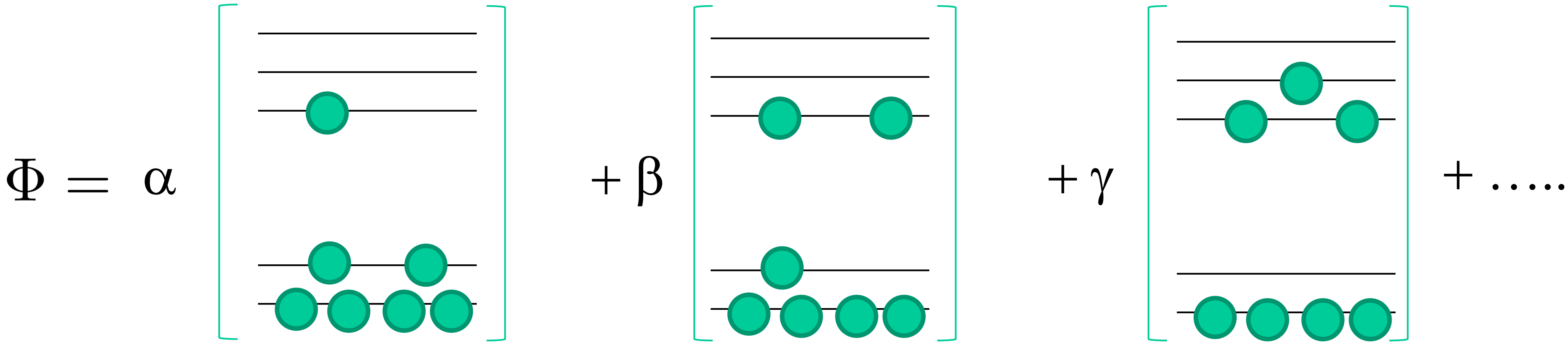
もし、 $H_I = Q_\lambda(\xi)\cdot T_\lambda(\boldsymbol{r})$ という形に書けるなら、

$$\boxed{T_{fi}(\boldsymbol{p}_f,\boldsymbol{p}_i) = \underbrace{\langle\Phi_f|Q_\lambda|\Phi_i\rangle}_{\text{原子核の励起}}\cdot\underbrace{\langle\psi(\boldsymbol{p}_f)|T_\lambda|\psi(\boldsymbol{p}_i)\rangle}_{\text{核反応部分}}}$$

