格子ゲージ理論における、エネルギー運動量保存則とゆらぎの線形応答関係

北沢正清、浅川正之、伊藤悦子、入谷匠、初田哲男、FOR FLOWQCD COLLABORATION

日本物理学会71回年次大会

東北学院大学、2016年3月21日

21PAX3

$$T_{\mu\nu}$$

エネルギー運動量テンソル

物理学における最も基本的な量

$T_{\mu\nu}$ エネルギー運動量テンソル

物理学における最も基本的な量

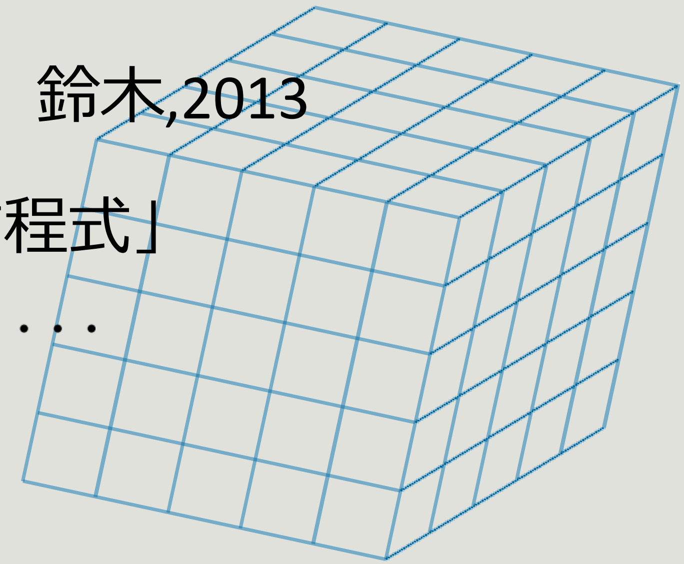
格子QCD上でのEMTの構築 鈴木,2013

①Gradient flow 「ゲージ不変拡散方程式」

$$\partial_t A_\mu = D_\nu G_{\mu\nu} = \partial_\nu \partial_\nu A_\mu + \cdots$$

②微小フロー時間展開

$$\tilde{\mathcal{O}}(t,x) \longrightarrow \sum_i c_i(t)\mathcal{O}_i^R(x)$$



熱力学量の測定による数値的検証 FlowQCD,2014

本研究の目的

EMT相関関数の解析

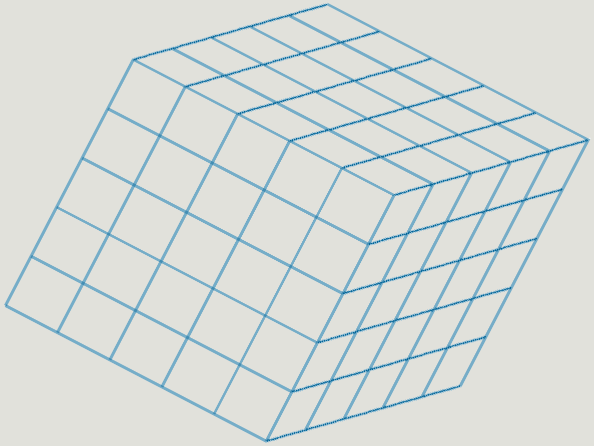
$$\langle \delta T_{\mu\nu}(x) \delta T_{\rho\sigma}(y) \rangle$$

- 時空の構造と密接に関連
  - **保存則**、**対称性**による制限
- 相関関数＝**ゆらぎ** Asakawa, MK, 1512.05038
  - 有限温度系の種々の**熱力学**的情報

一部、粗い格子上の結果：MK+, FlowQCD, PoS LATTICE2014 (2014) 022

格子解析の詳細

- SU(3) ゲージ理論
- Wilson作用／クローバー演算子
- アスペクト比：Ns/Nt=4
- 統計数：180,000



β	$T=1.66T_c$	$T=2.22T_c$
48^3x12	6.719	6.943
64^3x16	6.941	7.170
96^3x24	7.265	7.500

数値解析：Bluegene/Q @KEK

格子間隔 from FlowQCD, 1503.06516

相関関数の構造

以下、ゼロ運動量の相関関数を解析

$$\bar{T}_{\mu\nu}(\tau) = \int d^3x \big(T_{\mu\nu}(x,\tau) - \langle T_{\mu\nu} \rangle \big)$$

