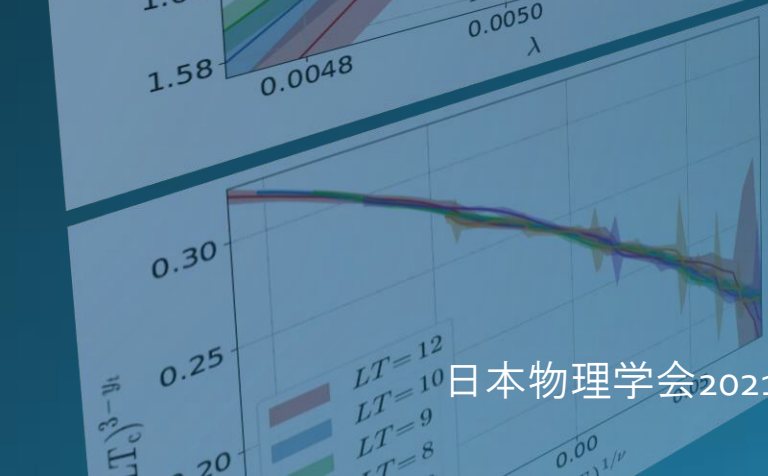
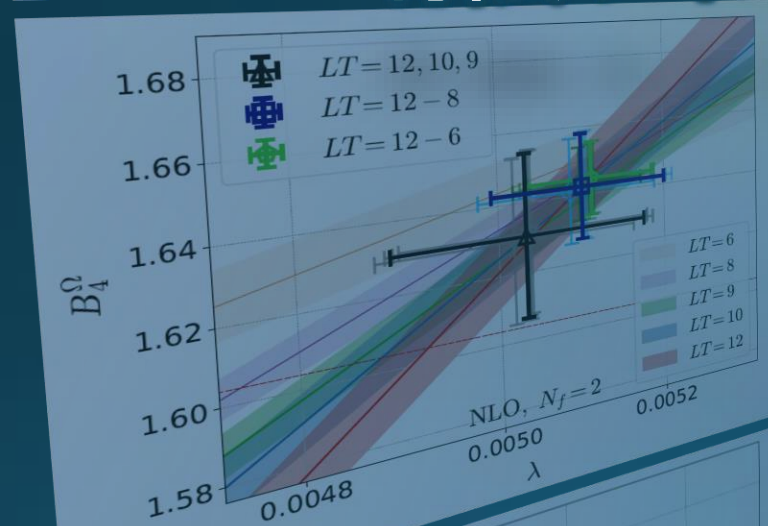


重クォーク領域の臨界点周辺における有限サイズスケーリングの精密測定

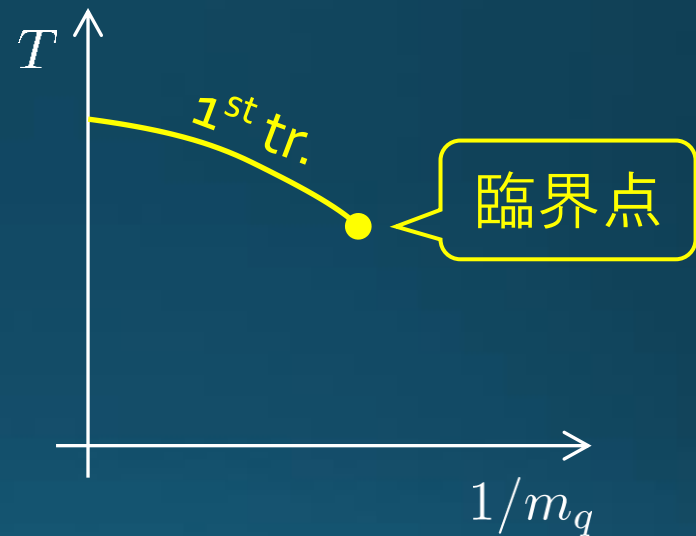
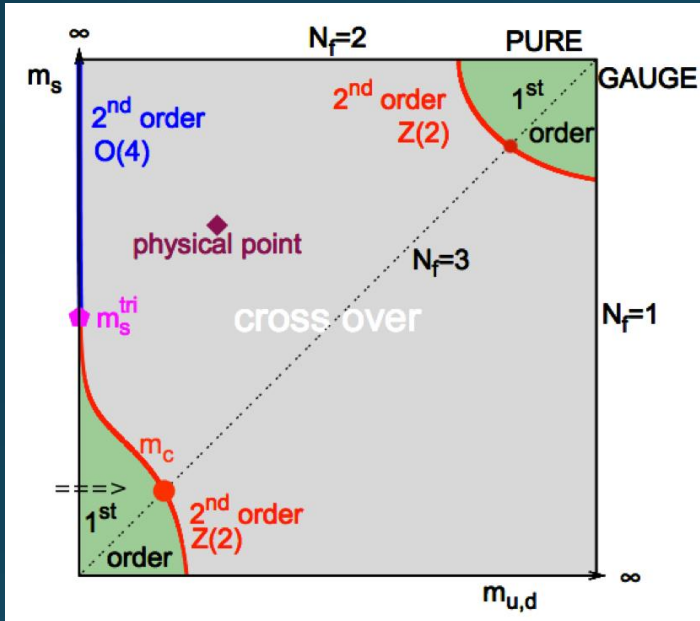