核行列要素　$\langle \Phi_f | Q_\lambda | \Phi_i \rangle$



i) 殻模型

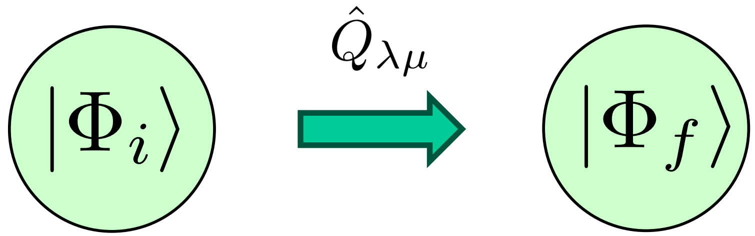


設定した模型空間の中でハミルトニアンを対角化→状態 Φ_i, Φ_f

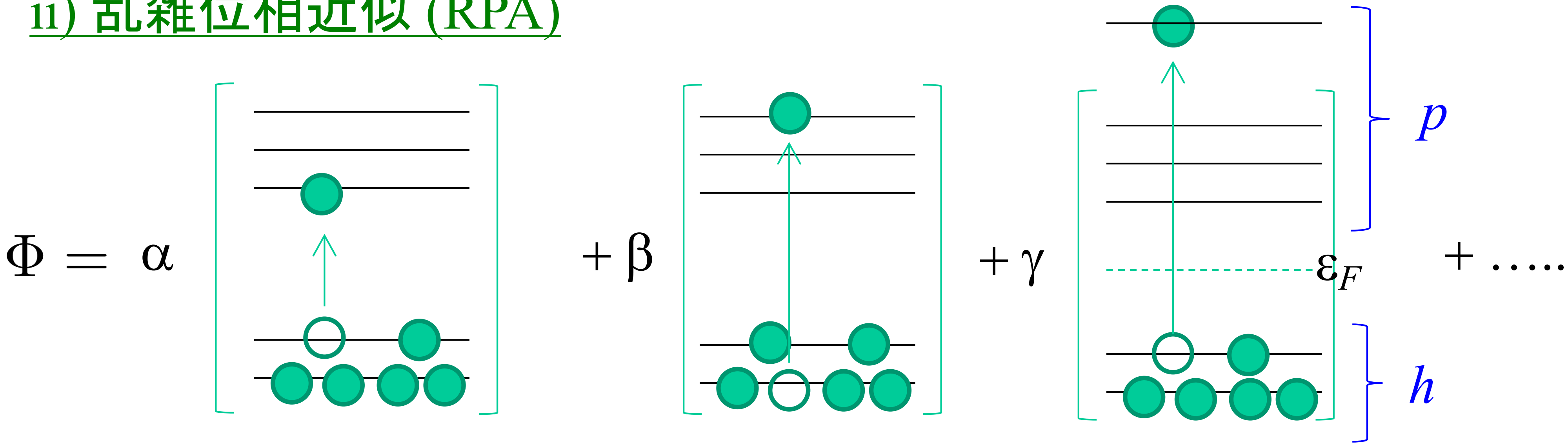
- ✓ 多くの多体相関を取り入れることができる
- ✓ 基底状態近傍→定量性あり
- ✓ 偶核、奇核とも適用可能
- ✓ ハミルトニアン行列の次元が大きくなりがち

　　→ 重い核や励起エネルギーが大きい状態は苦手

核行列要素　$\langle \Phi_f | Q_\lambda | \Phi_i \rangle$



ii) 乱雑位相近似 (RPA)



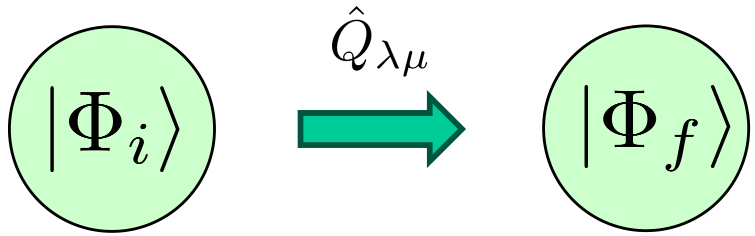
1粒子1空孔状態の重ね合わせとして励起状態を表現する

$$|\nu\rangle = Q_\nu^\dagger |0\rangle = \sum_{ph} \left(X_{ph}\, a_p^\dagger a_h - Y_{ph}\, a_h^\dagger a_p \right) |0\rangle$$

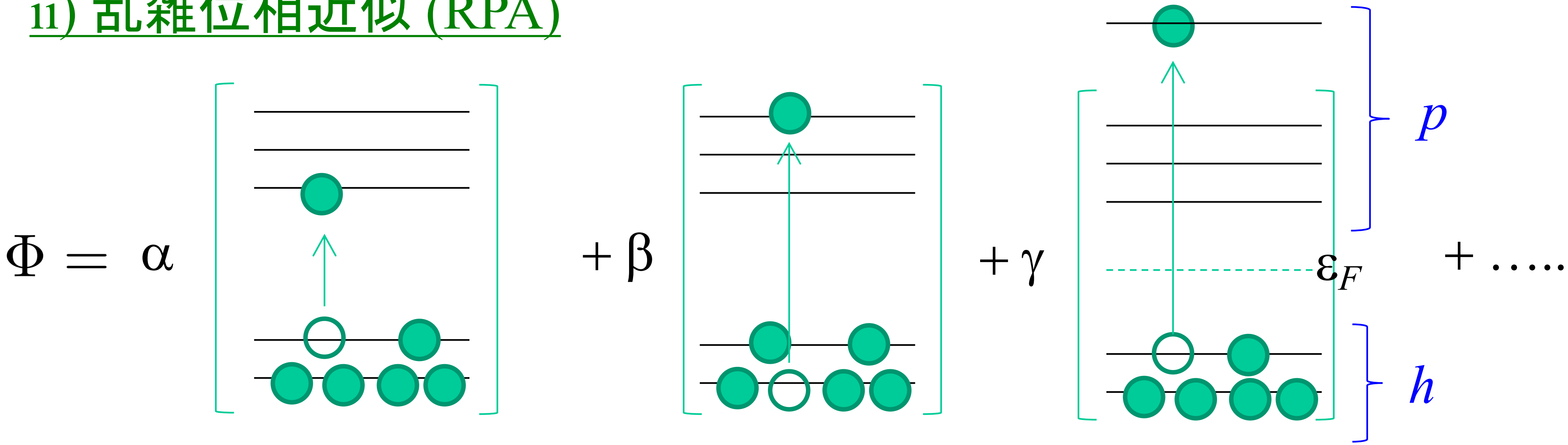
$$\rightarrow [H, Q_\nu^\dagger] |0\rangle \sim E_\nu Q_\nu^\dagger |0\rangle$$

