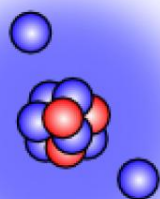


3体模型による多中性子相関の記述と今後の課題

^{11}Li



萩野浩一（京都大学）



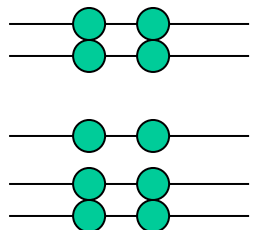
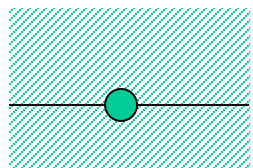
1. ボロミアン原子核とダイニュートロン相関
2. 基底状態の密度分布のスピン分解
3. 3体模型から5体模型へ: ^8He と ^{18}C
4. 今後の課題
 - i) 芯核の変形の効果
 - ii) ゼロレンジ vs 有限レンジ相互作用
5. まとめ

ボロミアン原子核とダイニュートロン相関

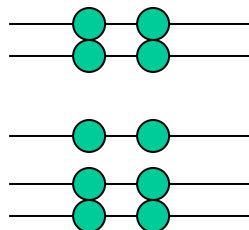
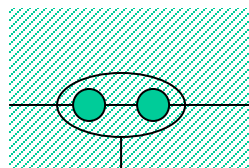
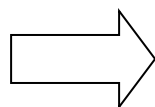
ボロミアン原子核の中で2中性子はどのような相関を持つか？

→ **ダイニュートロン相関**

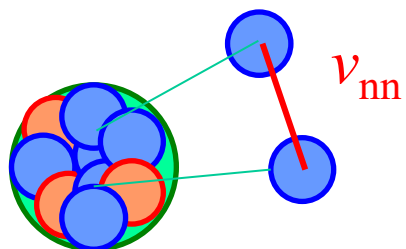
residual interaction → attractive



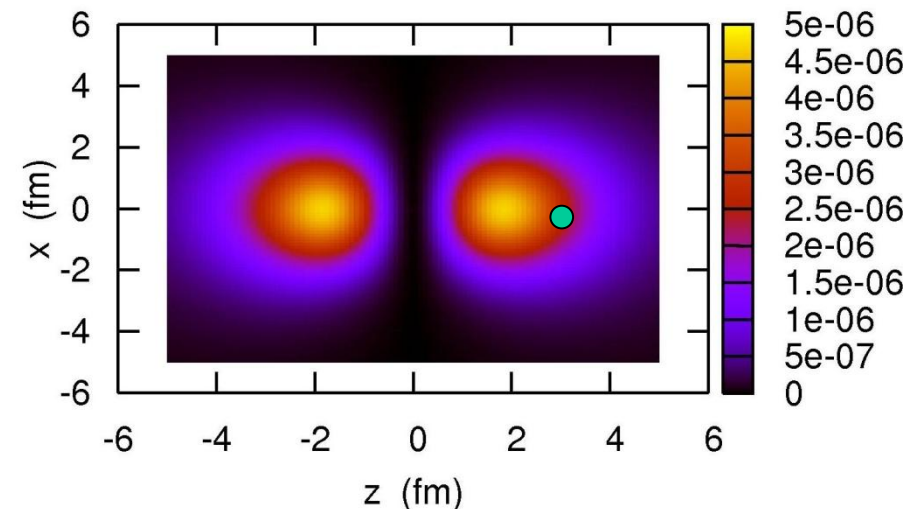
particle unstable



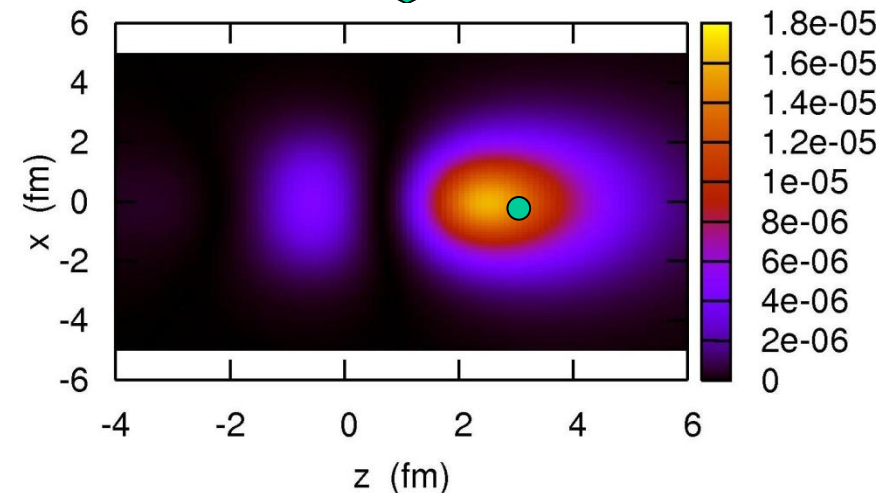
particle stable



^{11}Li の3体模型計算



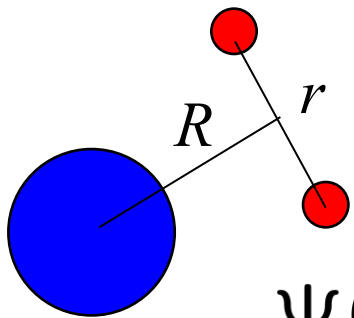
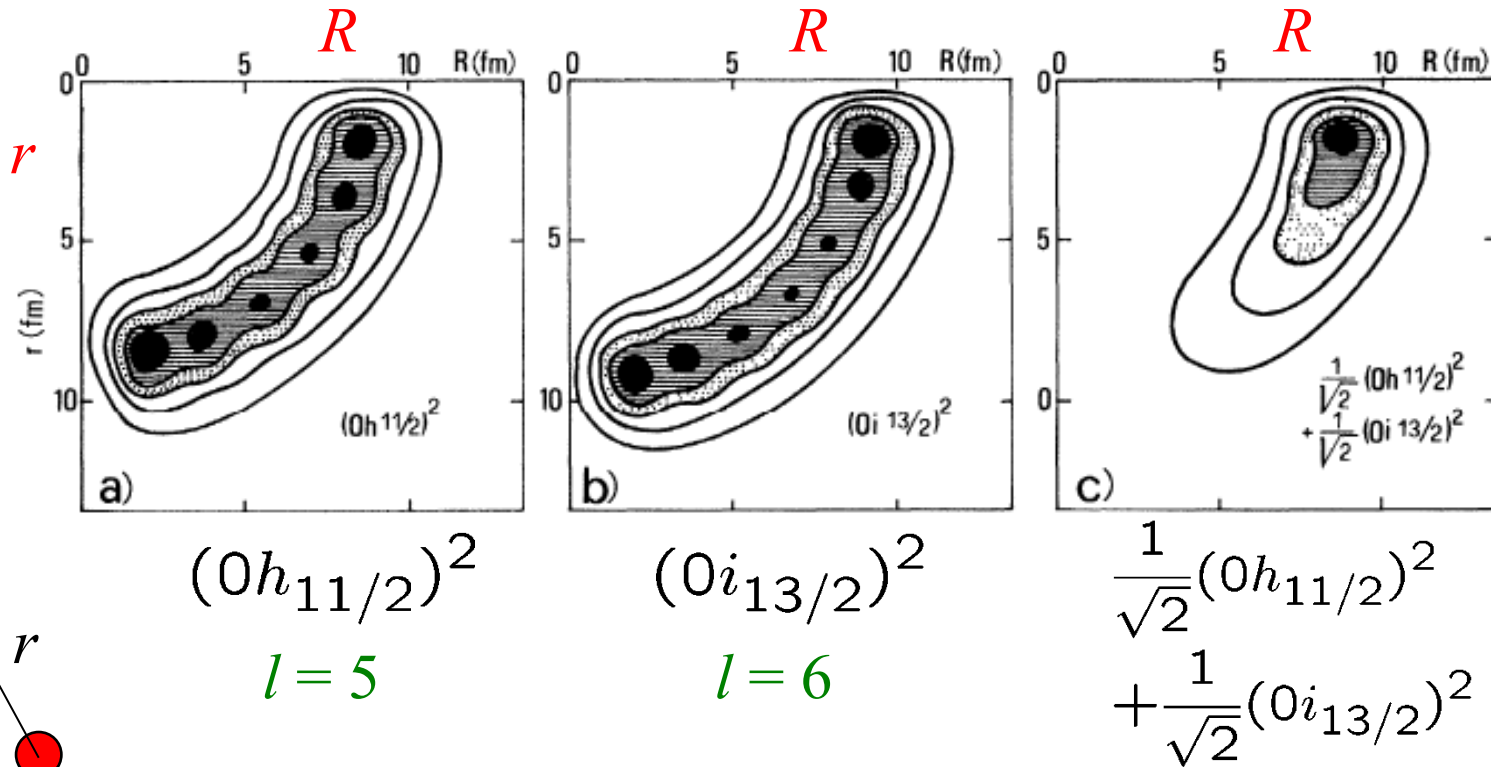
v_{nn}



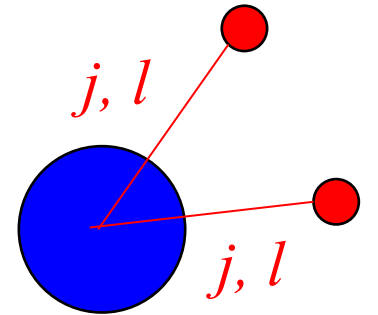
ボロミアン原子核とダイニュートロン相関

エッセンス:
異なるパリティからなる配位の混合

$$\Psi(r_1, r_2) = \sum_{j,l} C_{jl} [\phi_{jl}(r_1) \phi_{jl}(r_2)]^{(00)}$$



$$\Psi(r_1, r_2) \rightarrow \Psi(r, R)$$



F. Catara, A. Insolia, E. Maglione,
and A. Vitturi, PRC29 (1984) 1091

ボロミアン原子核とダイニュートロン相関

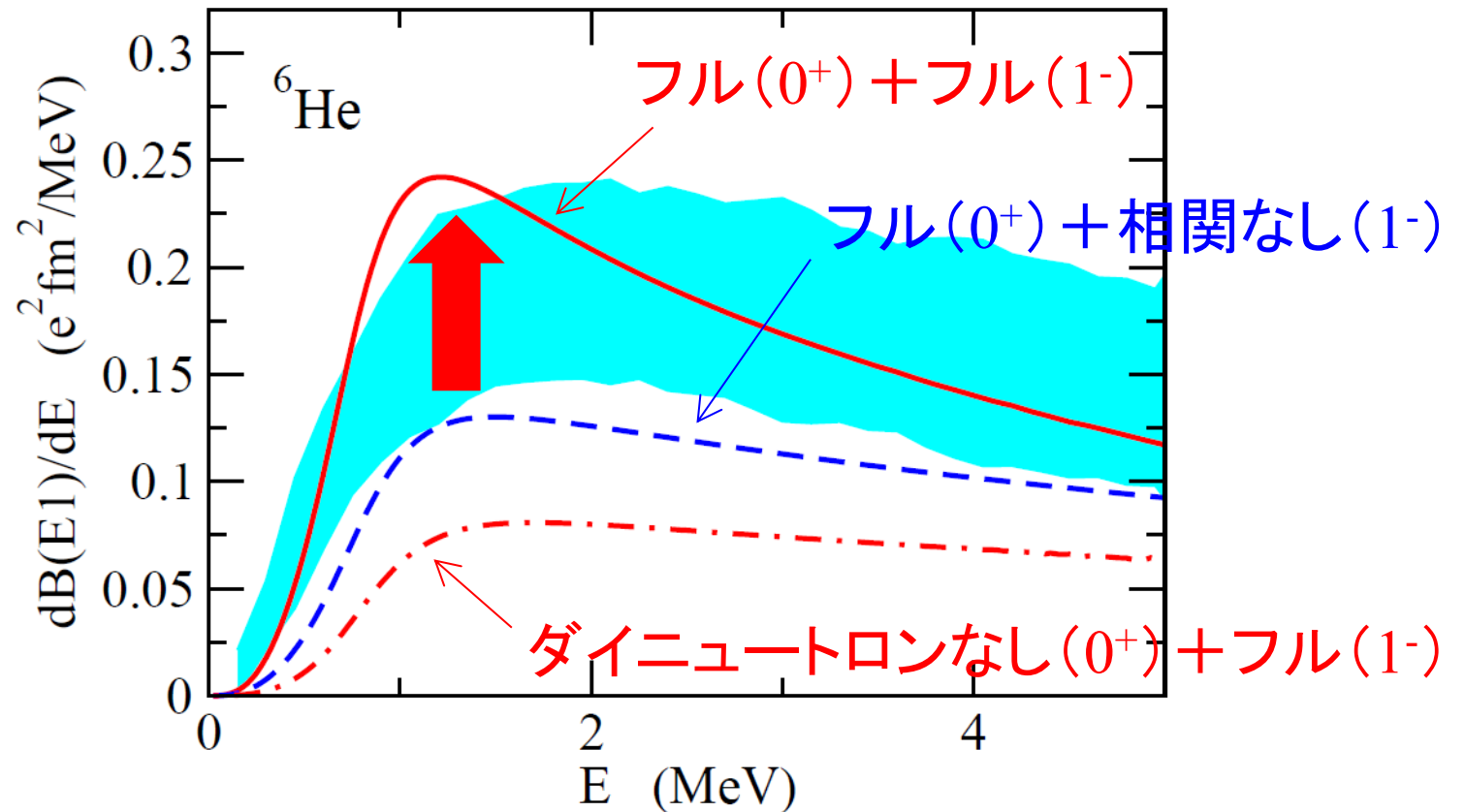
$${}^6\text{He}(0^+) \rightarrow {}^6\text{He}(1^-) \rightarrow \alpha + n + n$$

基底状態 0^+

フルの相関
または
ダイニュートロン相関なし
(奇数 l のみ)

励起状態 1^-

フルの相関
または
相関なし



cf. 基底状態でダイニュートロン相関がない場合 $\rightarrow E1$ 強度が著しく減少

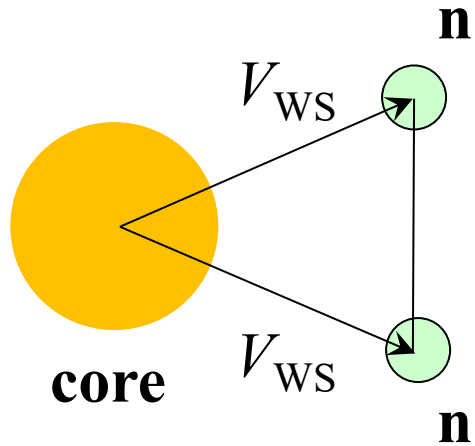
$\leftarrow R_{c-2n}$ が小さくなるため ($3.63 \rightarrow 2.61 \text{ fm}$)

$$B_{\text{tot}}(E1) \propto \langle R_{c-2n}^2 \rangle$$



3体模型計算

G.F. Bertsch and H. Esbensen, Ann. of Phys. 209 (1991) 327
K. Hagino and H. Sagawa, PRC72 (2005) 044321



密度依存型デルタ関数

$$v(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = v_0(1 + \alpha\rho(r)) \times \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

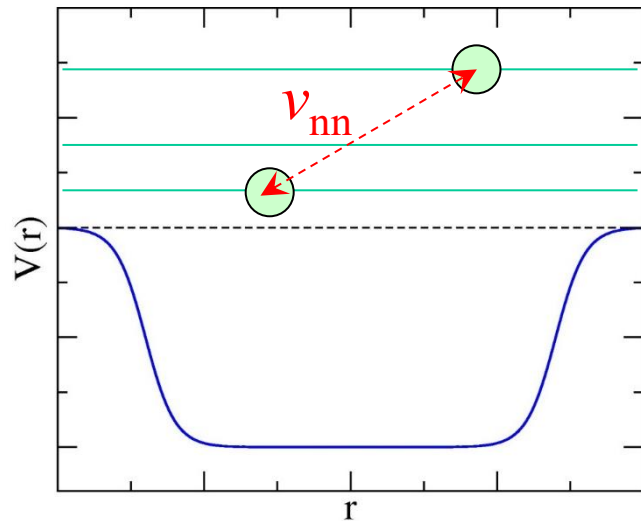
$v_0 \leftarrow nn$ 散乱の散乱長
 $\alpha \leftarrow S_{2n}$ を再現するように調整

✓ ゼロ・レンジ力

→ 連続応答の計算に便利
cf. Skyrme 相互作用

✓ V座標

→ 角運動量の議論に便利
(他の多くの3体計算はヤコビ座標を使う)



n-C 間の連続状態:
大きな箱に入れて離散化

$$\Psi_{gs}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathcal{A} \sum_{nn'lj} \alpha_{nn'lj} \Psi_{nn'lj}^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

