

GRADIENT FLOWを用いた SU(3)ゲージ理論の 有限温度相関関数の測定

北沢正清

FOR FLOWQCD COLLABORATION

浅川正之、初田哲男、伊藤悦子、鈴木博


Gradient Flowによるエネルギー運動量テンソル

$$T_{\mu\nu}^R = \lim_{t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\alpha_U(t)} U_{\mu\nu}(t, x) + \frac{\delta_{\mu\nu}}{4\alpha_E(t)} E_{\text{subt}}(t, x) \right\}$$

この解析法は、格子QCDの革命か？

エネルギー運動量テンソルと観測量

□ 1点関数

□ 状態方程式 (エネルギー密度・圧力)  FlowQCD
arXiv:1312.7492

エネルギー—運動量テンソルと観測量

□ 1点関数

- 状態方程式 (エネルギー密度・圧力) → FlowQCD
arXiv:1312.7492

□ 2点関数

□ 相関関数

- $\langle T_{12}(x)T_{12}(0) \rangle$ → ずり粘性係数
- $\langle T_{ii}(x)T_{ii}(0) \rangle$ → 体積粘性係数
- ゆらぎ → 比熱、ETC. $c_v \sim \langle \delta T_{00} \delta T_{00} \rangle$

エネルギー運動量テンソルと観測量

□ 1点関数

- 状態方程式 (エネルギー密度・圧力) → FlowQCD
arXiv:1312.7492

□ 2点関数

□ 相関関数

- $\langle T_{12}(x) T_{12}(0) \rangle$ → ずり粘性係数

- $\langle T_{ii}(x) T_{ii}(0) \rangle$ → 体積粘性係数

- ゆらぎ → 比熱、ETC. $c_v \sim \langle \delta T_{00} \delta T_{00} \rangle$

- 3点関数 → 3次キュムラント ASAKAWA, EJIRI, MK, PRL2009

□ ETC...