回転対称性による制限

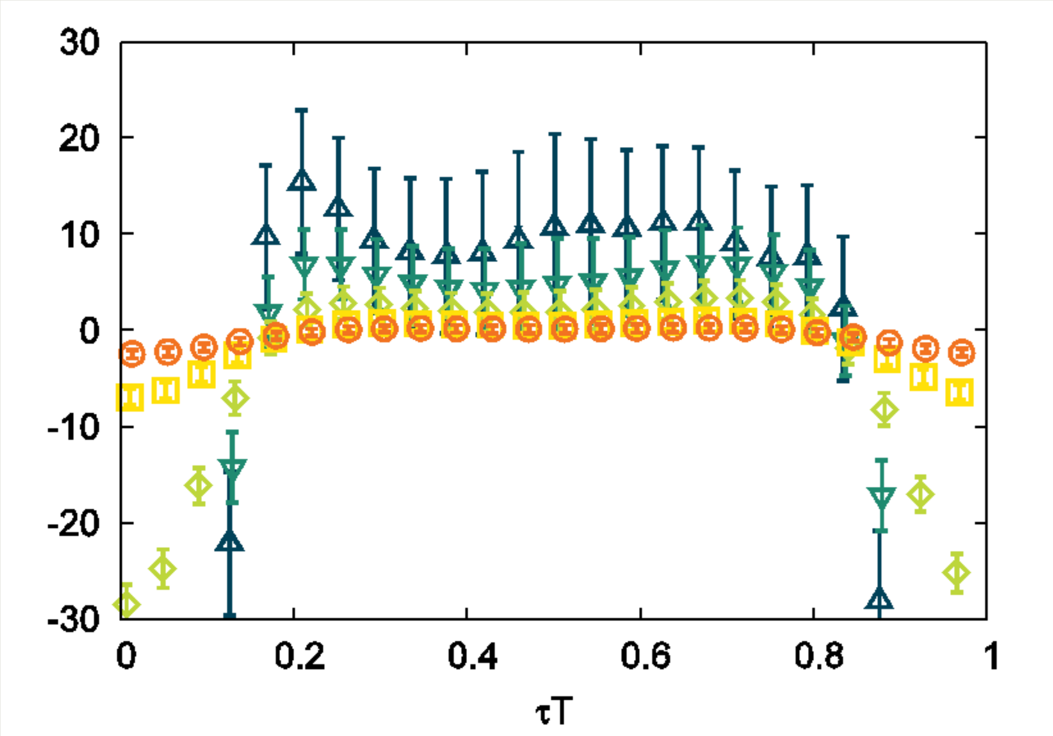
$$\langle \bar{T}_{ij} \bar{T}_{kl} \rangle = A\delta_{ij}\delta_{kl} + B(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$$

$$i, j, k, l = 1, 2, 3$$

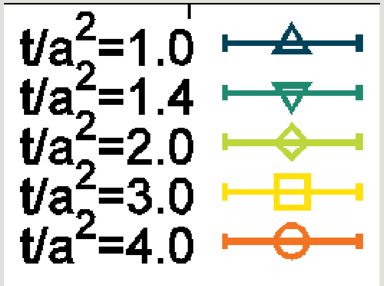
$$\Downarrow$$

$$\boxed{\langle \bar{T}_{11} \bar{T}_{11} \rangle - \langle \bar{T}_{11} \bar{T}_{22} \rangle - 2\langle \bar{T}_{12} \bar{T}_{12} \rangle = 0}$$

$$\langle \bar{T}_{11}\bar{T}_{11}\rangle - \langle \bar{T}_{11}\bar{T}_{22}\rangle - 2\langle \bar{T}_{12}\bar{T}_{12}\rangle$$