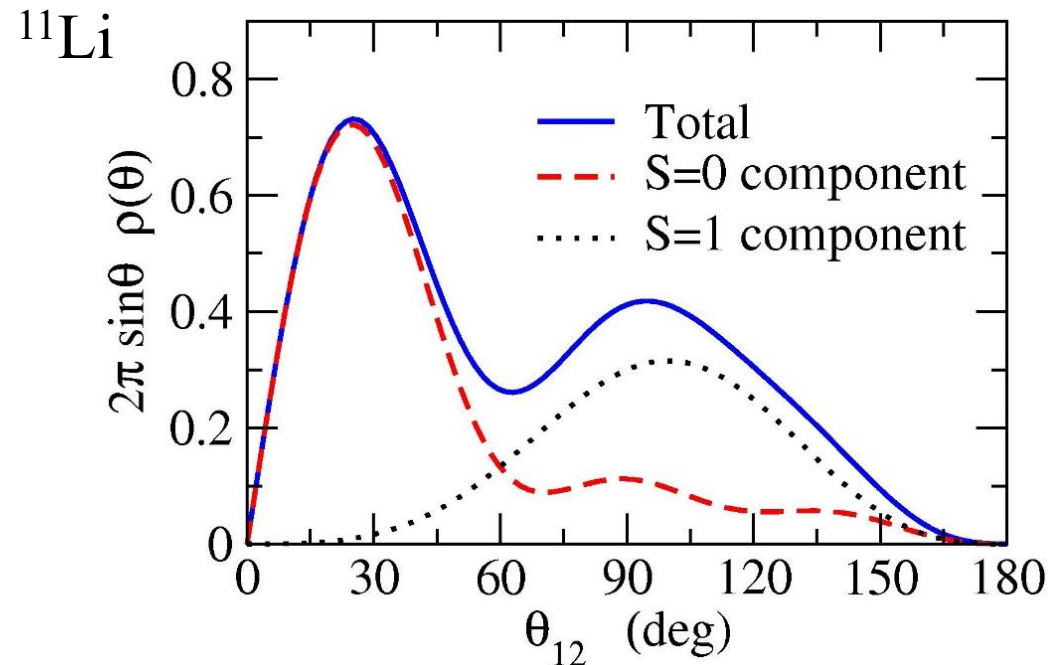
→ 3体ハミルトニアン H_{3bd} を行列で表し対角化

* 重心固定系で芯核の運動エネルギーも考慮することで重心の補正をする。

基底状態の密度分布のスピ分解

$$\begin{aligned}\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= |\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 \\ &= \rho_{S=0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \rho_{S=1}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\end{aligned}$$

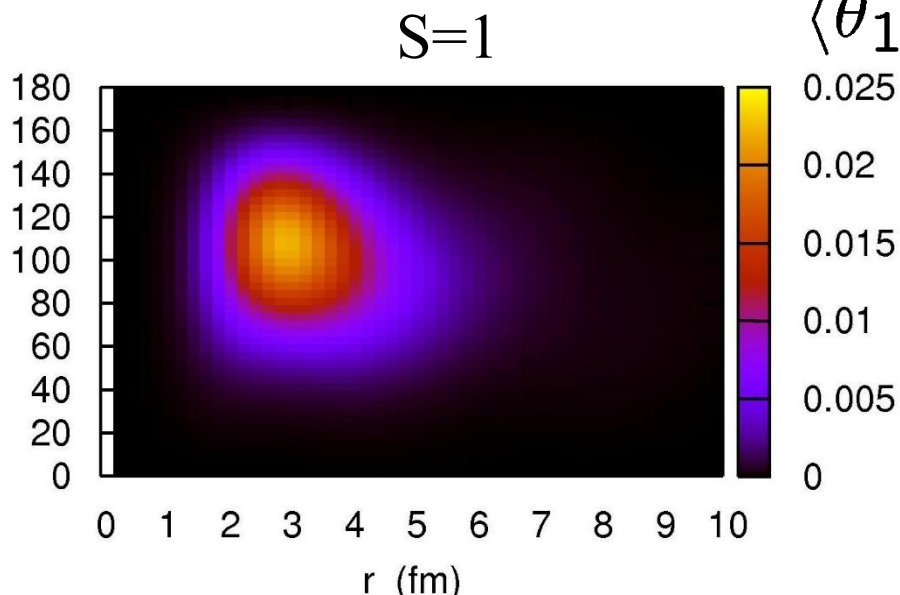
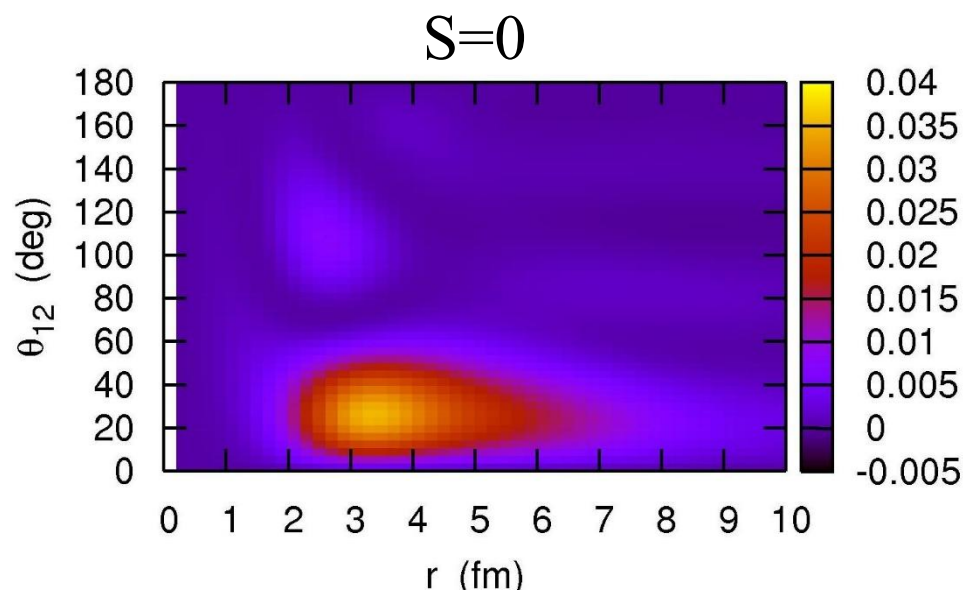
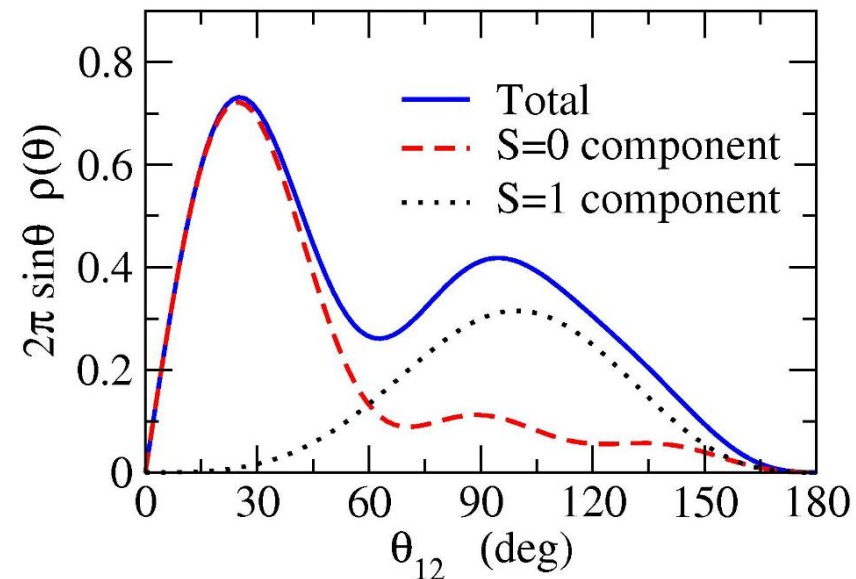
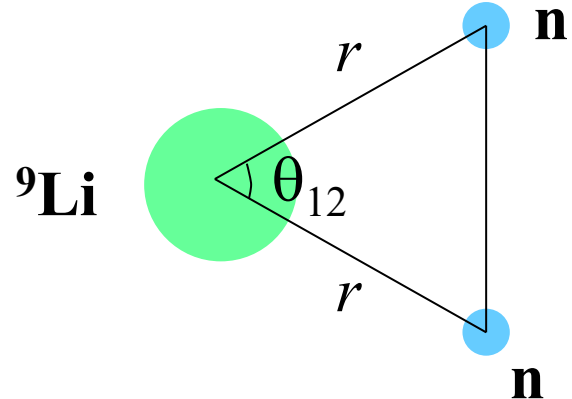
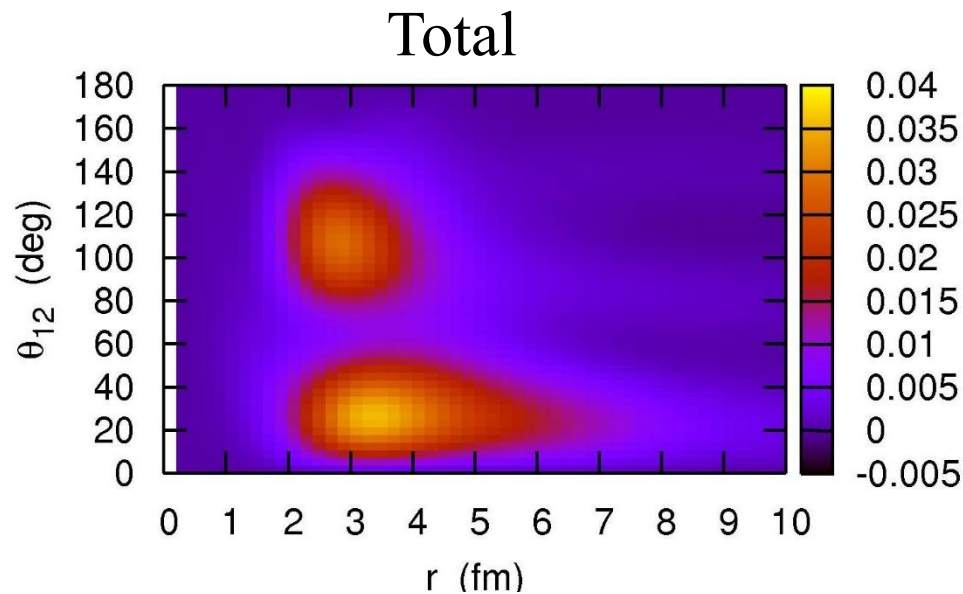
$$\rho(\theta_{12}) \equiv 4\pi \int_0^\infty r_1^2 dr_1 \int_0^\infty r_2^2 dr_2 \rho(r_1, r_2, \theta_{12})$$



K. Hagino and H. Sagawa,
PRC72 (2005) 044321

Two-particle density for ^{11}Li

$$4\pi r^2 \cdot 2\pi r^2 \sin \theta_{12} \rho(r, r, \theta_{12})$$

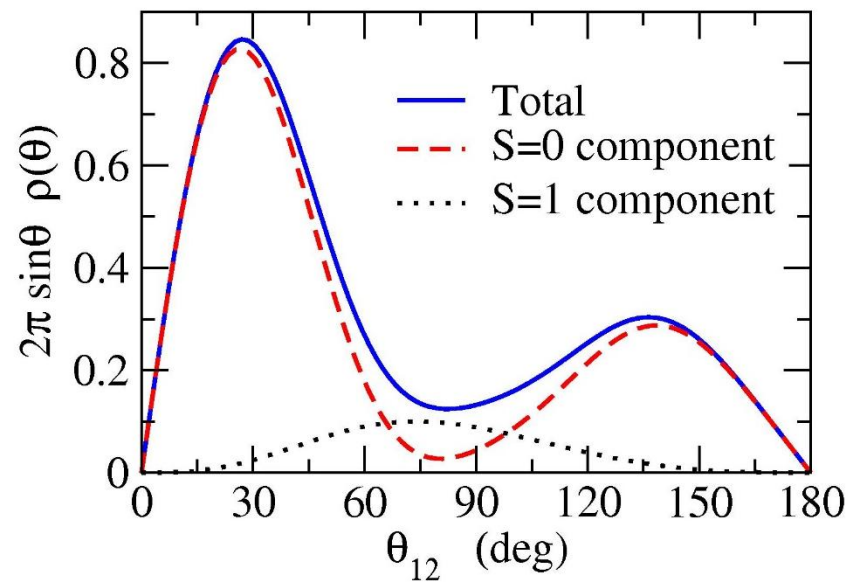
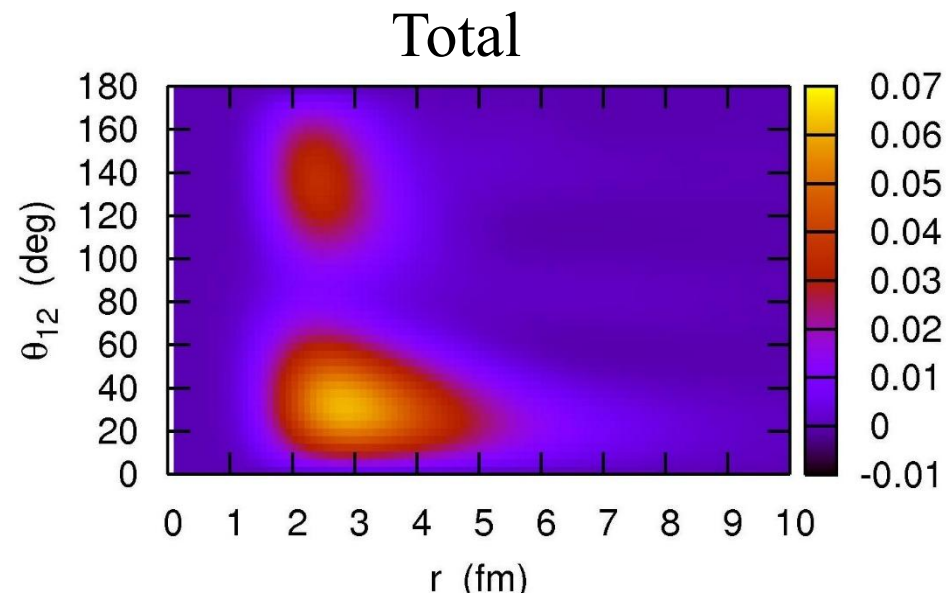


$$\langle \theta_{12} \rangle = 65.29 \text{ deg.}$$

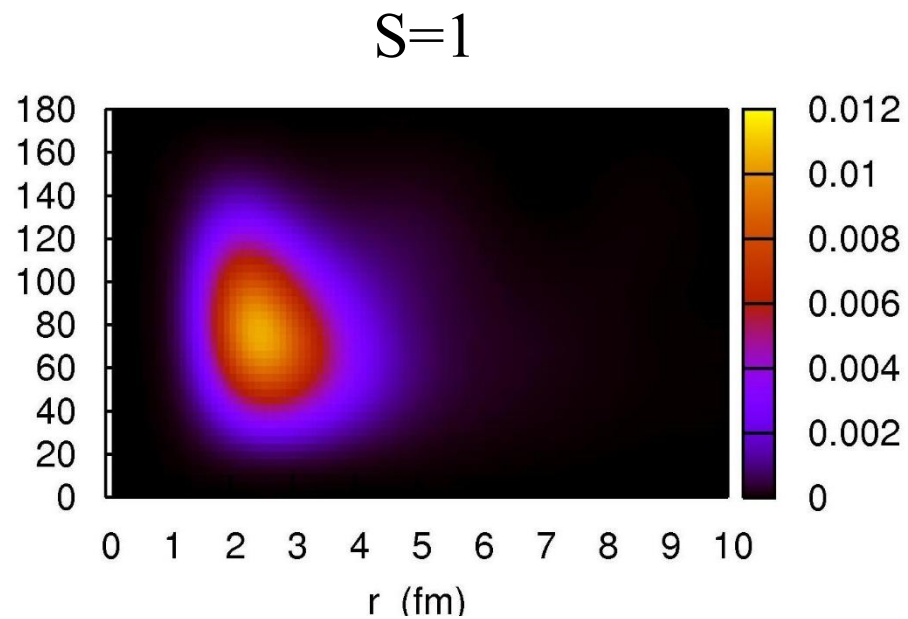
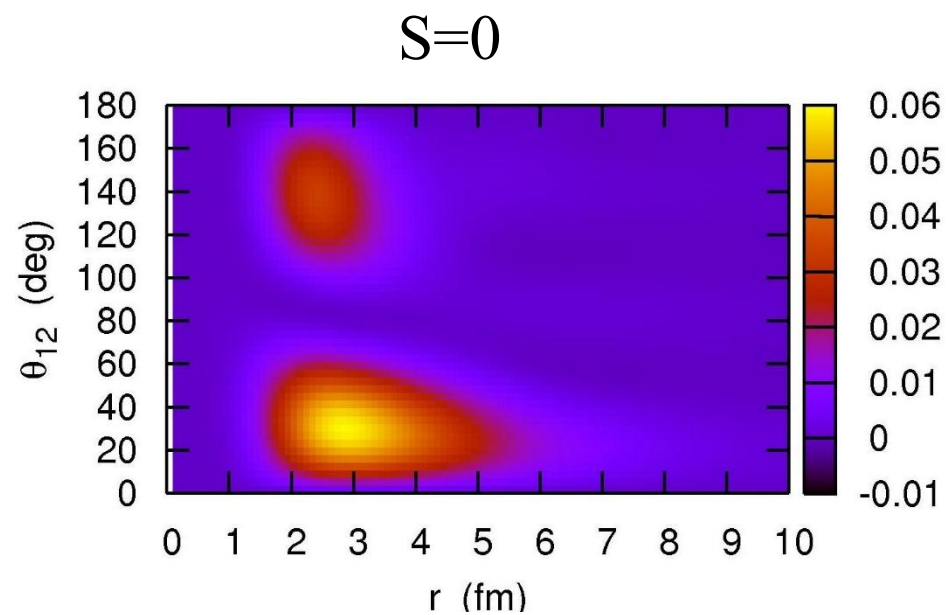
Note: a long tail for S=0

