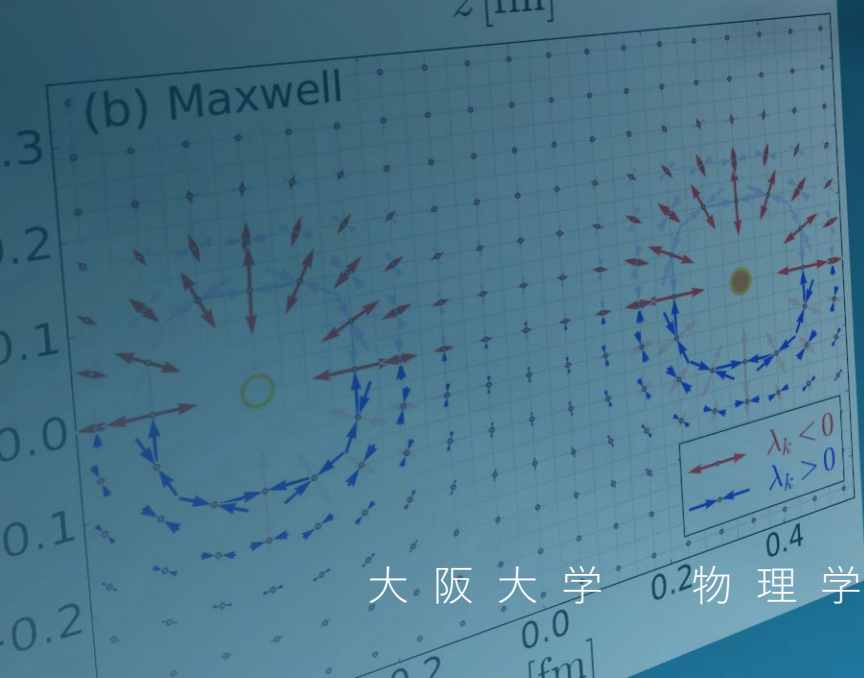


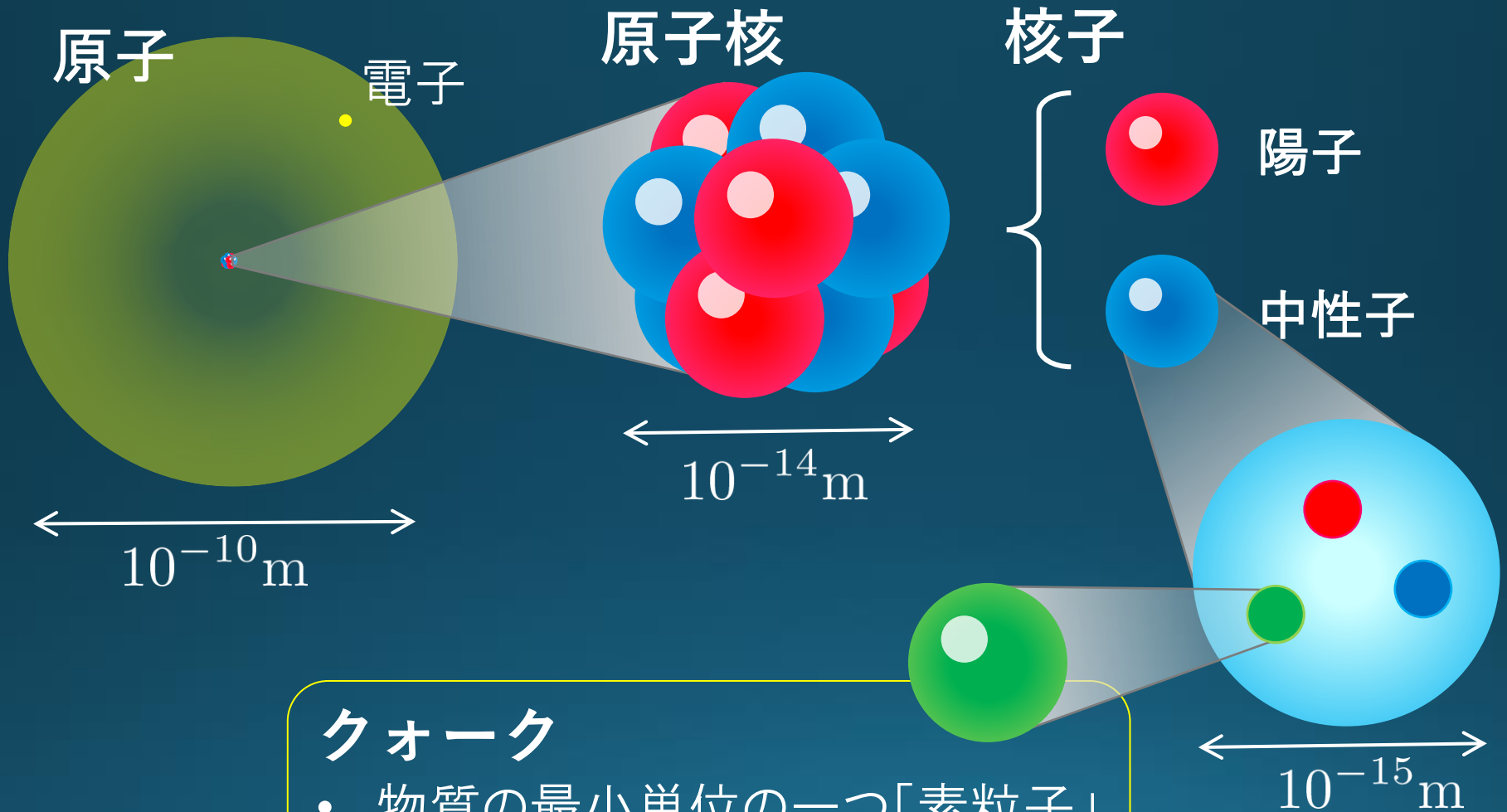
エネルギー運動量テンソル で探る素粒子の世界



北沢正清

(原子核理論研究室)

ものは何からできている？



クォーク

- 物質の最小単位の一つ「素粒子」
- 単独で観測されたことはない

素粒子標準模型

自然界に存在する4つの力

重力

電磁気力

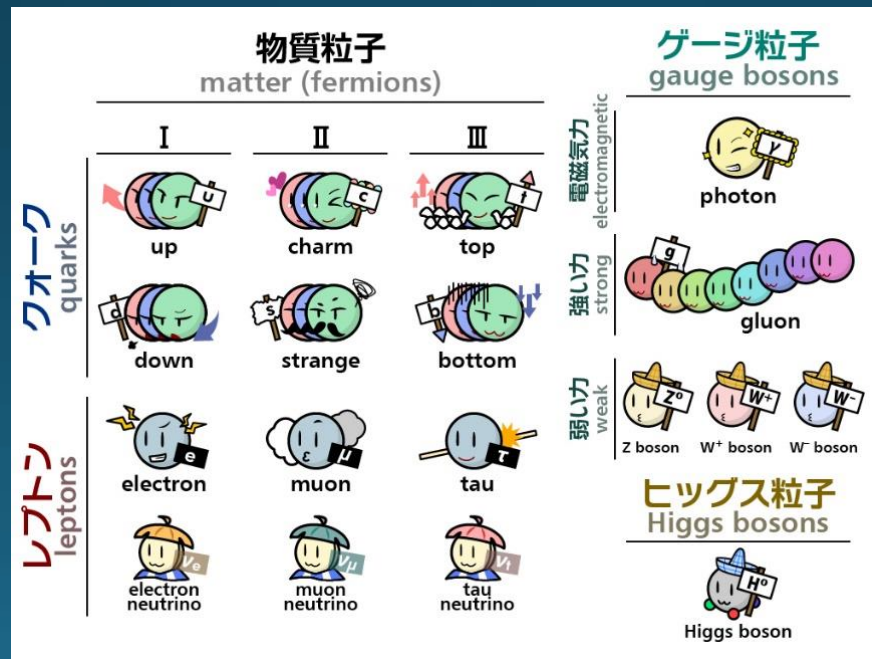
弱い力

強い力

電弱統一理論

量子色力学(QCD)

素粒子
標準模型



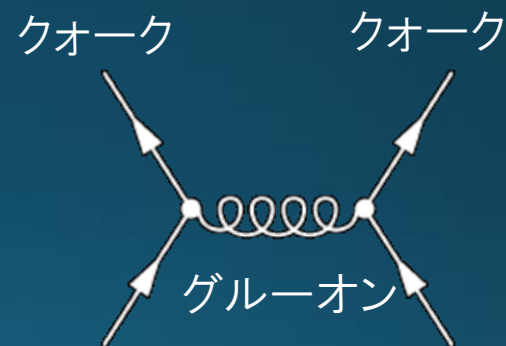
量子色力学

Quantum ChromoDynamics (QCD)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu,a}F_a^{\mu\nu}$$

登場人物

- クォーク: 物質場、カラー電荷
- グルーオン: クォーク間の力を媒介



参考：量子電磁気学

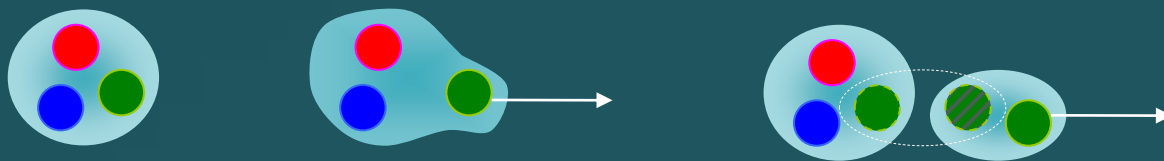
- 電子: 物質場、電磁的電荷
- 光子: 荷電粒子間の力を媒介



クォークの閉じ込め

- クォークとグルーオンは、単独で観測されることはない。

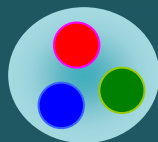
無理矢理取り出そうと引っ張ると...



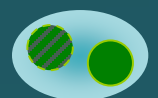
クォーク・反クォーク対を生成し、核子と中間子になる



我々の身の回りの物理の基本自由度



バリオン



中間子 (メソン)

} ハドロン

標準模型の作り方 1

□ 電磁気学 (Maxwell理論)

ゲージ場 $A_\mu(x) = (\Phi(x)/c, \mathbf{A}(x))$

ゲージ変換 $A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu \chi(x)$

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi - \partial_t \mathbf{A}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

Maxwell理論はゲージ変換の下で不変

□ 標準模型にするには

(非常に大雑把に言うと)

ゲージ自由度 $\chi(x)$ を行列にしてみる:

- ➡ {
- 2×2 行列: 弱い相互作用
 - 3×3 行列: 強い相互作用

標準模型の作り方 2

□ 量子力学

波動関数の位相変換の自由度: $\psi(x) \rightarrow \psi(x)e^{i\theta}$

□ 座標依存の位相変換 $\psi(x) \rightarrow \psi(x)e^{i\theta(x)}$

量子力学は不変に保たれない。

しかし空間微分を

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_i} + eA_i(x) \quad A_i(x) \rightarrow A_i(x) - \frac{1}{e} \frac{\partial}{\partial x_i} \theta(x)$$

と再定義すると不変になる。

ここで、

- $A_i(x)$: ゲージ場
- $\theta(x)$: ゲージ変換



電磁気学が自然に現れる
(U(1)ゲージ理論)

標準模型の作り方 3

□ 3成分場の同時変換

$$\begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \\ \psi_3(x) \end{pmatrix} \longrightarrow U \begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \\ \psi_3(x) \end{pmatrix} \quad U(x) : \text{ユニタリ行列}$$



ゲージ場 $A(x)$ を導入し、
この変換の下で不変な理論を構築

ゲージ原理

□ QCD (SU(3)ゲージ理論)

- $\psi_a(x)$: クォーク (3成分: カラー)
- $A_\mu(x)$: グルーオン

別名: 非可換ゲージ理論
ヤンミルズ理論

- 1成分 → 電磁気学 (U(1)ゲージ理論)
- 2成分 → 電弱統一理論 (SU(2) × U(1))

QCDは難しい

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu,a}F_a^{\mu\nu}$$

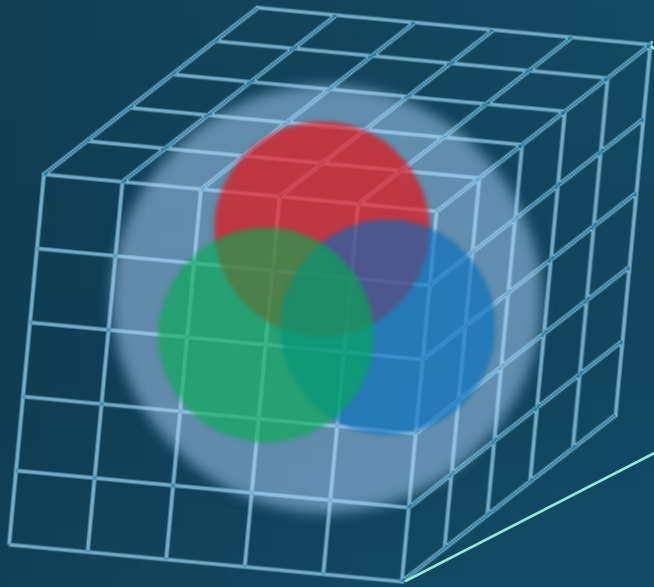
- QCDを解析的に解いて核子を作れるか？ **NO!**
- 近似的な解なら得られてる？ **NO!**
- クォークの閉じ込め？ **NO!**
- 「真空状態」は？ **NO!**

非線形→重ね合わせの原理が使えない
摂動論も(一部の現象を除き)使えない

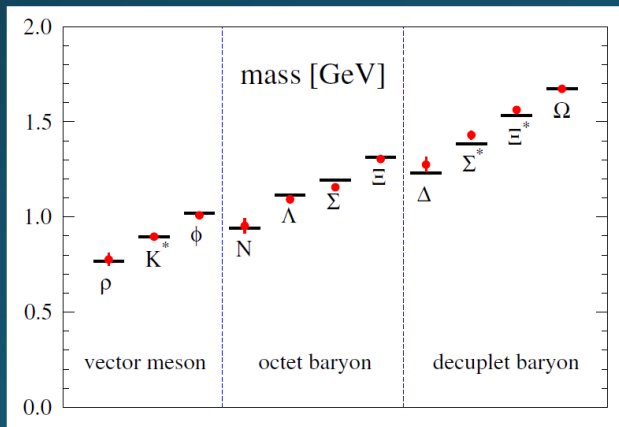


<http://live.shogi.or.jp/ryuou/>

格子QCD第一原理数値計算



ロハドロンの質量

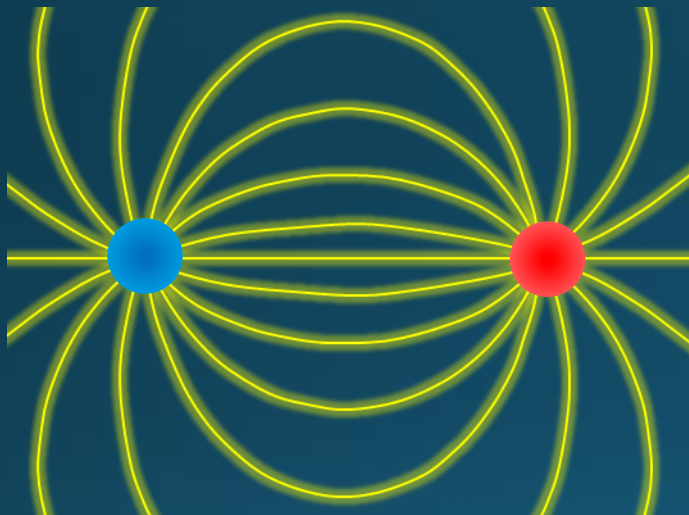


PACS-CS ('09)