$$\rightarrow X_{\mathrm{ph}},\, Y_{\mathrm{ph}},\, E_\nu$$

核行列要素 $\langle \Phi_f | Q_\lambda | \Phi_i \rangle$



ii) 乱雑位相近似 (RPA)



- ✓ 多体相関は主要なもののみ（1粒子1空孔状態に限定）
- ✓ 1粒子1空孔状態の中で truncation はなし
  →低い励起状態～高い励起状態（連続状態を含む）
  まで統一的に記述できる　⟵ DM散乱では重要
- ✓ 原子核の超流動性を取り入れた拡張が可能 (QRPA)
- ✓ 奇核の記述は苦手

核行列要素　$\langle \Phi_f | Q_\lambda | \Phi_i \rangle$

$$|\Phi_i\rangle \xrightarrow{\hat{Q}_{\lambda\mu}} |\Phi_f\rangle$$

ii) 乱雑位相近似 (RPA)

別の定式化: 線形応答理論

弱い外場で原子核を揺する
→原子核の応答

これを摂動論を使って議論

ii) 乱雑位相近似 (RPA) : 線形応答理論

弱い外場で原子核を揺する
→原子核の応答

外場: $V_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r})\cos\omega t$

⟹ 密度の変化: $\rho_0(\boldsymbol{r}) \to \rho_0(\boldsymbol{r}) + \delta\rho(\boldsymbol{r})\cos\omega t$

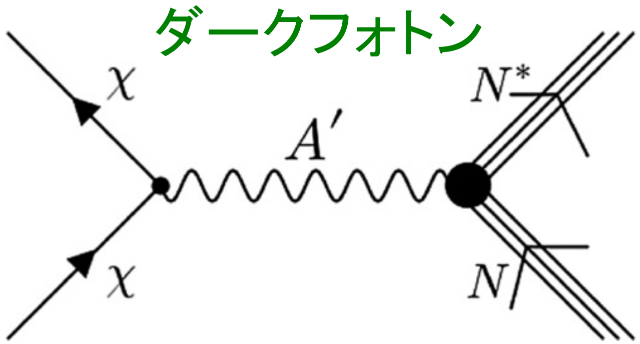
応答関数:
$$\boxed{\delta\rho(\boldsymbol{r}) = \int d\boldsymbol{r}'\,\Pi(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}';\omega)V_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r}')}$$

✓ 与えられたポテンシャル内での波動関数の変化
✓ ポテンシャル自体の変化

強度関数:
$$\boxed{\begin{aligned} S(\omega) &\equiv \sum_k |\langle\Phi_k|V_{\mathrm{ext}}|\Phi_0\rangle|^2\,\delta(\hbar\omega - E_k + E_0) \\ &= \frac{1}{\pi}\int d\boldsymbol{r}d\boldsymbol{r}'\,V_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r})V_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r}')\,\mathrm{Im}\Pi(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}';\omega)\end{aligned}}$$