北沢正清(阪大理)
清原淳史、江尻信司、金谷和至
arXiv:2108.00118

参考: 2019年JPS大会の講演by清原淳史

コロンビア図

$\mu_q = 0$ での相転移次数の m_q 依存性

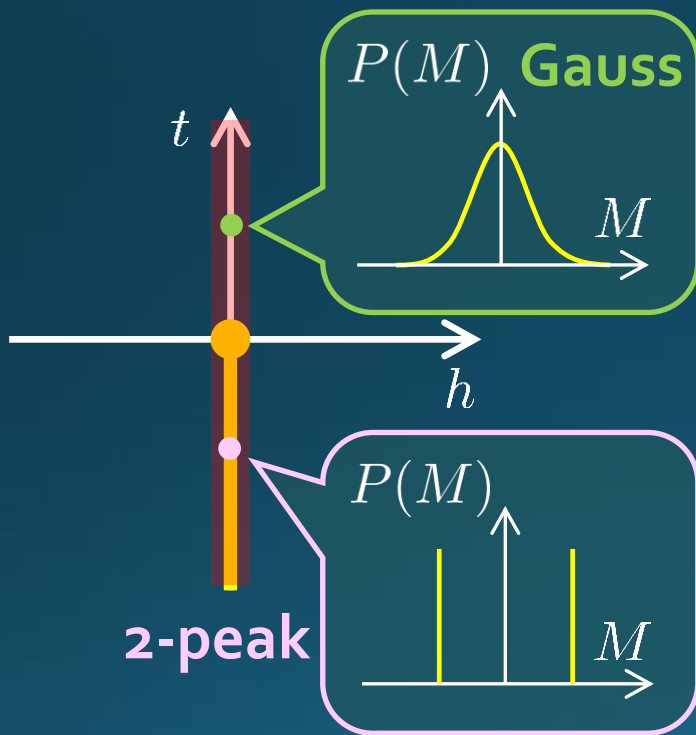


- クォーク質量 m_q 空間の相図上には複数の臨界点
- いずれも Z_2 普遍性クラスに属するはず

➡ 数値計算の課題: 臨界点の位置、臨界指数、etc.

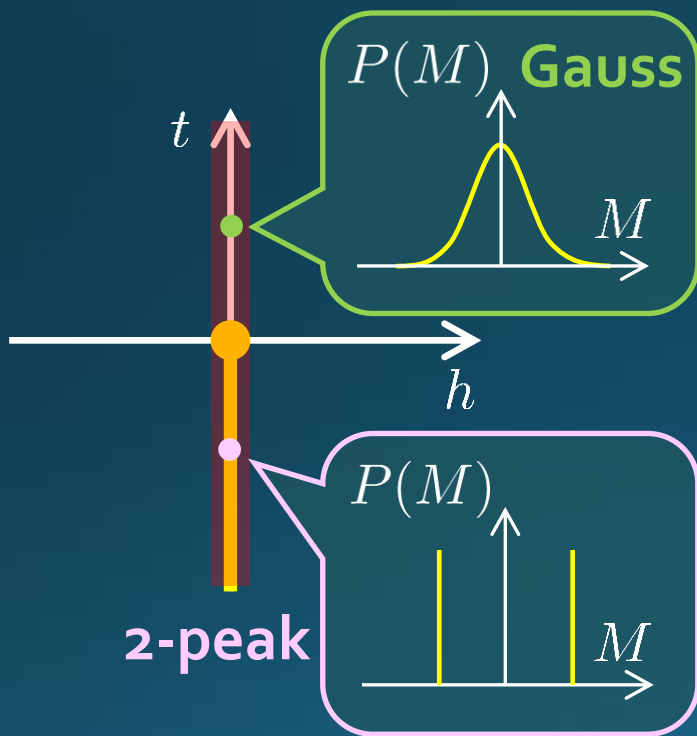
臨界点とBinder Cumulant解析

□ 秩序変数の確率分布
in Ising model



臨界点とBinder Cumulant解析

□ 秩序変数の確率分布 in Ising model



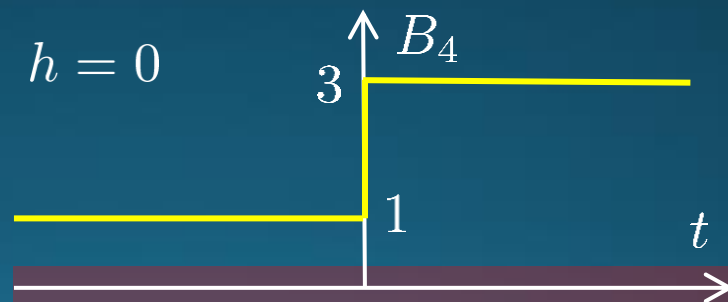
□ Binder Cumulant

$$B_4 = \frac{\langle M^4 \rangle_c}{\langle M^2 \rangle_c^2} + 3$$

$$B_4 = \kappa + 3$$

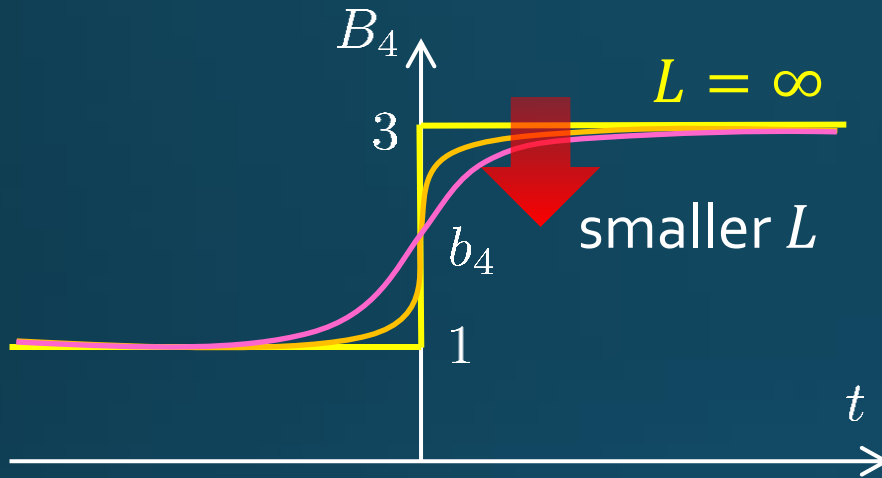
κ :尖度

$$B_4 = \begin{cases} 1 & \text{(first order)} \\ 3 & \text{(crossover)} \end{cases}$$