QCDの非摂動的性質を
定量的に調べる
現状唯一の手段

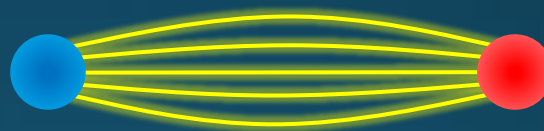
クォーク閉じ込めの直感的説明 フラックスチューブ

電磁気学



力線が自由に広がる

QCD

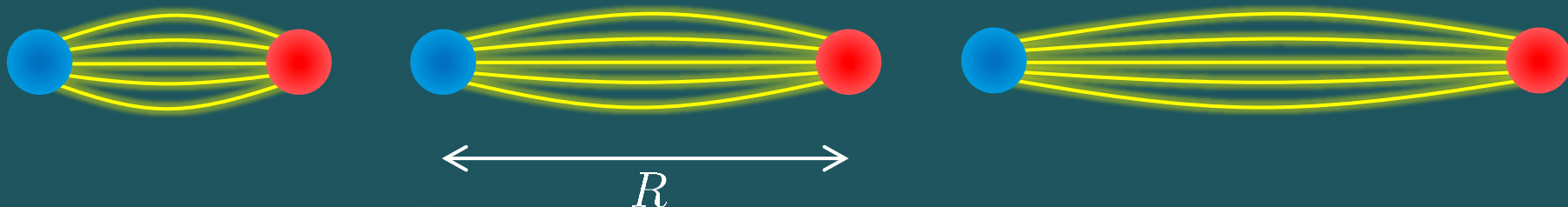


QCD真空はカラー場を排斥したがる
力線が直線状の領域に集約

フラックスチューブ

フラックスチューブの性質

単位長さ当たりのエネルギーは、チューブの長さに依らず概ね一定

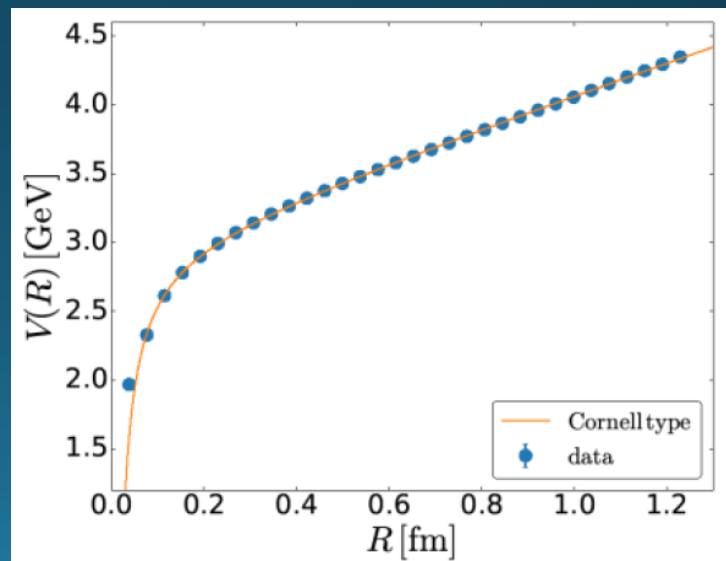


クォーク間ポテンシャル

$$V(R) \sim \frac{\alpha}{R} + \underbrace{\sigma R}_{\text{弦張力項}}$$

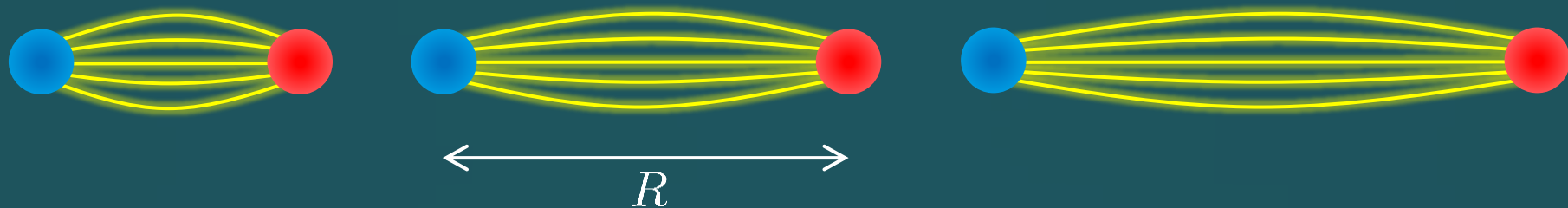
格子数値計算による結果 →

チューブ形成の“証拠”



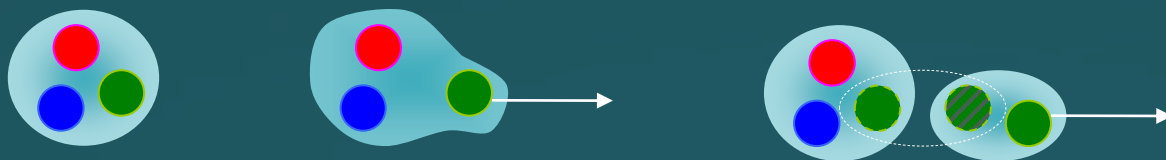
フラックスチューブの性質

単位長さ当たりのエネルギーは、チューブの長さに依らず概ね一定



クォーク閉じ込めの説明

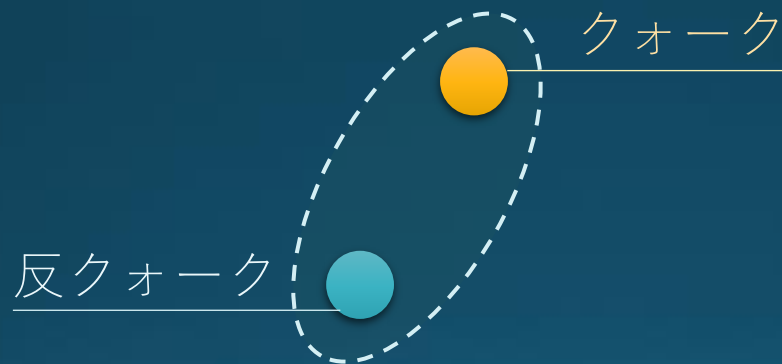
クォークを無理矢理取り出そうと引っ張ると...
チューブが伸びてエネルギーが増え続ける



クォーク・反クォーク対を生成し、核子とメソンになる

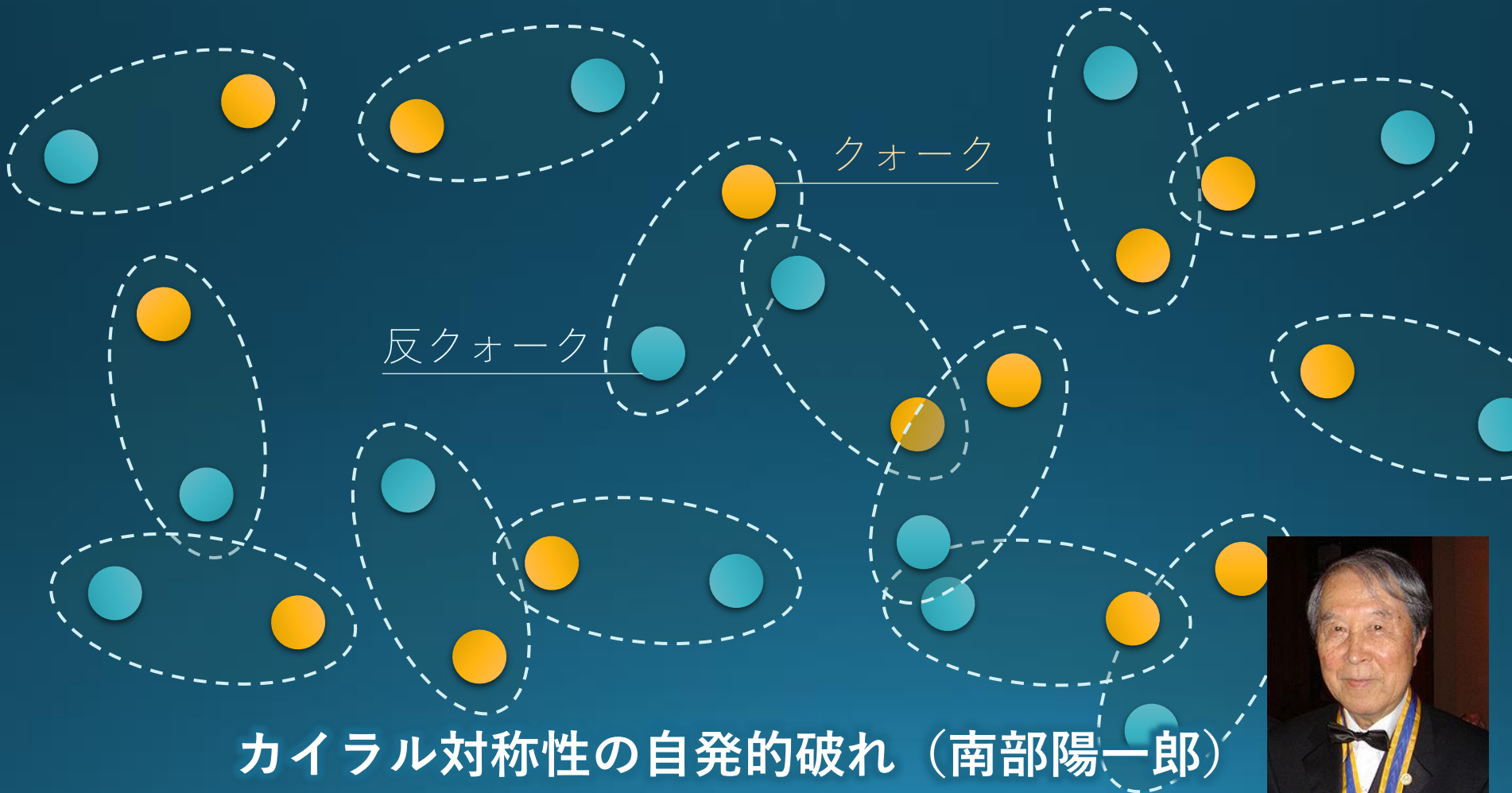
QCDの真空状態

我々の真空は、クォークの「凝縮」で埋め尽くされている

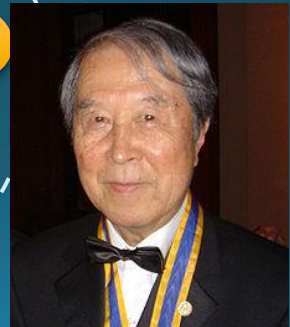


QCDの真空状態

我々の真空は、クォークの「凝縮」で埋め尽くされている



カイラル対称性の自発的破れ (南部陽一郎)



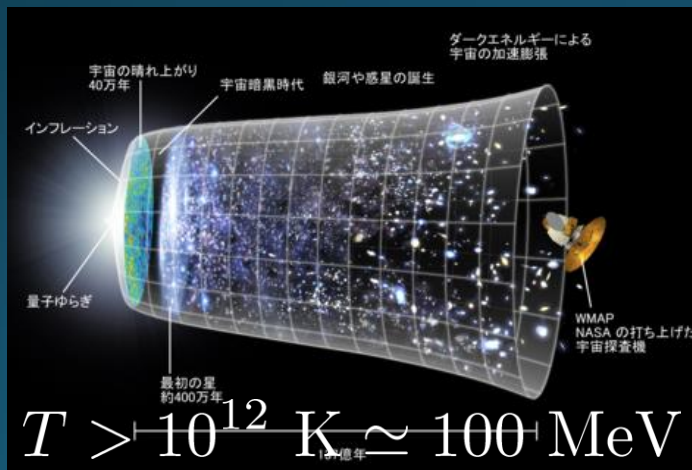
超高温・超高密度物質の物性

どのくらい高温？高密度？

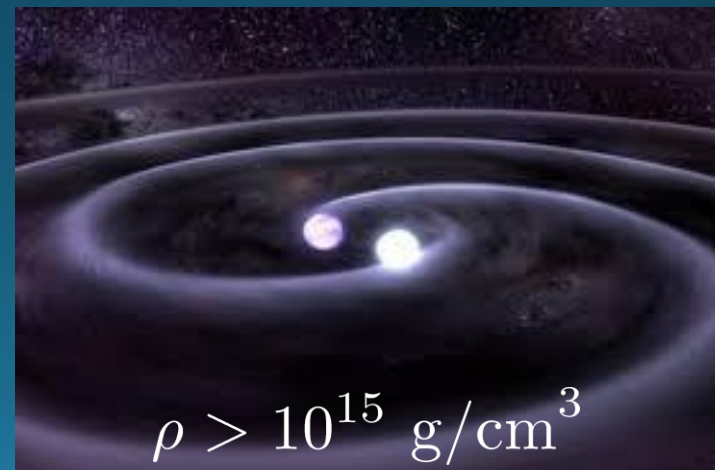
$$T > 10^{12} \text{ K}, \rho > 10^{15} \text{ g/cm}^3$$

どこでできるの？

初期宇宙 ($t < 10^{-5} \text{ s}$)

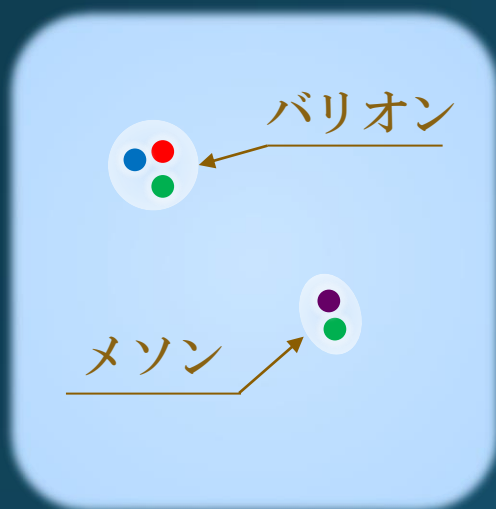


中性子星の中心部



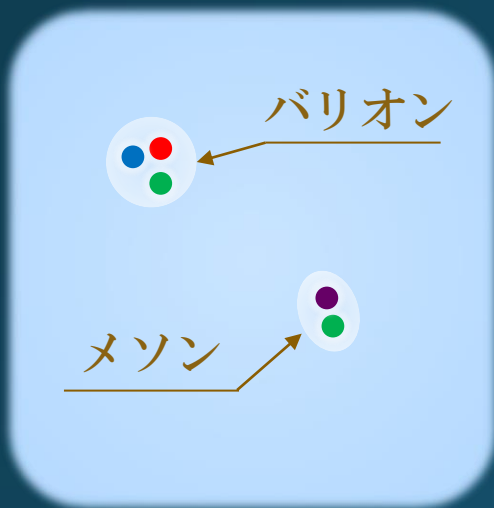
素粒子階層の相転移現象

真空



素粒子階層の相転移現象

真空



温度を上げていくと ...