ダークマターと原子核の非弾性散乱

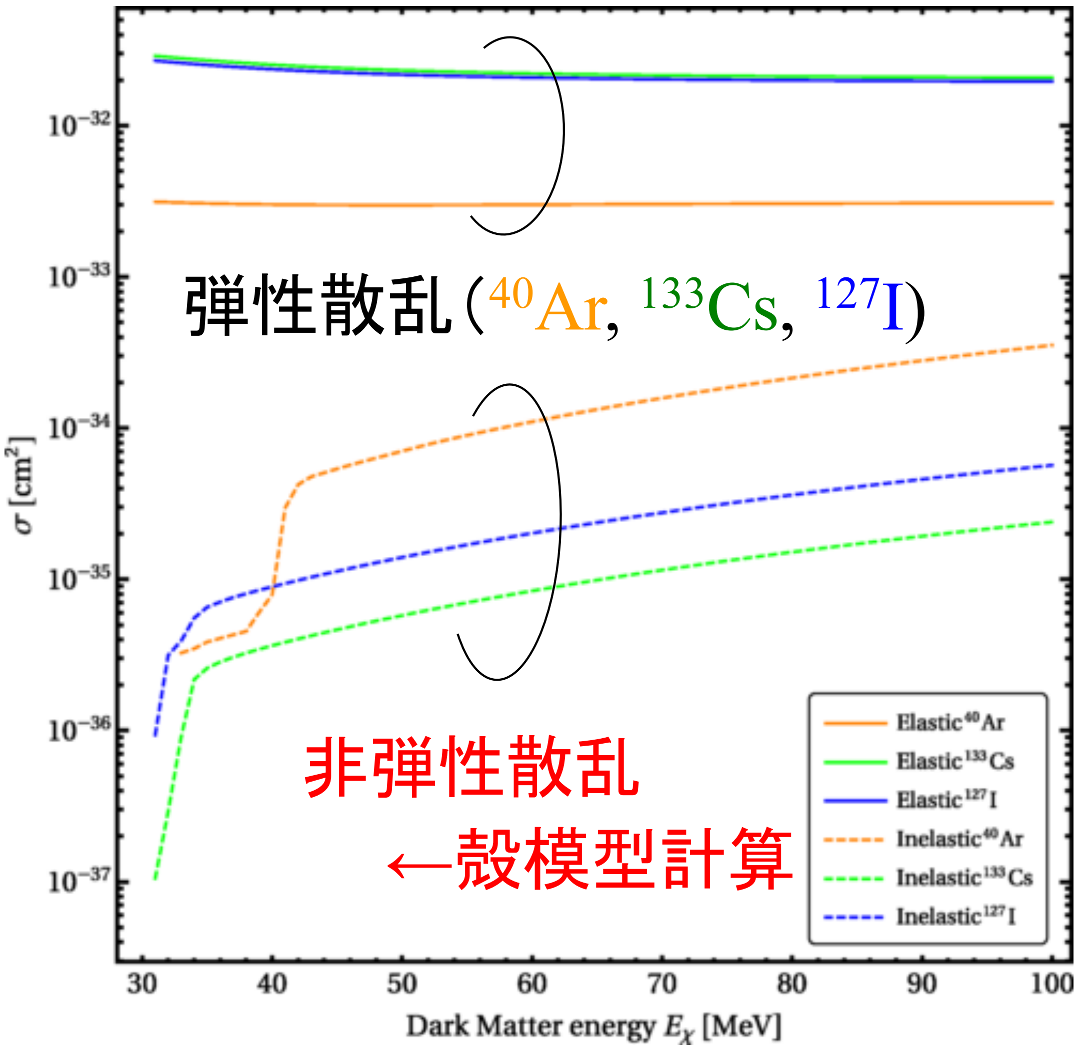
B. Dutta, W.-C. Huang, J.L. Newstead and V. Pandey, PRD106, 113006 (2022).