B_4 は、1次/クロスオーバーを区別する指標

有限サイズ効果



- 有限体積系では、 B_4 の変化は平滑化
- 異なる L の B_4 は、臨界点で交差

□ 有限サイズスケールリング

$$F(t, h, L^{-1}) \\ = F(tb^{y_t}, hb^{y_h}, L^{-1}b)$$



$$B_4(t, h = 0, L^{-1}) = b_4 + ctL^{1/\nu}$$

Z_2 普遍性クラス

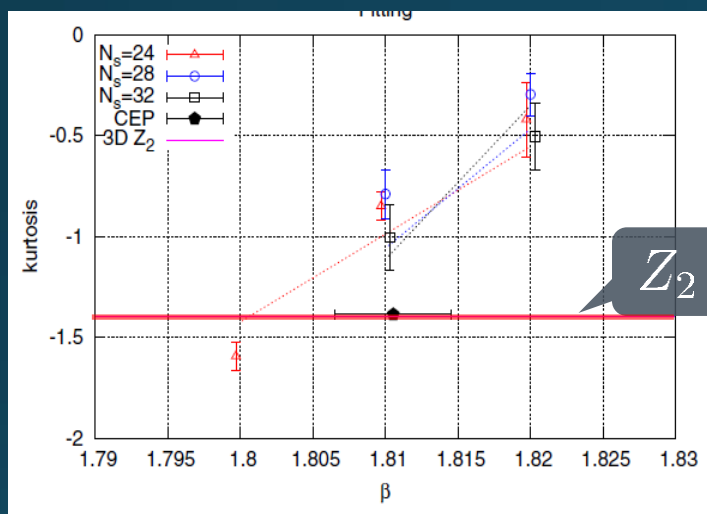
$$b_4 = 1.604, \quad \nu = 0.630$$

これまでの B_4 解析

□ 軽クォーク臨界点

Kuramashi, Nakamura, Ohno, Takeda, '20

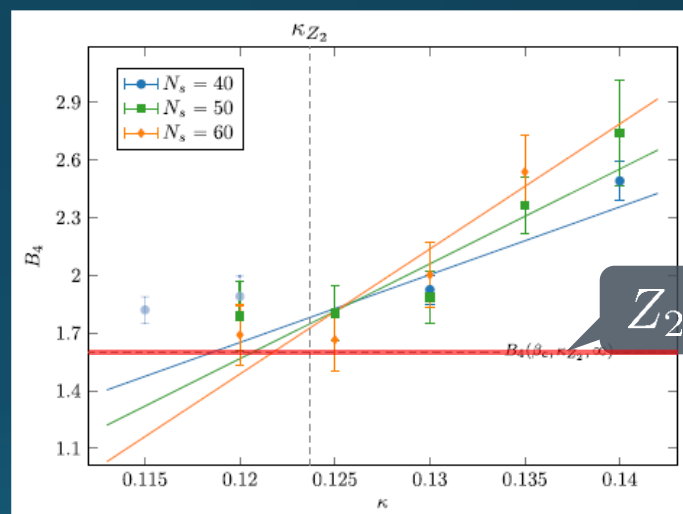
$N_t = 12, LT < 2.7$



□ 重クォーク臨界点

Cuteri, Philipsen, Schön, Sciarra, '21

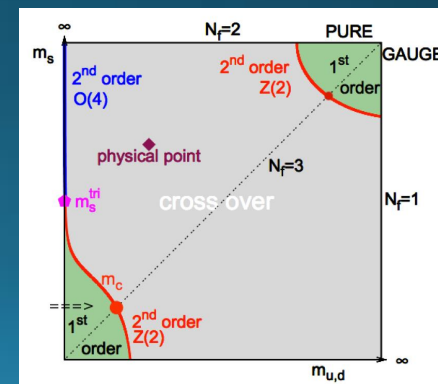
$N_t = 10, LT \leq 6$



Z_2 -FSSの b_4, ν が再現されず



空間サイズが不十分？



数值解析

目的: 大体積かつ高精度の
重クォーク臨界点解析

- $N_t = 4$
- $LT = N_s / N_t = 12, 10, 9, 8, 6$
- Polyakov loopの分布関数
- 多重再重み付け法

□ Hopping parameter 展開

$$S = S_{\text{gauge}} + S_{\text{LO}} + S_{\text{NLO}} + \dots$$

配位生成

多重再重み付け法

Simulation params.

lattice size	β^*	λ	$\kappa^{N_t=2}$
$48^3 \times 4$	5.6869	0.004	0.0568
	5.6861	0.005	0.0601
	5.6849	0.006	0.0629
$40^3 \times 4, 36^3 \times 4$	5.6885	0.003	0.0529
	5.6869	0.004	0.0568
	5.6861	0.005	0.0601
	5.6849	0.006	0.0629
	5.6837	0.007	0.0653
$32^3 \times 4$	5.6885	0.003	0.0529
	5.6865	0.004	0.0568
	5.6861	0.005	0.0601
	5.6845	0.006	0.0629
	5.6837	0.007	0.0653
$24^3 \times 4$	5.6870	0.0038	0.0561
	5.6820	0.0077	0.0669
	5.6780	0.0115	0.0740

arXiv:2108.00118

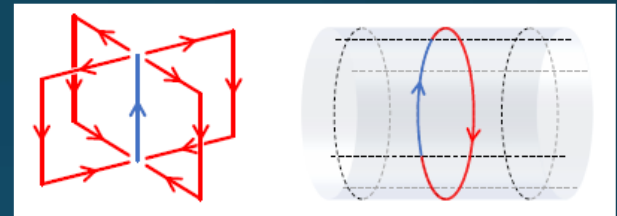
配位生成と重複問題

□ 配位生成

Polyakov loop項を取り込んだ
LO作用のHB+OR配位更新

純ゲージ理論とほぼ同等の高効率

$$S = S_{\text{gauge}} + S_{\text{LO}}$$
$$= \kappa^4 (\#_1 \hat{P} + \#_2 \hat{\Omega}_R)$$