96^3x24
T=2.22T_c
b=7.500



- 誤差の範囲内でゼロ
- ただし $\tau < 2\sqrt{2t}$ はフローのsmearingにより物理的でない

エネルギー保存則

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\bar{T}_{00} = 0$$

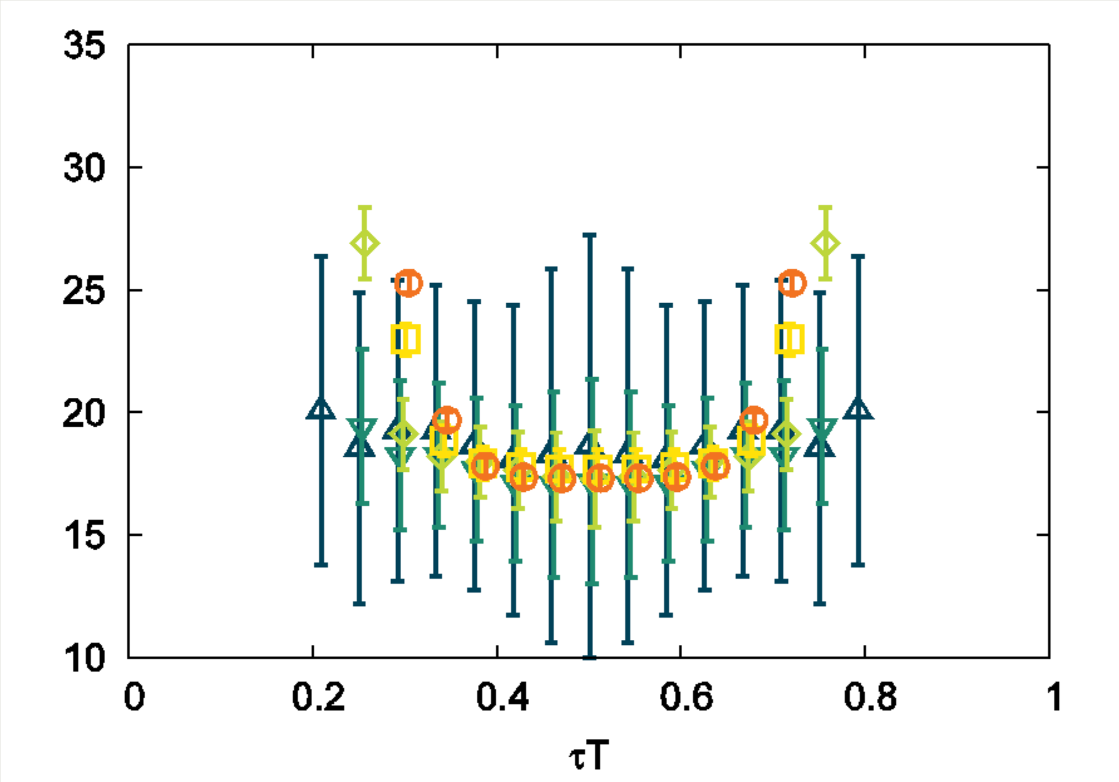
$$\frac{\partial}{\partial \tau}\langle \bar{T}_{00}(\tau)\bar{T}_{00}(0)\rangle = 0$$

$$(\tau \neq 0)$$

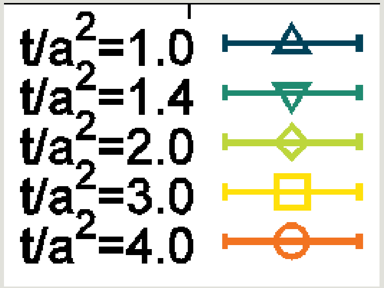
同様に

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\langle \bar{T}_{01}(\tau)\bar{T}_{01}(0)\rangle = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial \tau}\langle \bar{T}_{00}(\tau)\bar{T}_{11}(0)\rangle = 0$$