（長波長近似）

$$\frac{d\sigma_{DM}}{dE_r} = \frac{m_N}{2\pi}\frac{4\pi}{2J+1}$$
$$\times \quad \frac{2e^2\epsilon^2 g_D^2 E'^2_\chi}{p_\chi p'_\chi (2m_N E_r + m_{A'}^2)^2}$$
$$\times \quad \frac{\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{l}^*}{2}\frac{g_A^2}{6\pi}\boxed{|\langle J_f|| \sum_{i=1}^{A} \frac{1}{2}\hat{\sigma_i}\hat{\tau_0}||J_i\rangle|^2}$$

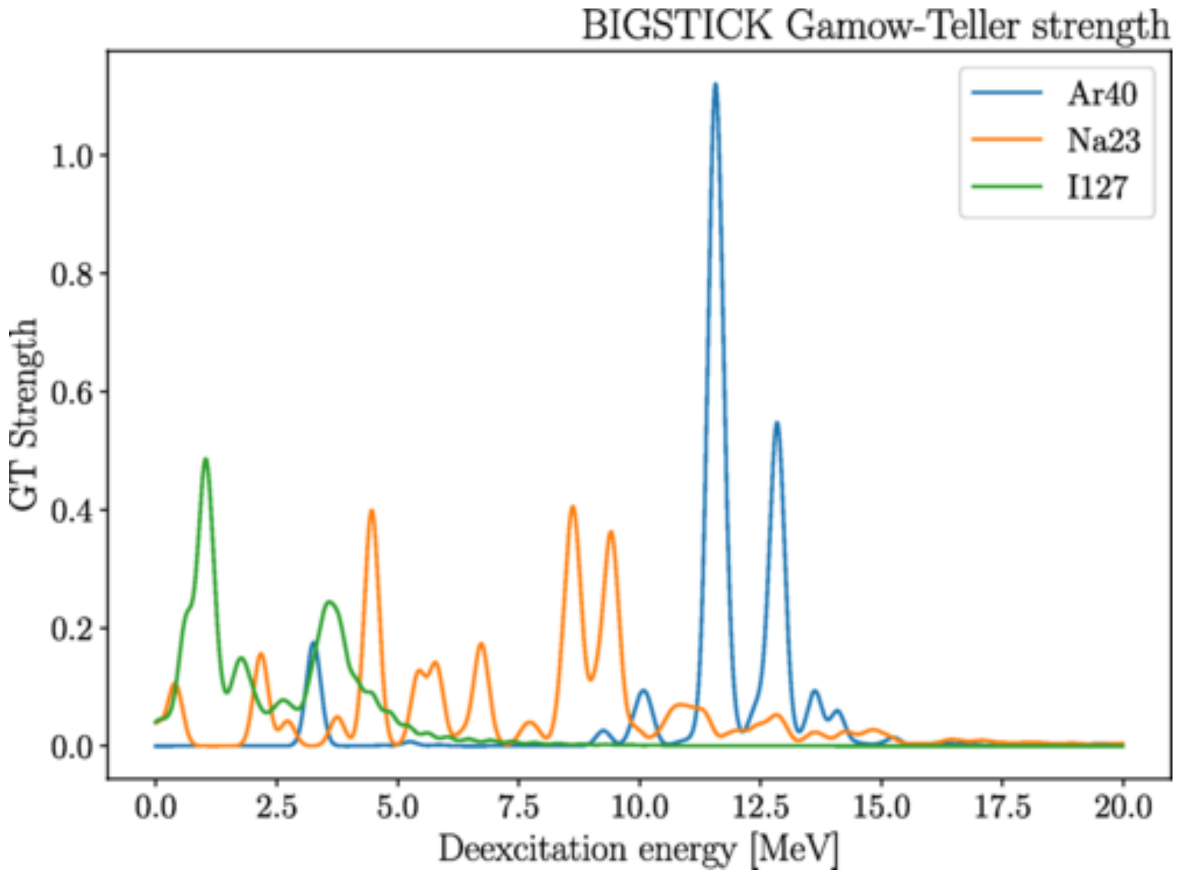
$$l_\mu = \bar{\chi}\gamma^\mu\chi$$



殻模型コード：BIGSTICK （C.W. Johnson et al.）

ダークマターと原子核の非弾性散乱

$$B(GT) = \frac{1}{2J_i + 1} \left| \left\langle J_f \left\| \sum_{i=1}^{A} \frac{1}{2} \hat{\sigma}_i \hat{\tau}_0 \right\| J_i \right\rangle \right|^2$$