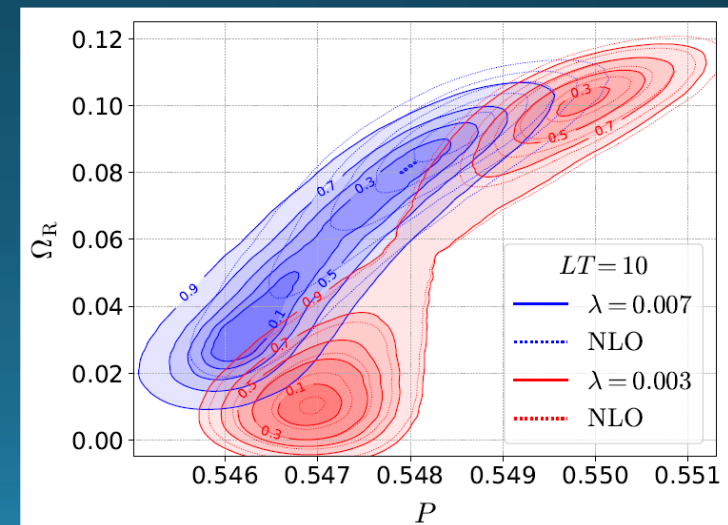


□ 再重み付け重複問題

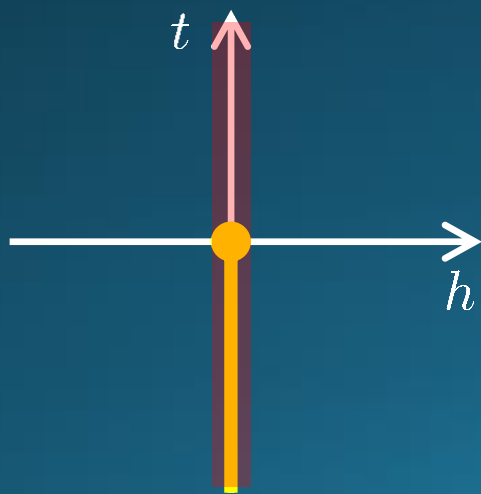
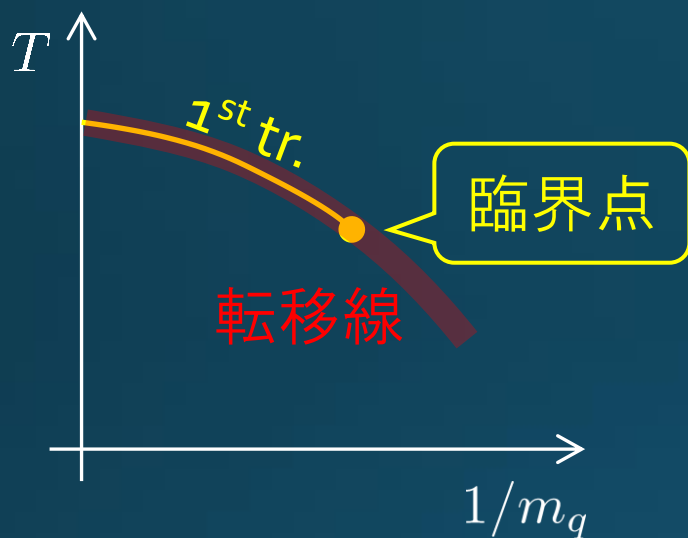
LO作用と様々な κ の配位生成で、
(Ω_R, P)空間上の多様な配位を生成