FlowQCD Collaboration

from

**Gradient
flow**

$$\partial_t B_\mu = D_\nu G_{\nu\mu}$$

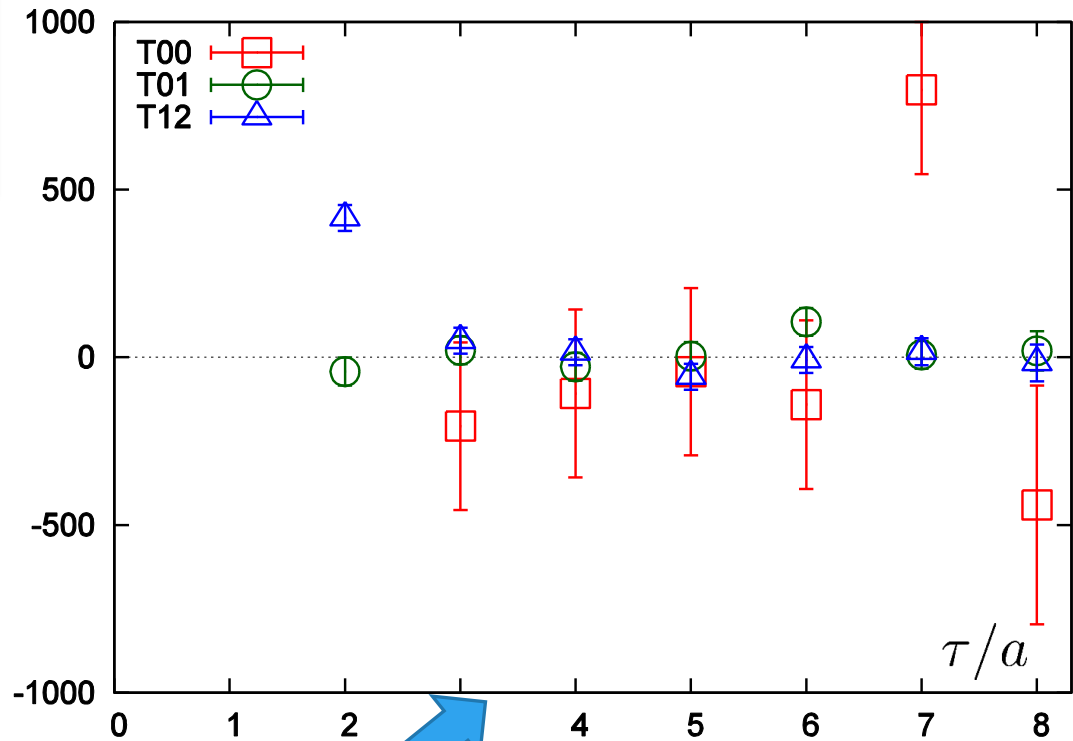
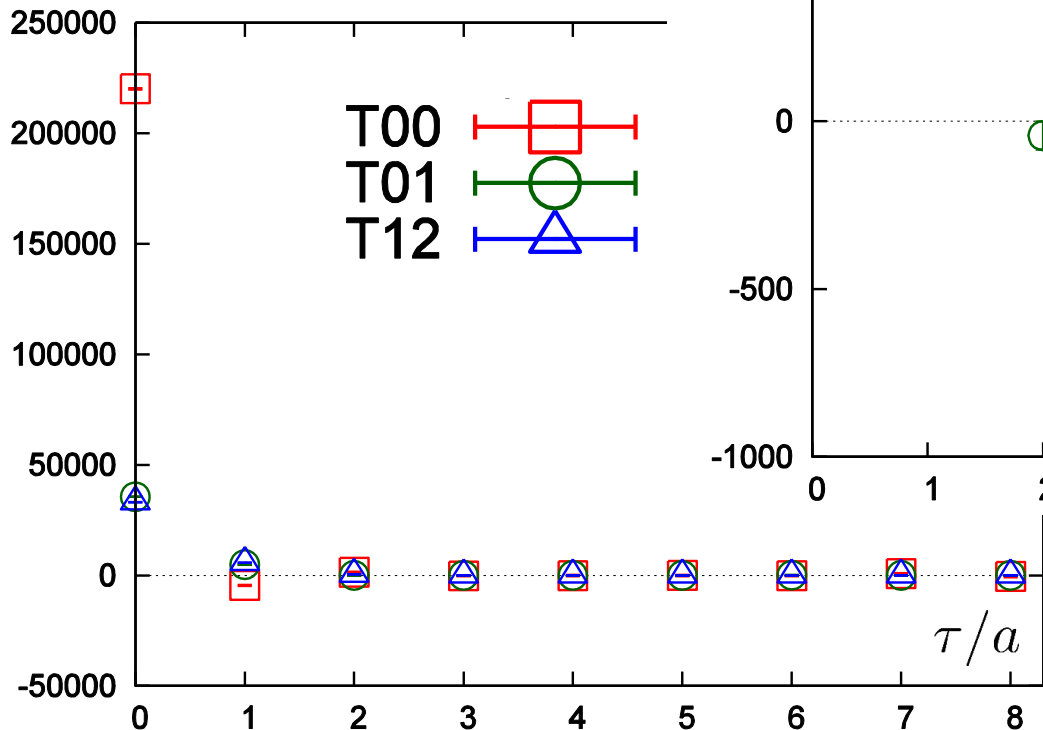
to

**Hydrodynamic
flow**

$$\partial_\mu T_{\mu\nu} = 0$$

$\langle T_{\mu\nu}(\tau) T_{\mu\nu}(0) \rangle$: 解析困難な観測量

- SU(3) Wilson action
- clover operator
- $64^3 \times 16$ $\beta=7.2$ ($T \sim 2.2T_c$)
- about **50,000** confs



拡大

cf: Nakamura, Sakai,
PRL 2005

高精細化／高統計化

FlowQCD

arXiv:1312.7492

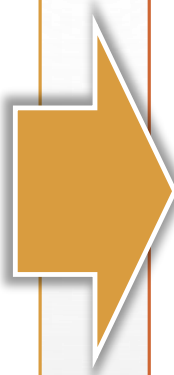
- $32^3 \times N_t$
- $\beta = 5.89 \sim 6.56$
- $N_t = 6, 8, 10$
- 100 ~ 300 confs

高精細化／高統計化

FlowQCD

arXiv:1312.7492

- $32^3 \times N_t$
- $\beta = 5.89 \sim 6.56$
- $N_t = 6, 8, 10$
- 100 ~ 300 confs



本研究

(解析途中の数値)

- $64^3 \times N_t$
- $\beta = 6.4 \sim 7.4$
- $N_t = 8, \dots, 16, 18$
- ~1500 confs



BlueGene/Q @ KEK

トライアル申請時間を利用

実行効率

ゲージ更新 (HB+OR): ~30%

Gradient flow (RK⁴): ~40%

セットアップ

- SU(3) PURE GAUGE
 - WILSON ゲージ作用
 - 格子サイズ: $64^3 \times (8, 10, 12, 14, 16, 18, 64)$
 - スケール設定
 - EDWARDS, HELLER, KRASSEN, 1998を採用
- {
- 今回のパラメータ領域で、5%程度の誤差
 - gradient flowによる自前の設定を準備中

以下の結果は、全てPreliminary!!