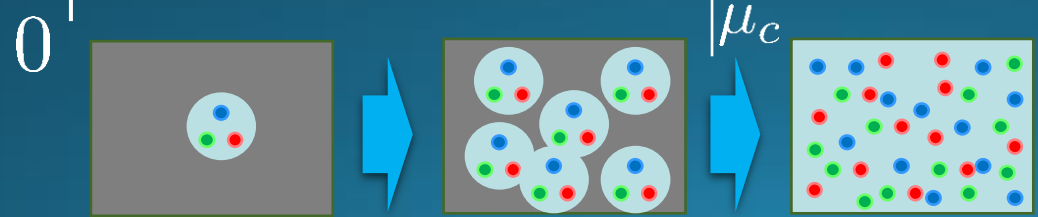
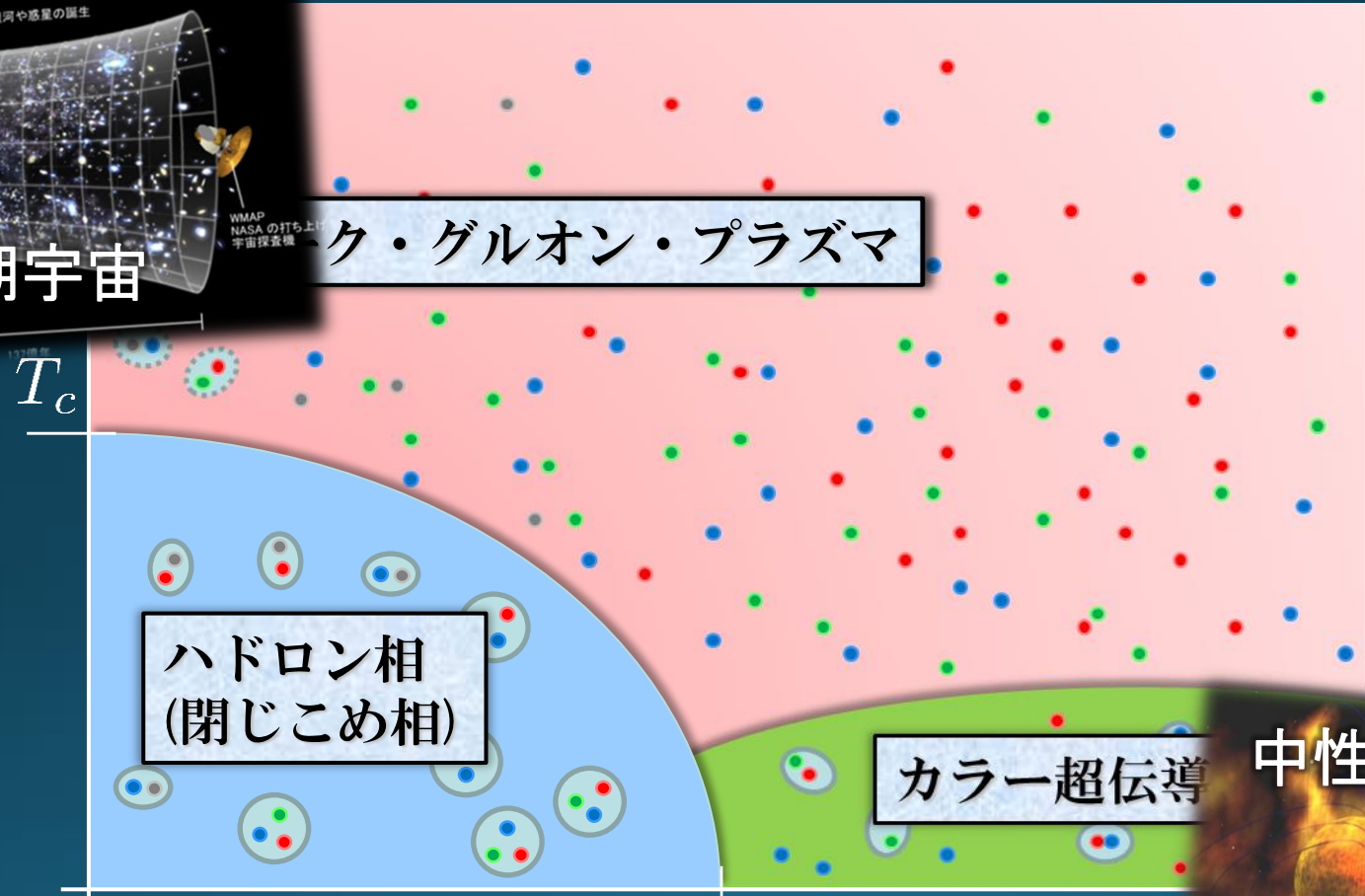
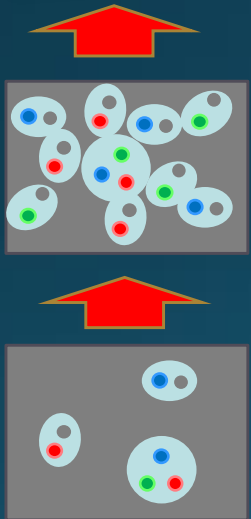
クォーク・グルーオン・
プラズマ(QGP)

ハドロンを構成するクォークが溶け出す相転移
量子色力学 (QCD) が記述する物性現象

QCDの相図

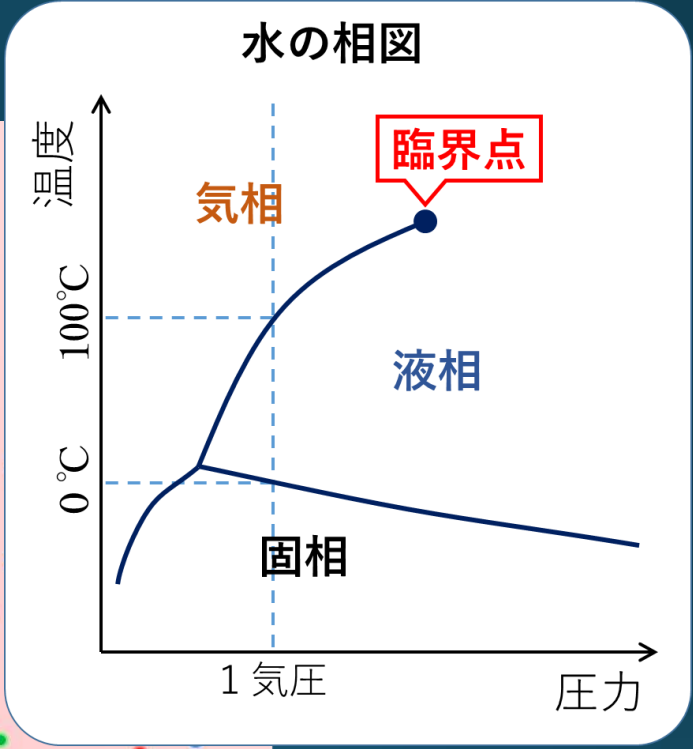
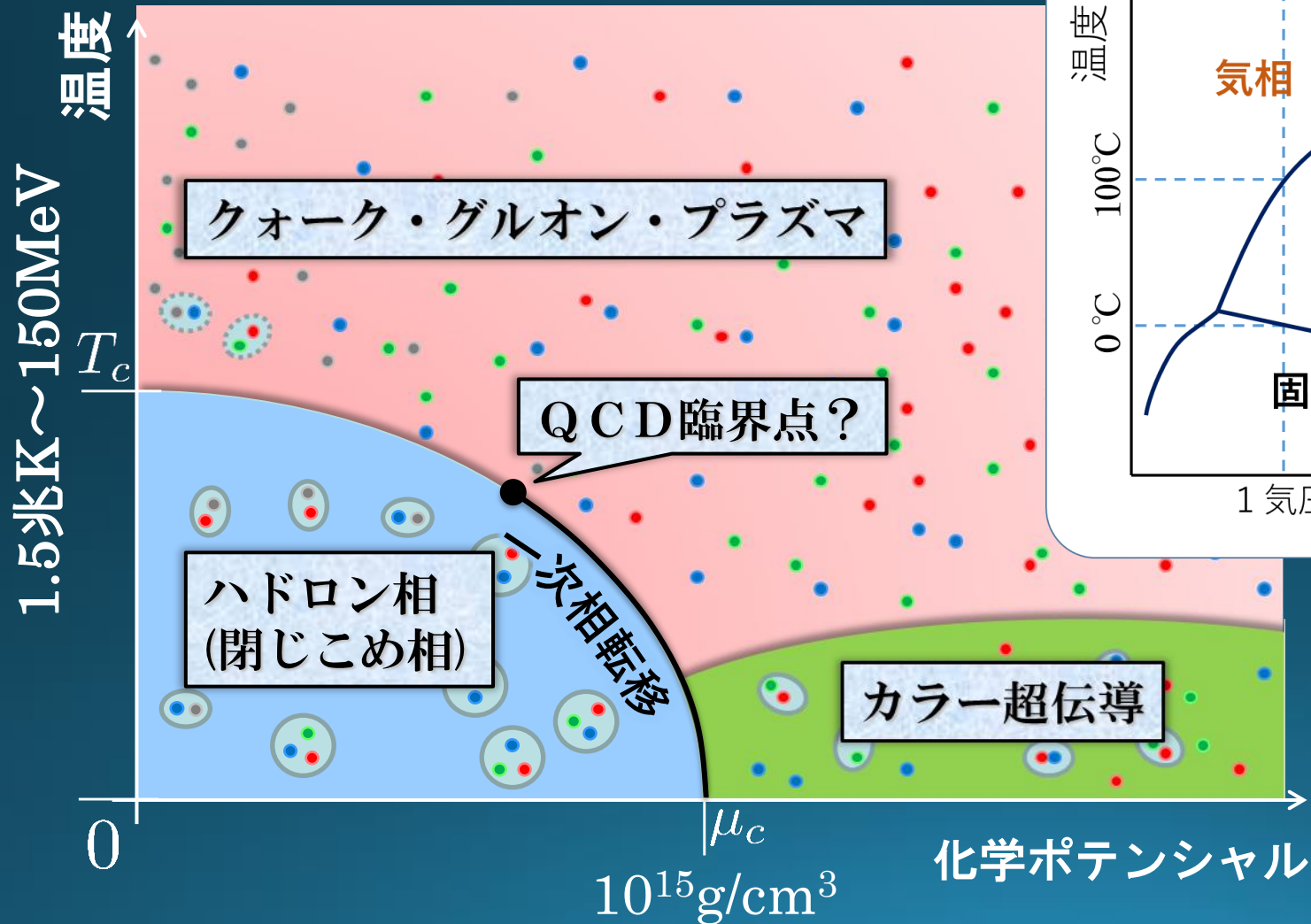


クォーク・グルオン・プラズマ

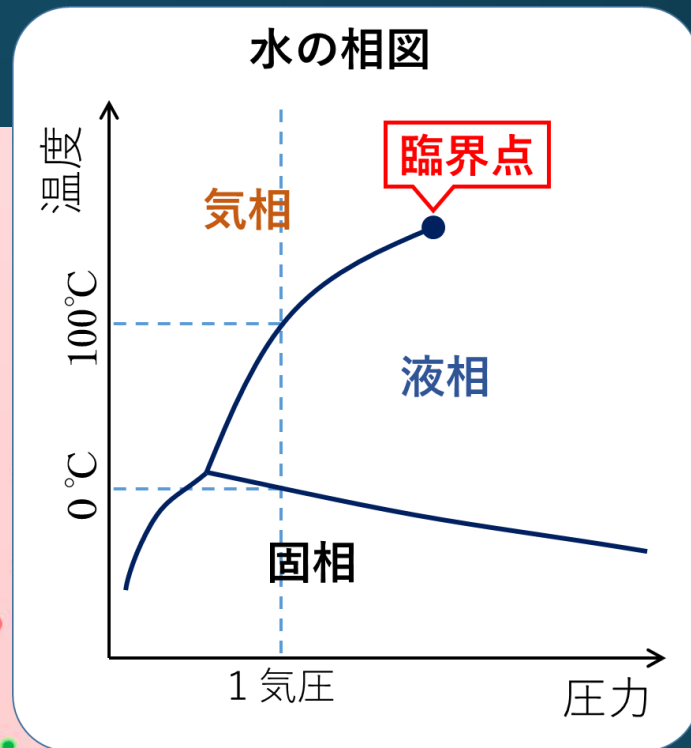
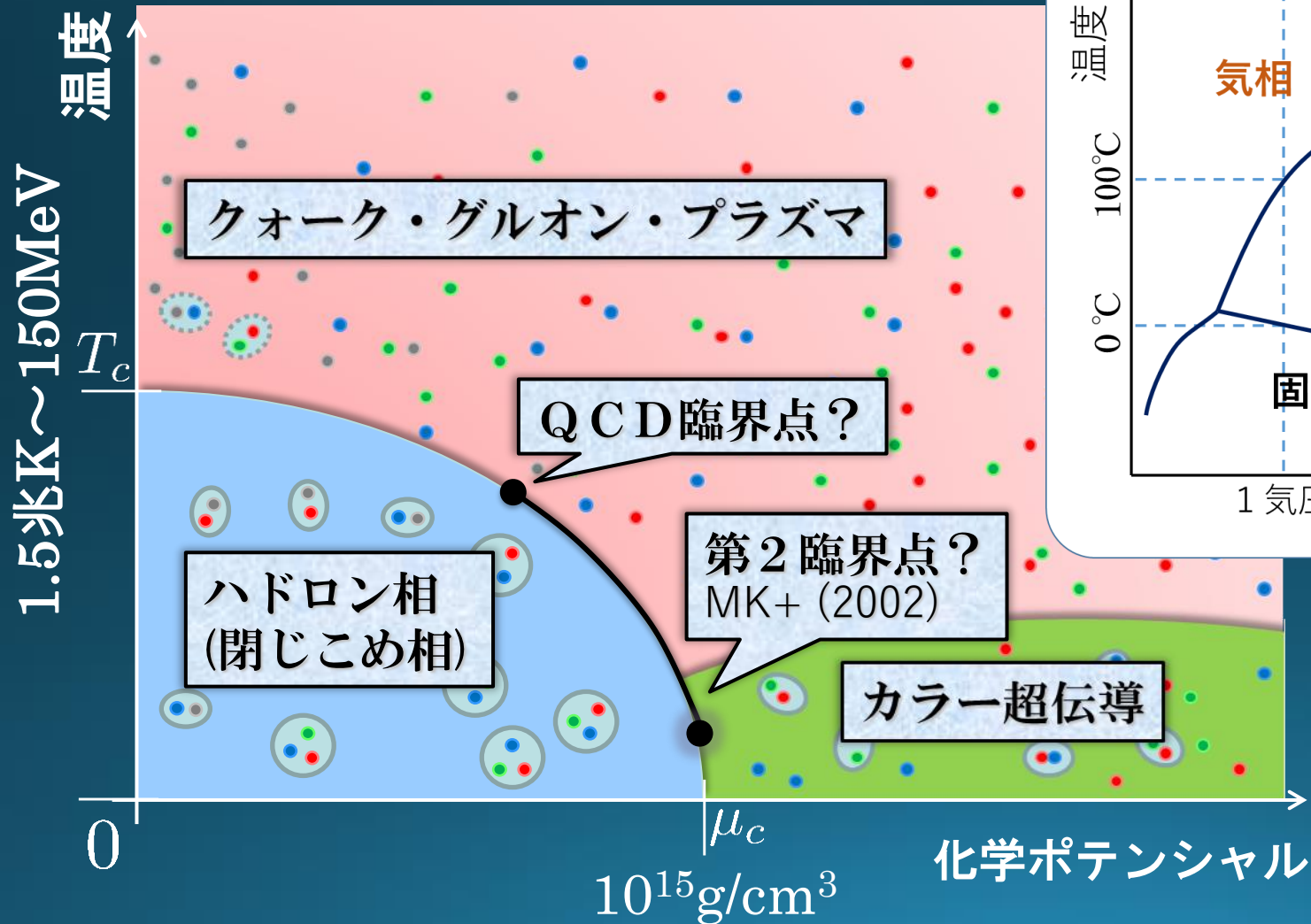