参考: 純ゲージ配位からの再重み付け
WHOT; Saito+'12; '14; Ejiri+'20

$$\lambda = 64N_c N_f \kappa^4$$



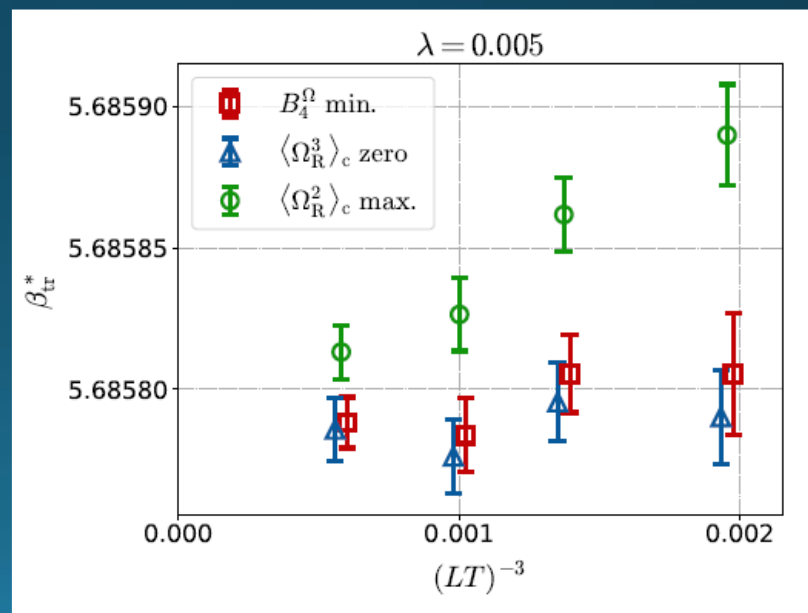
転移線の決定



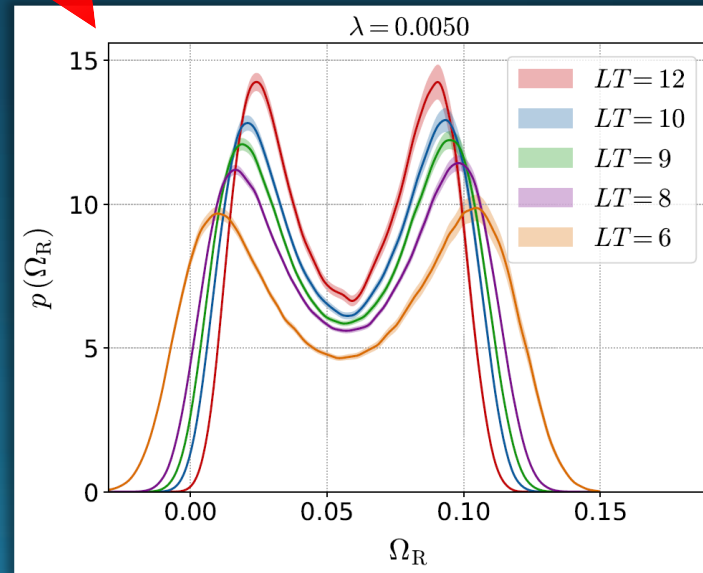
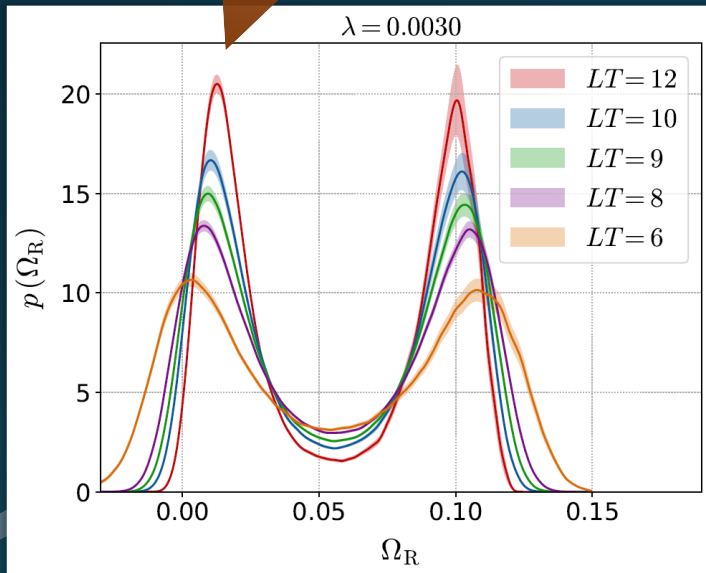
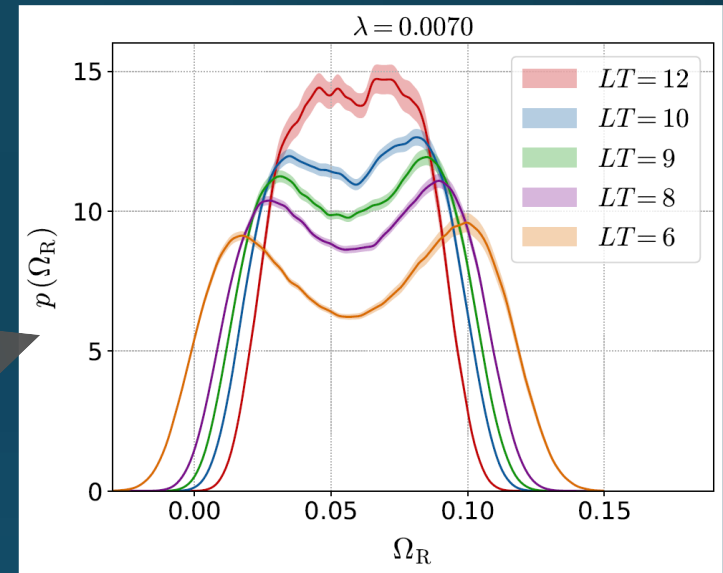
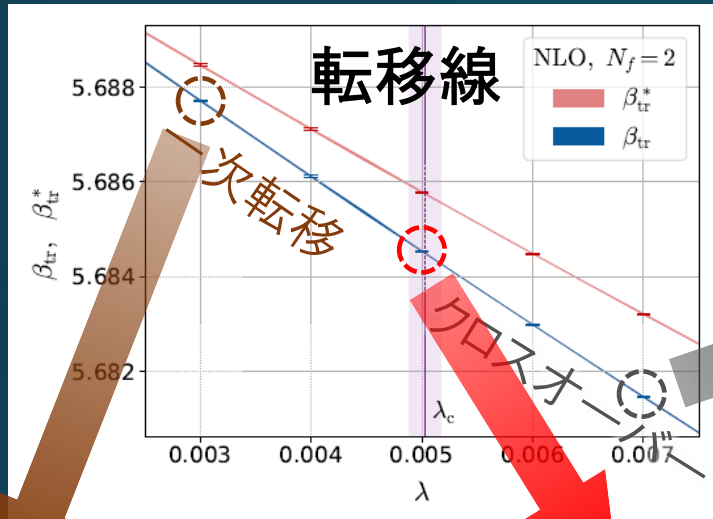
① 転移線を求める



② 転移線上で B_4 を解析する

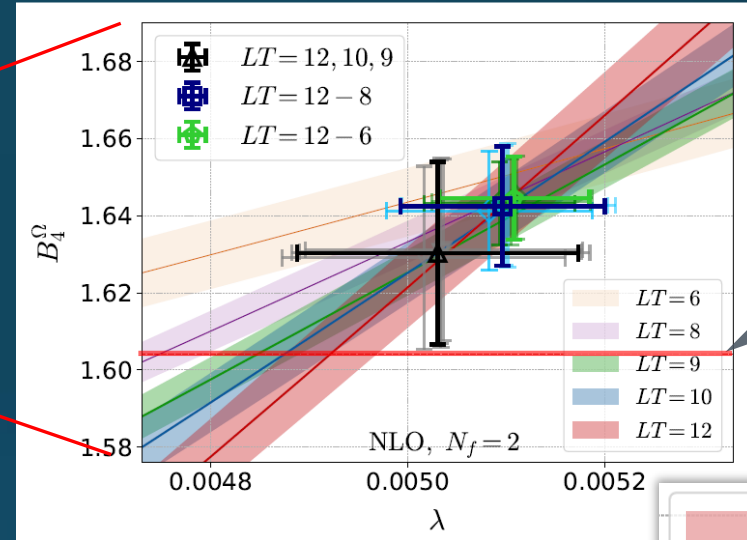
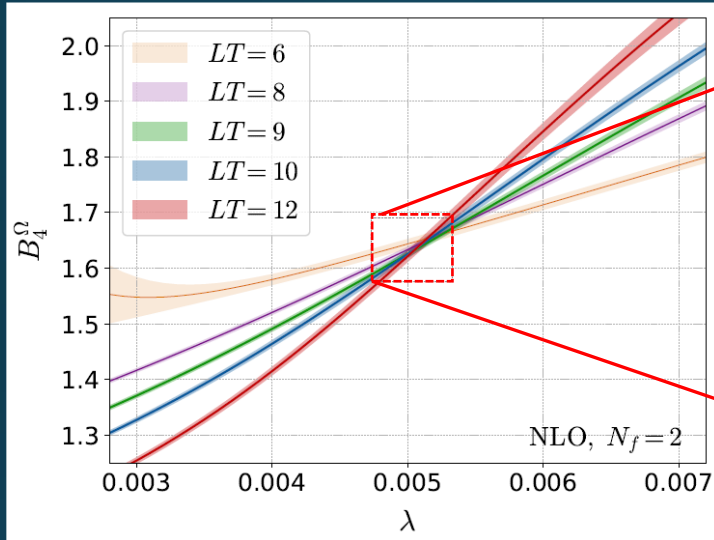