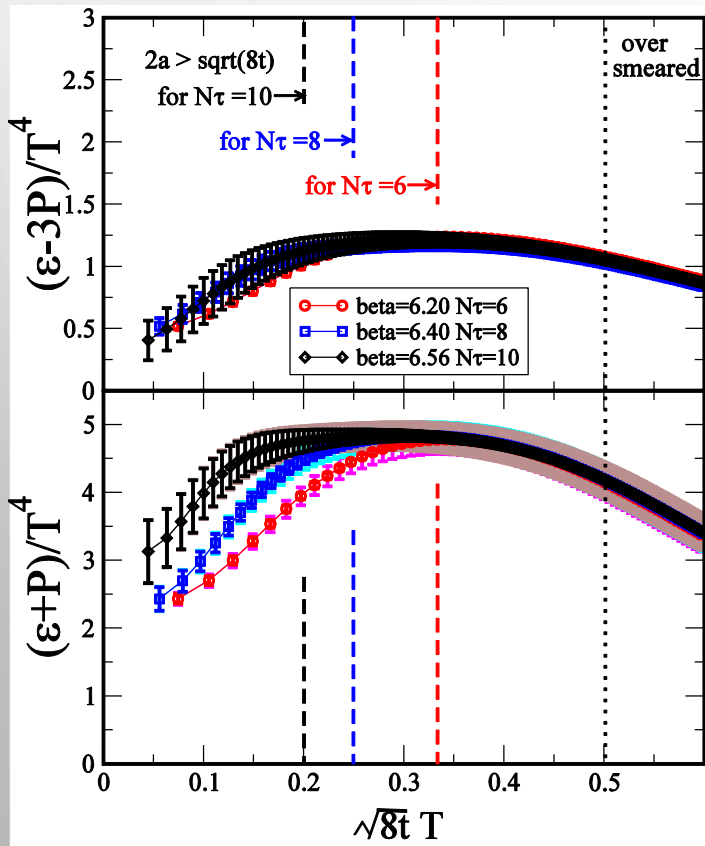
1 点関数

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle$$

エントロピー密度