(クォーク・グルオン・プラズマ)

相転移の次数



相転移の次数

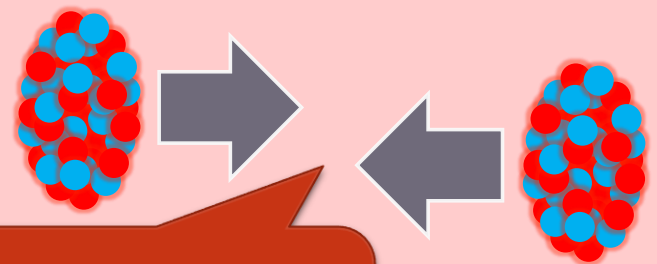


相対論的重イオン衝突実験

新粒子探索



初期宇宙の生成



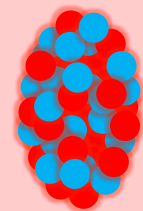
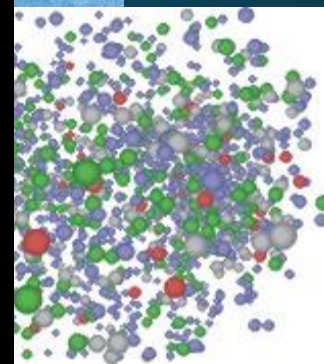
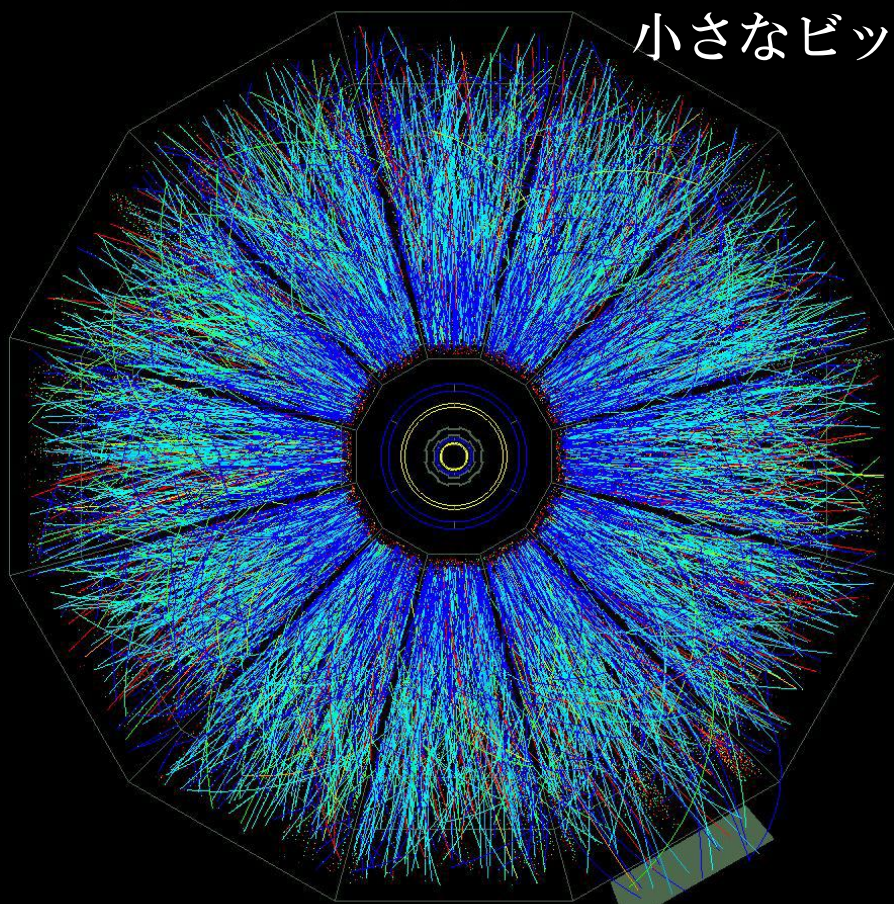
6兆度を超える
高温物質

LHC – Large Hadron Collider

相対論的重イオン衝突実験

新粒子

小さなビッグバン



LHC – Large Hadron Collider

高温物質



RHIC

アメリカ

2000年～

全長6km

光速の99.996%

約4兆度



LHC

スイス・フランス

2010年～

全長30km

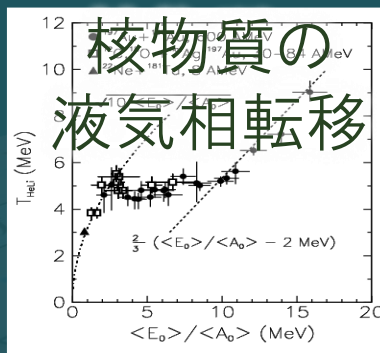
光速の99.9999%

約8兆度

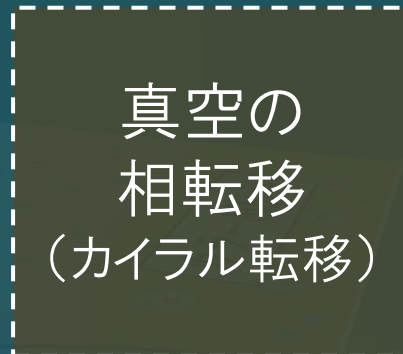
宇宙最高密度の一次相転移 ＝物質による真空の破壊



水の沸騰
 1g/cm^3



核物質の
液気相転移
 10^{14}g/cm^3



真空の
相転移
(カイラル転移)
 10^{15}g/cm^3

◆◆◆ 解説 ◆◆◆

非ガウスゆらぎで探る宇宙最高密度の相転移



北沢正清

大阪大学大学院理学研究科
kitazawa@phys.sci.osaka-u.ac.jp



野中俊宏

筑波大学数理解物質系
nonaka.toshihiro.ge@u.tsukuba.ac.jp



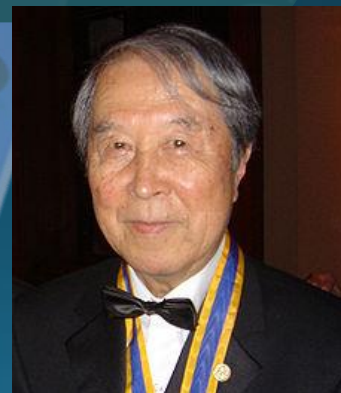
江角晋一

筑波大学数理解物質系
esumi.shinichi.gn@u.tsukuba.ac.jp

現在、およそ 10^{15}g/cm^3 という超高密度で実現するとされる相転移の実験的探索が世界各地の実験施設で行われているのをご存じだろうか。その相転移は、強い相互作用によるクォーク数密度の急激な変化と、 10^{15}g/cm^3 程度の超高密度での実現が期待されている。

これら一連の実験が目指すのは、非ガウスゆらぎによる高密度相転移の直接的検証である。

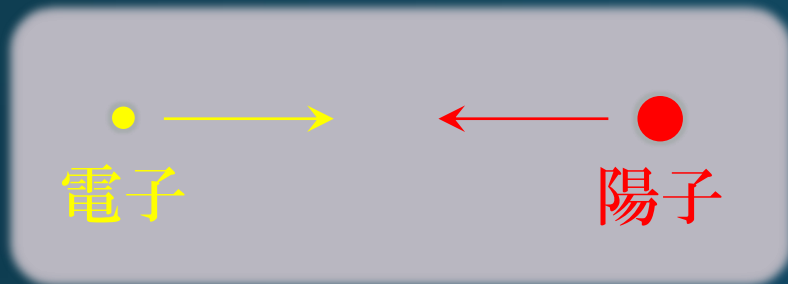
日本物理学会誌
2021年8月号



南部理論の
直接的検証

陽子の構造をどう理解する？

□例：陽子-電子散乱実験



電子散乱

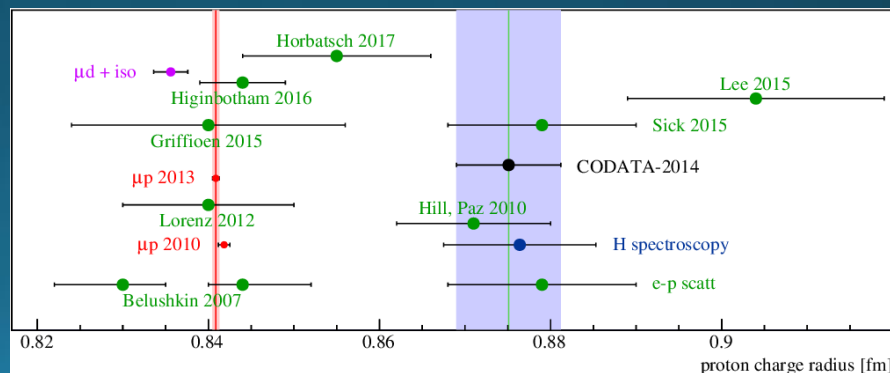
→陽子内部の電荷分布



□近年の話題

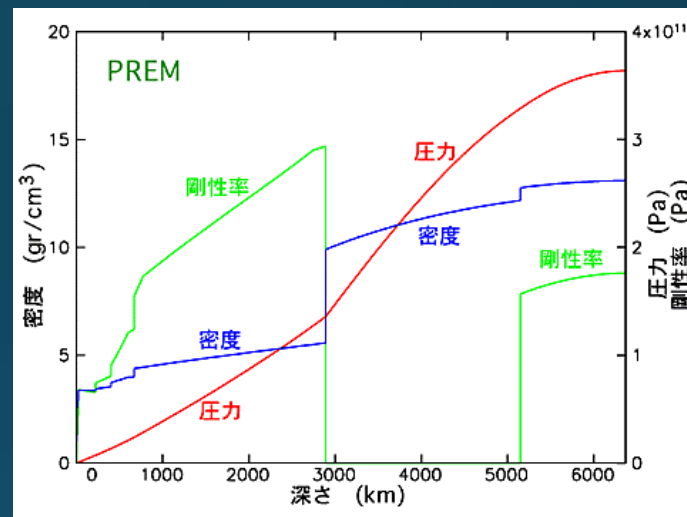
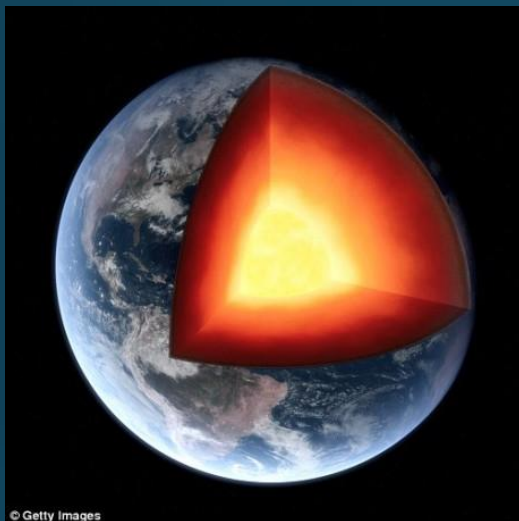
陽子の荷電半径の測定値が
実験によって大きく異なる。

他の量は？例：質量分布



压力分布

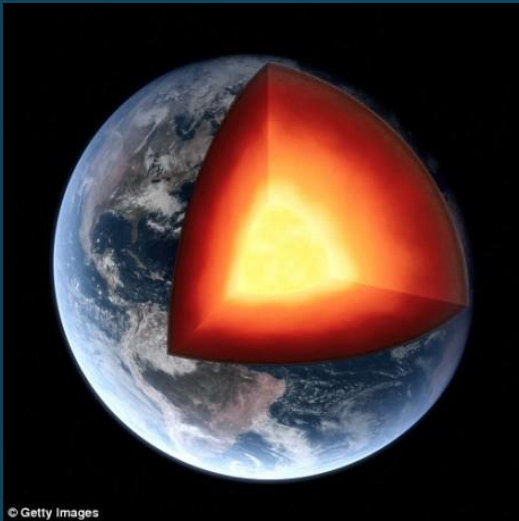
地球



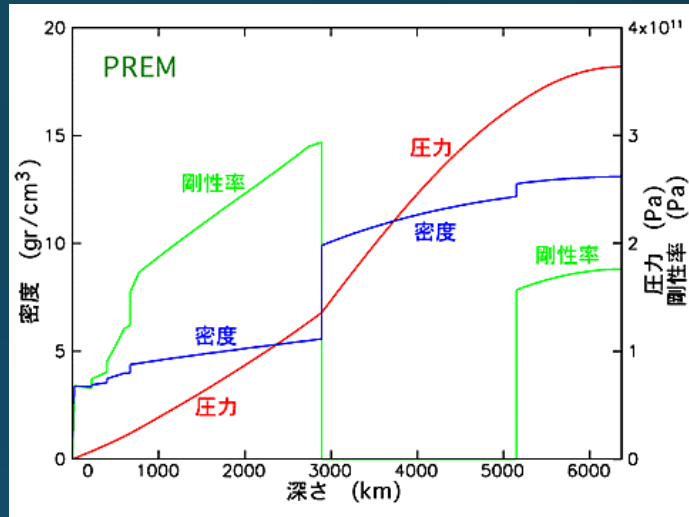
<https://staff.aist.go.jp/r-morijiri/MyHome2016/bakusou/center/chikyu.html>