転移線と Ω_R の分布関数



$$\lambda = 64 N_c N_f \kappa^4$$

Binder Cumulant



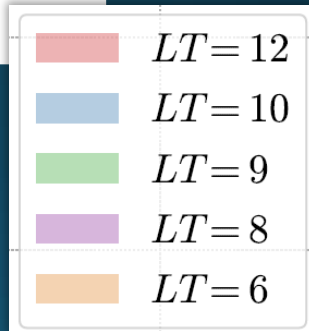
Z_2

フィット解析 $B_4(\lambda, L^{-1}) = b_4 + c(\lambda - \lambda_c)L^{1/\nu}$

Z_2 $b_4 = 1.604$ $\nu = 0.630$

$LT \geq 12, 10, 9$ $b_4 = 1.630(24)(2), \nu = 0.614(48)(3)$

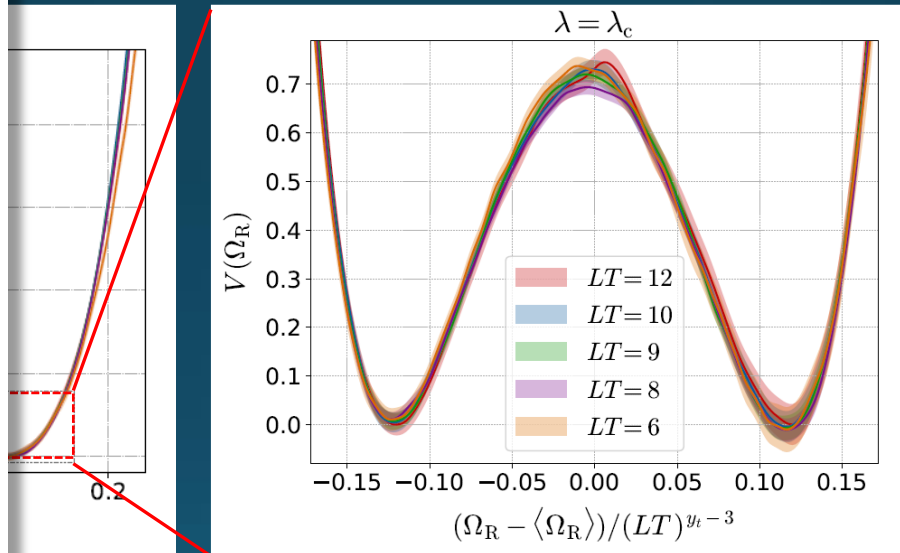
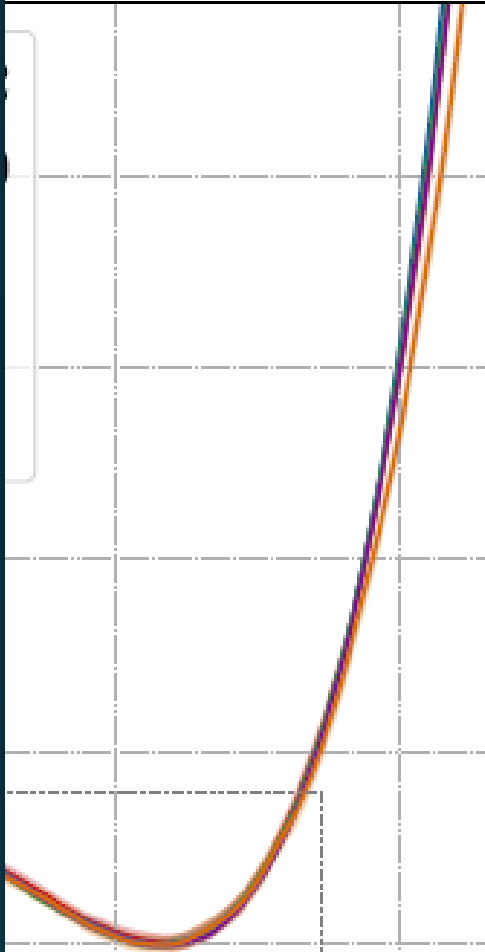
$LT \geq 12, 10, 9, 8$ $b_4 = 1.643(15)(2), \nu = 0.614(29)(3)$