FlowQCD

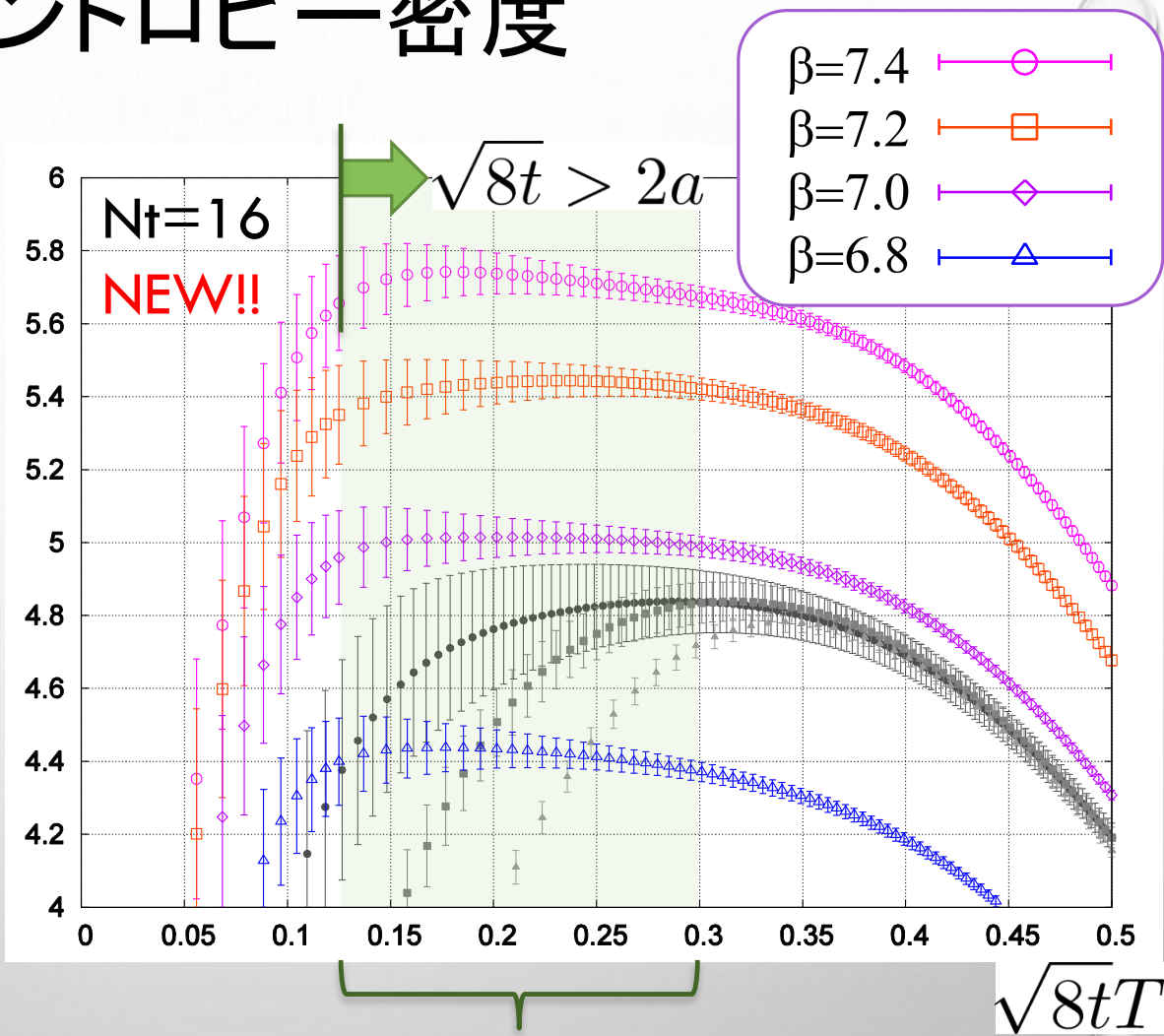
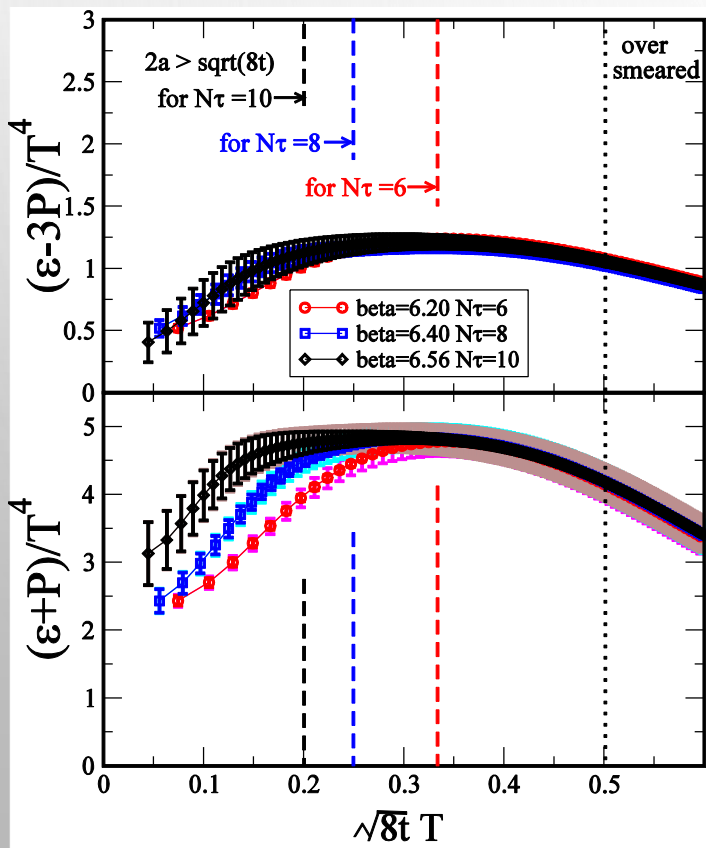
arXiv:1312.7492