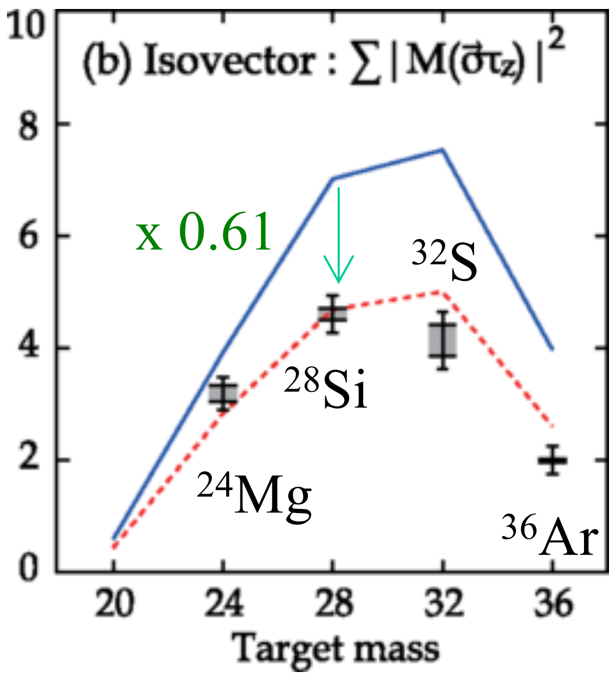
B. Dutta, W.-C. Huang, and J.L. Newstead,
PRL131, 111801 (2023).

ニュートリノ及びダークマターと原子核の非弾性散乱

$$\frac{d\sigma_{DM}}{dE_r} \propto \left| \left\langle J_f \left\| \sum_{i=1}^{A} \frac{1}{2} \hat{\sigma}_i \hat{\tau}_0 \right\| J_i \right\rangle \right|^2$$