- $LT \geq 9$ へのフィット結果は Z_2 -FSSと約 1σ で整合
- $LT = 8$ を取り込むと、 Z_2 -FSSから有意な乖離

関数のスケーリング

テンシヤル: $V(\Omega_R) = -\log P(\Omega_R)$



Red	$LT=12$
Blue	$LT=10$
Green	$LT=9$
Purple	$LT=8$
Orange	$LT=6$

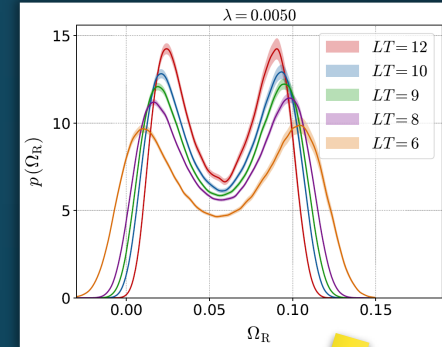
臨界点直上
 $\lambda = \lambda_c$

- ピーク付近の L 依存性は Z_2 -FSSと整合
- 分布の周辺部でスケーリングの破れ

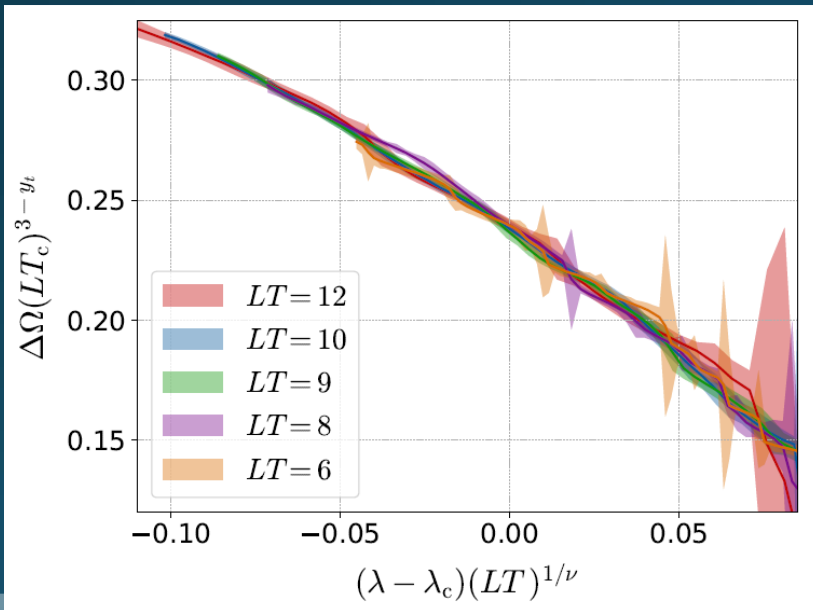
➡ B_4 のスケーリングの破れ

ピーク間ギャップ

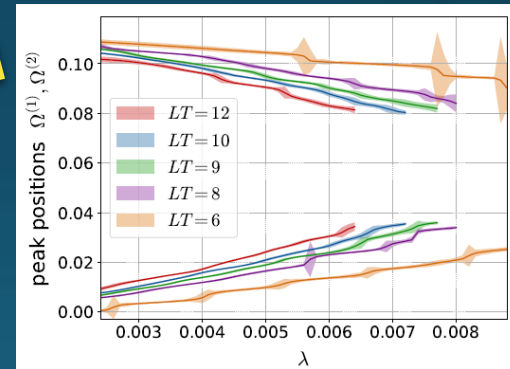
一次相転移領域では
(ピーク間ギャップ) \sim (秩序変数)



ギャップ w/ scaling



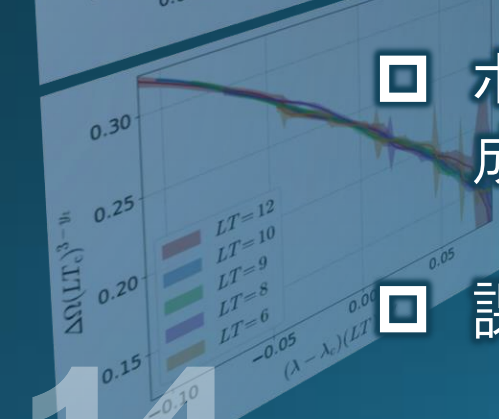
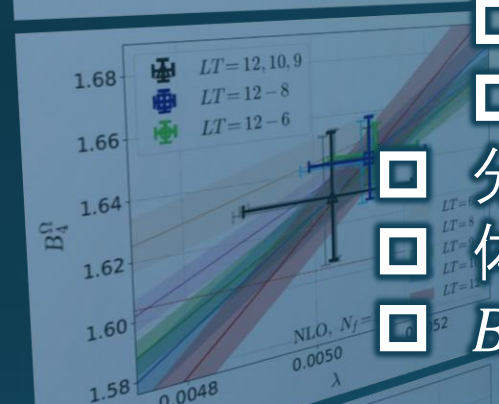
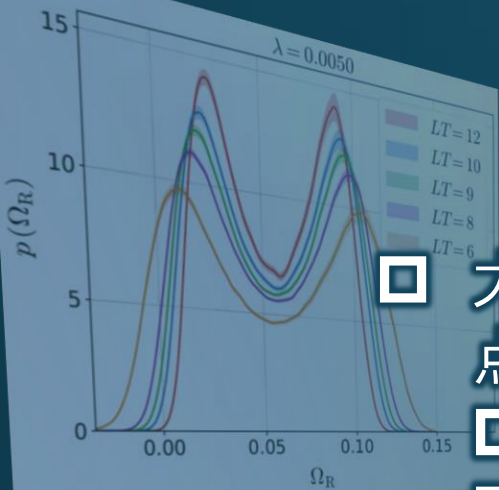
ピーク位置