エントロピー密度

FlowQCD

arXiv:1312.7492



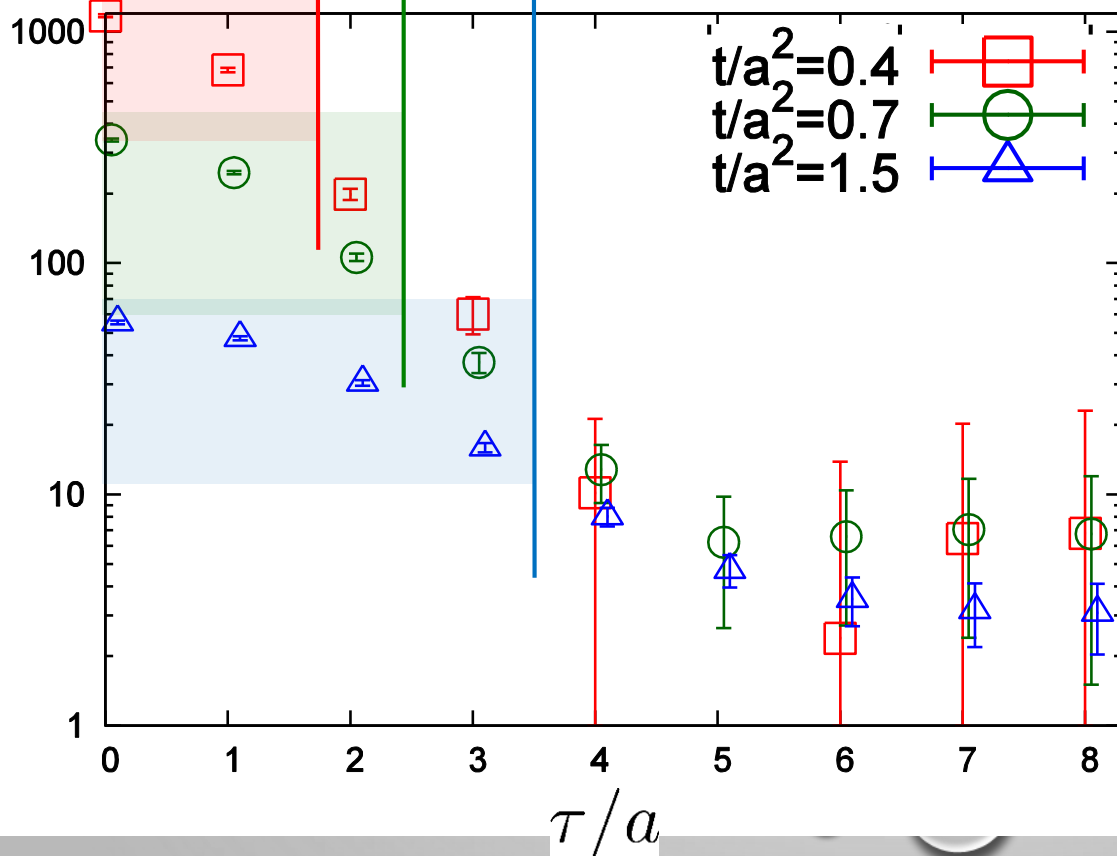
$2a < \sqrt{8t} < 0.3/T$
 誤差の範囲でプラトー

2点関数

$$\langle T_{\mu\nu}(x, t) T_{\mu\nu}(0, 0) \rangle$$

$$\int d^3x \langle T_{12}(x, \tau) T_{12}(0, 0) \rangle$$

smearing長 $= \sqrt{8t}$



$64^3 \times 16$

$\beta=7.2$ ($T \sim 2.2T_c$)

1200 confs

- $\tau > \sqrt{8t}$ で一定値
- t の増大と共に誤差が著しく改善
($t/a^2=1.5$ で3桁程度)

相関関数

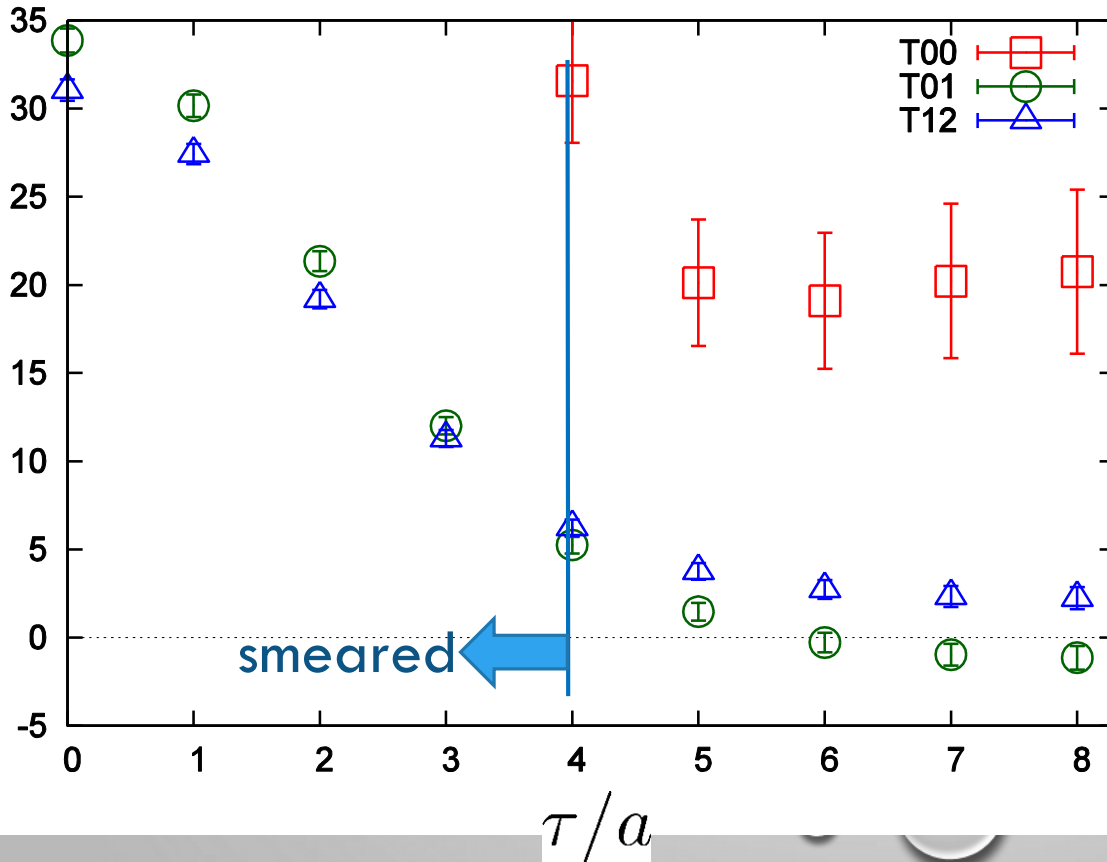
$$C_{\mu\nu}(\tau) = \int d^3x \langle T_{\mu\nu}(x, \tau) T_{\mu\nu}(0, 0) \rangle$$