$$\langle \bar{T}_{00}(\tau)\bar{T}_{00}(0)\rangle$$

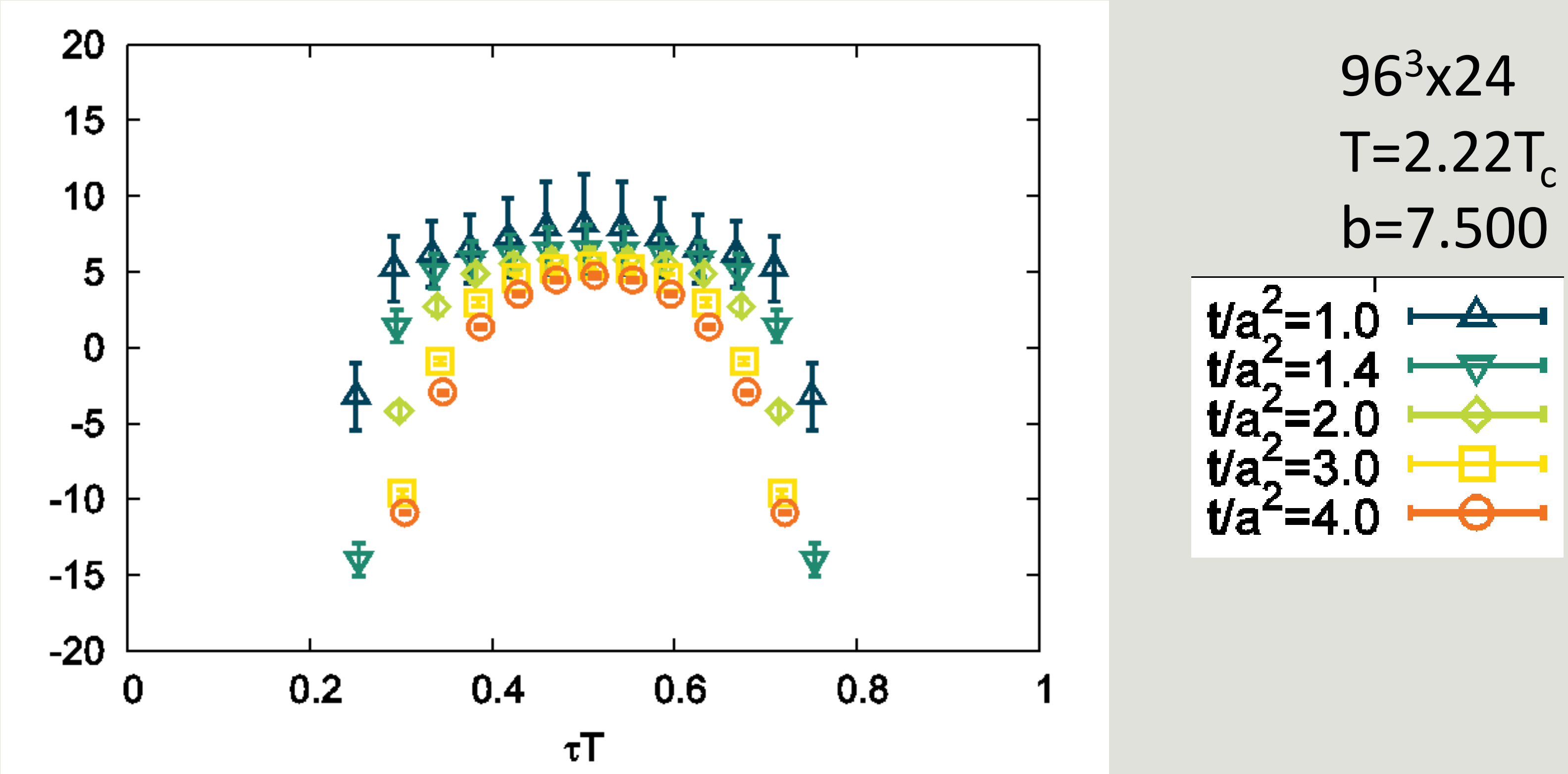


96^3x24
T=2.22T_c
b=7.500



- 相関関数に平坦領域→**エネルギー保存則の直接的確認**

$$\langle \bar{T}_{01}(\tau)\bar{T}_{01}(0)\rangle$$



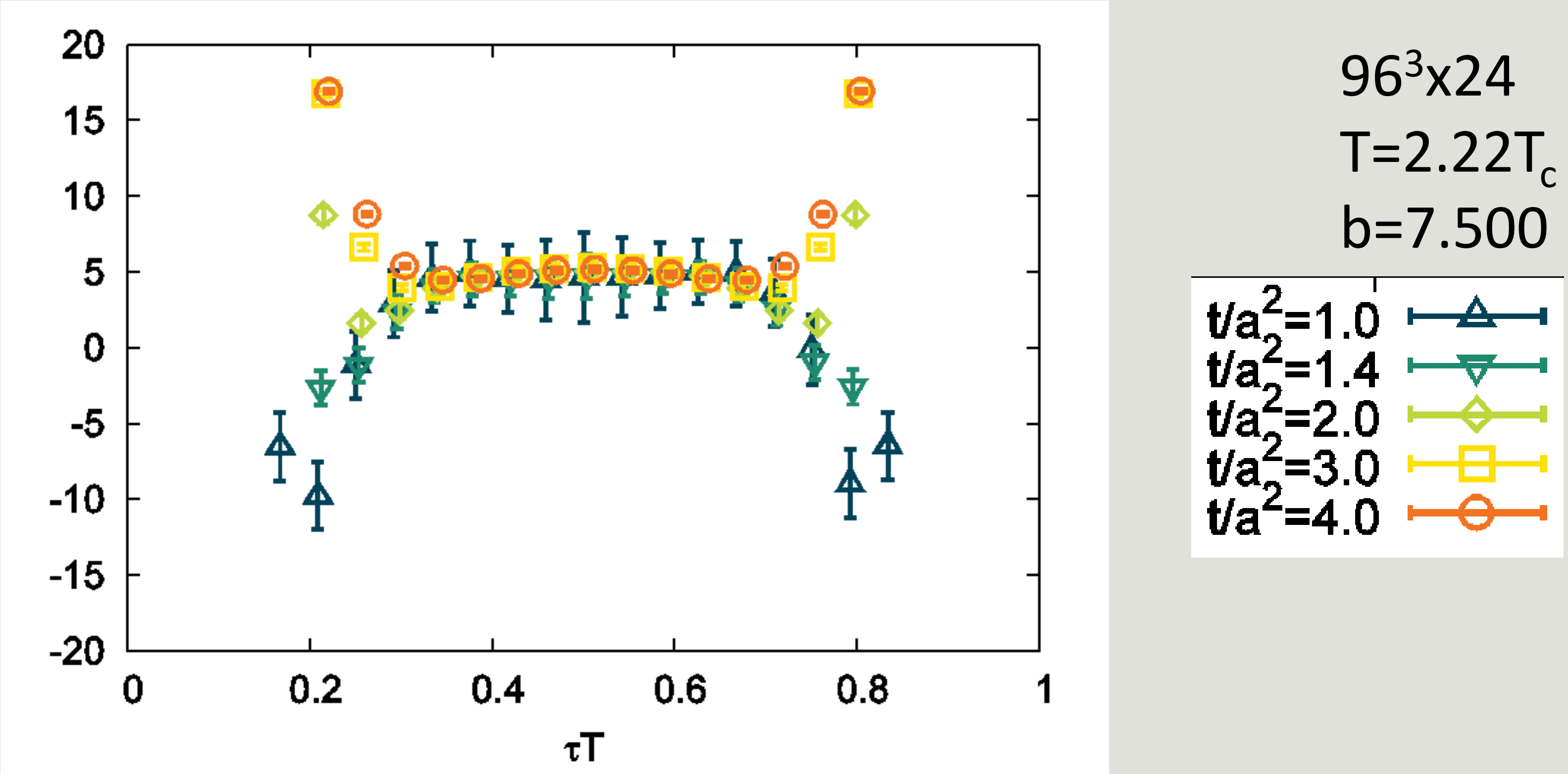
96^3x24

T=2.22T_c

b=7.500

- 平坦領域が見えるが、smearingが強い？？

$$\langle \bar{T}_{00}(\tau)\bar{T}_{11}(0)\rangle$$



96^3x24

$T=2.22T_c$

b=7.500

➢ 再び広い平坦領域の存在

相関関数の値

ゆらぎの線形応答関係式

$$\frac{d}{dT}\langle E\rangle = \frac{\langle \bar{T}_{00}^2\rangle}{VT^2}$$

$$\frac{d}{dT}P = \frac{\langle \bar{T}_{11}\bar{T}_{00}\rangle}{VT^2}$$

導出

$$\langle \hat{O}\rangle = \frac{1}{Z}\mathrm{Tr}\left[\hat{O}e^{-\beta\hat{H}}\right] \Rightarrow \frac{d}{d\beta}\langle \hat{O}\rangle = -\langle \delta\hat{O}\delta\hat{H}\rangle$$

ゆらぎの線形応答関係式

$$c_V = \frac{d}{dT}\langle E \rangle = \frac{\langle \bar{T}_{00}^2 \rangle}{VT^2}$$

比熱