圧力分布

地球

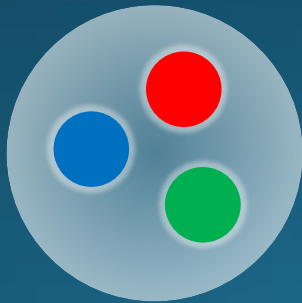


© Getty Images

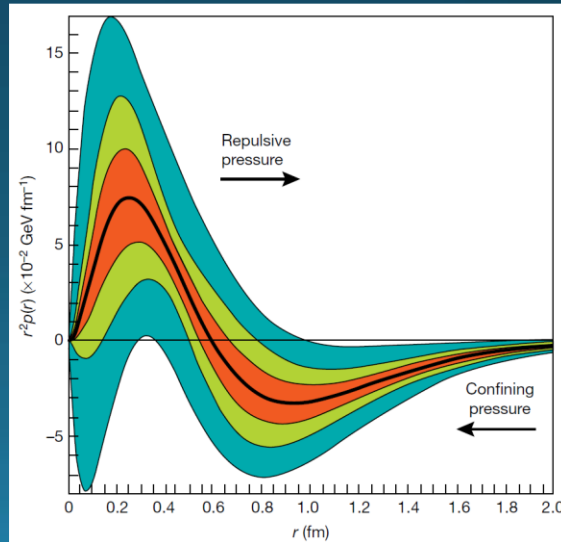


<https://staff.aist.go.jp/r-morijiri/MyHome2016/bakusou/center/chikyu.html>

陽子



圧力の r 依存性



Burkert+, Nature

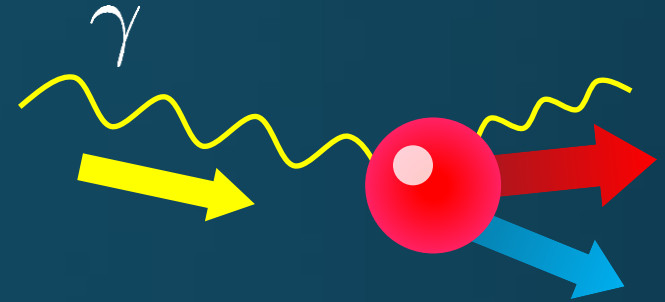
557, 396 (2018)

陽子構造探索実験

□光子散乱

光子を当てて反応を調べる

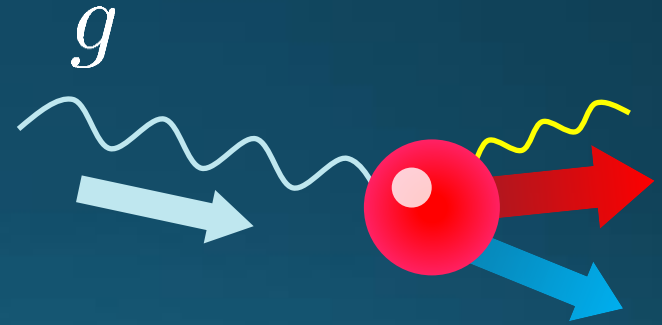
➡ 電流ベクトル $j_\mu(x)$ の性質が分かる



□重力子散乱

重力子を当てて反応を調べる

➡ エネルギー運動量テンソル $T_{\mu\nu}(x)$ の性質が分かる



陽子内部の $T_{\mu\nu}(x)$ の構造 = 重力形状因子

エネルギー運動量テンソル

$$T_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \text{energy} & \text{momentum} & & \\ T_{00} & T_{01} & T_{02} & T_{03} \\ T_{10} & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{20} & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{30} & T_{31} & T_{32} & T_{33} \\ & & \text{stress} & \end{bmatrix}$$

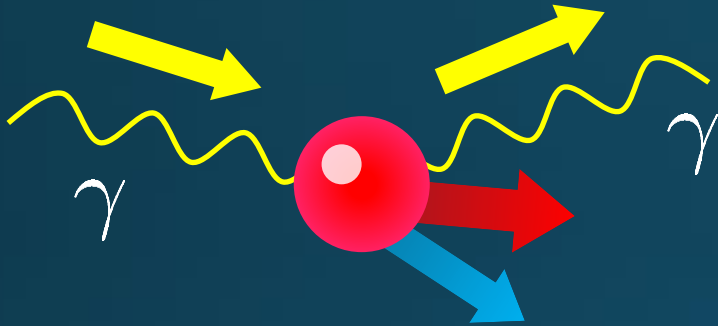
The diagram illustrates the components of the energy-momentum tensor $T_{\mu\nu}$. The tensor is represented as a 4x4 matrix. The first row is labeled "energy" and the first column is labeled "momentum". The diagonal elements T_{11} , T_{22} , and T_{33} are collectively labeled "stress". A dashed line indicates that the diagonal elements T_{11} , T_{22} , and T_{33} are related to pressure.

物理学で最も基本的な物理量の一つ
全ての成分が重要な物理量

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$$

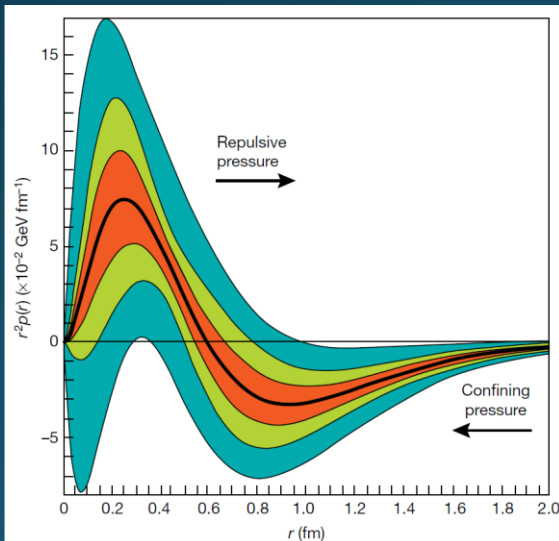
陽子の重力形状因子

□ 深仮想コンプトン散乱



光子を入射し、反応後に光子が放出される過程

➡ エネルギー運動量テンソル $T_{\mu\nu}(x)$ の性質が分かる

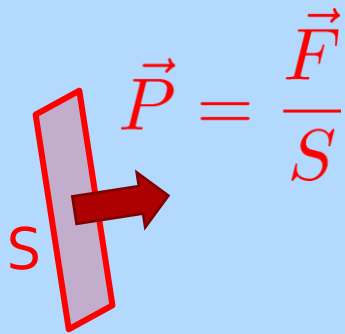


Burkert+, Nature
557, 396 (2018)

米国Brookhaven国立研究所
の次期計画EIC (electron-ion
collider)の重要課題

応力：面に働く力

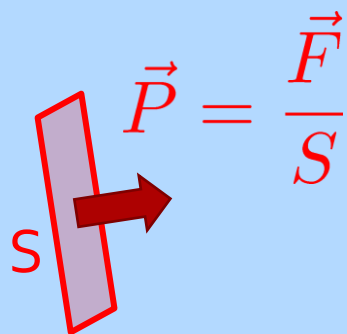
圧力



$$\vec{P} = P\vec{n}$$

応力：面に働く力

圧力

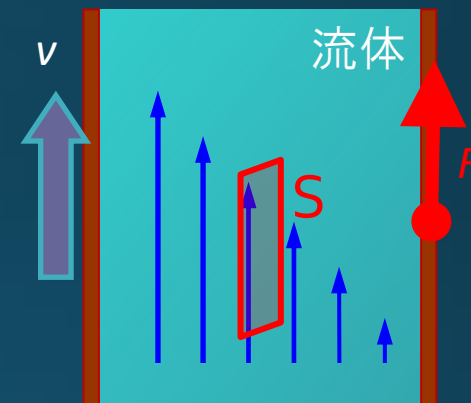
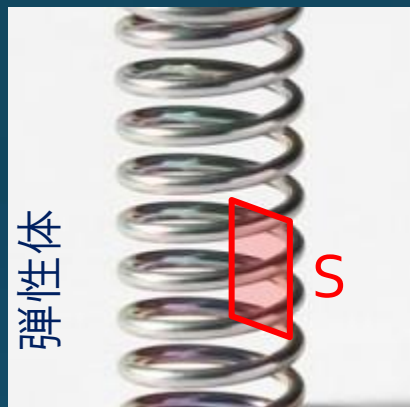


$$\vec{P} = P\vec{n}$$

熱力学系

$$T_{ij} = P\delta_{ij}$$

力と面ベクトルは平行とは限らない



$$\frac{F_i}{S} = \sigma_{ij}n_j$$

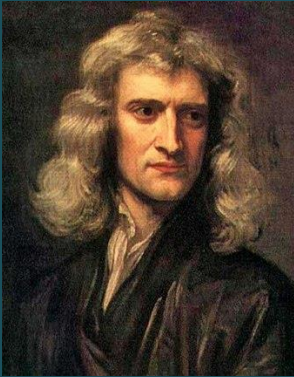
応力テンソル

$$\sigma_{ij} = -T_{ij}$$

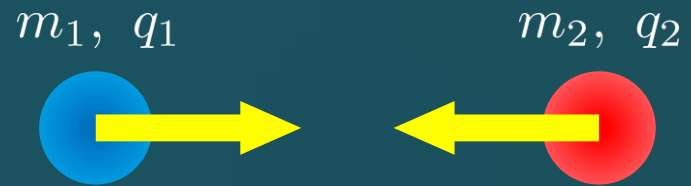
Landau
Lifshitz

Force

遠隔作用



Newton
1687

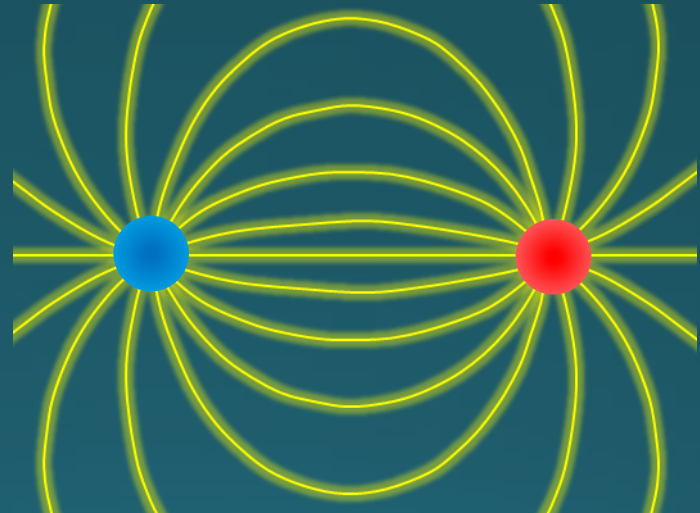


$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad F = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

近接作用



Faraday
1839



格子上で $T_{\mu\nu}$

- 従来、 $T_{\mu\nu}$ の測定は極めて困難 (~2014)



- SFtX法による困難の突破！ (2010~2014)

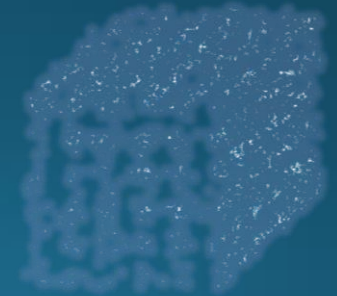
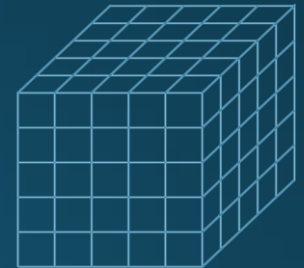
- グラディエントフローによる場の粗視化
- 微小時間展開による演算子の定義

Luscher, 2010; Luscher, Weisz, 2011; Suzuki, 2013

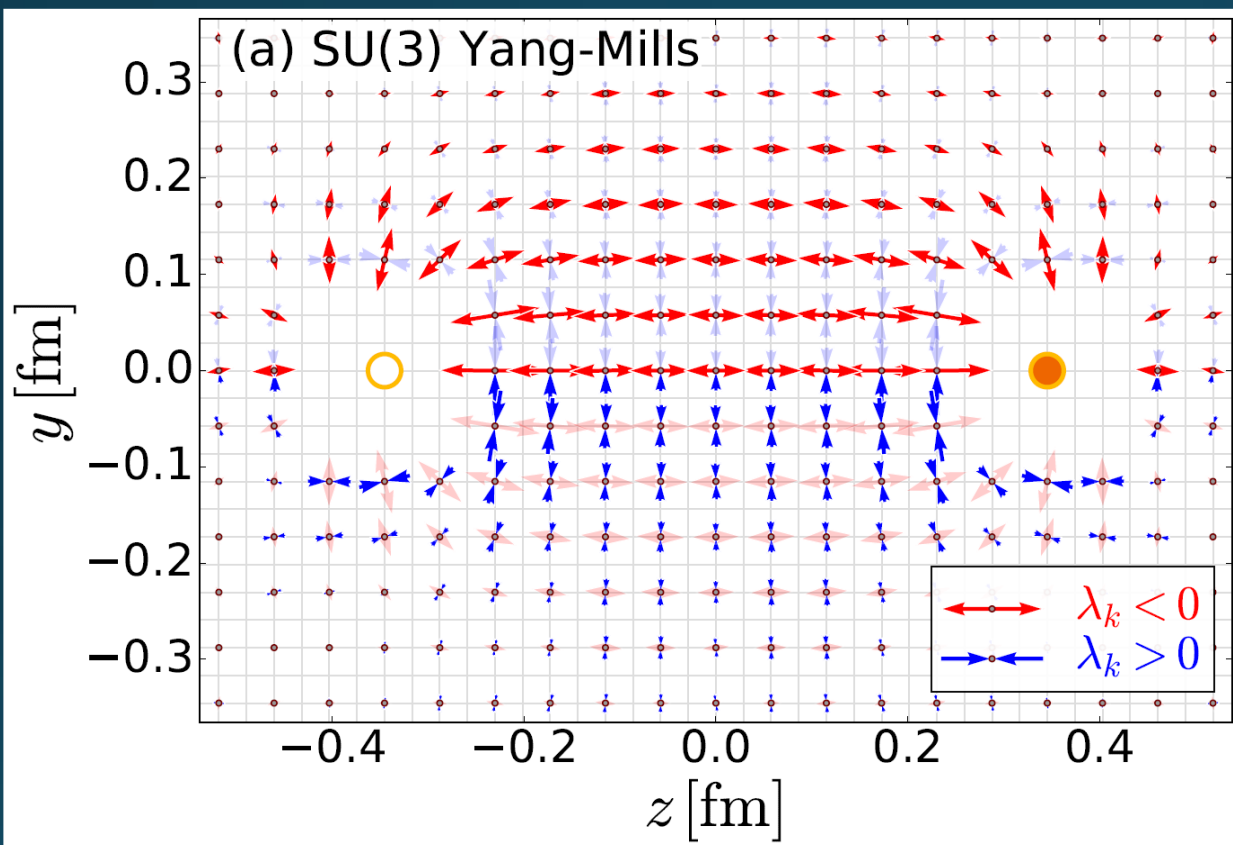
- 数値計算の遂行

FlowQCD, 2014~;

