

Gradient flowによる SU(3) Wilsonゲージ作用 の格子間隔の測定

北沢正清 (阪大理)

for FlowQCD Collaboration

浅川正之、初田哲男、入谷匠、伊藤悦子、鈴木博

FlowQCD, arXiv:1503.06516

クエンチ数値解析は終わったか？

否

クエンチ数値解析は終わったか？

非摂動ゲージ理論として

- 相転移 / 閉じ込め / トポロジー / ...

QCDの近似理論として

- クエンチ近似: ゲージ場の非摂動性を含む解析
- 解析が軽い \rightarrow 大きい N_x, N_t を取ることが可能

a

格子間隔:

格子上的最も基本的な量

- 物理次元の導入
 - 連続外挿
- に必須

a

格子間隔： 格子上的最も基本的な量

SU(3)Wilsonゲージ作用の *a*

$\beta \leq 6.5$ Edwards+ (1998)

$\beta \leq 6.57$ Alpha Collab. (1998)

$\beta \leq 6.92$ Necco, Sommer (2002)

This Study: $6.3 \leq \beta \leq 7.5$

6.0

$T=2T_c$

$N_\tau = 10$

7.0

$N_\tau = 20$

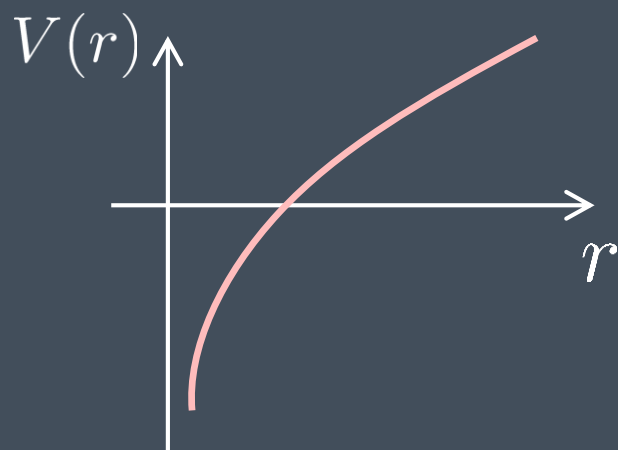
$N_\tau = 30$

β

$$\log \left(\frac{w_{0.4}}{a} \right) (\beta) = \frac{4\pi^2}{33} \beta - 8.6853 + \frac{37.704}{\beta} - \frac{144.77}{\beta^2}$$

String Tension / Sommer Scale

重クォークポテンシャル



□ 弦張力

$V(r)$ の遠方での傾き σ

□ Sommer scale

$r_0^2 V(r_0) = 1.65$
となる r_0 を求める

- デメリット
- $V(r)$ を決めるため、フィット解析が必要
 - 統計誤差が大きい
 - 非局所的な数値解析が必要

Gradient Flow=場の連続的cooling

Luscher, 2010

$$\partial_t A_\mu(t, x) = - \frac{\partial S_{\text{YM}}}{\partial A_\mu} \quad A_\mu(0, x) = A_\mu(x)$$

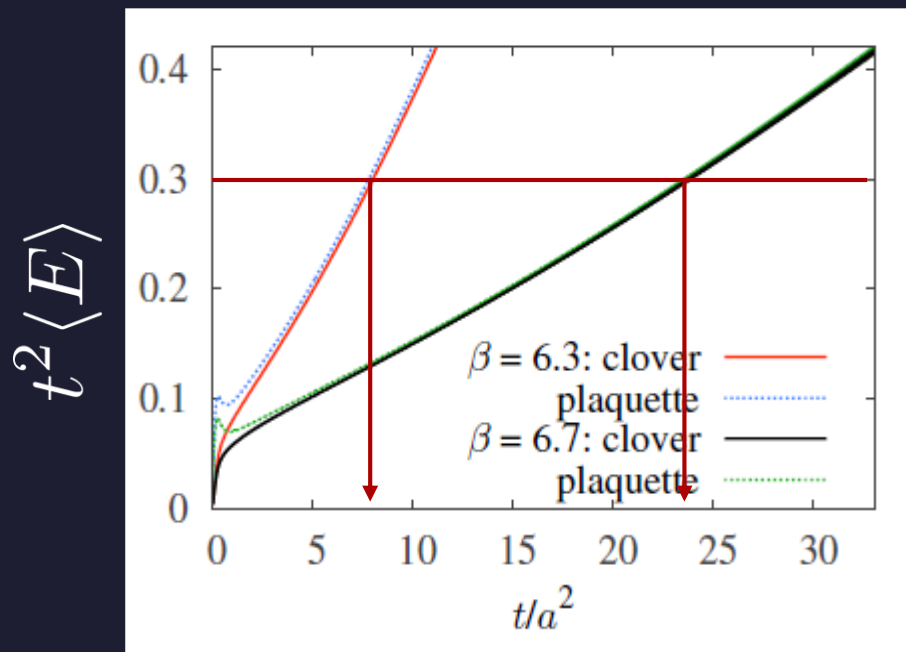
t: “flow time”
dim:[length²]