$$\frac{d}{dT}P = \frac{\langle \bar{T}_{11}\bar{T}_{00} \rangle}{VT^2}$$

導出

$$\langle \hat{O} \rangle = \frac{1}{Z}\mathrm{Tr}\left[\hat{O}e^{-\beta\hat{H}}\right] \Rightarrow \frac{d}{d\beta}\langle \hat{O} \rangle = -\langle \delta\hat{O}\delta\hat{H} \rangle$$

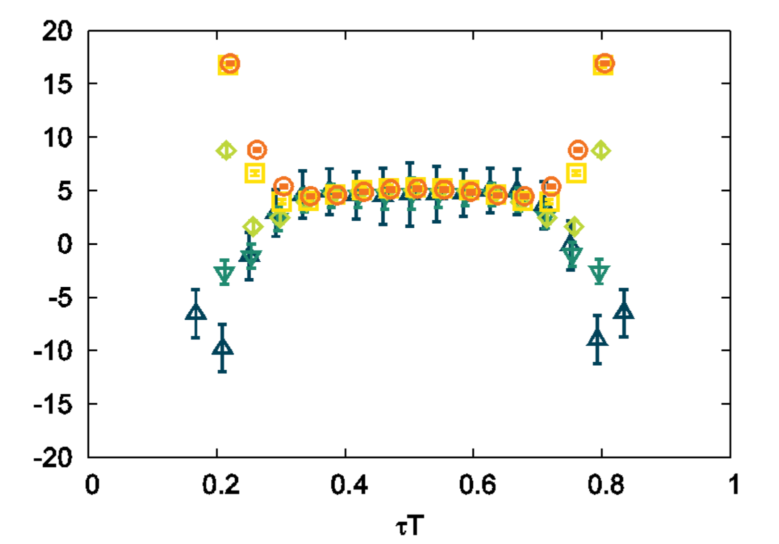
ゆらぎの線形応答関係式

$$c_V = \frac{d}{dT}\langle E \rangle = \frac{\langle \bar{T}_{00}^2 \rangle}{VT^2}$$ 比熱

$$s = \frac{d}{dT}P = \frac{\langle \bar{T}_{11}\bar{T}_{00} \rangle}{VT^2}$$ エントロピー密度

導出

$$\langle \hat{O} \rangle = \frac{1}{Z}\mathrm{Tr}\left[\hat{O}e^{-\beta\hat{H}}\right]$$



運動量ゆらぎ

$$\langle \bar{T}_{01} \bar{T}_{01} \rangle = \langle \bar{T}_{00} \bar{T}_{11} \rangle$$

運動量ゆらぎ

$$\partial_0 T_{00} = -\partial_i T_{0i}, \quad \partial_0 T_{j0} = -\partial_k T_{jk}$$

$$\langle (\partial_0 T_{00})(\partial_k T_{1k}) \rangle = \langle (\partial_i T_{0i})(\partial_0 T_{10}) \rangle$$