$(p_{1/2})^2$: 59%, $(s_{1/2})^2$: 23 %

Two-particle density for ${}^6\text{He}$



$$\langle \theta_{12} \rangle = 66.33 \text{ deg.}$$

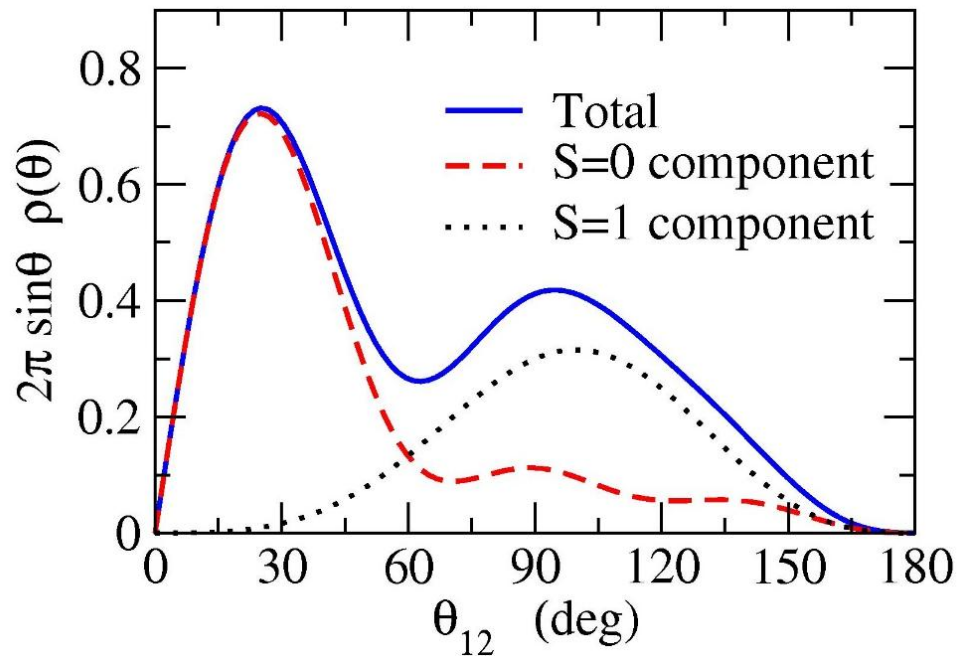


基底状態の密度分布のスピンの分解

K. Hagino and H. Sagawa,
PRC72 (2005) 044321

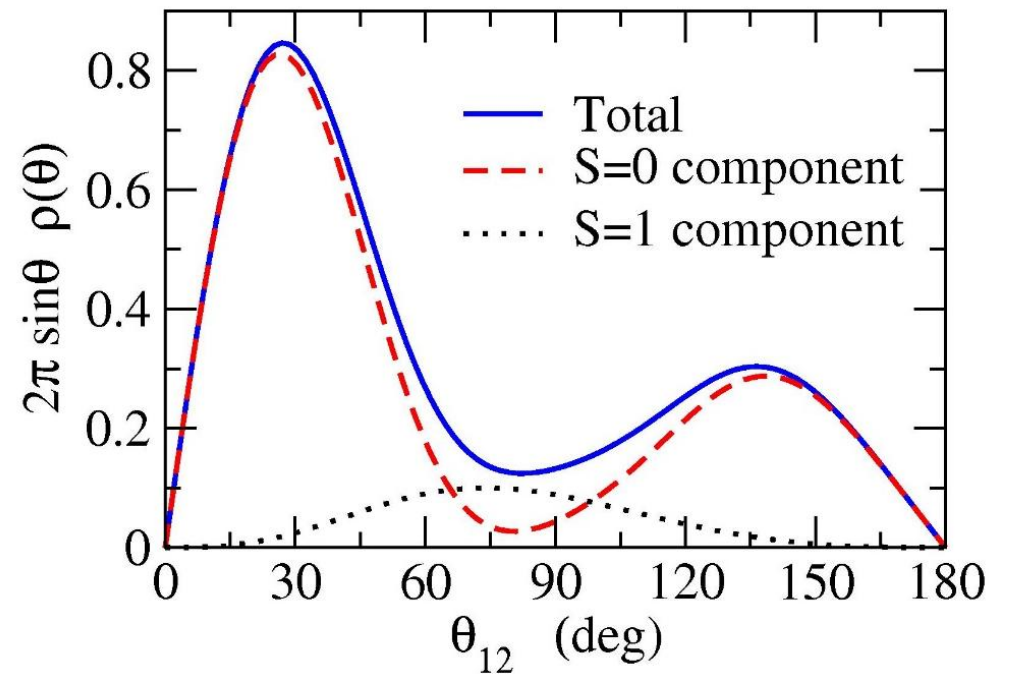
$$\begin{aligned}\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= |\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 \\ &= \rho_{S=0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \rho_{S=1}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\end{aligned}$$

^{11}Li



$$\langle \theta_{12} \rangle = 65.29 \text{ deg.}$$

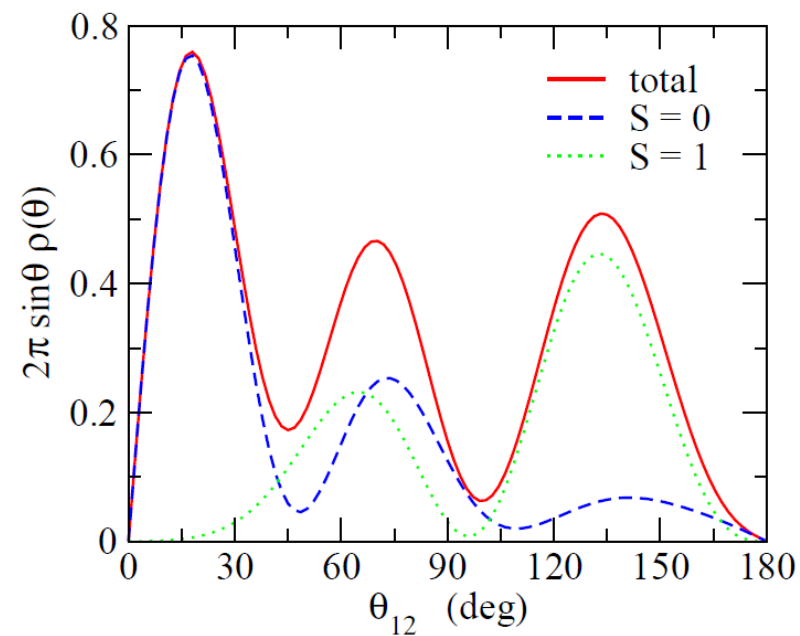
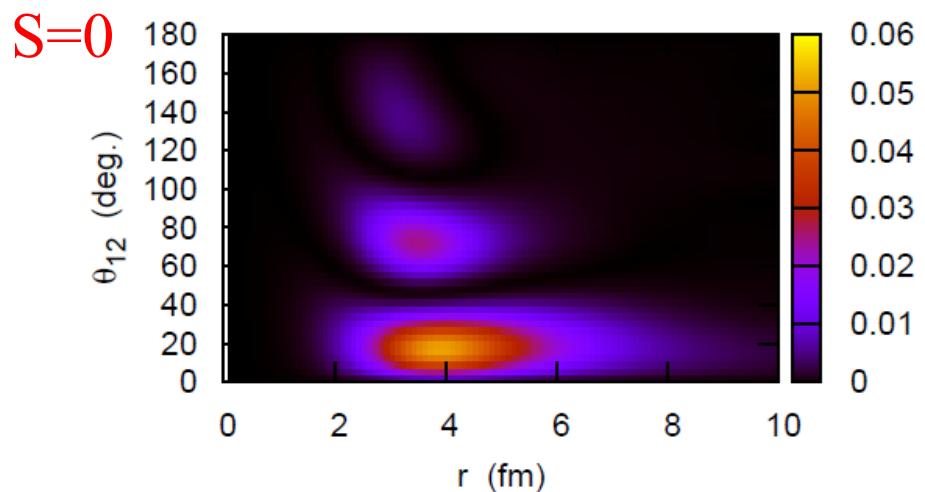
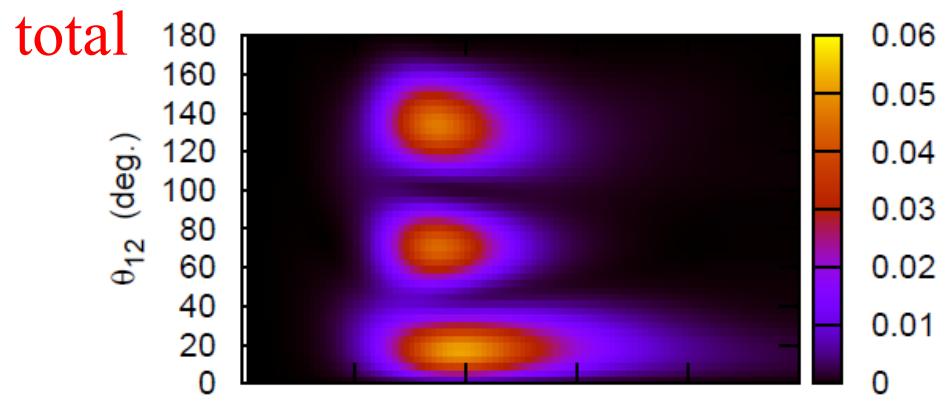
^6He



$$\langle \theta_{12} \rangle = 66.33 \text{ deg.}$$

NEOLITHに期待

Two-particle density in the bound state approximation : ^{26}O



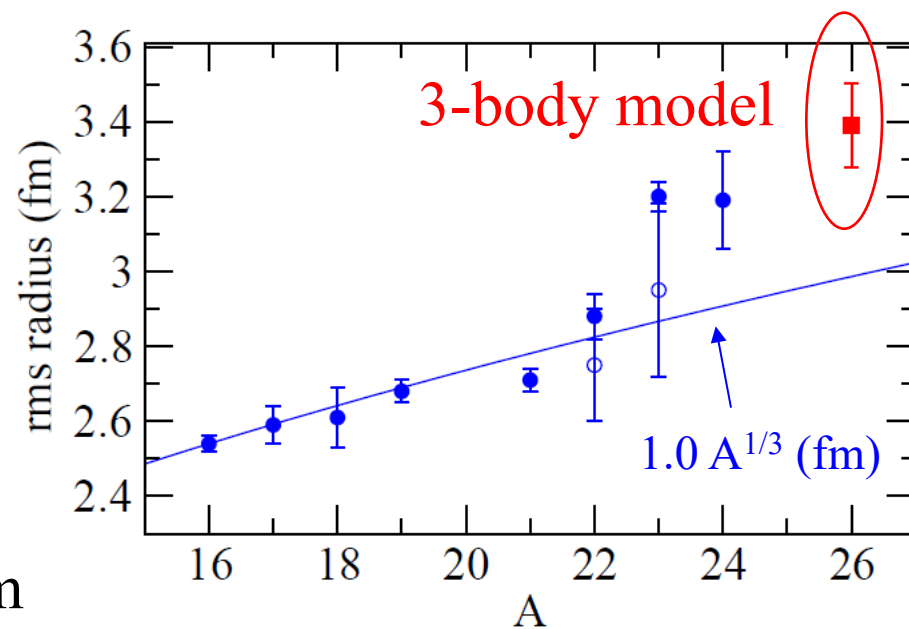
$(d_{3/2})^2 : 66.1\%$

$(f_{7/2})^2 : 18.3\%$

$(p_{3/2})^2 : 10.5\%$

$(s_{1/2})^2 : 0.59\%$

rms radius = 3.39 ± 0.11 fm

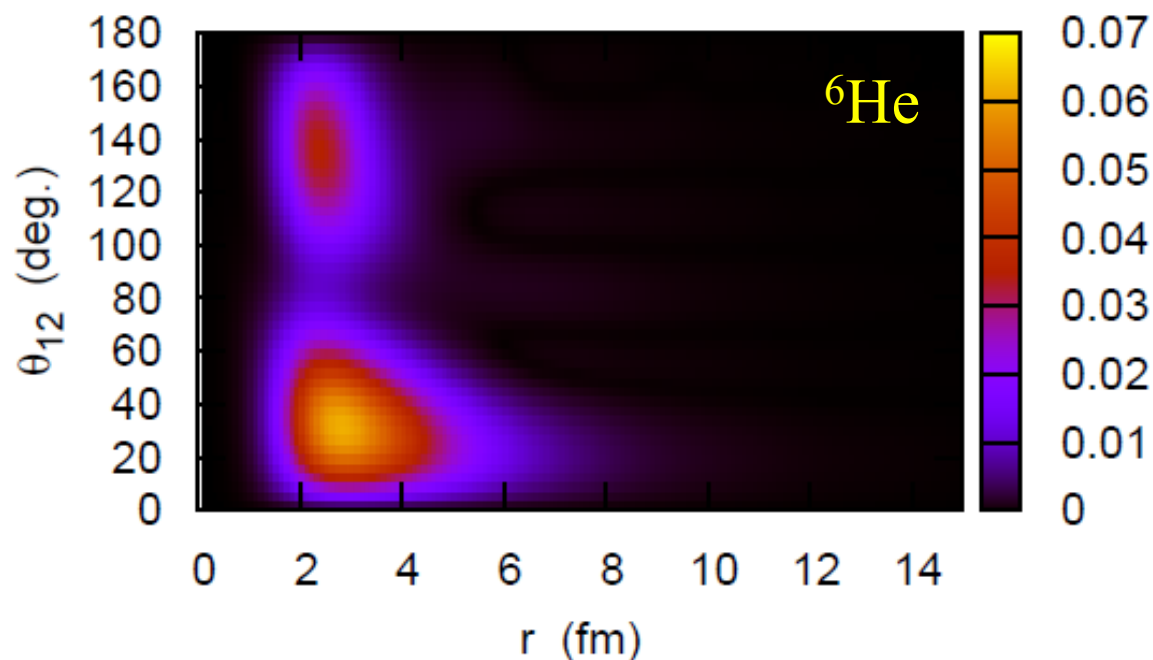


運動量空間におけるダイニュートロン相関

フーリエ変換 $\tilde{\Psi}(k, k') = \int e^{ik \cdot r} e^{ik' \cdot r'} \Psi(r, r') dr dr' \rightarrow \tilde{\rho}(k, k') = |\tilde{\Psi}(k, k')|^2$