WHOT-QCD, 2017~



クォーク・反クォーク系



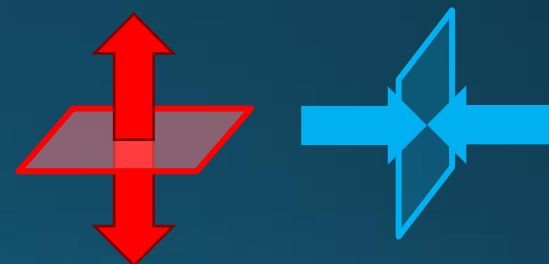
格子QCD数値計算

SU(3) Yang-Mills

$a=0.029$ fm

$R=0.69$ fm

FlowQCD, PLB, 2019



引力的

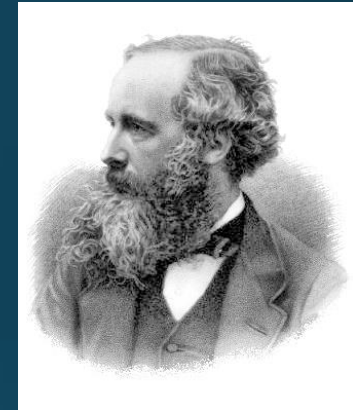
斥力的

線の長さ=場の強さ

- クォーク・反クォーク系の力線構造の可視化に初めて成功
- 力の微視的伝達機構が可視化される

板書

電磁気学：Maxwell応力



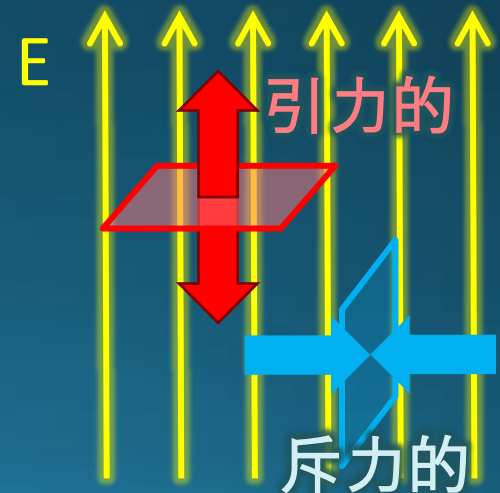
Maxwell

$$\sigma_{ij} = \varepsilon_0 E_i E_j + \frac{1}{\mu_0} B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} \left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2 \right)$$

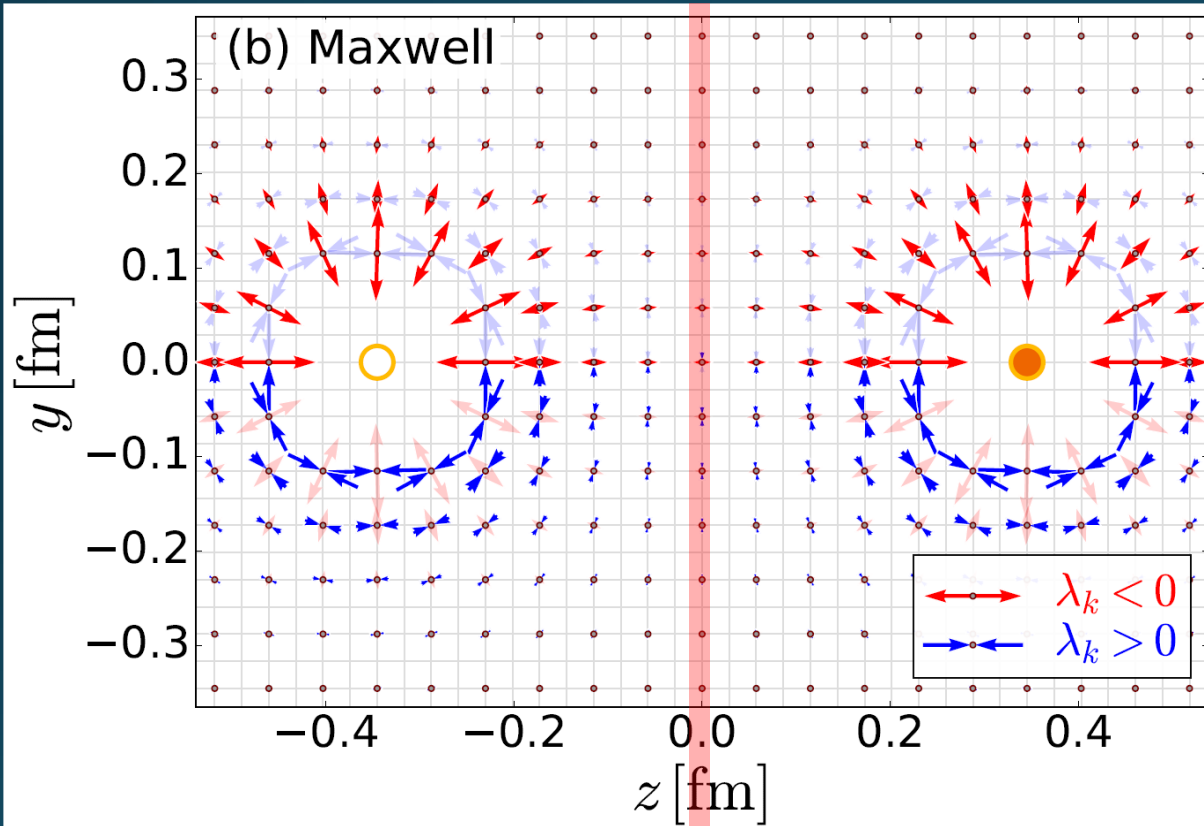
$$\vec{E} = (E, 0, 0)$$

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} -E^2 & 0 & 0 \\ 0 & E^2 & 0 \\ 0 & 0 & E^2 \end{pmatrix}$$

- 場に平行方向: 引力的
- 場に垂直方向: 斥力的



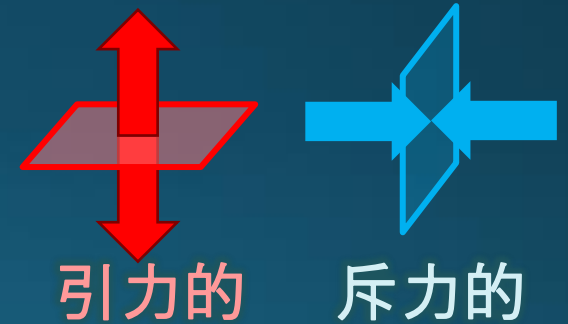
Maxwell応力



$$T_{ij}v_j^{(k)} = \lambda_k v_i^{(k)}$$

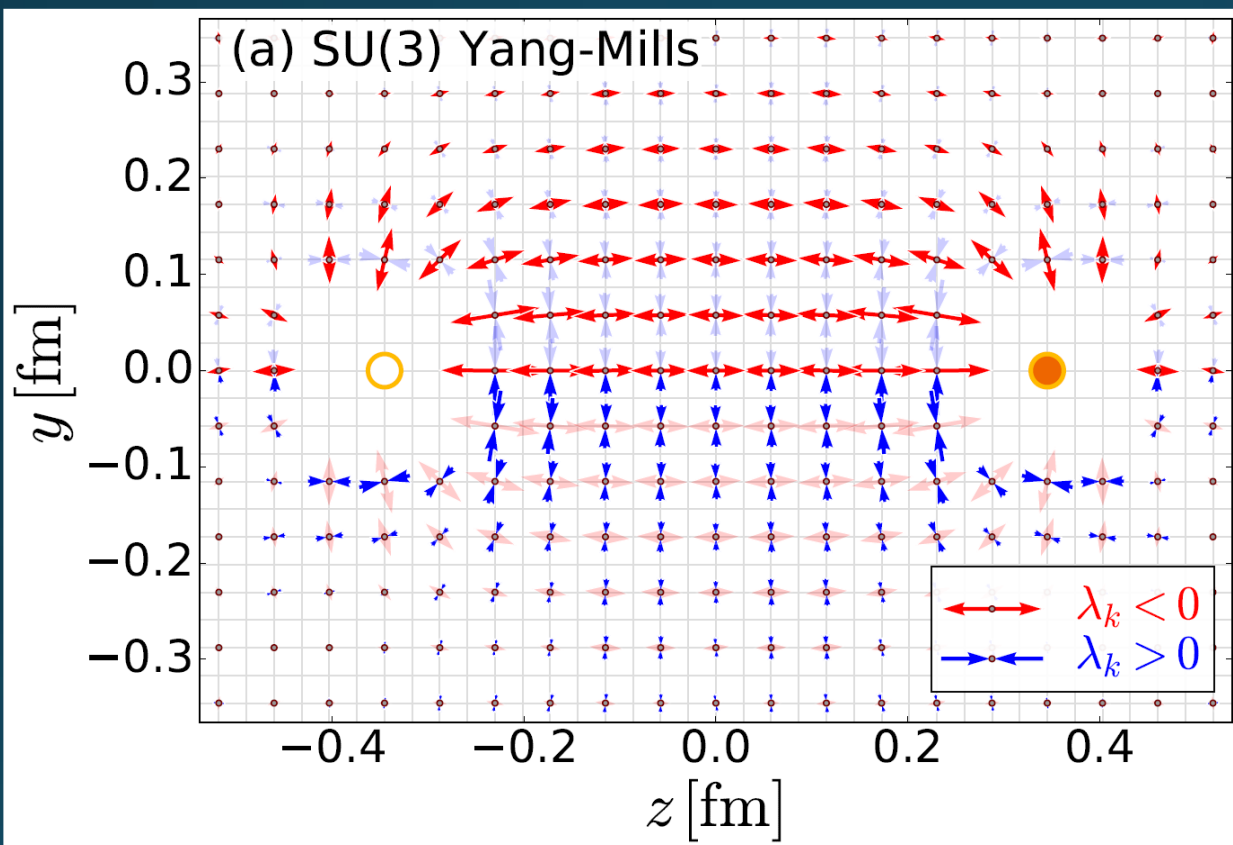
$(k = 1, 2, 3)$

線の長さ＝場の強さ



- 電気力線の向き＝引力的な矢印の向き
- 空間の「歪み」の可視化
- 力の微視的伝達機構

クォーク・反クォーク系



格子QCD数値計算

SU(3) Yang-Mills

$a=0.029$ fm

$R=0.69$ fm

$t/a^2=2.0$

FlowQCD

PLB, 2019

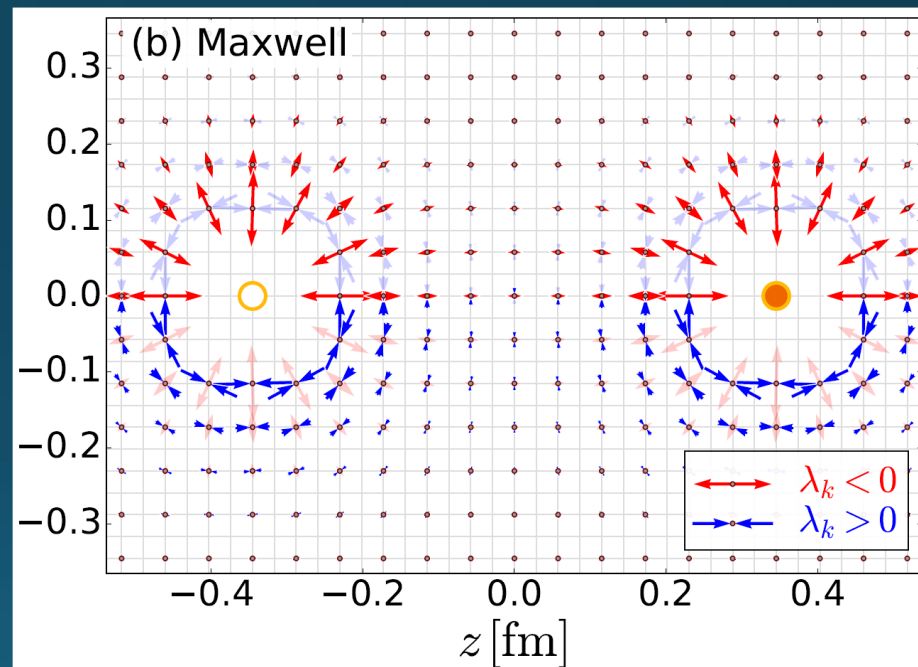
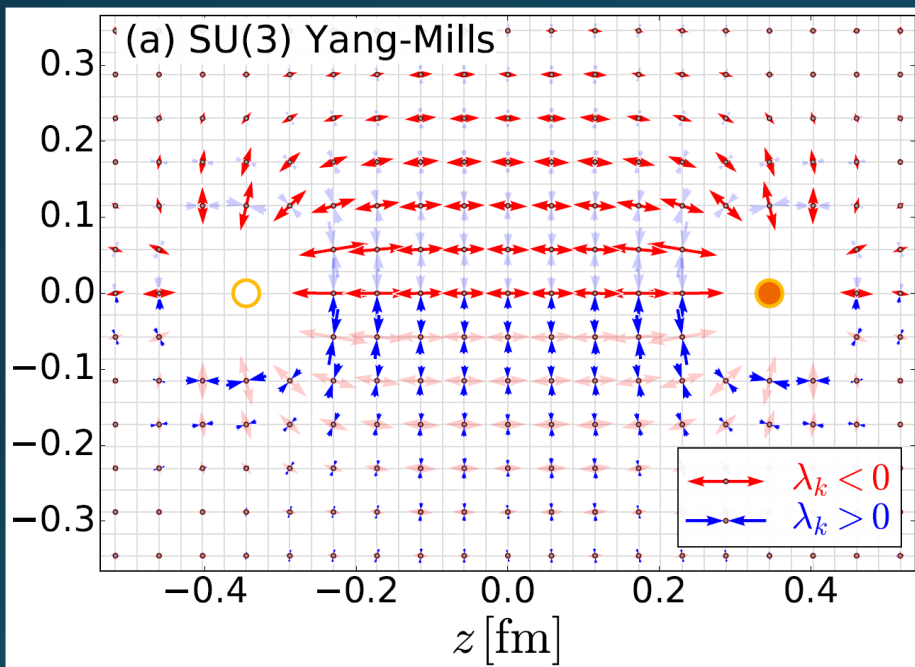
線の長さ＝場の強さ