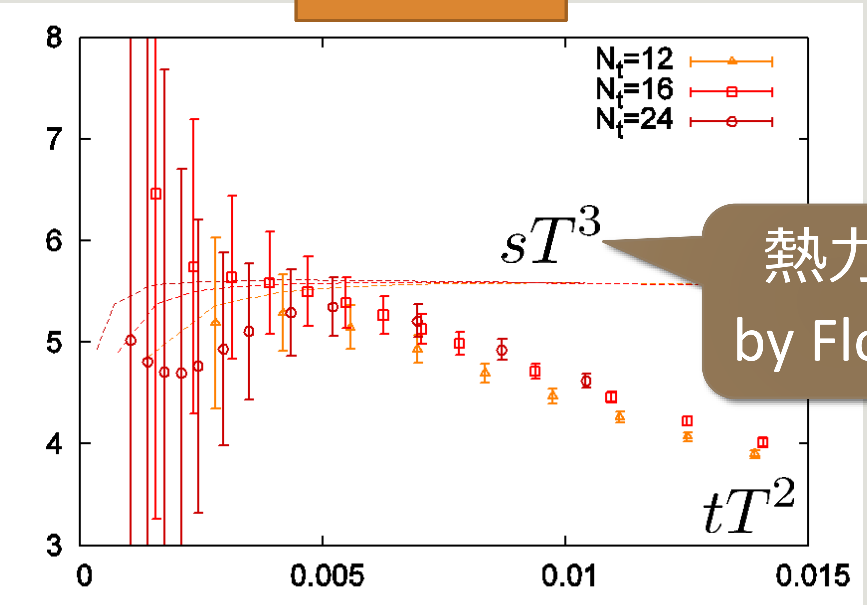
$$\downarrow$$

$$\boxed{\langle \bar{T}_{01} \bar{T}_{01} \rangle = \langle \bar{T}_{00} \bar{T}_{11} \rangle}$$

中点相関関数

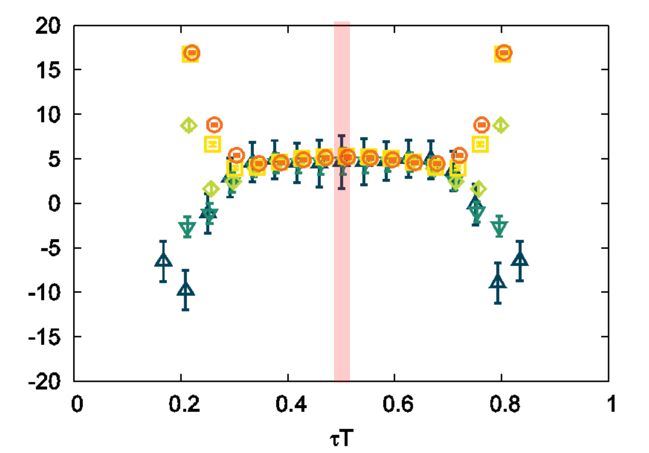
$$\langle \bar{T}_{00}(\beta/2)\bar{T}_{11}(0)\rangle$$