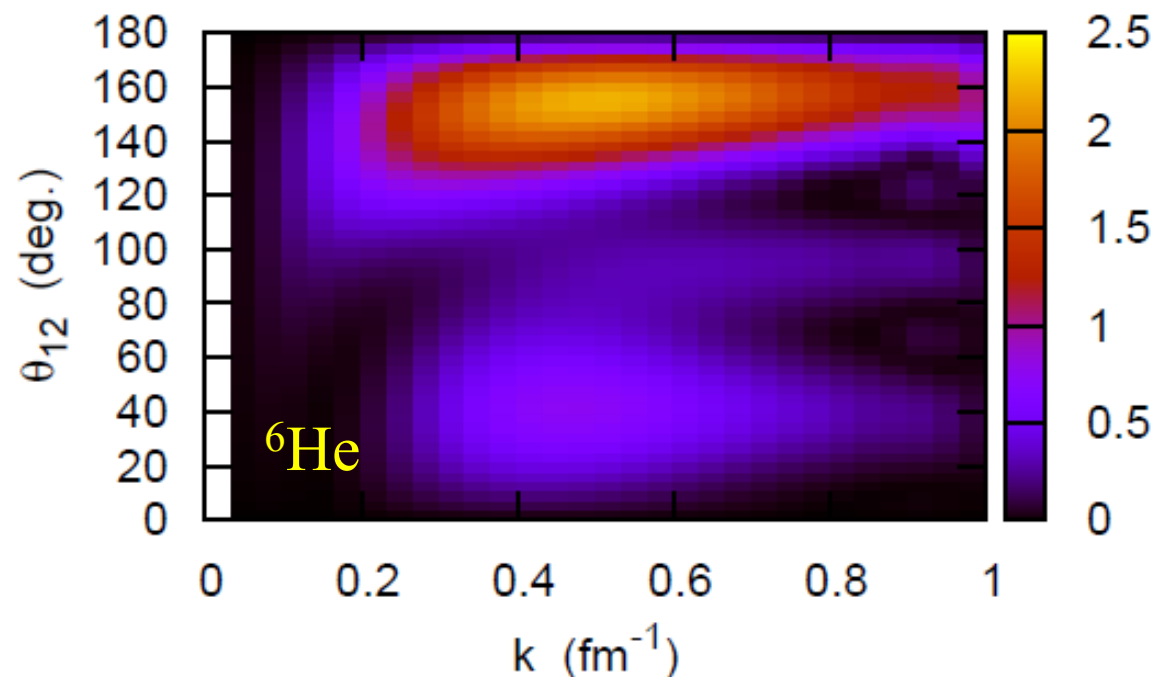
座標空間の密度

$$8\pi^2 r^4 \sin \theta \cdot \rho(r, r, \theta)$$



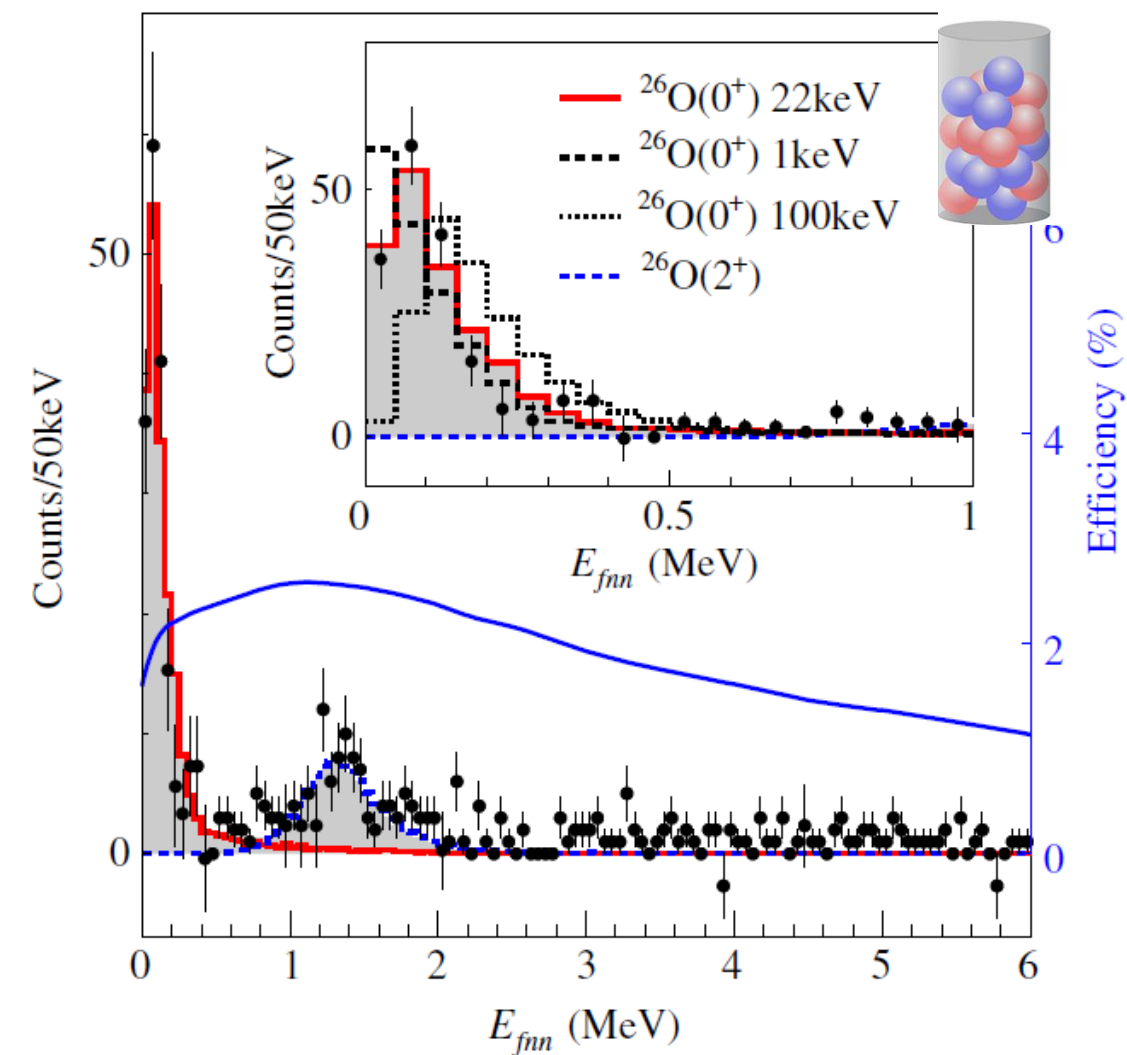
運動量空間の密度

$$8\pi^2 k^4 \sin \theta \cdot \tilde{\rho}(k, k, \theta)$$



運動量空間におけるダイニュートロン相関

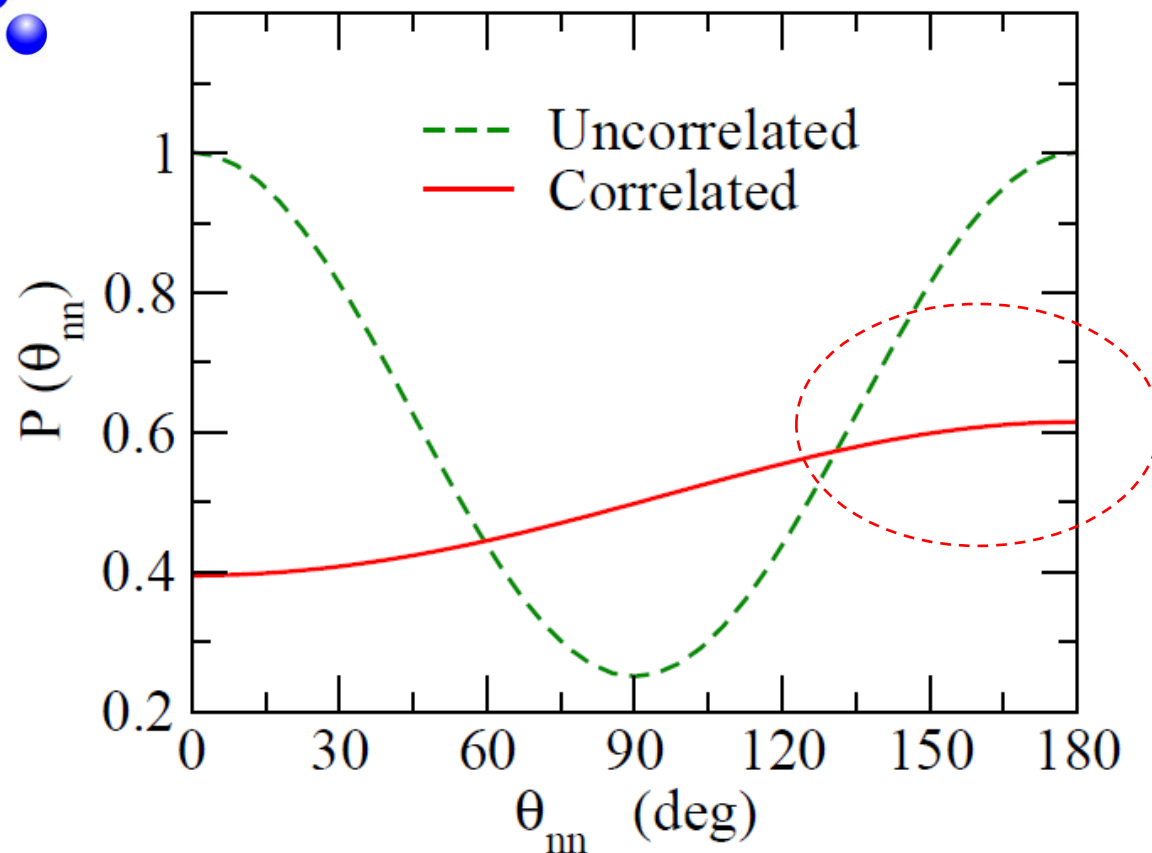
非束縛核 ^{26}O の崩壊 $^{26}\text{O} \rightarrow ^{24}\text{O} + n + n$



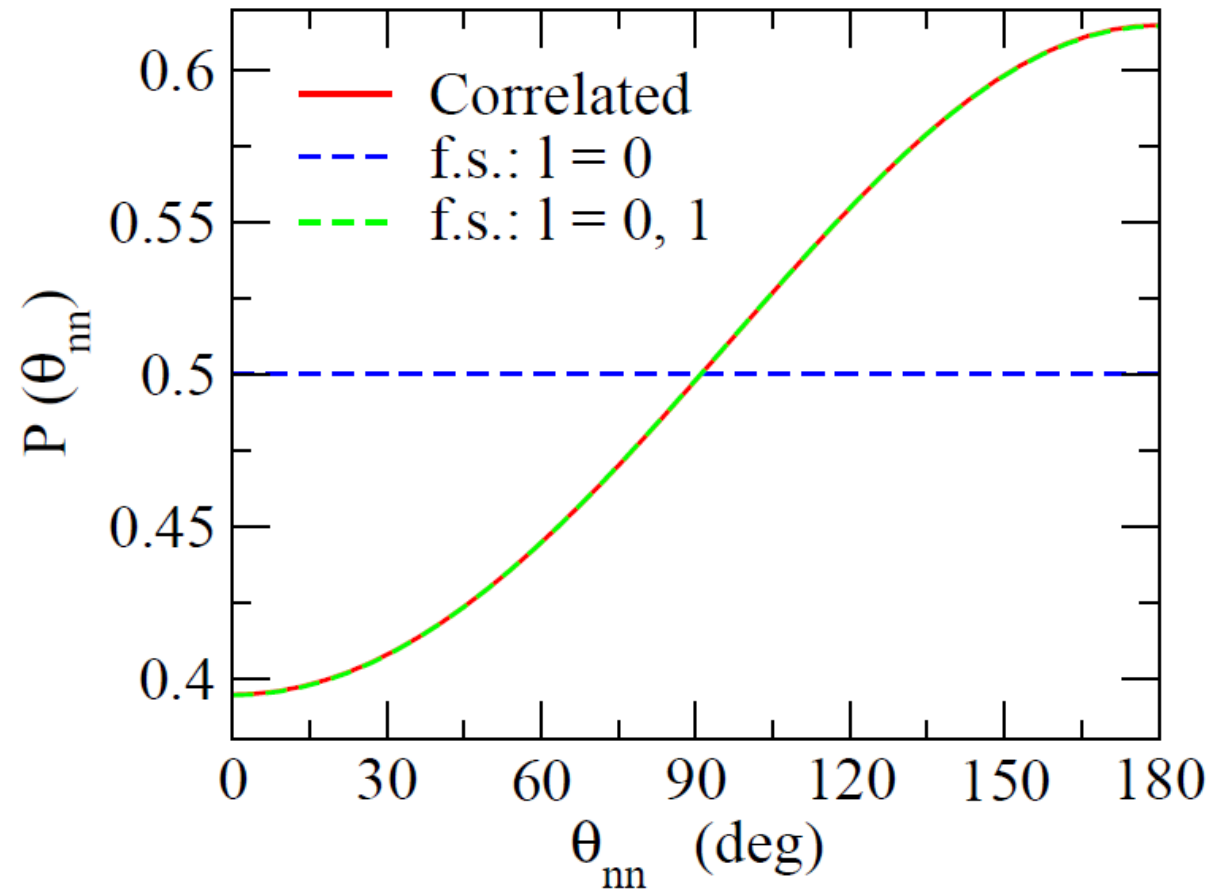
Y. Kondo et al., PRL116 (2016) 102503

放出2中性子の角度分布

$$P(\theta) \sim |\langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 | \Psi_{3\text{bd}}(E) \rangle|^2$$



K. Hagino and H. Sagawa,
PRC89 (2014) 014331; PRC93 (2016) 034330



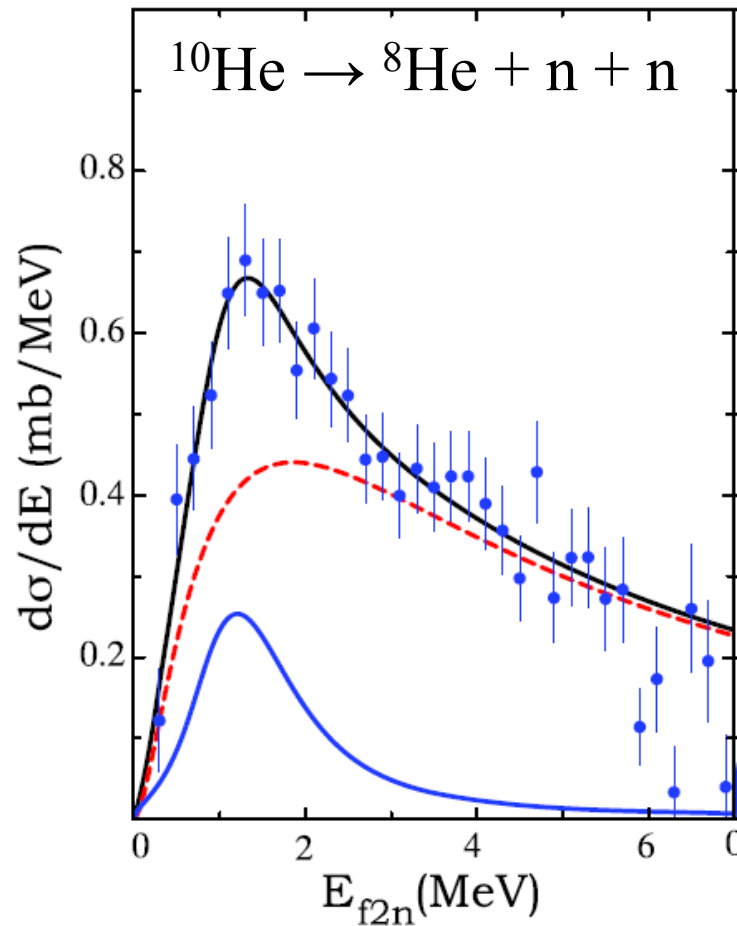
main contributions: s - and p -waves in three-body wave function
(no or low centrifugal barrier)

*higher l components: largely suppressed due to the centrifugal pot.
($E_{\text{decay}} \sim 18$ keV, $e_1 \sim e_2 \sim 9$ keV)

2n decay of ^{10}He

GSI Expt. : $^{11}\text{Li} \rightarrow ^{10}\text{He} \rightarrow ^8\text{He} + n + n$ (H.T. Johansson et al., NPA842 ('10)15)

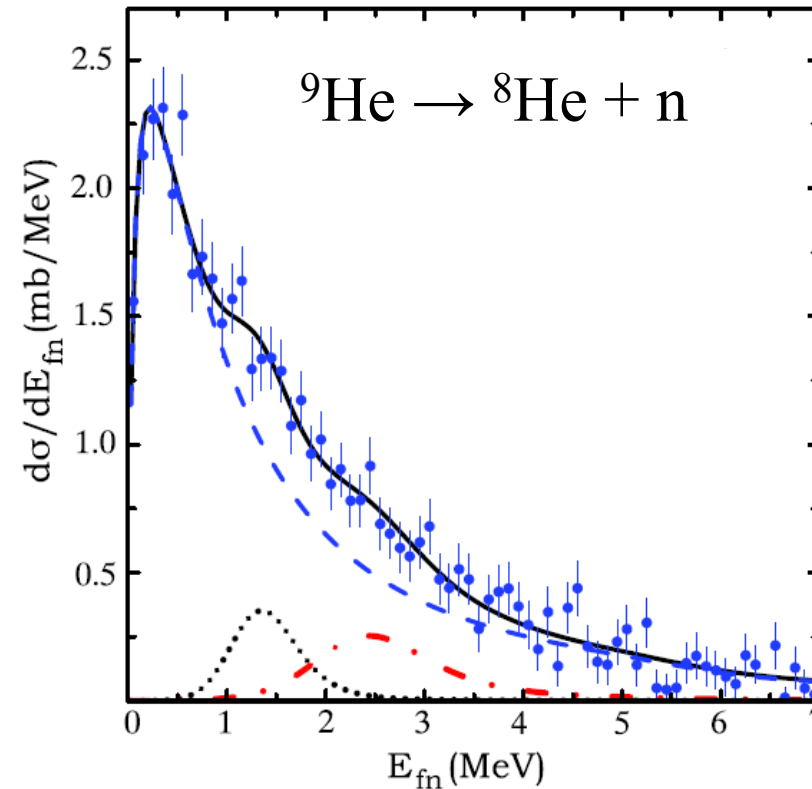
cf. A.A. Korshennikov et al., PLB326 ('94) 31