- 場の変換の数学的構造が明確
 - 各種期待値等のt依存性が摂動論的に評価可能
- t>0における全ての観測量が紫外有限 Luescher,Weisz,2011
 - ➡ t>0での場は、もとの理論の正則化法に依らない

t_0 Scaling

Luscher, 2010

$$E \equiv \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$



- ① 無次元量 $t^2\langle E \rangle$ を用意
- ② $t^2\langle E \rangle$ が特定の値になるフロー時間を計算

$$t^2\langle E \rangle = 0.3$$



$$t = t_0$$

- ③ t_0 を格子上的のスケールとして採用

局所的な測定／統計誤差小／内挿等の追加解析が不要

改良版: w_0 Scaling

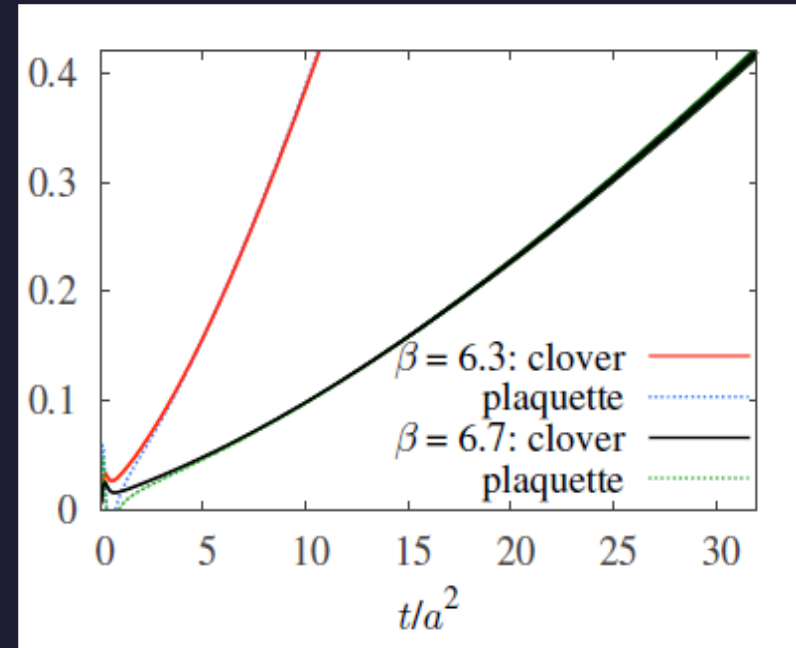
Budapest,
Wuppertal, 2012

$$t^2 \langle E \rangle \Rightarrow t \frac{d}{dt} [t^2 \langle E \rangle]$$

$$t \frac{d}{dt} [t^2 \langle E \rangle] = 0.3$$

$$\sqrt{t} = w_0$$

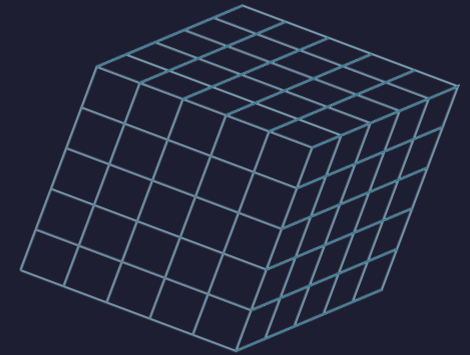
$$t \frac{d}{dt} [t^2 \langle E \rangle]$$