T=2.22Tc



熱力学量
by FlowQCD

相関関数

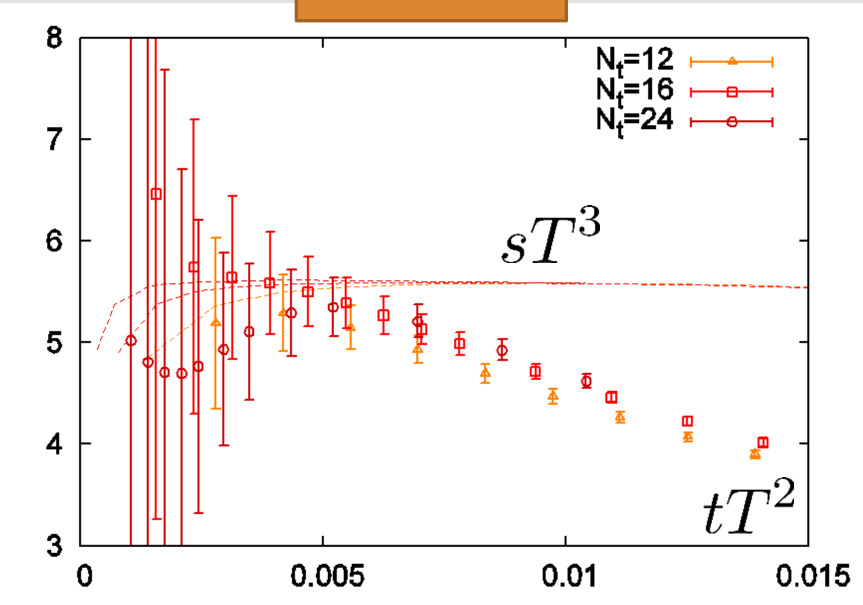


- tT^2<0.006で、中点相関はエントロピーと一致。
- 離散化誤差は小さそう。
- sからのずれの発生←→平坦領域の消失

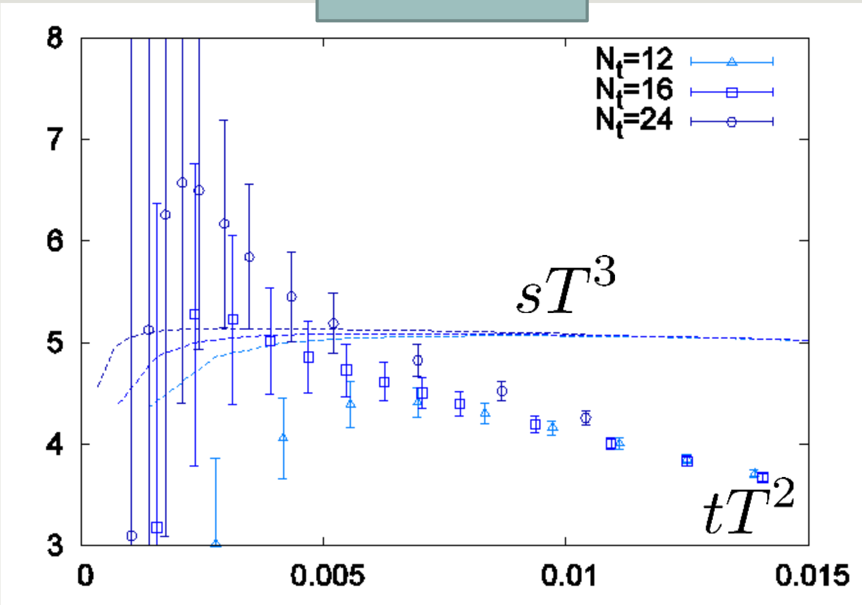
中点相関関数

$$\langle \bar{T}_{00}(\beta/2)\bar{T}_{11}(0)\rangle$$

T=2.22Tc



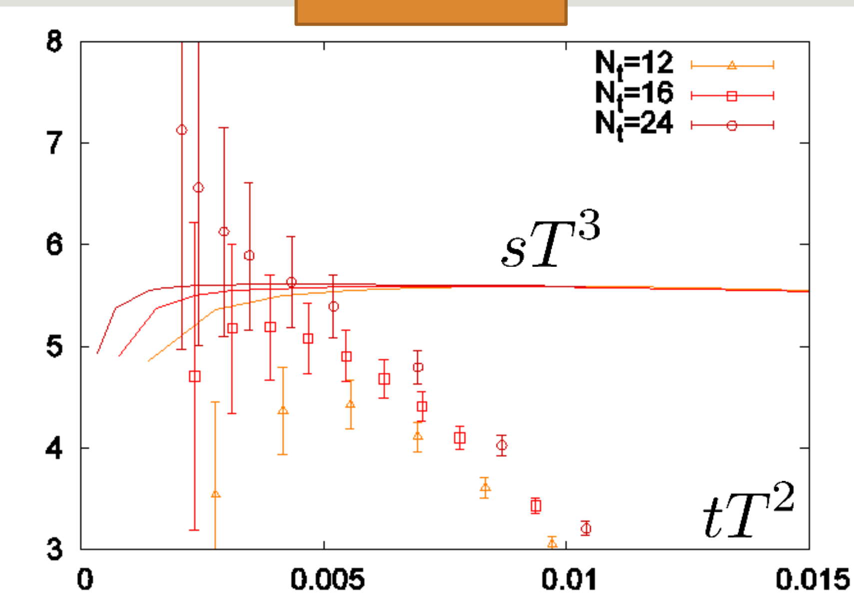
T=1.66Tc



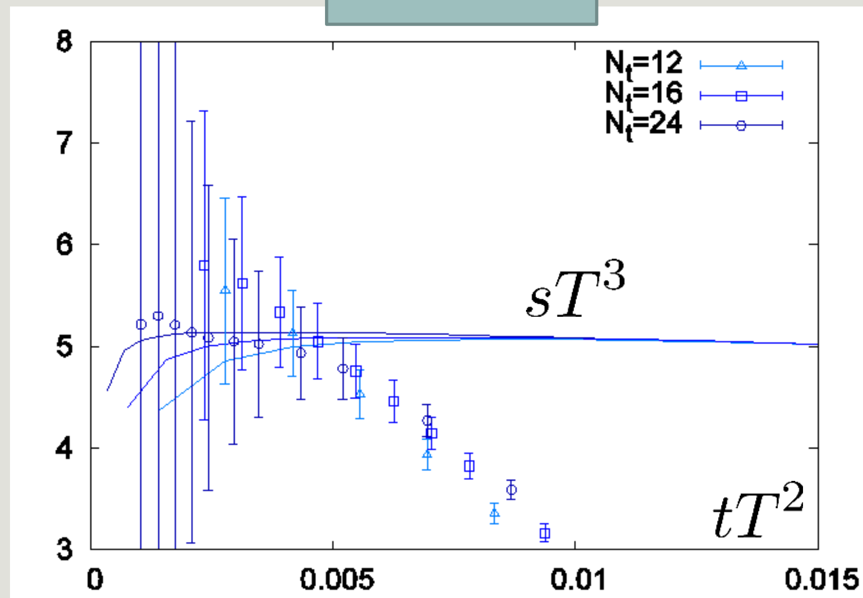
- $tT^2<0.006$で、中点相関はエントロピーと一致。
- 離散化誤差は小さそう。
- sからのずれの発生←→平坦領域の消失