H.T. Johansson et al., NPA847 ('10) 66

three-body model:

$$^8\text{He} [(s_{1/2})^2, (p_{3/2})^4] + n + n$$

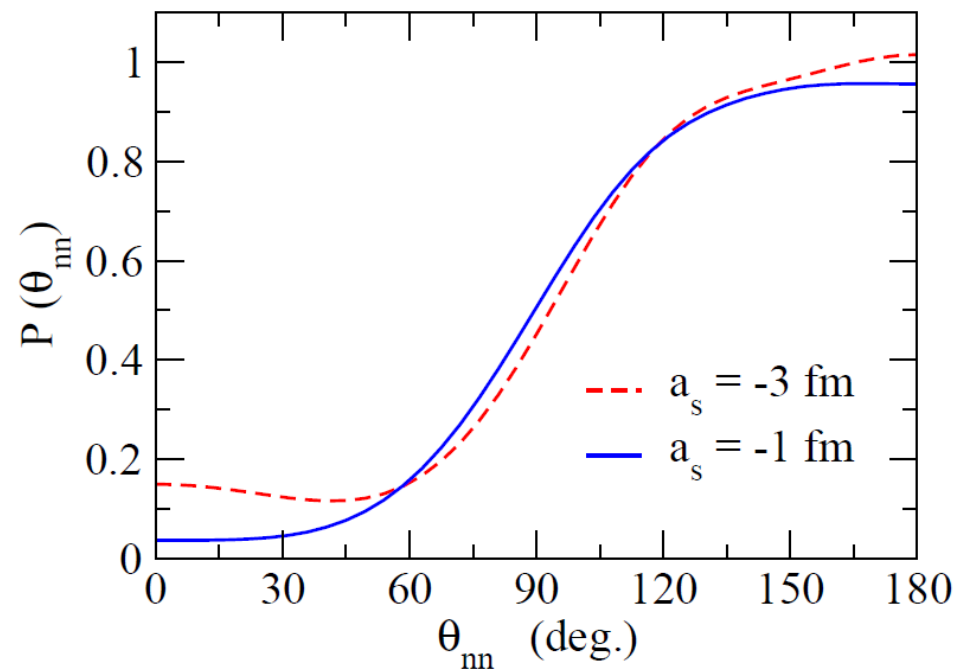
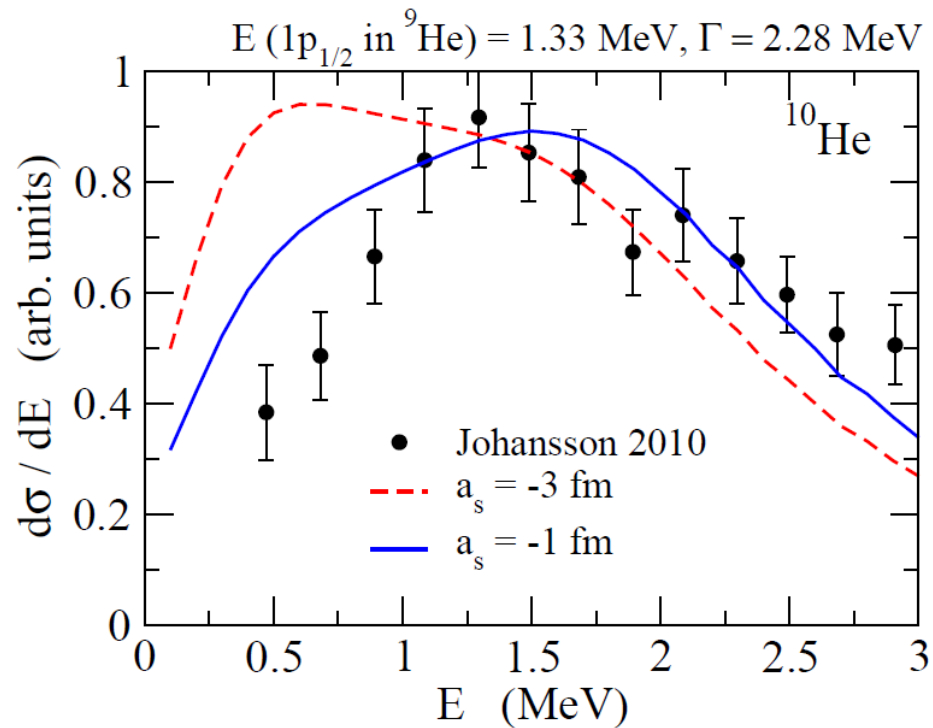


H.T. Johansson et al., NPA842 ('10) 15

2n decay of ^{10}He

three-body model: $^8\text{He} [(s_{1/2})^2, (p_{3/2})^4] + n + n$

ref. state ^{11}Li (g.s.) K.H. and H. Sagawa, PRC72('05)



cf. H.T. Johansson et al., NPA842 ('10) 15

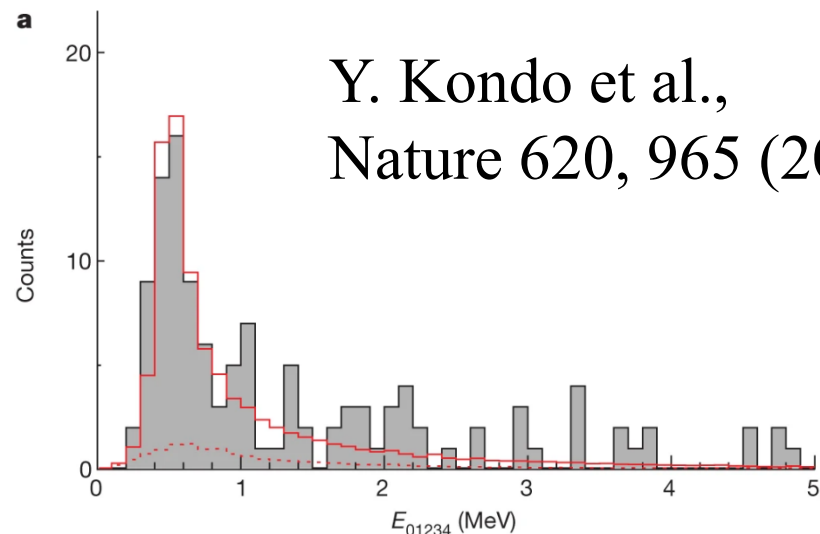
$a_s(^8\text{He}-n) = -3.17(66) \text{ fm}$

$1/2^- (^9\text{He}) : E=1.33 \text{ MeV}, \Gamma=0.1 \text{ MeV}$

enhancement of
back-to-back
as in the decay of ^{26}O

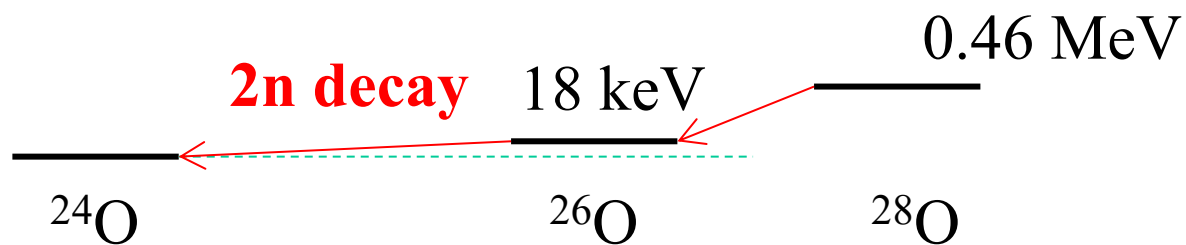
3体模型から5体模型へ

□ 非束縛核 ^{28}O の崩壊

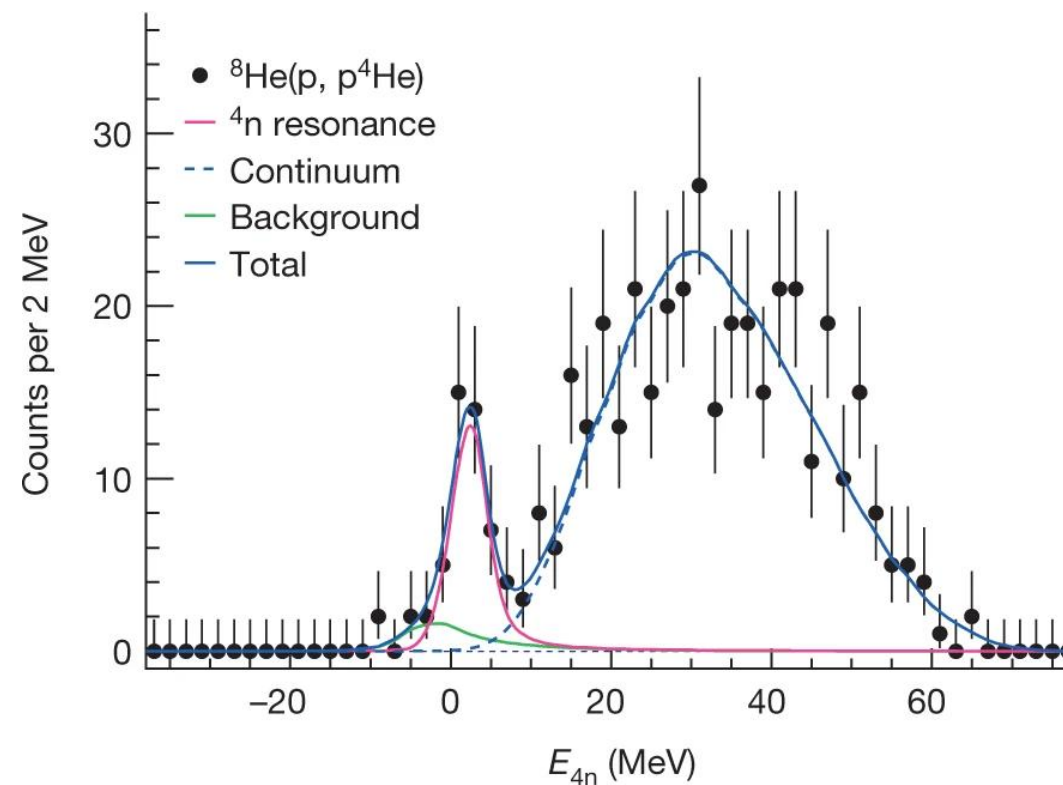


749 keV

^{25}O



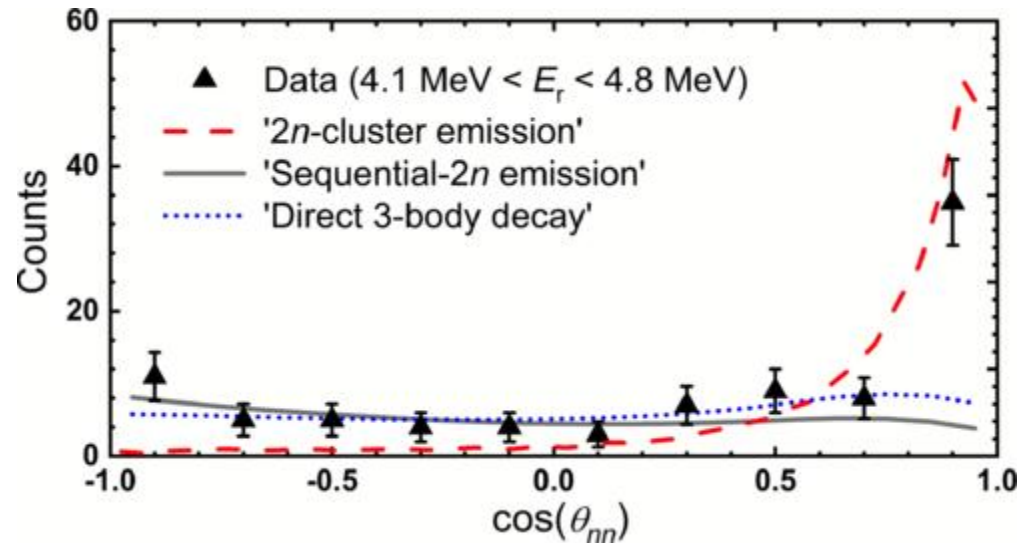
□ テトラ中性子



K. Kisamori et al., PRL 116 (2016) 052501
M. Duer et al., Nature 606 (2022) 678

3体模型から5体模型へ: ^8He と ^{18}C

□ ^8He の 0_2^+ 状態の観測



$\alpha + ^2\text{n} + ^2\text{n}$ structure?

Z.H. Yang et al., PRL131, 242501 (2023).

□ ^8He の理論計算

- ✓ Y. Kanada-En'yo, PRC76, 044323 (2007).
- ✓ K. Hagino, N. Takahashi, and H. Sagawa, Phys. Rev. C77, 054317 (2008).
- ✓ N. Itagaki et al., PRC78, 017306 (2008).
- ✓ Y. Yamaguchi, W. Horiuchi, T. Ichikawa, and N. Itagaki, Phys. Rev. C108, L011304 (2023).
- ✓ K. Nakagawa and Y. Kanada-En'yo, arXiv: 2505.16235

3体模型から5体模型へ: ^8He と ^{18}C

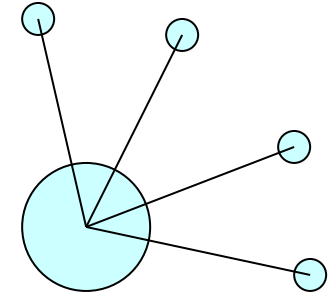
K. Hagino, N. Takahashi, and H. Sagawa, Phys. Rev. C77, 054317 (2008).

core + 4n model

$$H = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + V_{nC}(\mathbf{r}_i) \right) + \sum_{i < j} v_{nn}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$$

V_{nC} : Woods-Saxon

v_{nn} : density-dependent contact force



→ 平均場近似で解く (Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) + 粒子数射影 (VBP))

$$^8\text{He} (\alpha + 4n) \sim (1p_{3/2})^4; S_{4n} = 3.11 \text{ MeV}$$

$$^{18}\text{C} (^{14}\text{C} + 4n) \sim (1d_{5/2})^4 + (2s_{1/2})^2 (1d_{5/2})^2; S_{4n} = 10.51 \text{ MeV}$$

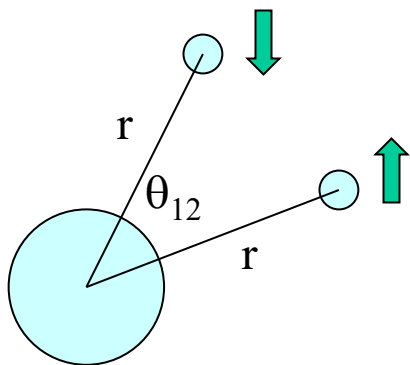
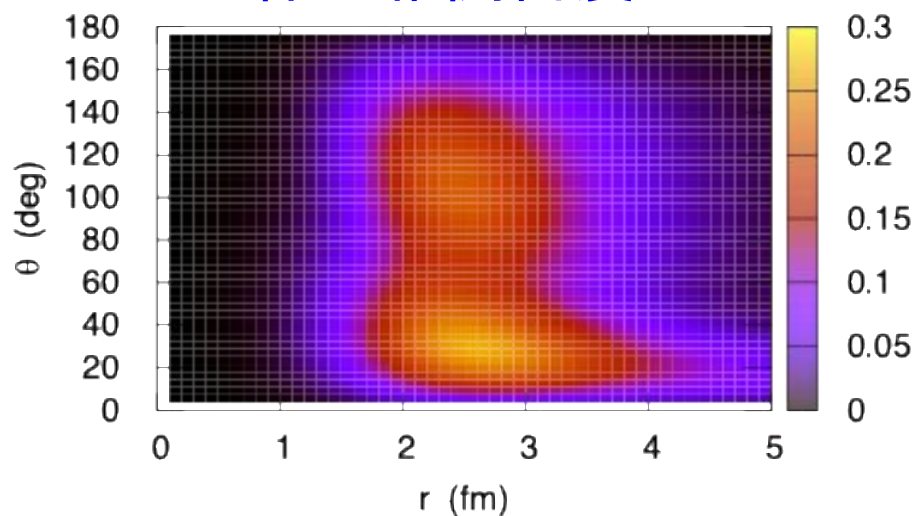
に適用

3体模型から5体模型へ: ${}^8\text{He}$ と ${}^{18}\text{C}$

K. Hagino, N. Takahashi, and H. Sagawa, Phys. Rev. C77, 054317 (2008).

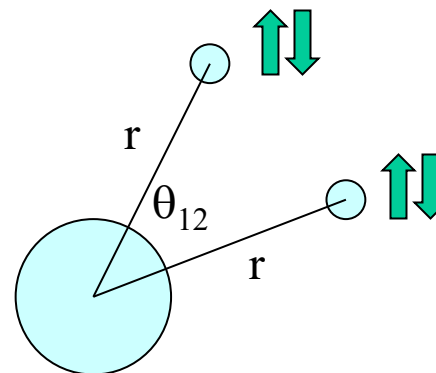
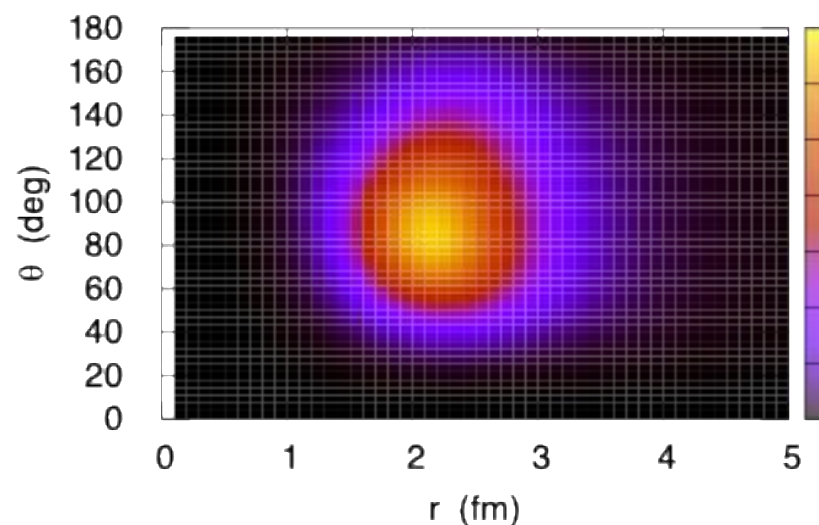
${}^8\text{He}$