t_0 と比べ格子間隔効果が抑制

Numerical Analysis

- SU(3) YM theory
- Wilson gauge action
- $w_{0.4}$ scaling



BlueGene/Q @ KEK
~30% efficiency

β	size	N_{conf}	β	size	N_{conf}
6.3	64^4	30	6.9	64^4	30
6.4	64^4	100	7.0	96^4	60
6.5	64^4	49	7.2	96^4	53
6.6	64^4	100	7.4	128^4	40
6.7	64^4	30	7.5	128^4	60
6.8	64^4	100			

Each configuration is separated by 1000 gauge updates (HB+OR⁵)

Various Scales

$t_{0.2}$

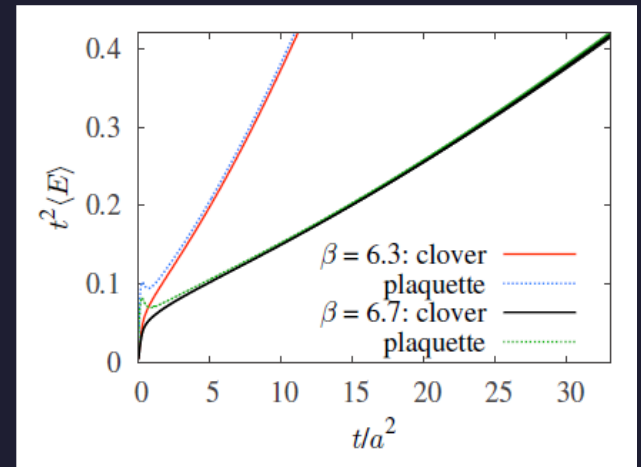
$t_{0.3} \equiv t_0$

$t_{0.4}$

$w_{0.2}$

$w_{0.3} = w_0$

$w_{0.4}$



$$t^2 \langle E \rangle = X$$

$$X = 0.2, 0.3, 0.4$$

Various Scales

$t_{0.2}$

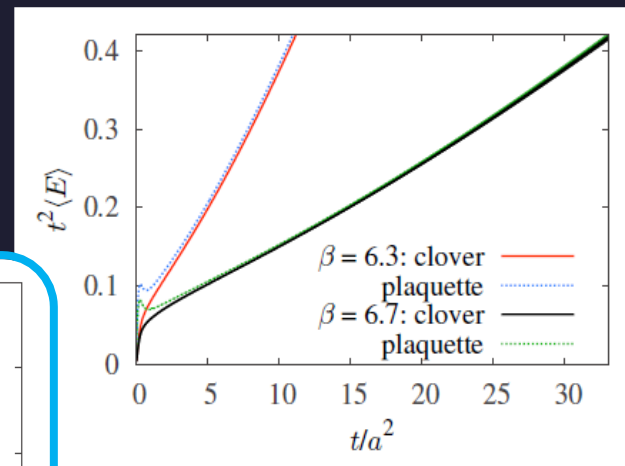
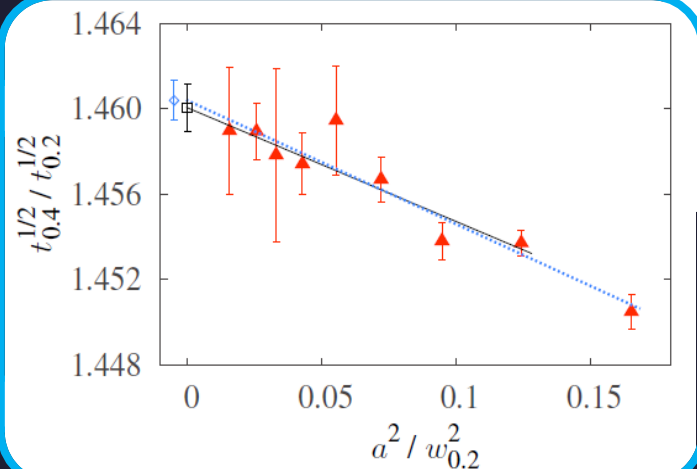
$t_{0.3} \equiv t_0$