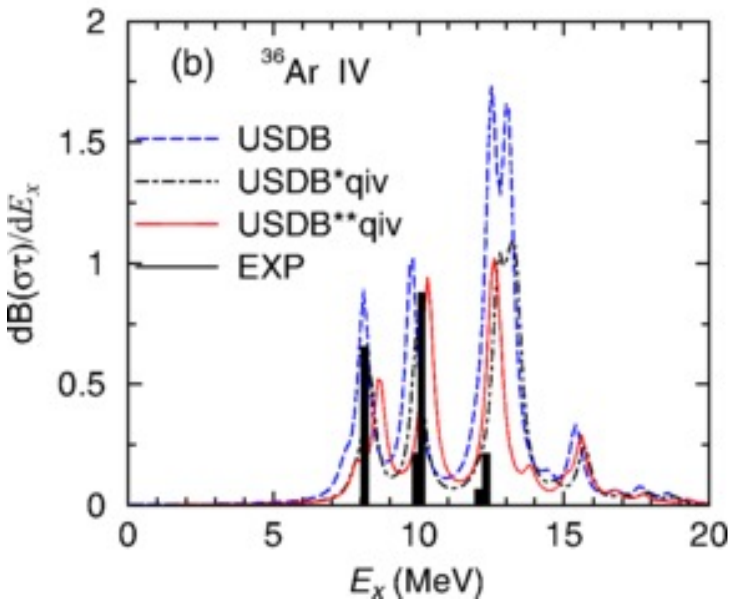
← アイソベクトル型スピンM1遷移

実験（陽子非弾性散乱）



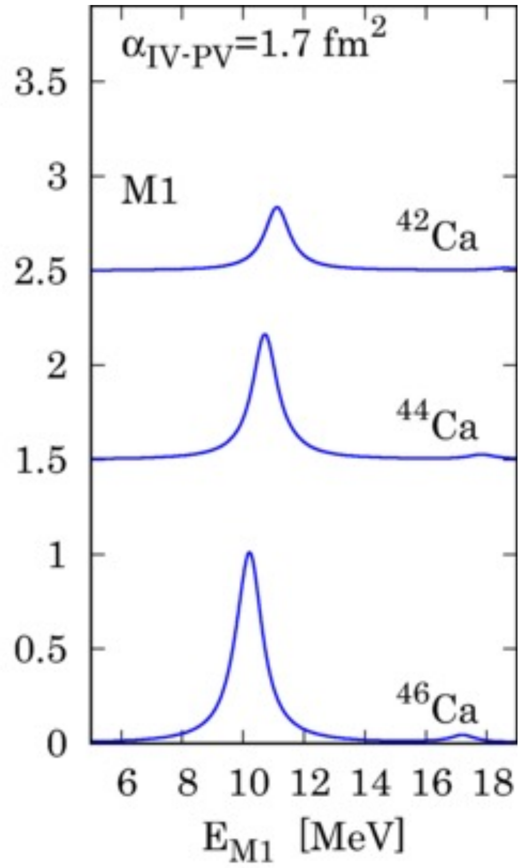
H. Matsubara et al.,
PRL115, 102501 ('15)

殻模型計算



H. Sagawa and T. Suzuki,
PRC97, 054333 ('18)

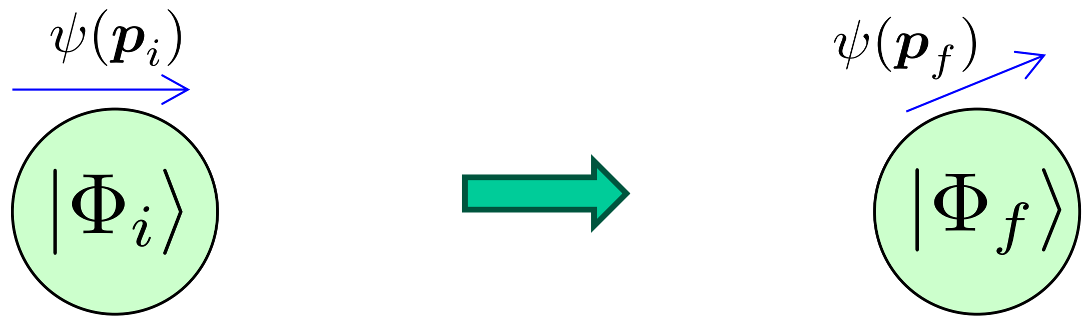
QRPA計算



T. Oishi et al.,
PRC105, 064309 ('22)

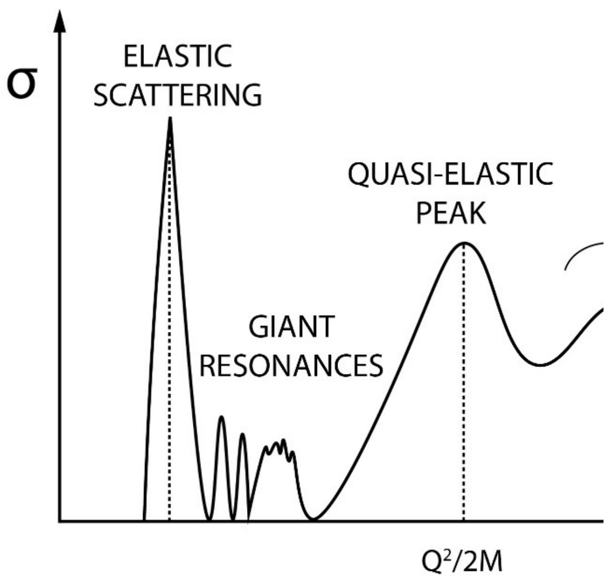
まとめ

DMと原子核の散乱：ボルン近似が十分よい近似（弱結合）



遷移振幅： $T_{fi}(\boldsymbol{p}_f, \boldsymbol{p}_i) = \langle \psi(\boldsymbol{p}_f)\Phi_f | H_I | \psi(\boldsymbol{p}_i)\Phi_i \rangle$