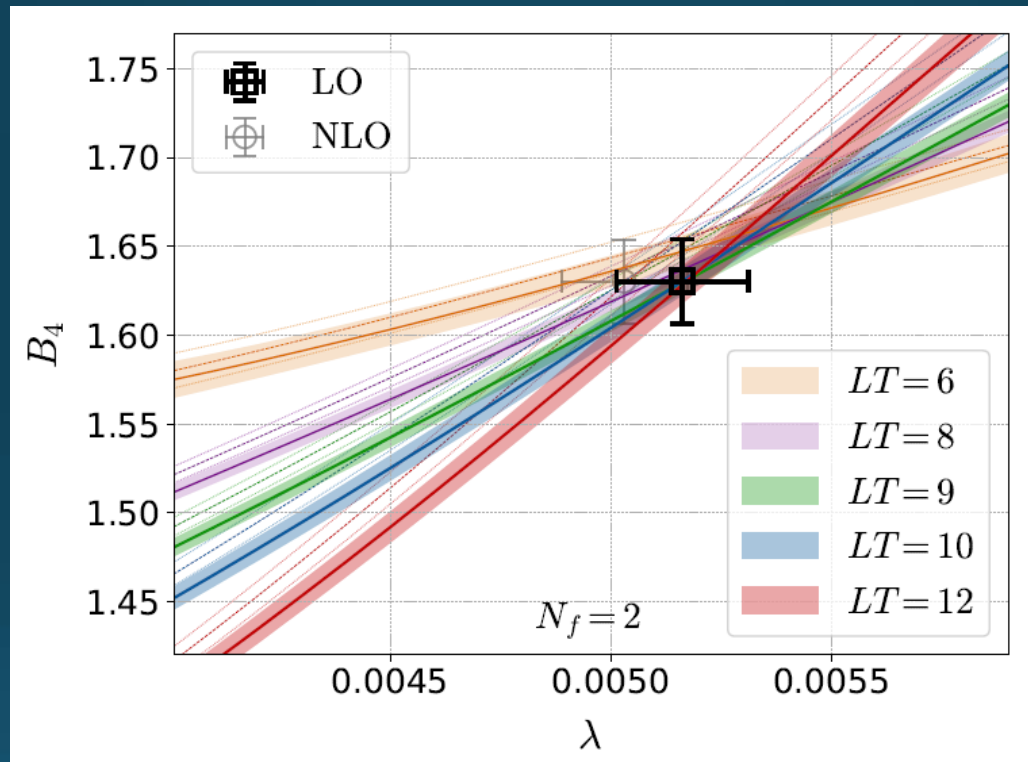
ギャップの λ 依存性は Z_2 -FSSと整合

まとめ

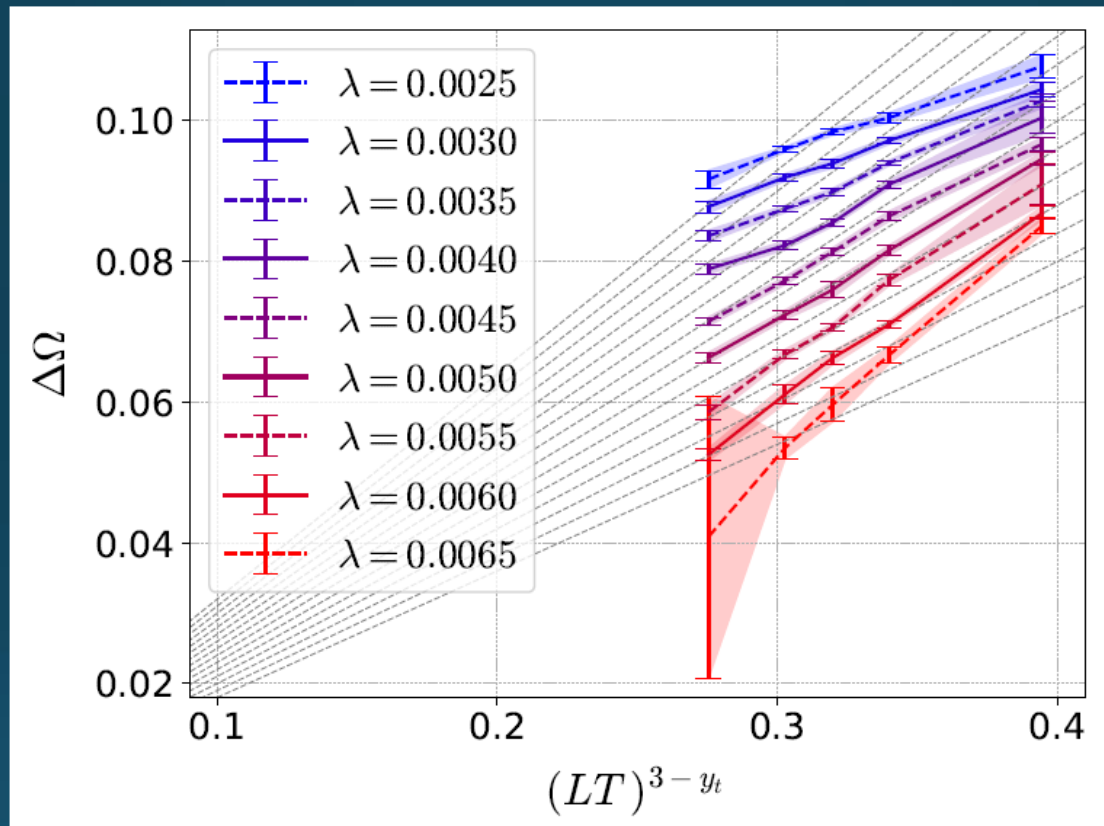
- 大体積シミュレーションによる、重クォークQCD臨界面周辺での有限サイズスケーリング(FSS)解析
- Binder cumulant B_4
- Ω_R の分布・有効ポテンシャル
- ピーク間ギャップ
- 分布のピーク付近では、 Z_2 -FSSがよく成立
- 体積現象に伴い、分布の周辺部で Z_2 -FSSの破れ
- B_4 の Z_2 -FSSは、 $LT \geq 9$ で再現
- ホッピングパラメータ展開LO項を取り込んだ配位生成が再重み付け法の重複問題の改善に著しく有効
- 課題：Nt=6の数値解析



Hopping Param. 展開の収束性



ギャップの L 依存性



Energy-Like変数の混入

□ $\Omega_R \sim M$ とみなしたとき

$$B_4(\lambda, L^{-1}) = b_4 + c(\lambda - \lambda_c)L^{1/\nu}$$

フィットパラメータ: b_4, c, λ_c, ν

□ $\Omega_R \sim aM + bE$ のとき Jin+, 2017

$$B_4(\lambda, L^{-1}) = b_4 \{1 + c(\lambda - \lambda_c)L^{1/\nu}\} \{1 + dL^{y_t - y_h}\}$$

フィットパラメータ: $b_4, c, \lambda_c, \nu, d, y_t - y_h$

統計的に $d \sim 0 \rightarrow E$ 項が混入する必要性は確認されず