$t_{0.4}$

$w_{0.2}$

$w_{0.3} = w_0$

$w_{0.4}$



$$t^2 \langle E \rangle = X$$

$$X = 0.2, 0.3, 0.4$$

Various Scales

$t_{0.2}$

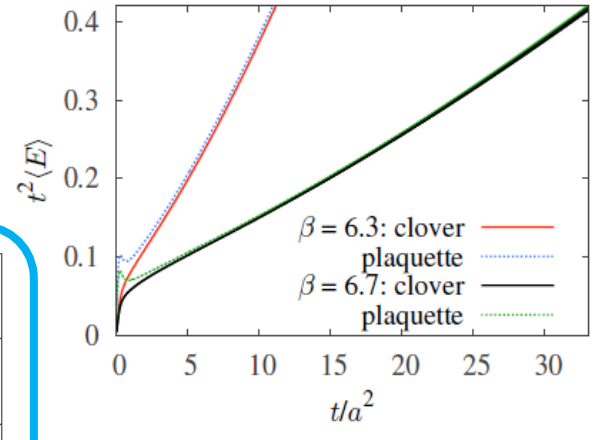
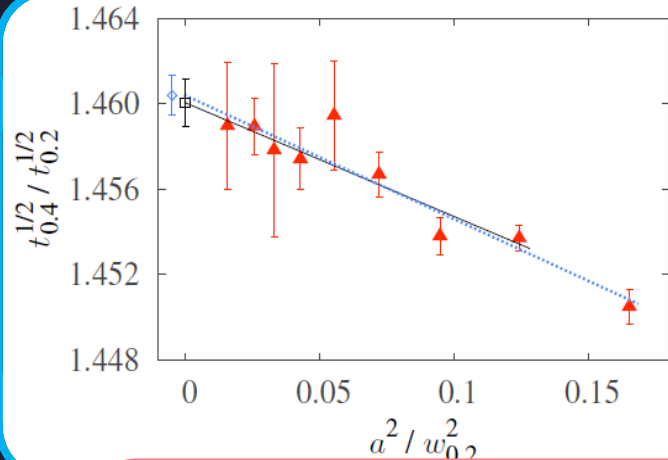
$t_{0.3} \equiv t_0$