2体の相関密度



4体密度

(ダイニュートロン・ダイニュートロン配位)



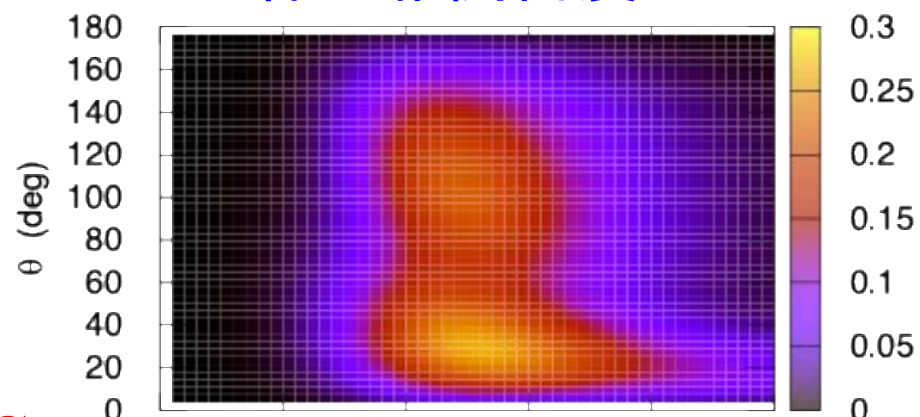
← $\alpha + {}^2\text{n} + {}^2\text{n}$ 構造
で ${}^2\text{n} - {}^2\text{n}$ が
ほとんど無相関

3体模型から5体模型へ: ^8He と ^{18}C

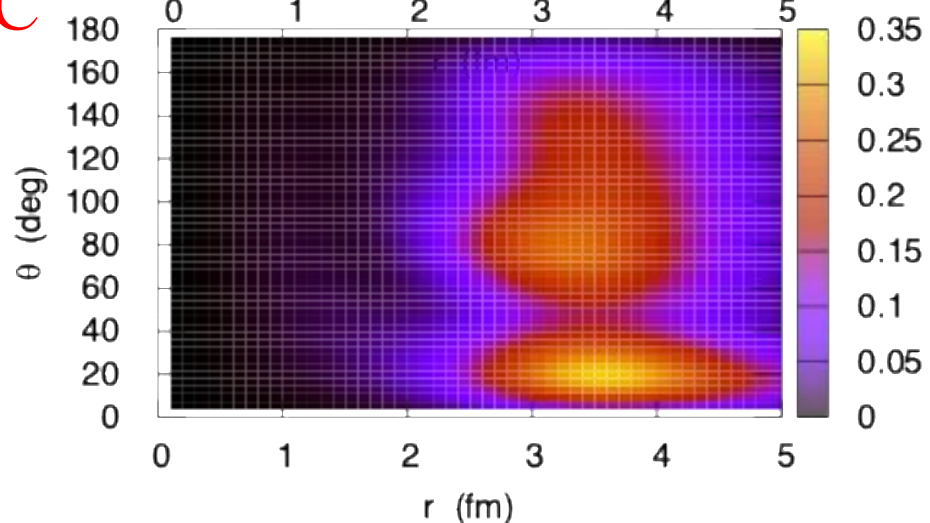
K. Hagino, N. Takahashi, and H. Sagawa, Phys. Rev. C77, 054317 (2008).

^8He

2体の相関密度

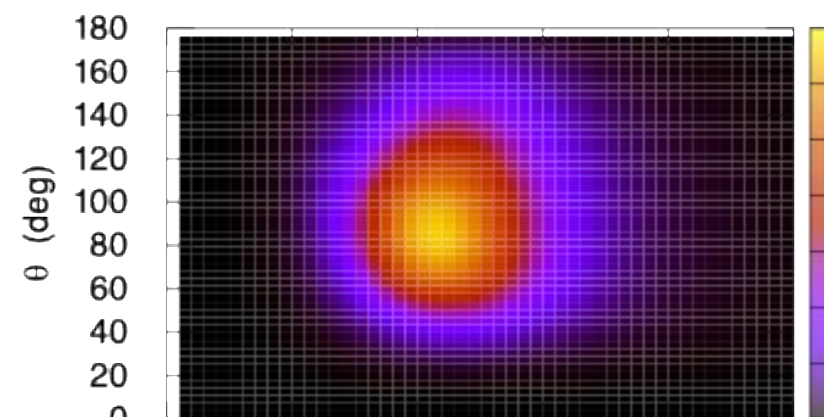


^{18}C

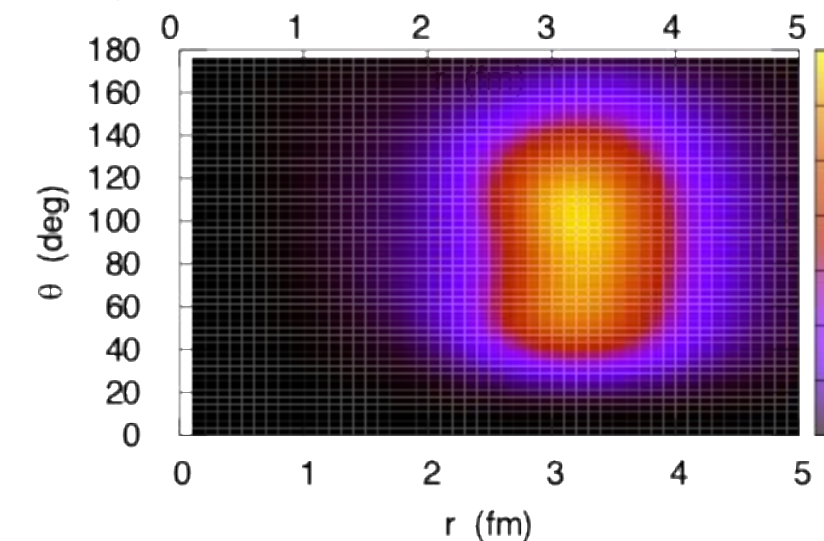


4体密度

(ダイニュートロン・ダイニュートロン配位)



← $\alpha + {}^2\text{n} + {}^2\text{n}$ 構造
で ${}^2\text{n} - {}^2\text{n}$ が
ほとんど無相関



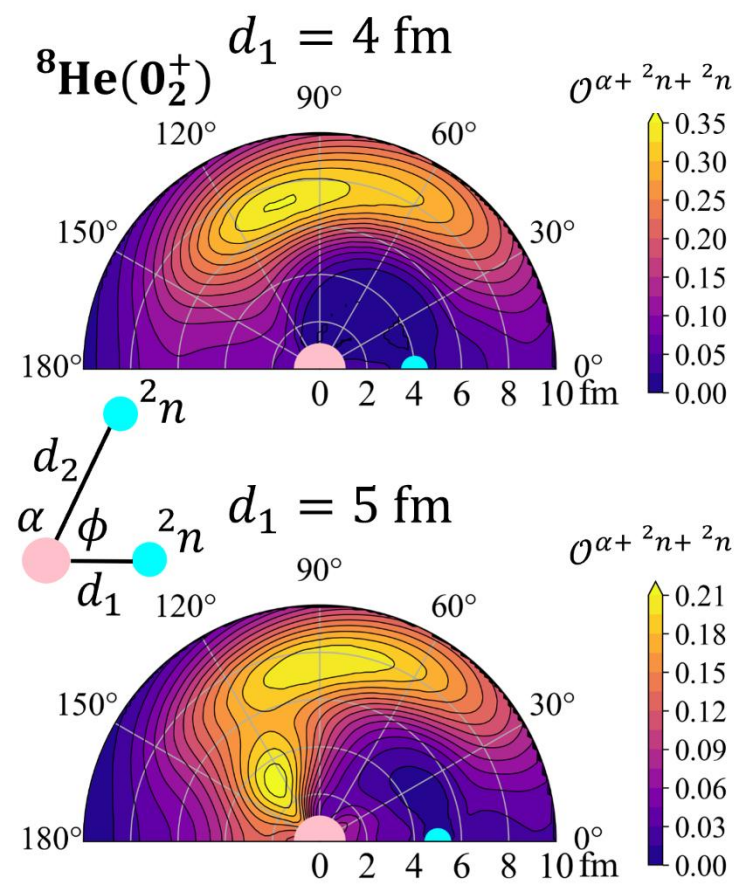
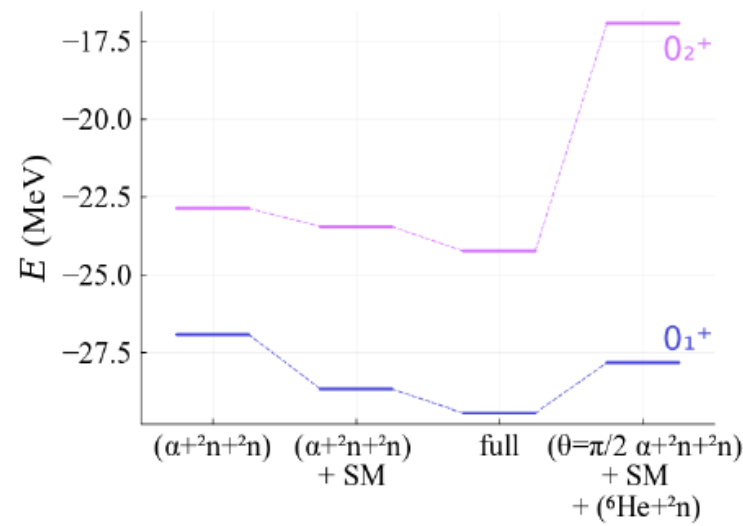
メイン成分が p 波
か d 波かの違いが
あるが、定性的には
似たような振る舞い

最近のクラスター模型計算

K. Nakagawa and Y. Kanada-En'yo,
arXiv: 2505.16235 (2025).

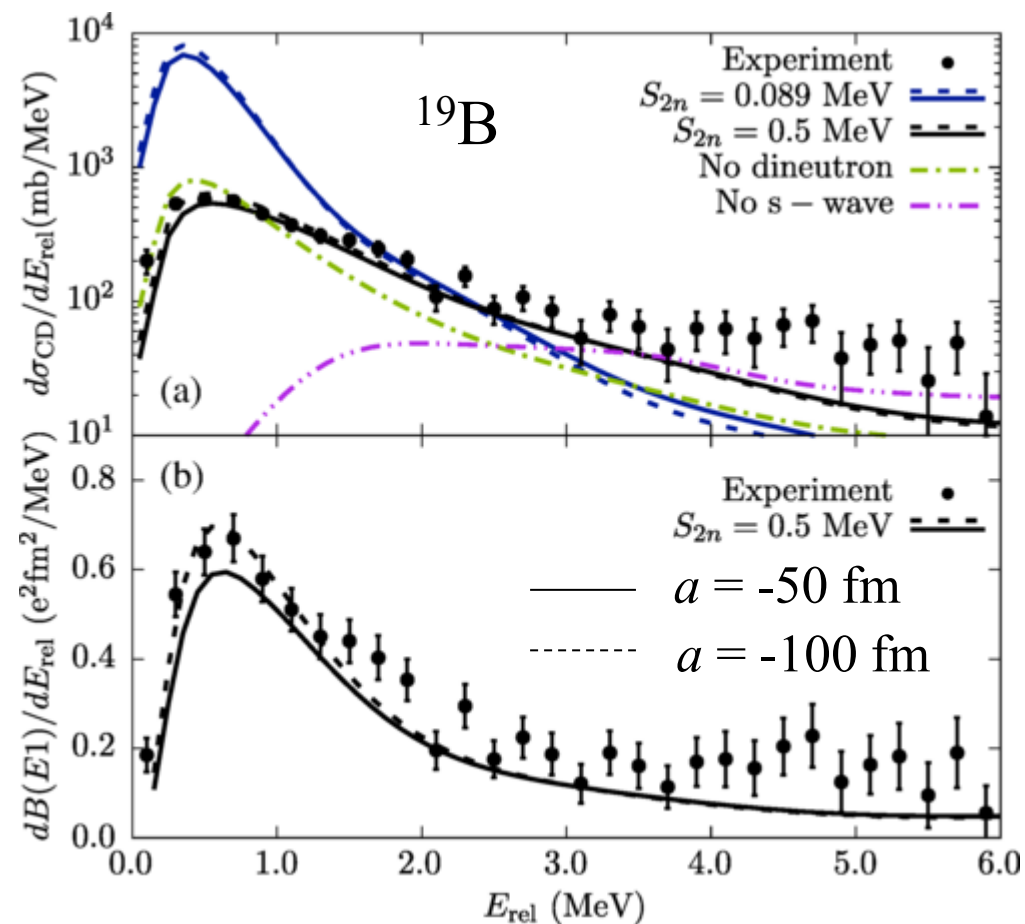
$[\alpha + {}^2n + {}^2n]$ 構造 + $[{}^6\text{He} + {}^2n]$ 構造
を仮定した微視的クラスター模型

${}^8\text{He} (0_2^+)$ でも ${}^2n - {}^2n$ がほとんど無相関



今後の課題1: 変形した芯核による3体模型

球形芯核 + 2n → 変形芯核 + 2n



K.J. Cook et al., PRL124,
212503 (2020).

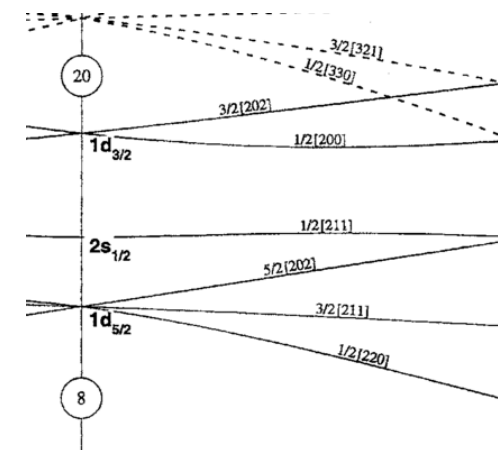
← $^{19}\text{B} = ^{17}\text{B} (\text{spherical}) + n + n$ による3体模型計算

- ✓ $1s_{1/2}, 1p_{3/2}, 1p_{1/2}$ は完全に埋まっていると仮定。
- ✓ $2s_{1/2}$ や $1d_{5/2}$ が部分的に埋まっていることは考慮していない。

実際の B アイソトープでは:

$^{15}\text{B}, ^{16}\text{B}, ^{17}\text{B}, ^{18}\text{B}, ^{19}\text{B}, ^{20}\text{B}$

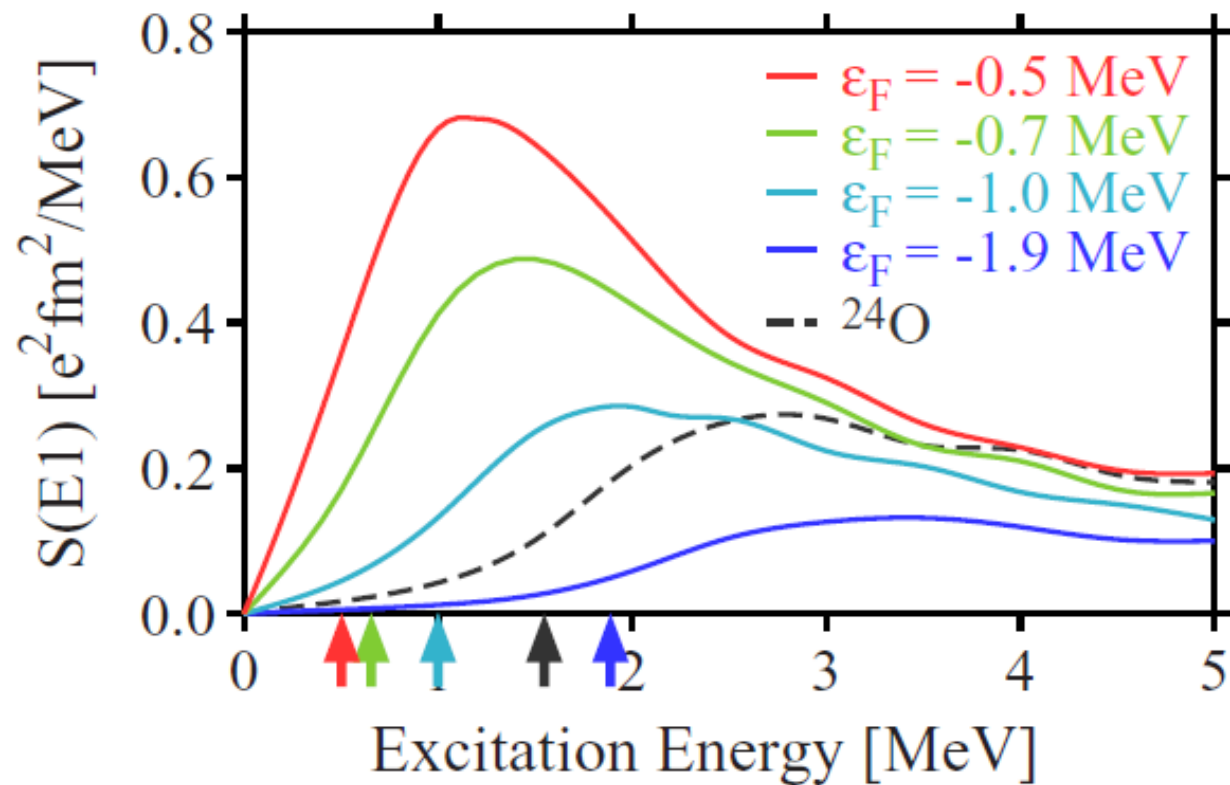
非束縛



束縛核と非束縛核が交互に現れる
→ 変形の効果?