運動量中点相関関数
$$\langle \bar{T}_{01}(\beta/2)\bar{T}_{01}(0)\rangle$$

T=2.22Tc



T=1.66Tc

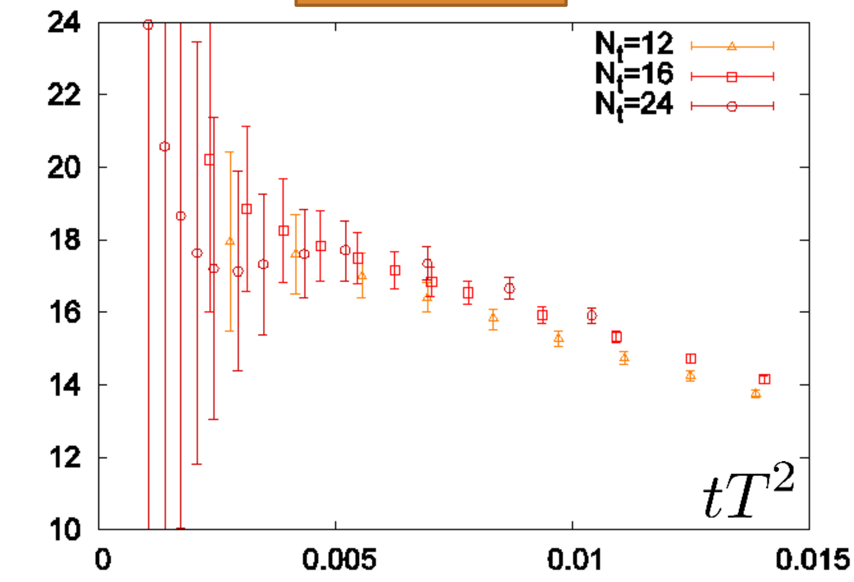


- sからのずれの発生←→平坦領域の消失
- sからのずれが、$\langle T_{00}T_{11}\rangle$より早くかつ急激

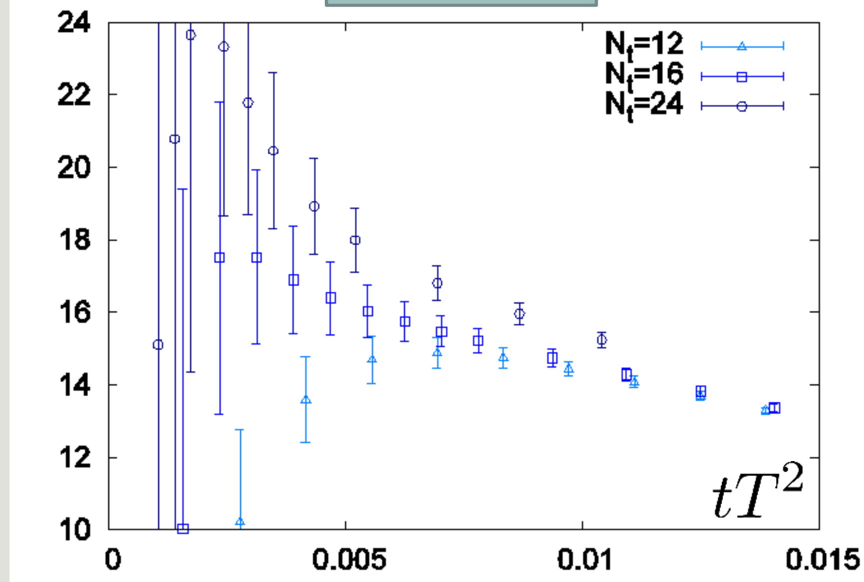
エネルギー中点相関関数

$$\langle \bar{T}_{00}(\beta/2)\bar{T}_{00}(0)\rangle$$

T=2.22Tc



T=1.66Tc



- $tT^2<0.006$での値から、比熱が読み取れる
- 先行研究：c_V~18 for T=2-3T_c, Mukherjee+,2005

まとめ

ゼロ運動量EMT相関関数

$$\langle \bar{T}_{\mu\nu}(x)\bar{T}_{\rho\sigma}(y)\rangle$$

✓ 格子上でのエネルギー運動量保存則の陽な検証
✓ EMTゆらぎが満たす線形応答関係の確認
✓ 全く新しい比熱の測定法の提案
✓ 鈴木法で定義したEMTの正当性の確認

課題：□ smearingの強さのチャンネル依存性の起源
□ そして、粘性係数の測定へ