$t_{0.4}$

$w_{0.2}$

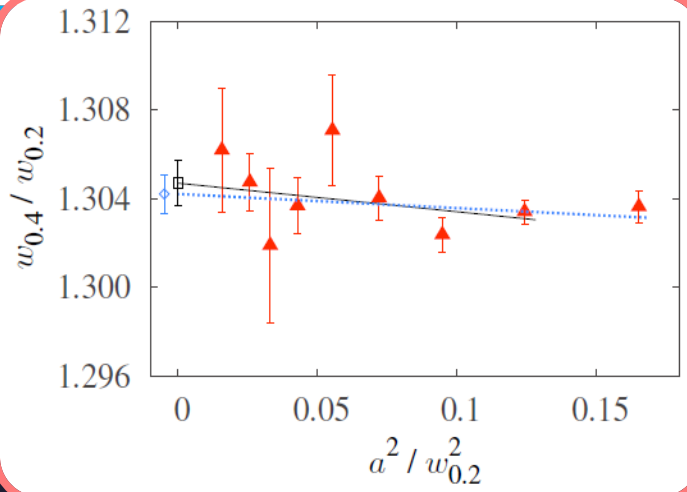
$w_{0.3} \equiv w_0$

$w_{0.4}$



$$t^2 \langle E \rangle = X$$

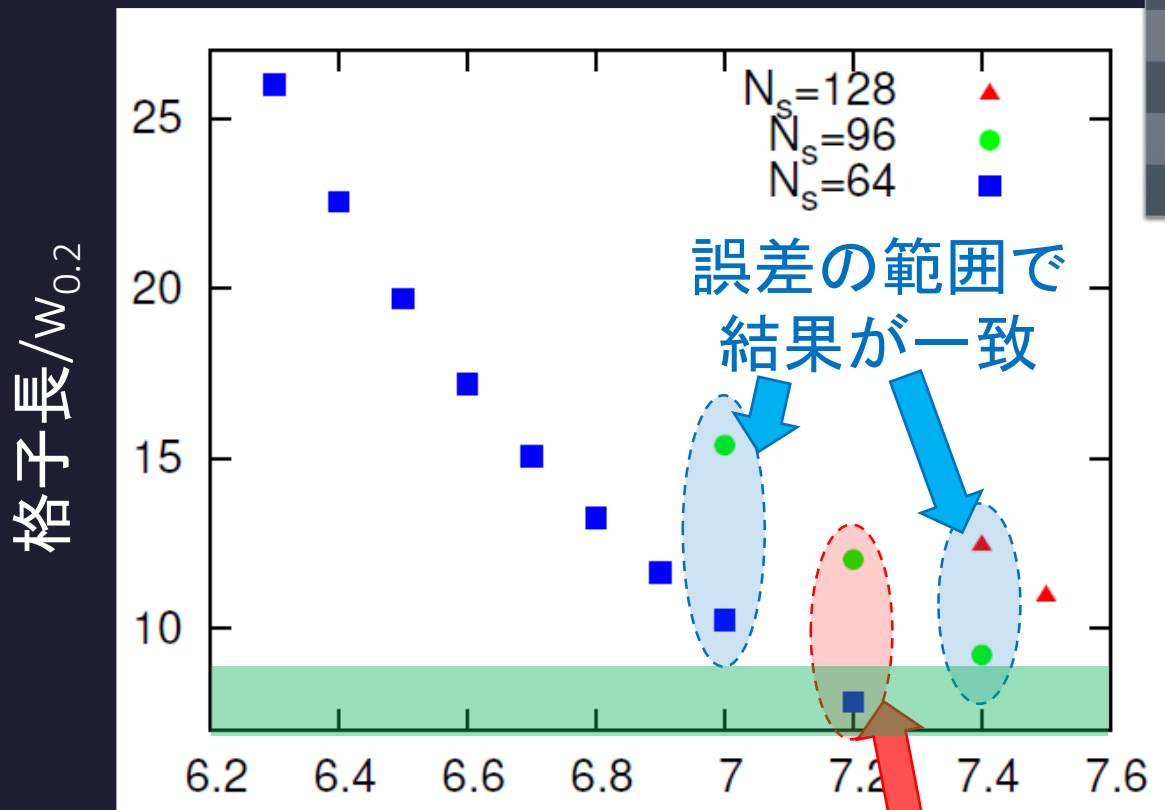
$$X = 0.2, 0.3, 0.4$$



w_X の方が、
離散化誤差が
小さそう

本研究では、 $w_{0.2}$ と $w_{0.4}$ を併用してスケールに使用

有限体積効果



β	size	N_{conf}	β	size	N_{conf}
6.3	64^4	30	6.9	64^4	30
6.4	64^4	100	7.0	96^4	60
6.5	64^4	49	7.2	96^4	53
6.6	64^4	100	7.4	128^4	40
6.7	64^4	30	7.5	128^4	60
6.8	64^4	100			

有限体積効果は、
 $L/w_{0.2} > 10$ なら
無視可能

β 誤差の範囲で不一致
(2%程度のずれ)