今後の課題1: 変形した芯核による3体模型

^{22}C のクーロン分解



Skyrme HF+RPA

T. Inakura et al., PRC89 ('14) 064316.

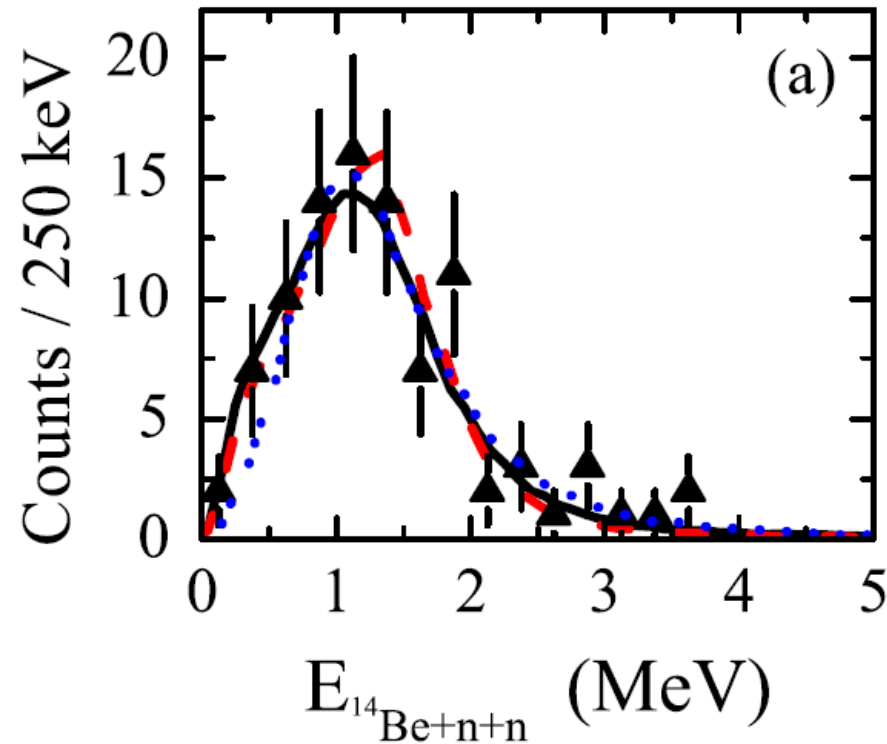
✓ 変形の効果

$\beta_2(^{20}\text{C}) : -0.23 \sim -0.33$

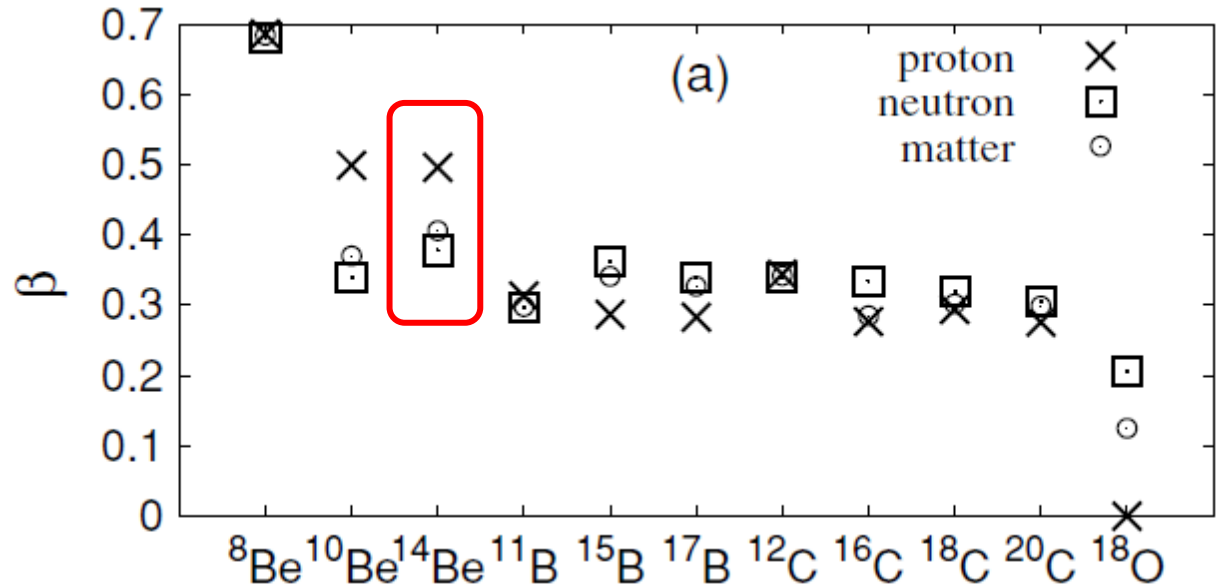
✓ 対相関の効果は入っていない

今後の課題1: 変形した芯核による3体模型

^{16}Be 核の2n放出崩壊



AMD calculations



Y. Kanada-En'yo and M. Kimura, PRC72 ('05) 064301

expt.: A. Spyrou et al., PRL108 ('12) 102501

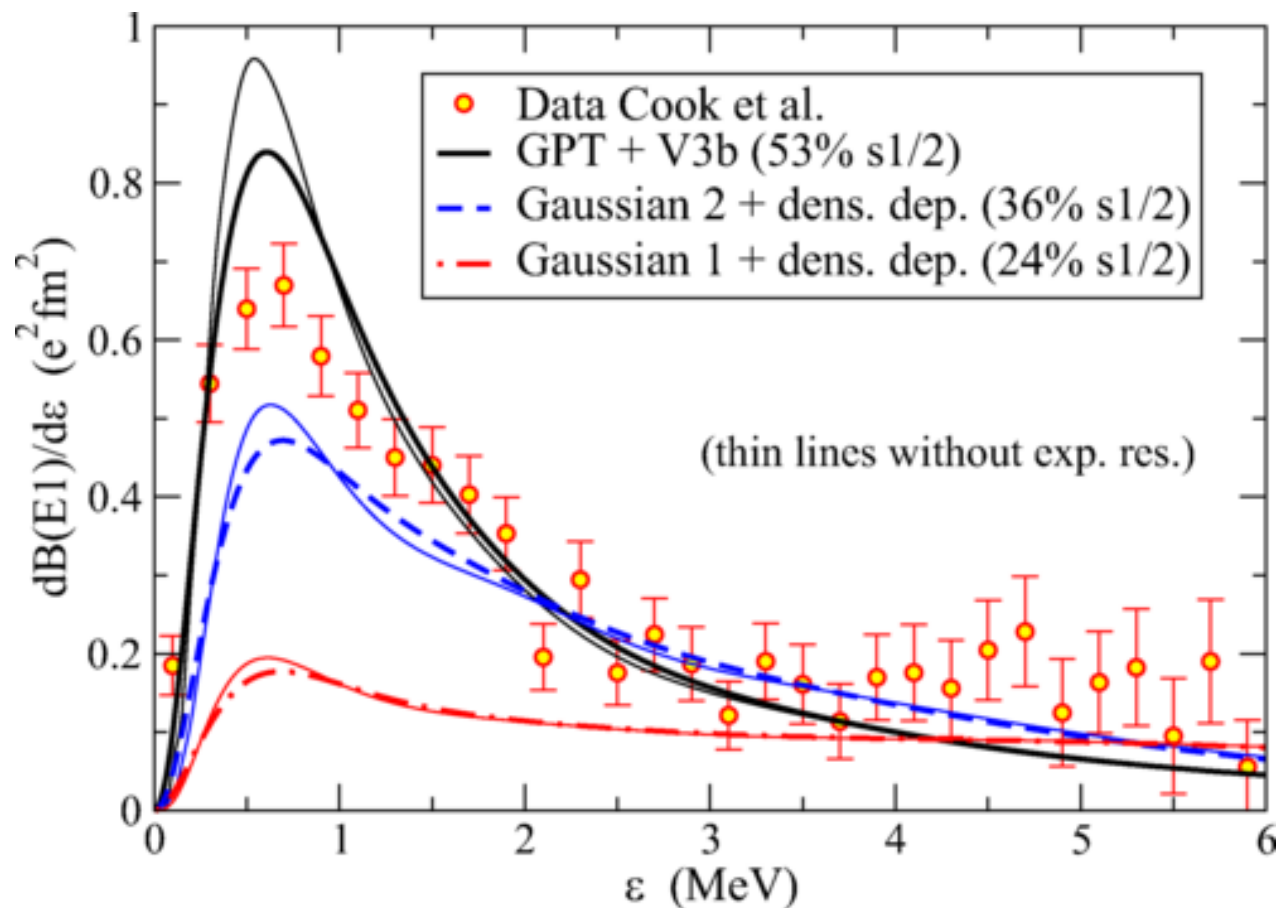
theory (3-body): A.E. Lovell, F.M. Nunes, and I.J. Thompson, PRC95 ('17) 034605

← 球形コアが仮定されている

今後の課題2: ゼロレンジ vs 有限レンジ相互作用

^{19}B の $B(E1)$ 分布

J. Casal and E. Garrido, PRC102, 051304(R) (2020).



nn	V_{3b} , Eq. (4)		$S_{2n}=0.5$ MeV (すべて)
	$(s_{1/2})^2$	$(d_{5/2})^2$	
GPT [29]	53.2	39.2	range of v_{nn} (fm)
GFJ [30]	56.3	35.6	
Gaussian 1	21.5	66.1	
Gaussian 2	31.8	54.3	
Gaussian 3	52.3	41.4	
Gaussian 4	62.7	34.2	3.2
Hagino	34.9	55.8	

nn 相互作用のレンジを短くすると $(s_{1/2})^2$ 成分が減り、 $B(E1)$ が小さくなっている (ように見える)

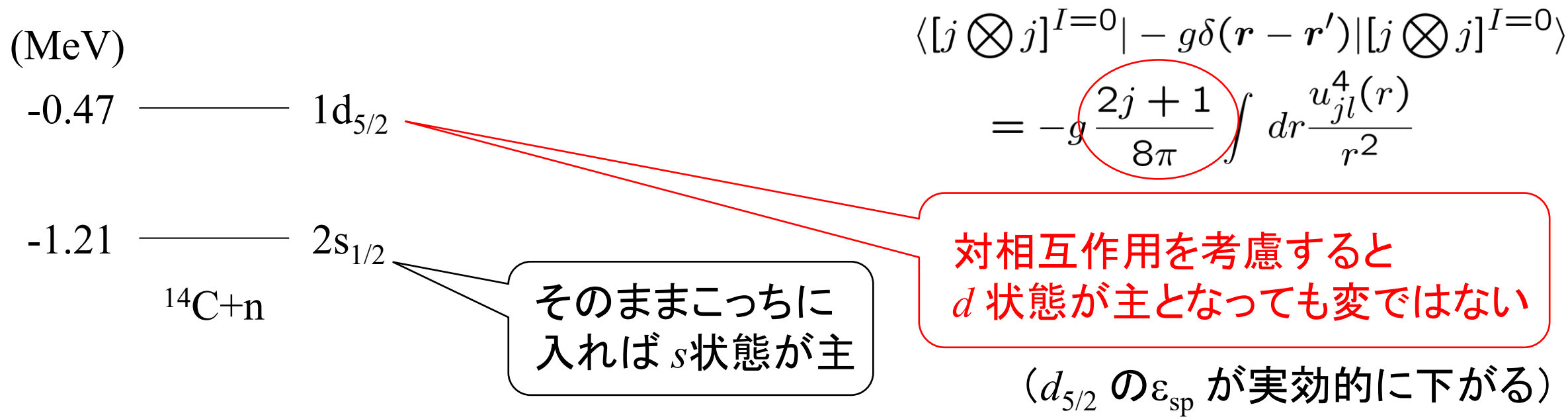
今後の課題2: ゼロレンジ vs 有限レンジ相互作用

確かに、我々のモデルでは $(s_{1/2})^2$ の割合が小さくなる傾向がある(ようだ)

^{16}C の基底状態:

Hagino-Sagawa (PRC75, 021301(R) (2007)) : $P_{ss} = 0.19, P_{dd} = 0.66$ ゼロ・レンジ相互作用
Horiuchi-Suzuki (PRC73, 037304 (2006)) : $P_{ss} = 0.52, P_{dd} = 0.37$ G3RS 相互作用

* V_{nC} はどちらも同じ Woods-Saxon ポテンシャル



今後の課題2: ゼロレンジ vs 有限レンジ相互作用

確かに、我々のモデルでは $(s_{1/2})^2$ の割合が小さくなる傾向がある(ようだ)

^{16}C の基底状態:

Hagino-Sagawa (PRC75, 021301(R) (2007)) : $P_{ss} = 0.19, P_{dd} = 0.66$ ゼロ・レンジ相互作用

$P_{ss} = 0.17, P_{dd} = 0.71$ ミネソタ相互作用

Horiuchi-Suzuki (PRC73, 037304 (2006)) : $P_{ss} = 0.52, P_{dd} = 0.37$ G3RS 相互作用

* V_{nC} はどちらも同じ Woods-Saxon ポテンシャル

- ゼロ・レンジ→有限レンジにしても P_{ss} などはほとんど変わらない
→ Casal らが主張するような単純なレンジの違いによるものではない(ようだ)
- V座標系とヤコビ座標の取り方の違い?
- 芯核中性子のパウリ原理の取り扱いの違い?