$64^3 \times 16$

$\beta = 7.2$ ($T \sim 2.2 T_c$)

1200 confs

$t/a^2 = 1.9$



$C_{44}(\tau)$
一定値 ← 保存則!

$$\partial_\tau \langle \delta E(\tau) \delta E(0) \rangle = 0$$

(for $\tau \neq 0$)

$C_{12}(\tau)$

$C_{41}(\tau)$
負値 ← $i^2 = -1$

全エネルギー—相関関数と比熱

比熱

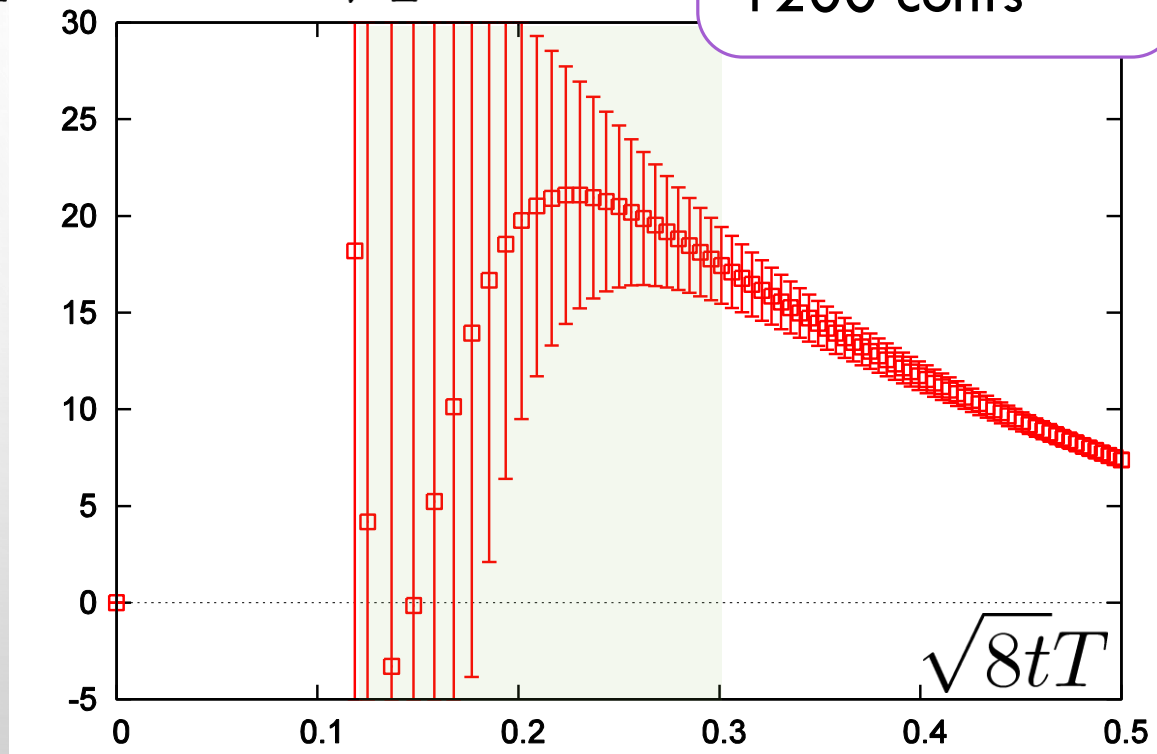
$$\begin{aligned} c_V &= \frac{1}{V} \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_V \\ &= \frac{\langle \delta E^2 \rangle}{VT^2} \\ &= \frac{\langle \delta E(\tau) \delta E(0) \rangle}{VT^2} \end{aligned}$$

$$\frac{c_V}{T^3} = \frac{\langle \delta E(\beta/2) \delta E(0) \rangle}{VT^5}$$

$64^3 \times 16$

$\beta = 7.2$ ($T \sim 2.2T_c$)