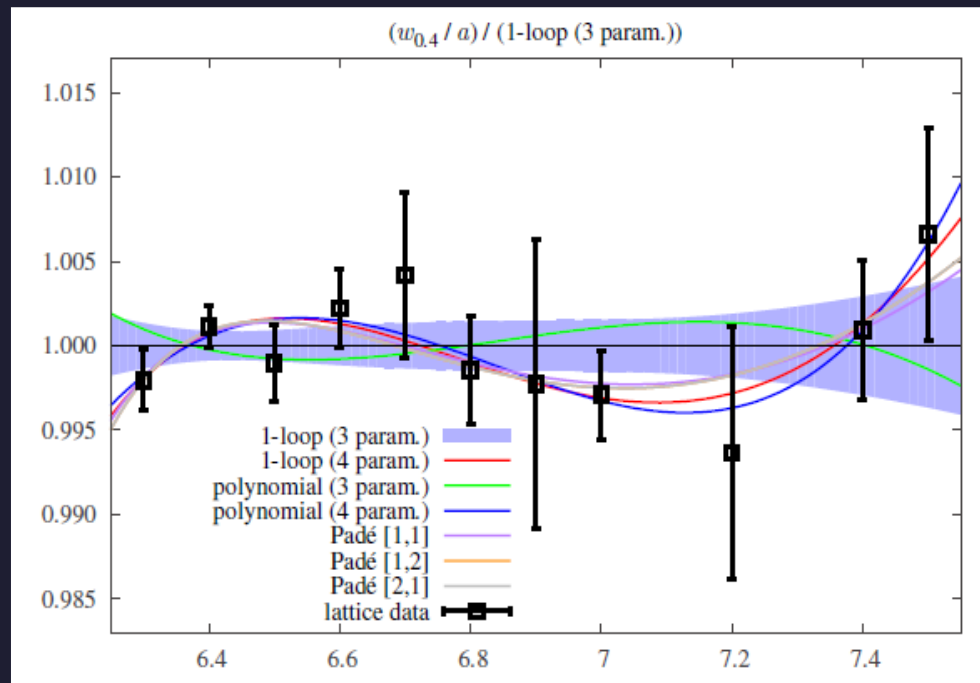
数値解析結果とフィット関数

Our parametrization:

$$\log\left(\frac{w_{0.4}}{a}\right)(\beta) = \frac{4\pi^2}{33}\beta - 8.6853 + \frac{37.704}{\beta} - \frac{144.77}{\beta^2}$$

統計誤差0.4%以下
系統誤差0.7%以下

$a(\beta)_{\text{data}}/a(\beta)_{\text{fit}}$



3 parameter fit
 $\chi^2/\text{dof} = 0.92$

様々なフィット関数を使用

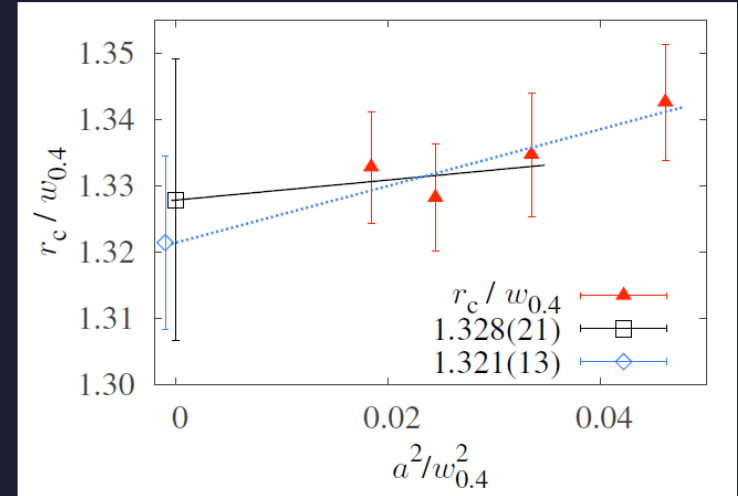


フィット関数ごとの差を
系統誤差として評価

β

スケールの比較

{	t_X	Luscher (2011)
	w_X	BW Collab. (2012)
	r_0	Sommer (1994)
	r_c	Necco, Sommer (2002)
	$T_c, \Lambda_{\overline{\text{MS}}}$	