NEOLITHの実験では波動関数の成分が重要となると思われる

→ 理論としては解決しておきたい課題

今後の課題2: ゼロレンジ vs 有限レンジ相互作用

束縛状態を持たない浅いポテンシャルを使って計算すると:

H. Esbensen, G.F. Bertsch, K. Hencken, Phys. Rev. C56 ('99) 3054

^{11}Li 核に対する三体模型計算:

$$V_{nc}(r) = -7.8 \exp[-(r/2.55)^2] \quad \text{MeV}$$

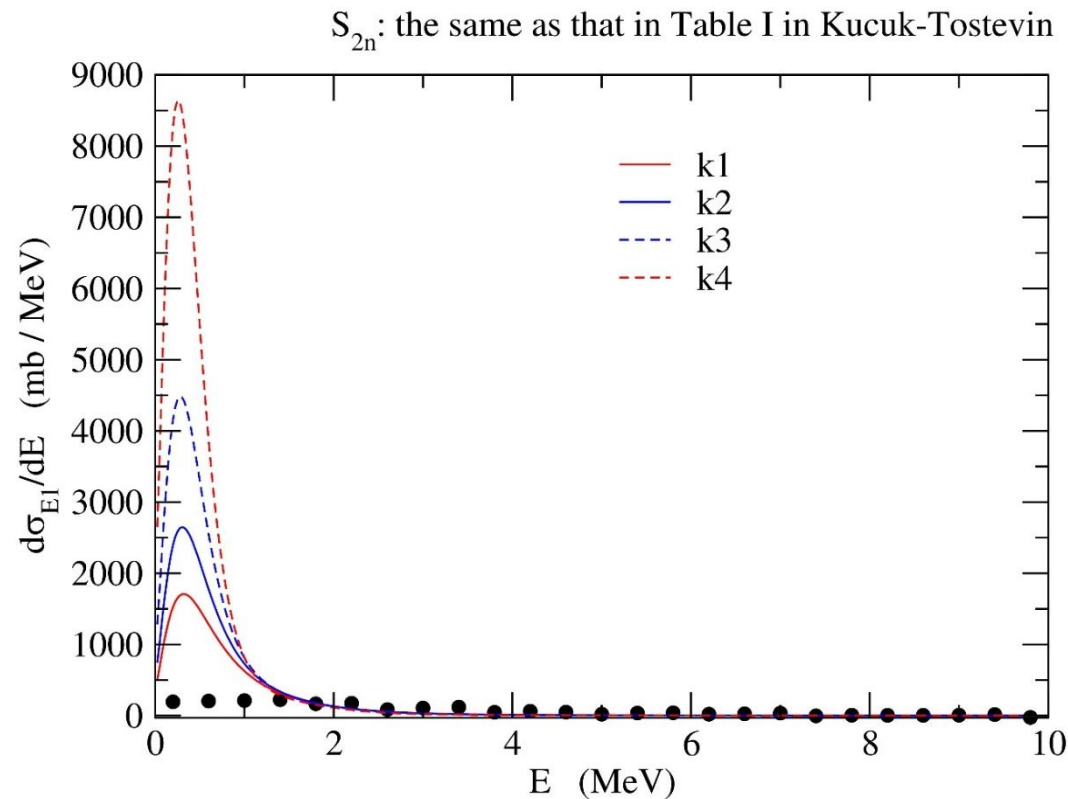
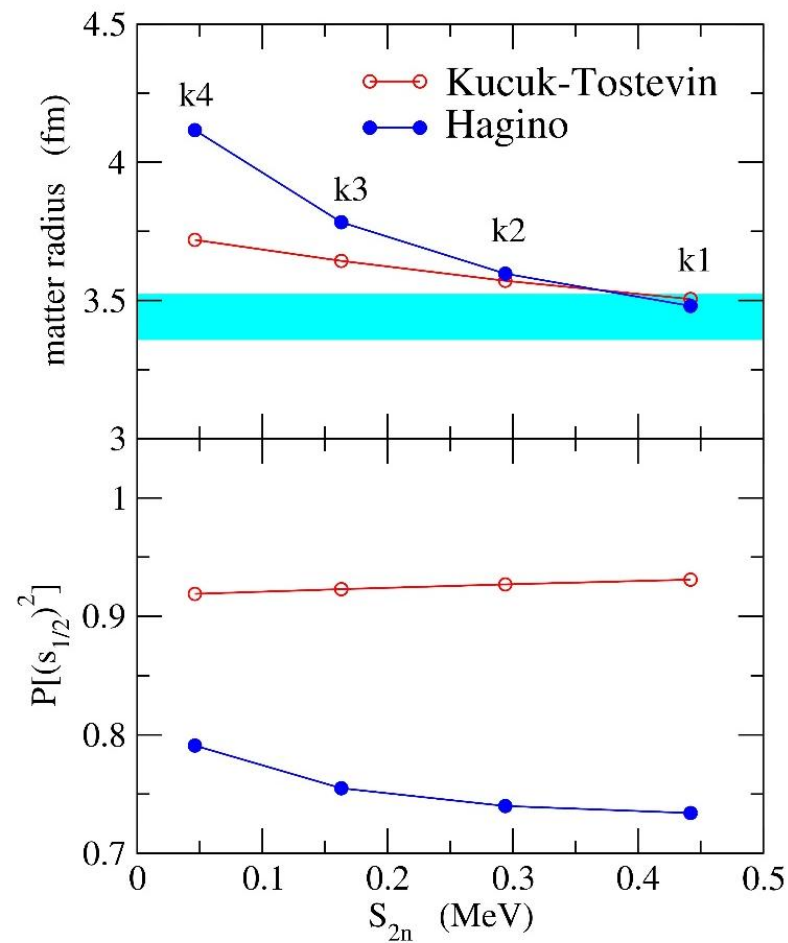
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ファデーエフ計算: } v_{nn}(r_{12}) = -31 \exp[-(r_{12}/1.8)^2] \quad \text{MeV} \\ \text{Bertsch-Esbensen: } v_{nn} = \text{密度に依存するゼロレンジ相互作用 (DDDI)} \end{array} \right.$$

	S_{2n} (keV)	$\langle (r_{c-2n})^2 \rangle$ (fm)	$\langle (r_{nn})^2 \rangle$ (fm)	$(s_{1/2})^2$ (%)
Faddeev	318	28.1	62.4	95.1
DDDI	318	27.6	62.9	91.1

同じような結果になっている

今後の課題2: ゼロレンジ vs 有限レンジ相互作用

^{22}C に対する Tostevin たちとの比較

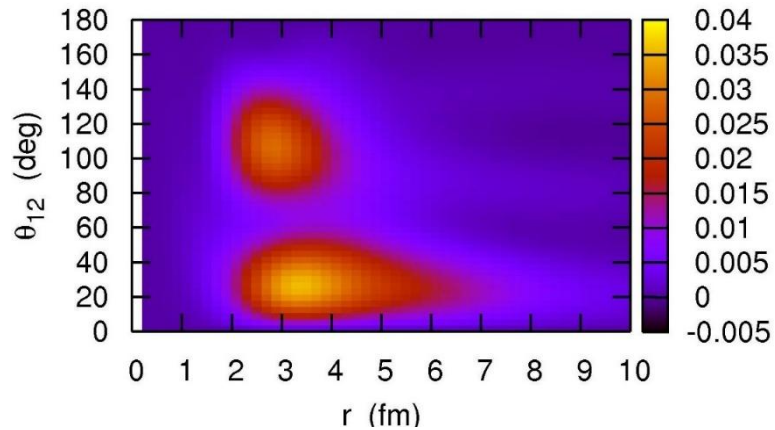


$$a_{\text{nc}} = \begin{aligned} &-333.3 \text{ fm (k1)} \\ &-45.5 \text{ fm (k2)} \\ &-24.4 \text{ fm (k3)} \\ &-16.1 \text{ fm (k4)} \end{aligned}$$

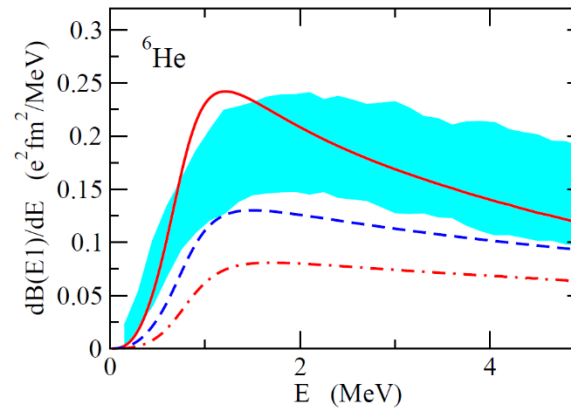
まとめ

3体模型計算

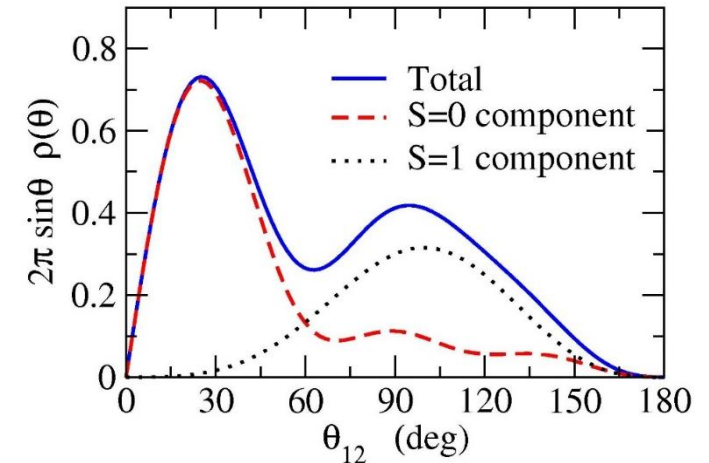
ダイニュートロン相関



E1励起

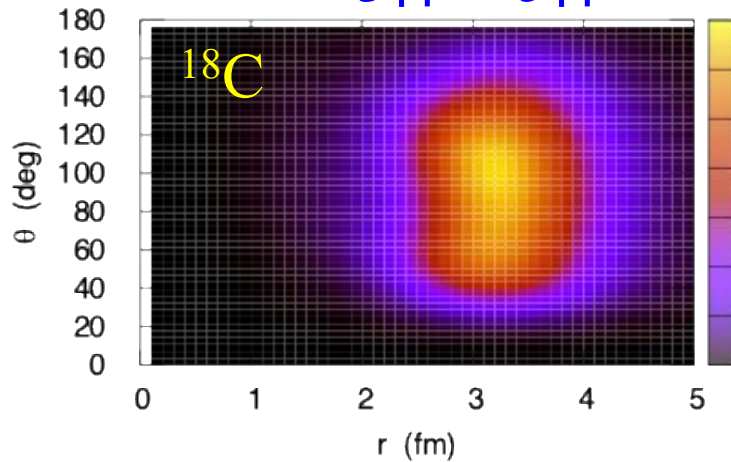


密度のスピ分解

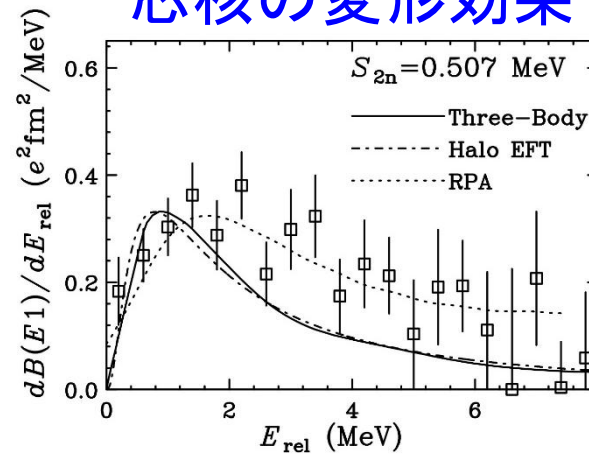


今後の課題

3体→5体へ

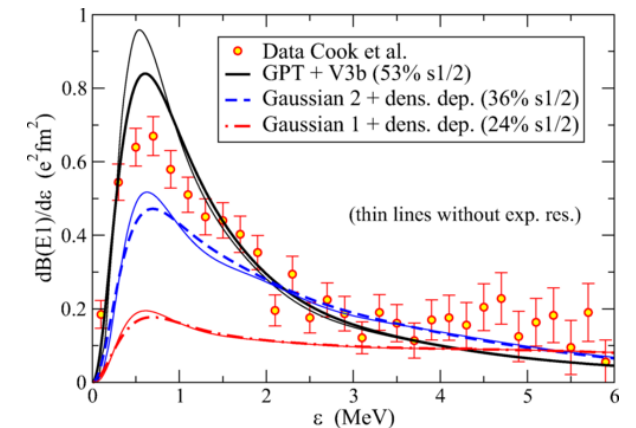


芯核の変形効果

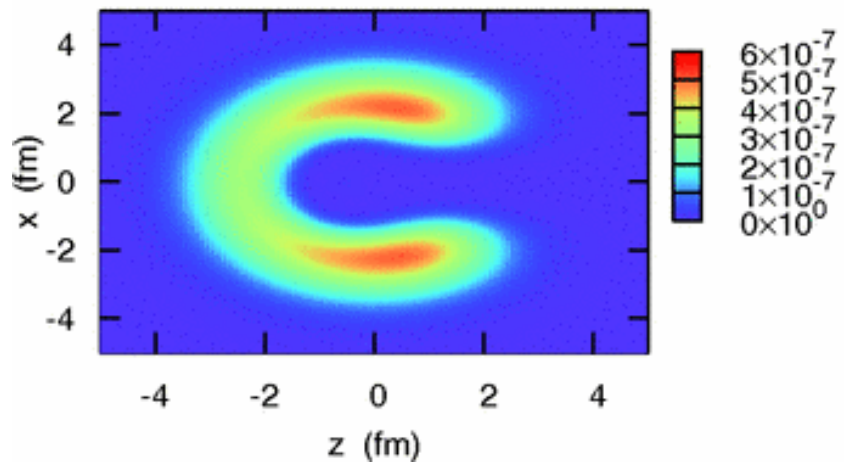
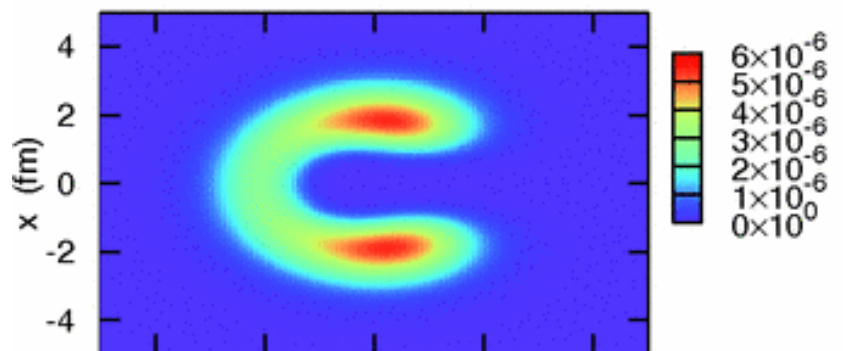
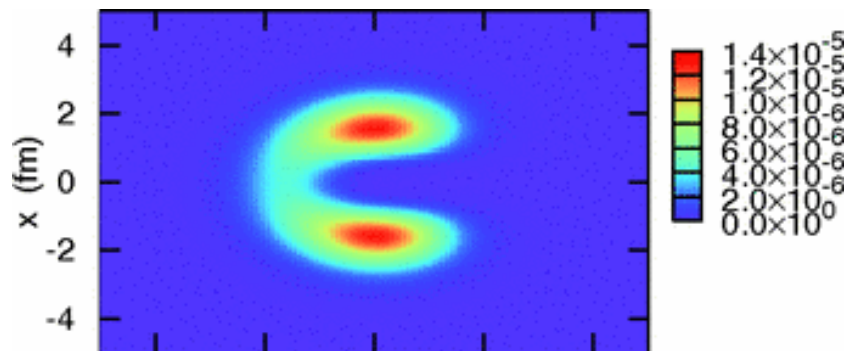
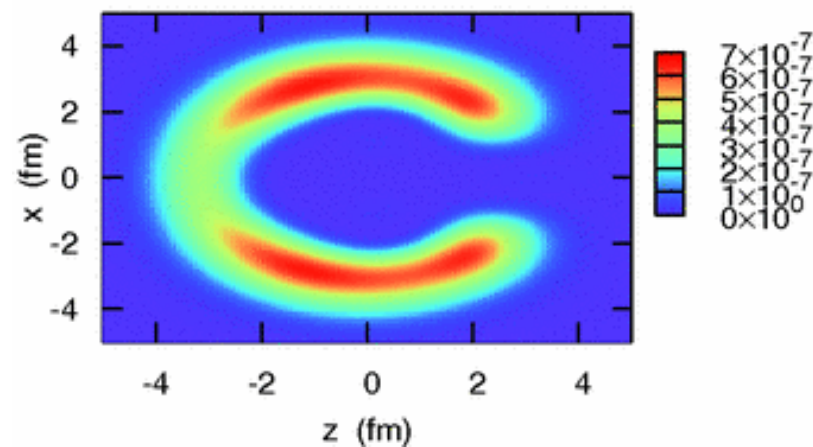
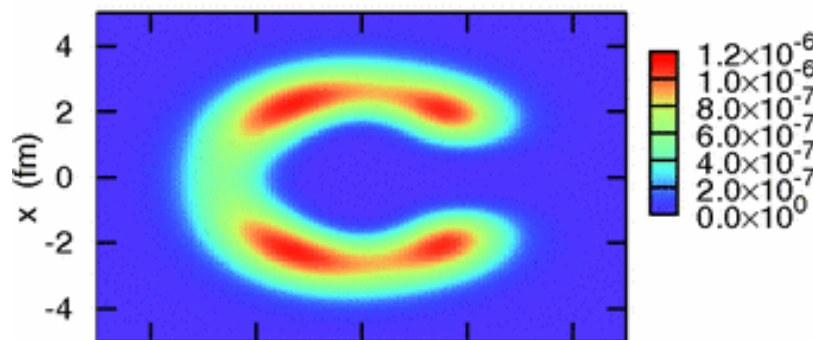
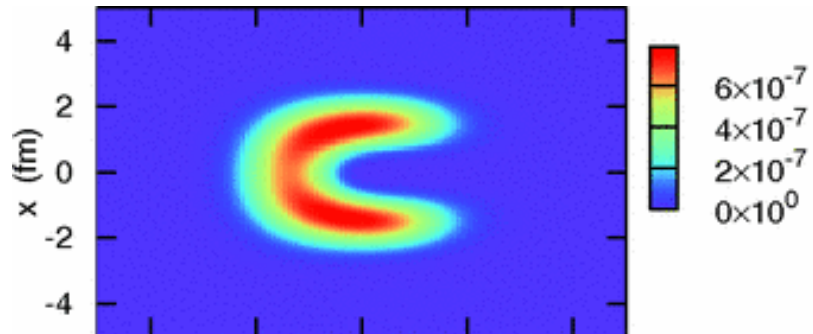


どのように変形効果と核子相関を切り分けるのか？

3体模型内での模型依存性



角運動量成分の比率

^8He  ^{18}C 

片方のダイニュートロン
を $z=1.5, 2.5, 3.5$ fm
に置いたときのもう
片方のダイニュートロン
の分布