1200 confs



全エネルギー相関関数と比熱

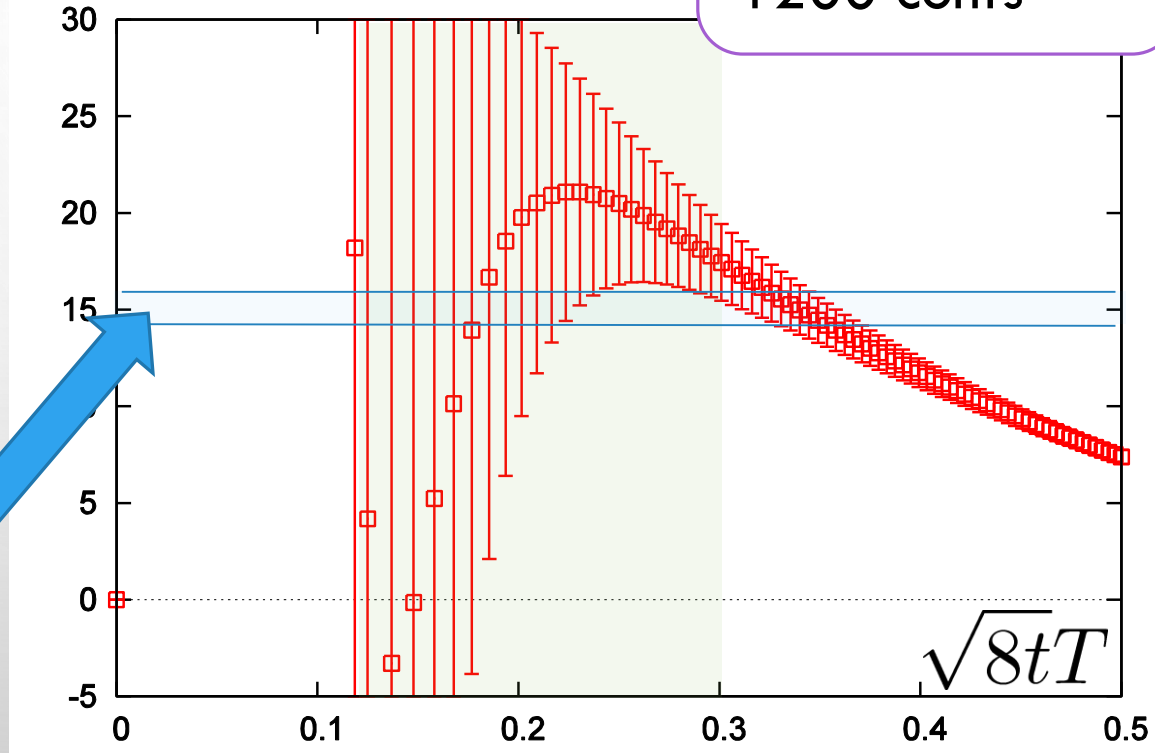
比熱

$$c_V = \frac{1}{V} \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_V$$
$$= \frac{\langle \delta E^2 \rangle}{VT^2}$$
$$= \frac{\langle \delta E(\tau) \delta E(0) \rangle}{VT^2}$$

Gavai, et al., 2005
differential method
for $T=2T_c$

$$\frac{c_V}{T^3} = \frac{\langle \delta E(\beta/2) \delta E(0) \rangle}{VT^5}$$

$64^3 \times 16$
 $\beta=7.2$ ($T \sim 2.2T_c$)
1200 confs



全く新しい比熱の測定法

Gradient Flowによるエネルギー運動量テンソル

$$T_{\mu\nu}^R = \lim_{t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\alpha_U(t)} U_{\mu\nu}(t, x) + \frac{\delta_{\mu\nu}}{4\alpha_E(t)} E_{\text{subt}}(t, x) \right\}$$