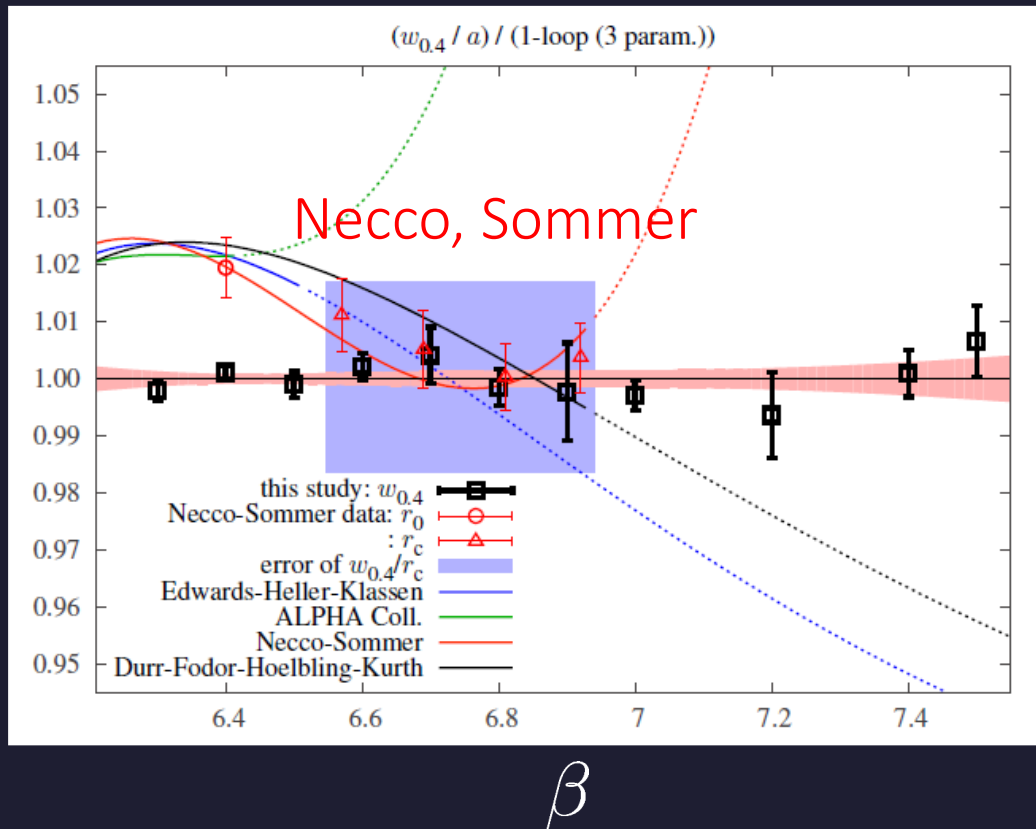
$\sqrt{t_{0.4}}/w_{0.4}$	$\sqrt{t_{0.3}}/w_{0.4}$	$\sqrt{t_{0.2}}/w_{0.4}$	$w_{0.3}/w_{0.4}$	$w_{0.2}/w_{0.4}$
1.0164(32)(3)	0.8785(24)(0)	0.6952(18)(2)	0.8968(3)(2)	0.7665(6)(2)

$r_c/w_{0.4}$	$r_0/w_{0.4}$	$\sqrt{\sigma}w_{0.4}$	$T_cw_{0.4}$	$w_{0.4}\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$
1.328(21)(7)	2.587(45)	0.455(8)	0.285(5)	0.233(19)

先行研究との比較

Edwards, Heller, Klassen, 1998
 Alpha-Collaboration, 1998
 Necco, Sommer, 2002
 Durr, Fodor, Hoelbling, 2007

$a(\beta)_{\text{ours}} / a(\beta)_{\text{data, prev.}}$



← our parametrization
 by $w_{0.4}$

$\beta > 6.3$ ではFlowQCDの格子間隔を使おう！

まとめ

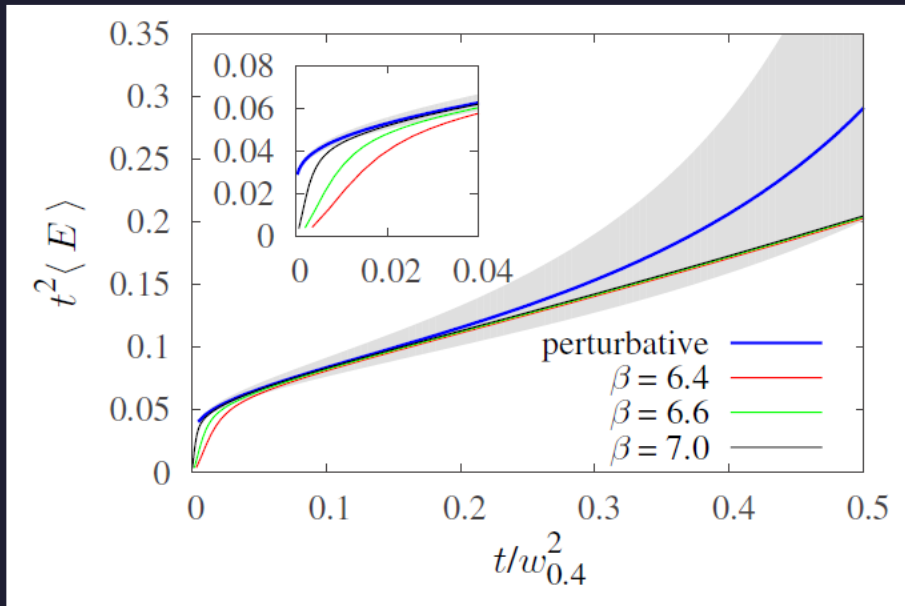
SU(3) Wilsonゲージの格子間隔($6.3 < \beta < 7.5$)