- クォーク・反クォーク系の力線構造の可視化に初めて成功
- 力の微視的伝達機構が可視化される

Yang-Mills vs Maxwell

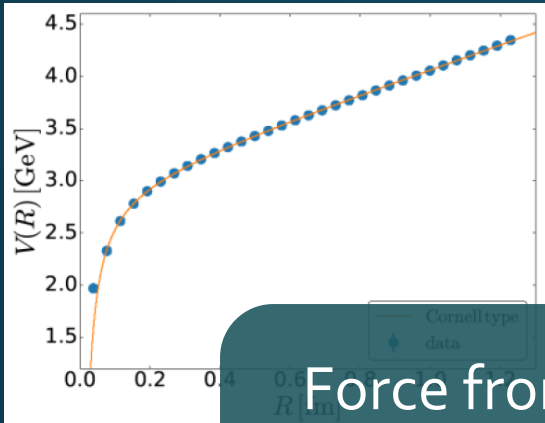
クォーク・反クォーク系

電磁気学



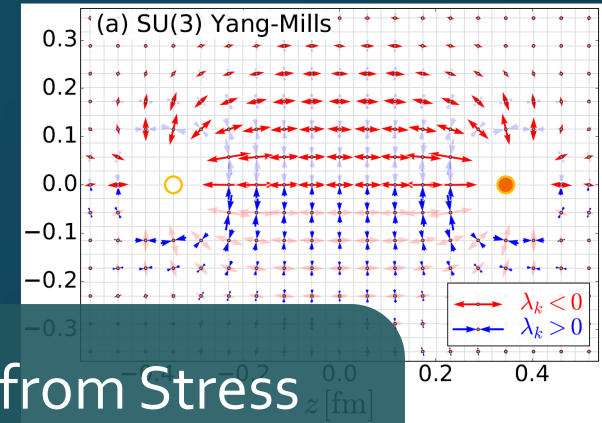
□ クォーク・反クォーク系では、力の伝達構造がチューブ状に絞られる＝flux tube

Force



Force from Potential

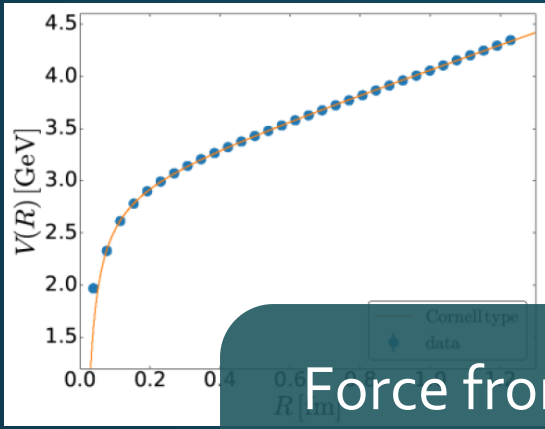
$$F_{\text{pot}} = -\frac{dV}{dR}$$



Force from Stress

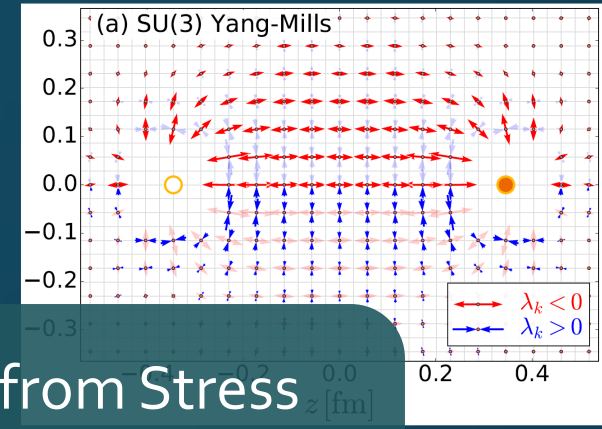
$$F_{\text{stress}} = \int_{\text{mid.}} d^2x T_{zz}(x)$$

Force



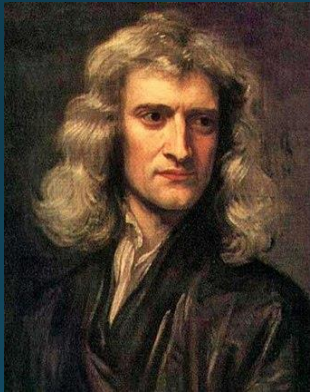
Force from Potential

$$F_{\text{pot}} = -\frac{dV}{dR}$$



Force from Stress

$$F_{\text{stress}} = \int_{\text{mid.}} d^2x T_{zz}(x)$$

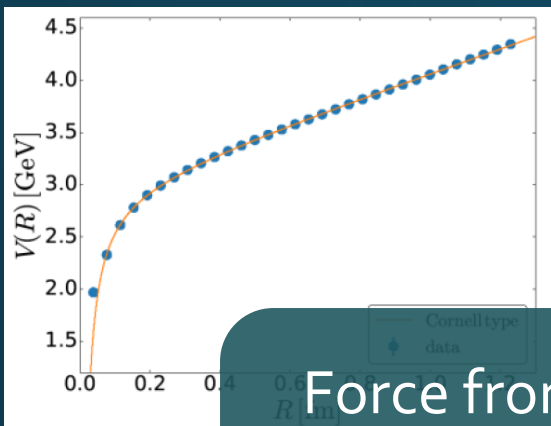


Newton
1687



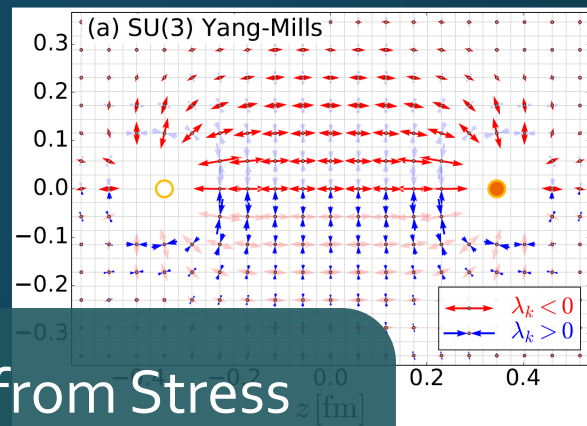
Faraday
1839

Force



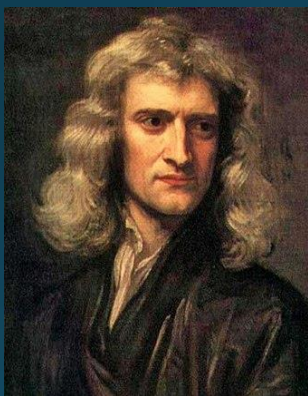
Force from Potential

$$F_{\text{pot}} = -\frac{dV}{dR}$$

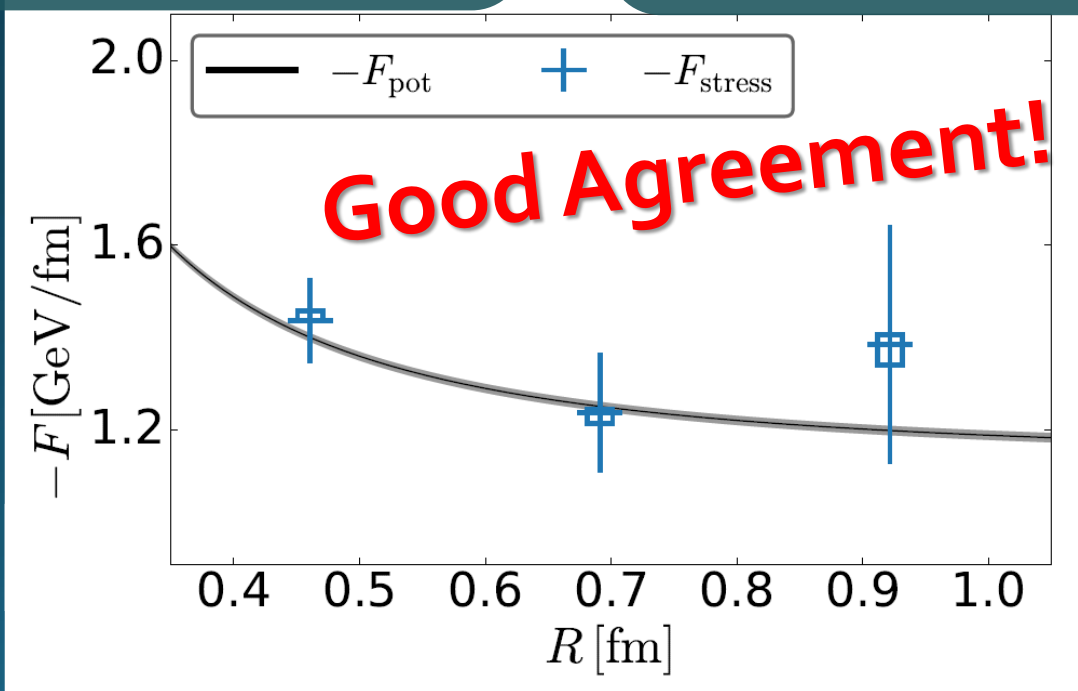


Force from Stress

$$F_{\text{stress}} = \int_{\text{mid.}} d^2x T_{zz}(x)$$



Newton
1687



Faraday
1839

格子上的での $T_{\mu\nu}$

- 従来、 $T_{\mu\nu}$ の測定は極めて困難 (~2014)



- SFtX法による困難の突破！ (2010~2014)

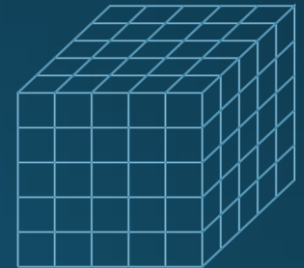
- グラディエントフローによる場の粗視化
- 微小時間展開による演算子の定義

Luscher, 2010; Luscher, Weisz, 2011; Suzuki, 2013

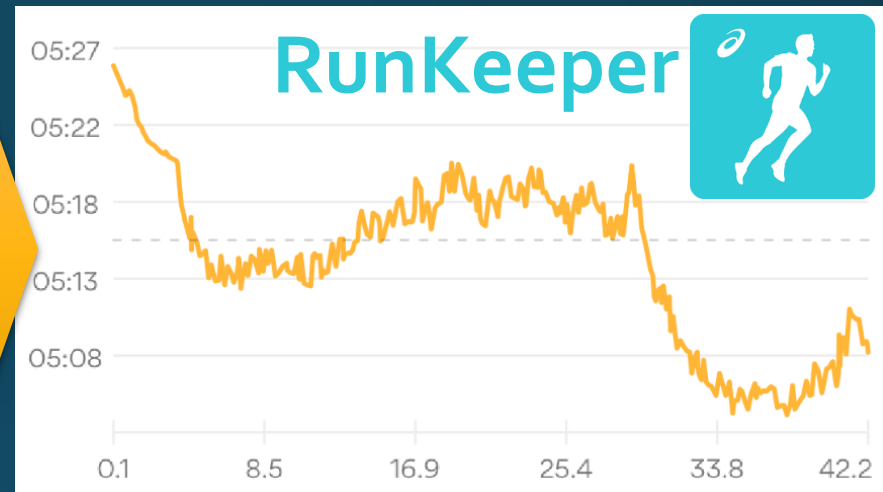
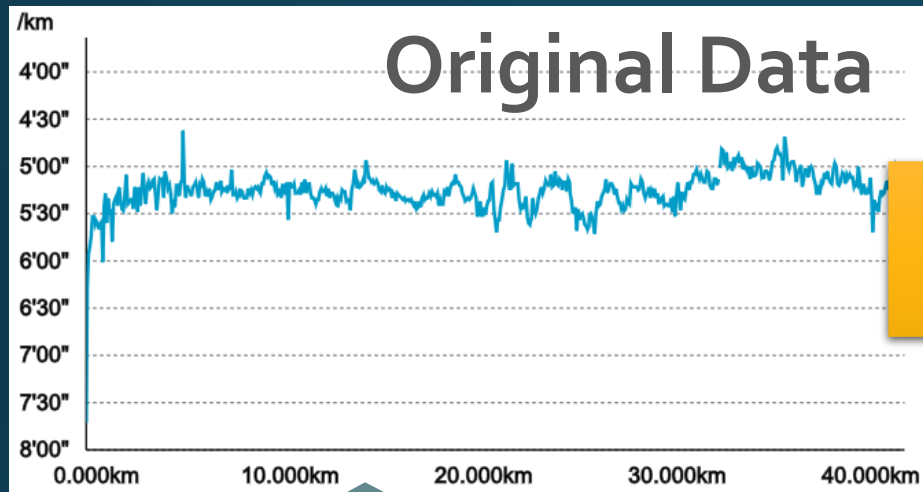
- 数値計算の遂行

FlowQCD, 2014~;

WHOT-QCD, 2017~



Gradient Flow = 粗視化



第39回篠山ABCマラソン

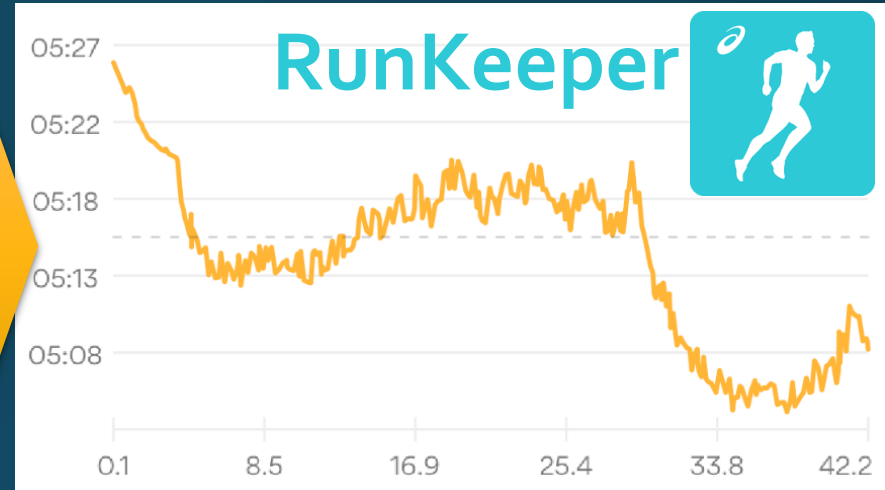
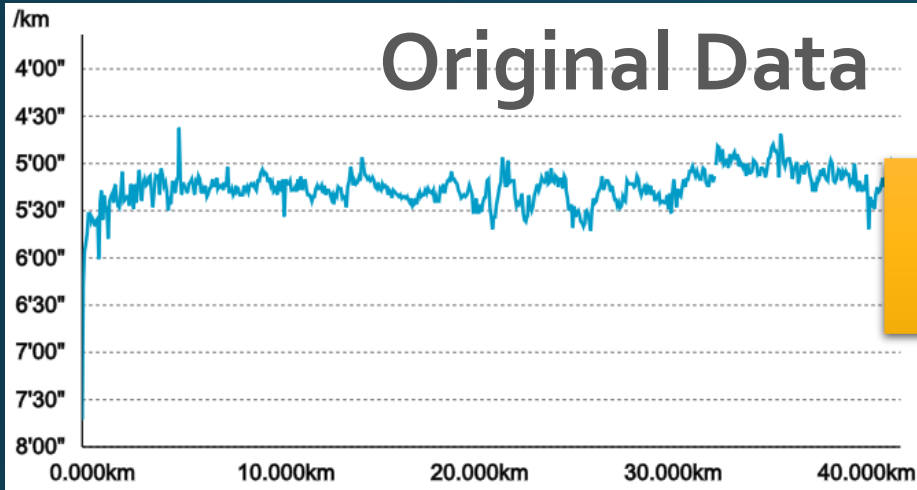
2019年3月3日(日)