この解析法は、格子QCDの革命か？

YES

Gradient flowで定義されたEMテンソル
演算子は、様々な物理量の
直接的かつ低ノイズの解析を可能にする

from
Gradient
flow



to
Hydrodynamic
flow

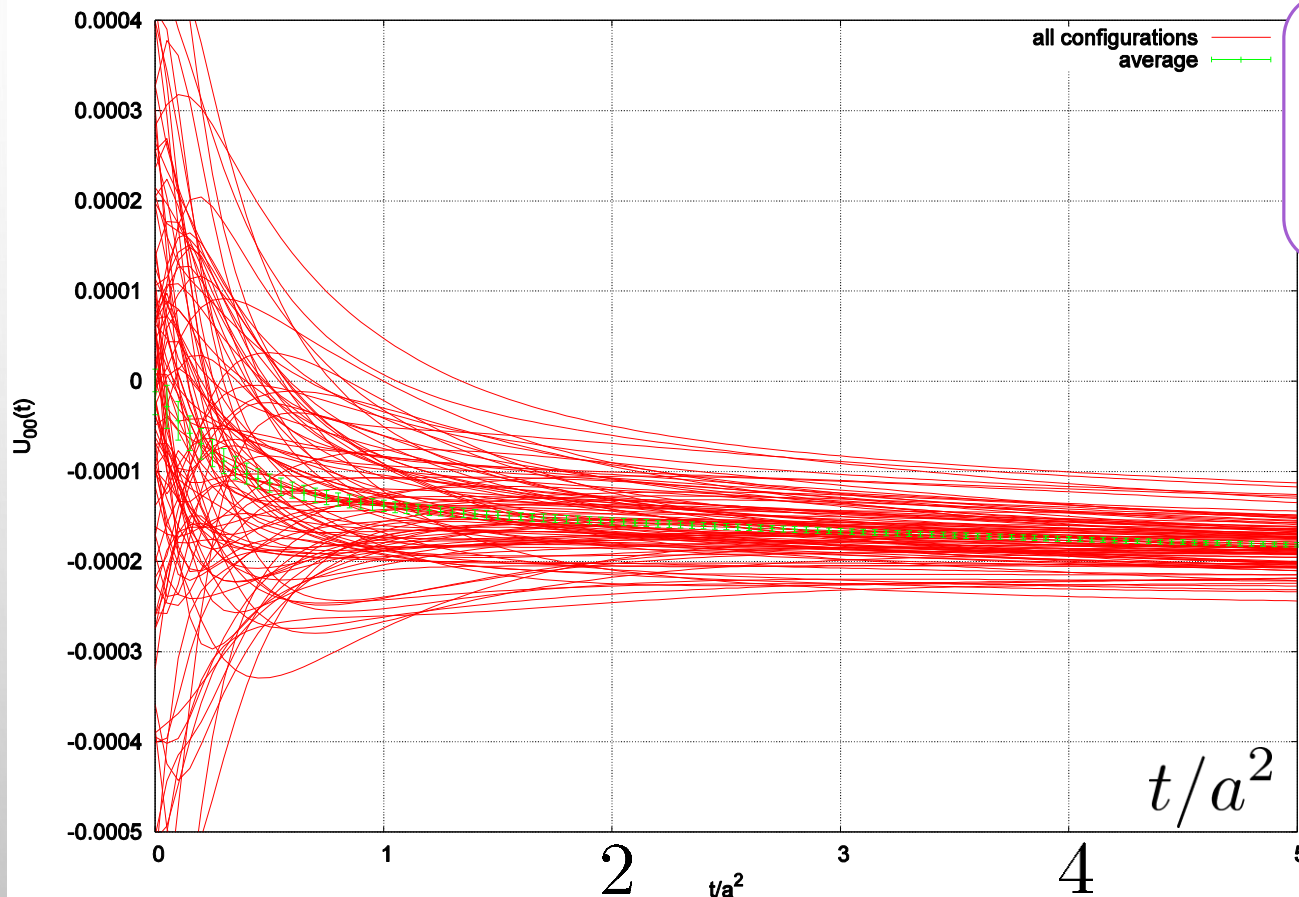
- 格子スケールの精密決定
- 状態方程式の精密測定
- ゆらぎの直接測定
- 相関関数の測定 → 粘性係数へ
- FULL QCDへの適用 [MAKINO, SUZUKI, ARXIV:1403.4772](#)
- ETC...

Coming Soon from **Flow**QCD Collaboration

The image features a light gray background with a subtle gradient. In the corners, there are several realistic-looking water droplets of various sizes, some with highlights and shadows, giving them a three-dimensional appearance. The word "Backup" is centered in a bold, black, sans-serif font.

Backup

各配位上での $(E+P)/T^4$



$64^3 \times 16$
 $\beta = 7.0$
100 confs

特に $t/a^2 < 1$ で、 $(e+p)/T^4$ の t 依存性は不安定



異なる t のデータ間の相関は小さい