$$\log\left(\frac{w_{0.4}}{a}\right)(\beta) = \frac{4\pi^2}{33}\beta - 8.6853 + \frac{37.704}{\beta} - \frac{144.77}{\beta^2}$$

統計誤差0.4%以下
系統誤差0.7%以下

- SU(3) Wilson ゲージ作用の格子間隔を、 $6.3 < \beta < 7.5$ の範囲で誤差0.7%以下で決定した。
- Reference scaleには、 $w_{0.4}$ と $w_{0.2}$ を採用した。
- $w_{0.4}$ が持つ格子間隔依存性は、よく抑制されているように見える。有限体積効果もよく抑制されている。

摂動論との比較



1-loop perturbation

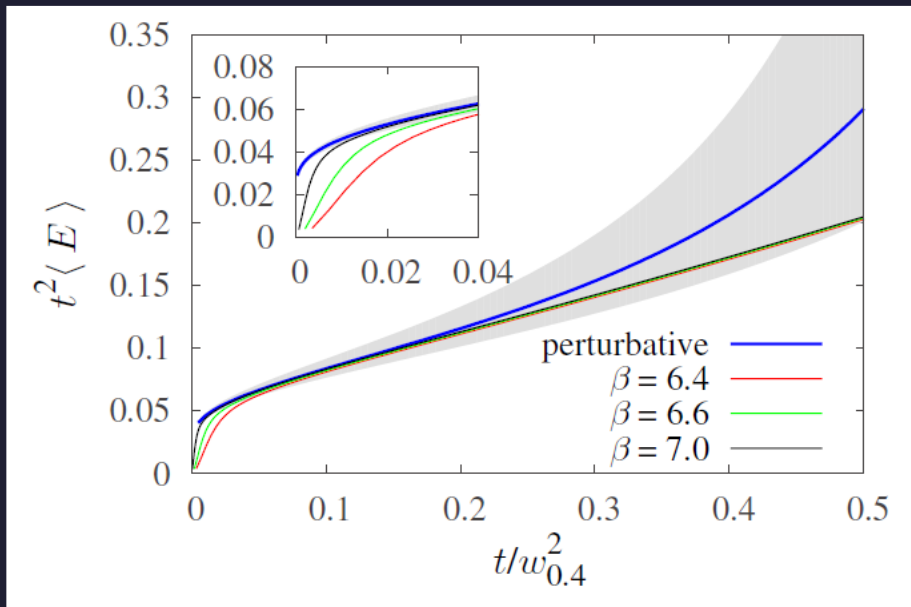
Luscher (2010)

$$t^2 \langle E \rangle = \frac{3}{(4\pi)^2} g^2 (1 + k_1 g^2)$$

g^2 : 4-loop beta func.

$$g = g(t/\Lambda^2)$$

摂動論との比較



1-loop perturbation

Luscher (2010)

$$t^2 \langle E \rangle = \frac{3}{(4\pi)^2} g^2 (1 + k_1 g^2)$$

g^2 : 4-loop beta func.
 $g = g(t/\Lambda^2)$

摂動論と、格子上の結果の逆関数同士を比較してみる

プラトーを仮定すると、

$$\Lambda w_{0.4} = 0.2332(4)$$