核行列要素： $\langle \Phi_f | \hat{O} | \Phi_i \rangle$



✓ Dutta らによると $\hat{O} = \boldsymbol{\sigma\tau}$ が主要成分

i) 殻模型

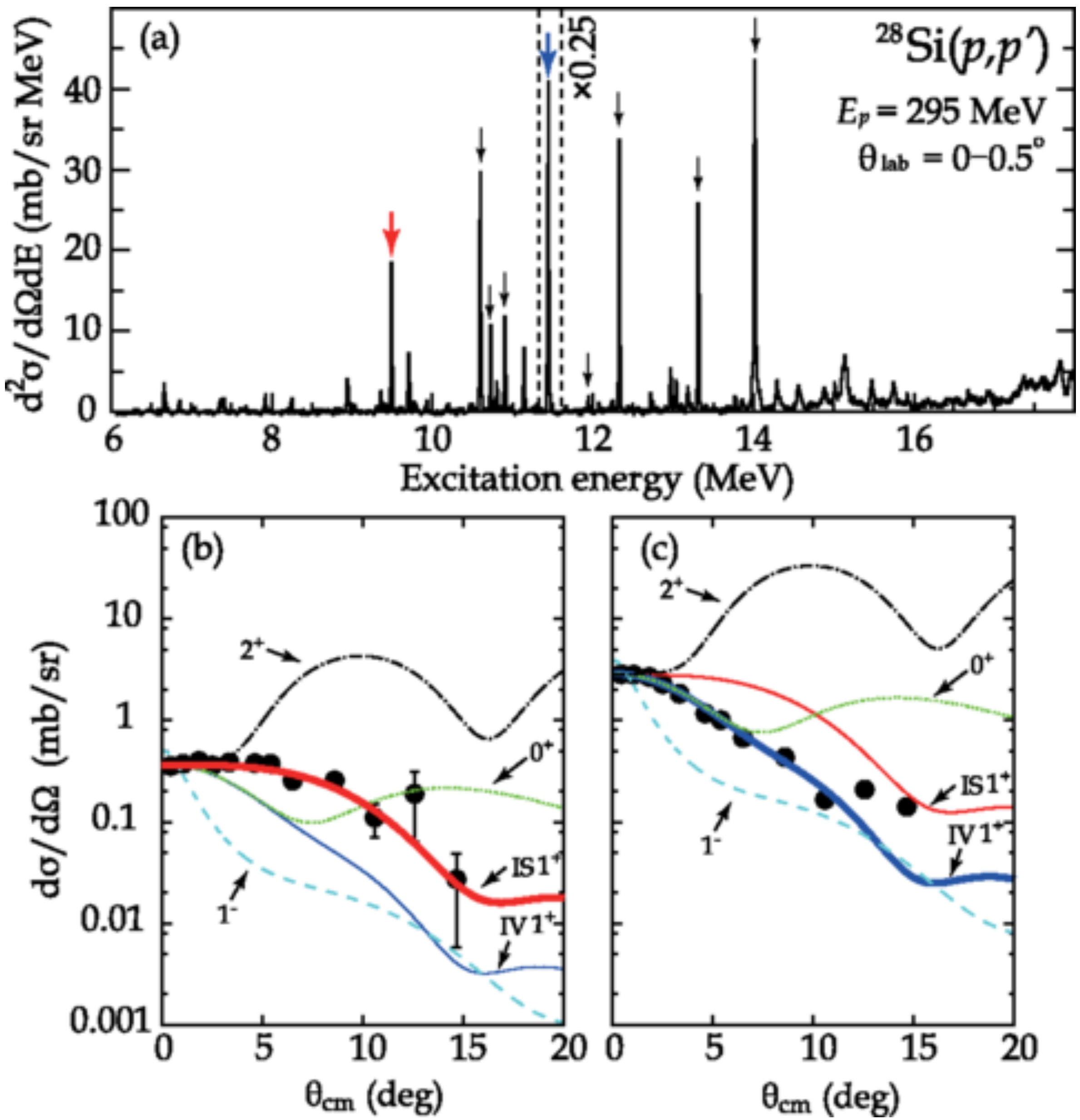
設定した模型空間の中で H を対角化

ii) 乱雑位相近似 / 線形応答理論

✓ 1粒子1空孔状態の重ね合わせ

✓ 低〜高エネルギー状態の記述が可能

cf. 2p2h への拡張 (2nd RPA) も可能 ← 湊



H. Matsubara et al., PRL115, 101501 (2015)