於：兵庫県篠山市

記録：3:42.45

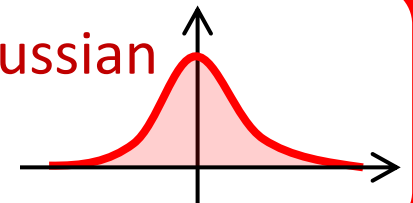


Gradient Flow = 粗視化



$$\textcircled{1} \quad x(t) \rightarrow x'(t) \sim \int dt' \exp \left[-\frac{(t-t')^2}{2\sigma^2} \right] x(t')$$

Gaussian



$$\sigma = \sqrt{2s}$$

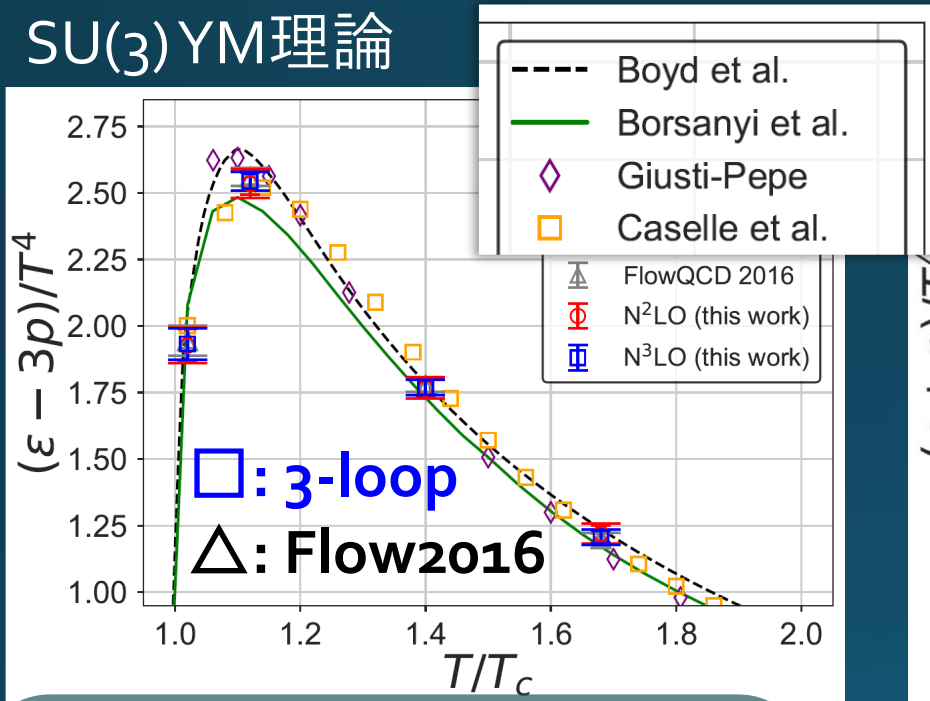
$$\textcircled{2} \quad \frac{d}{ds} x(t; s) = \frac{d^2}{dt^2} x(t, s) \quad x(t; 0) = x(t)$$

Gradient Flow

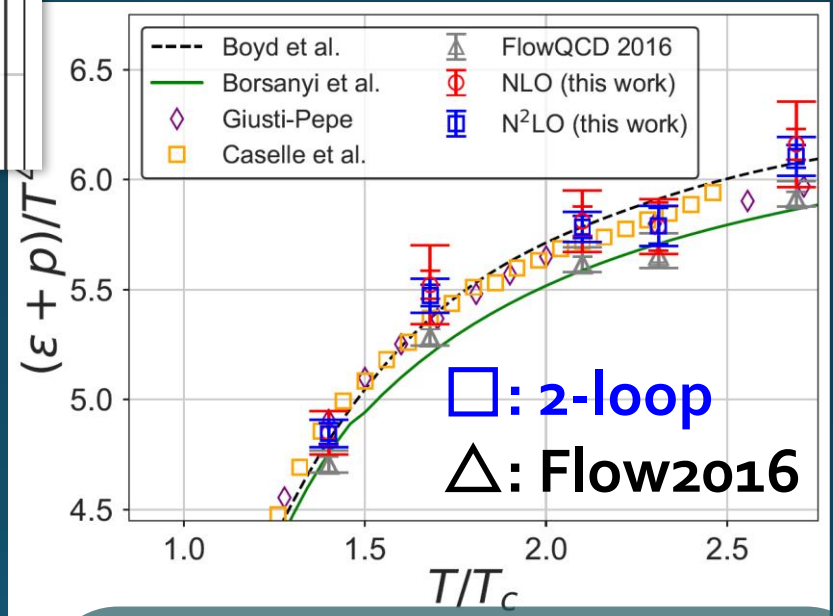
$$\partial_t A_\mu = \partial_\nu \partial_\nu A_\mu + \dots$$

熱力学量の解析

SU(3)YM理論



FlowQCD, 2014; 2016;
Iritani, MK, Suzuki, Takaura, 2019



熱力学関係式による測定

$$p = \frac{T}{V} \ln Z$$

$$T \frac{\partial(p/T^4)}{\partial T} = \frac{\varepsilon - 3p}{T^4}$$

整合

我々の方法: EMTの期待値

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle$$

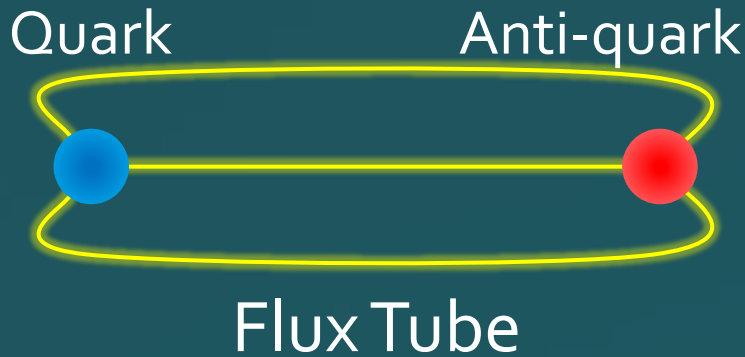
$$p = \langle T_{11} \rangle$$

双对超伝導描像

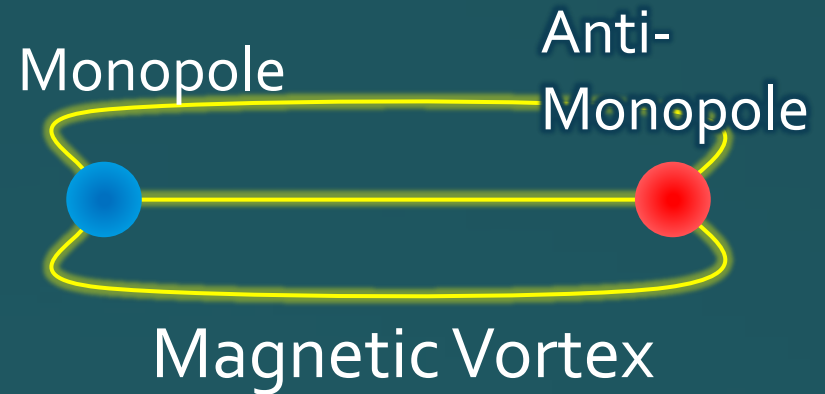
Nambu, 1970
Nielsen, Olesen, 1973
t 'Hooft, 1981

...

QCD真空



超伝導体



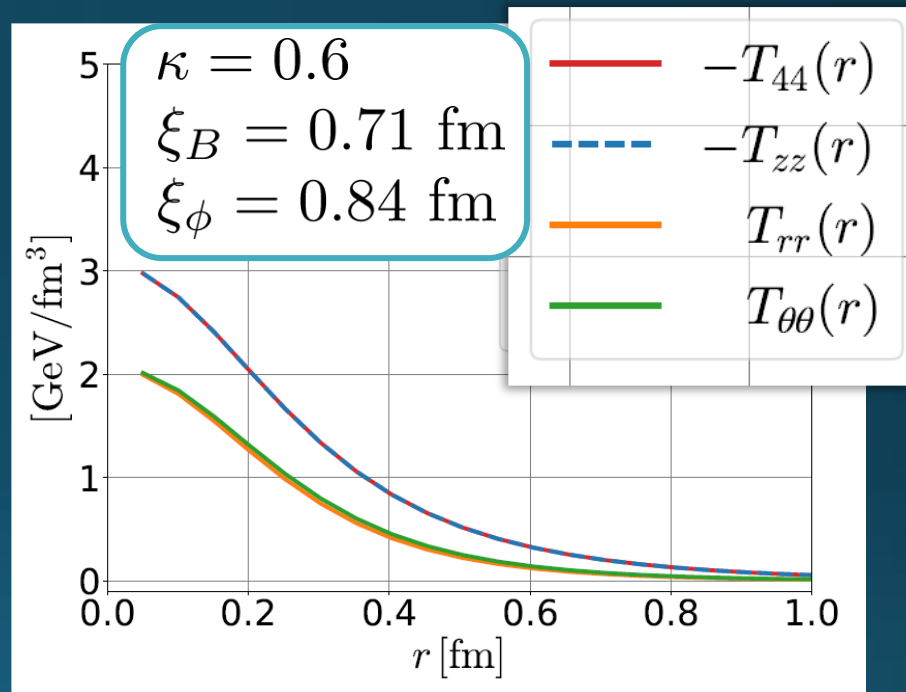
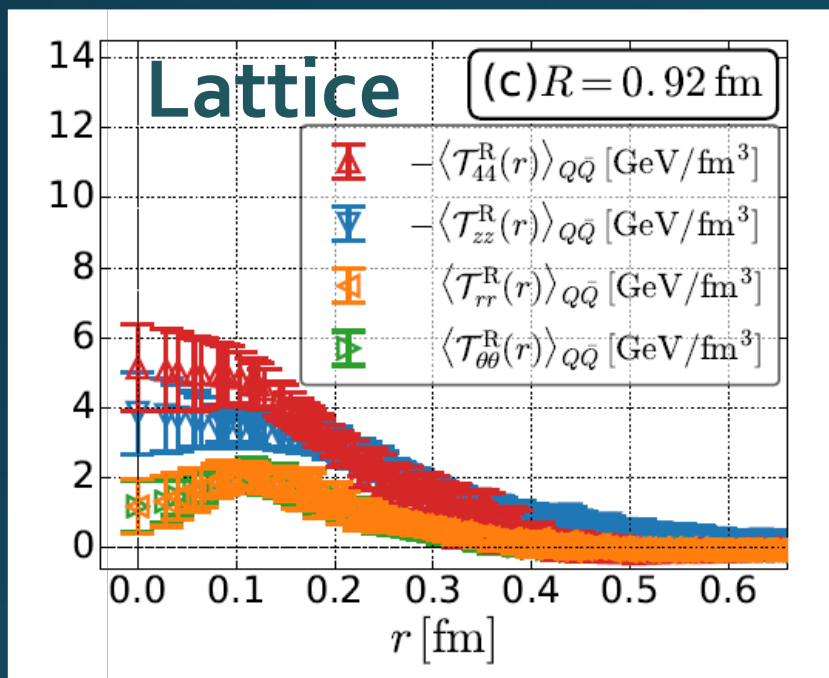
Dual ($E \leftrightarrow B$)

応力テンソルの比較

中間平面上の各チャンネルの振る舞い

格子数値解析

双対超伝導模型



Yanagihara, MK, PTEP 2019

□ 双対超伝導模型の結果:
(Abelian-Higgs模型)



- 縮退・分離構造を定性的に説明
- 定量的には再現不可

局所系における $T_{\mu\nu}$ の量子効果

Ito, MK, in prep.

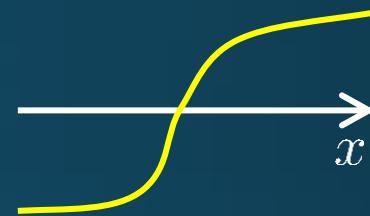
ϕ^4 Theory

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{\lambda}{4}\left(\phi^2 - \frac{m^2}{\lambda}\right)^2$$

ソリトン解(kink)

古典解(安定)

$$\phi(x) = \frac{m}{\sqrt{\lambda}} \tanh \frac{mx}{\sqrt{2}}$$

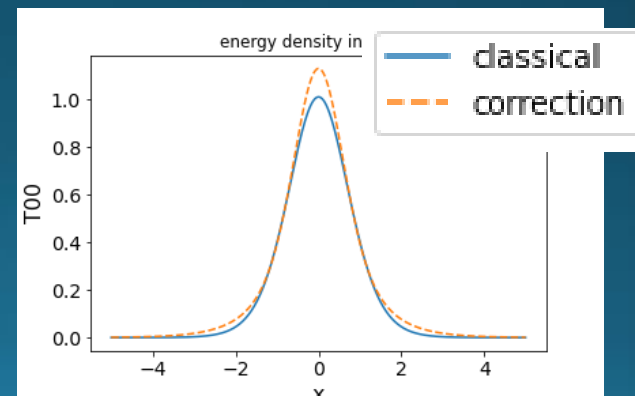


□ $\langle T_{\mu\nu}(x) \rangle$ の量子効果の1-loop解析(d=1+1)

- 集団座標法による定式化
- 解析解
- 運動量保存則の確認

$$\partial_x T_{11}(x) = 0$$

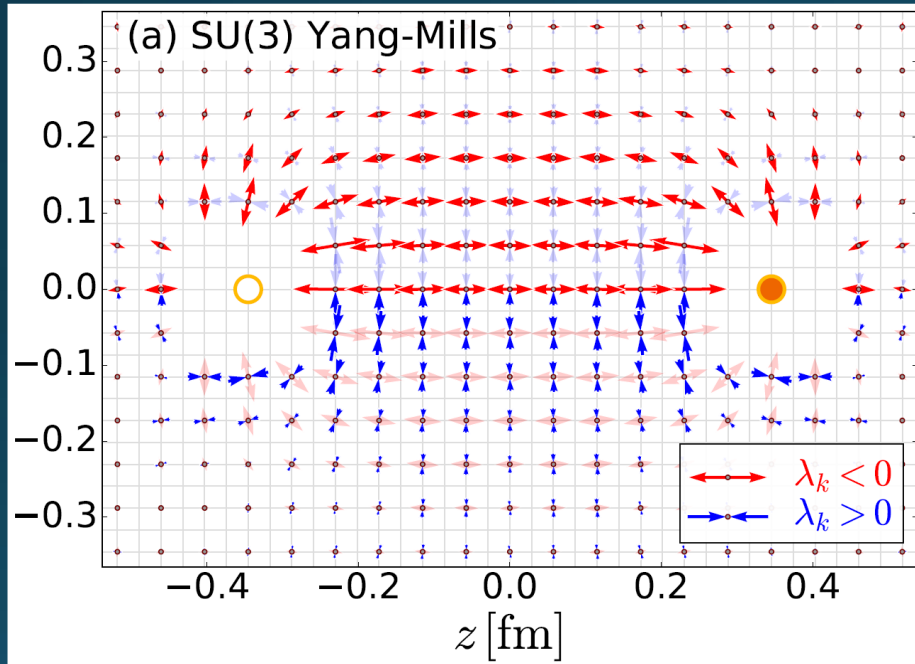
$T_{00}(x)$



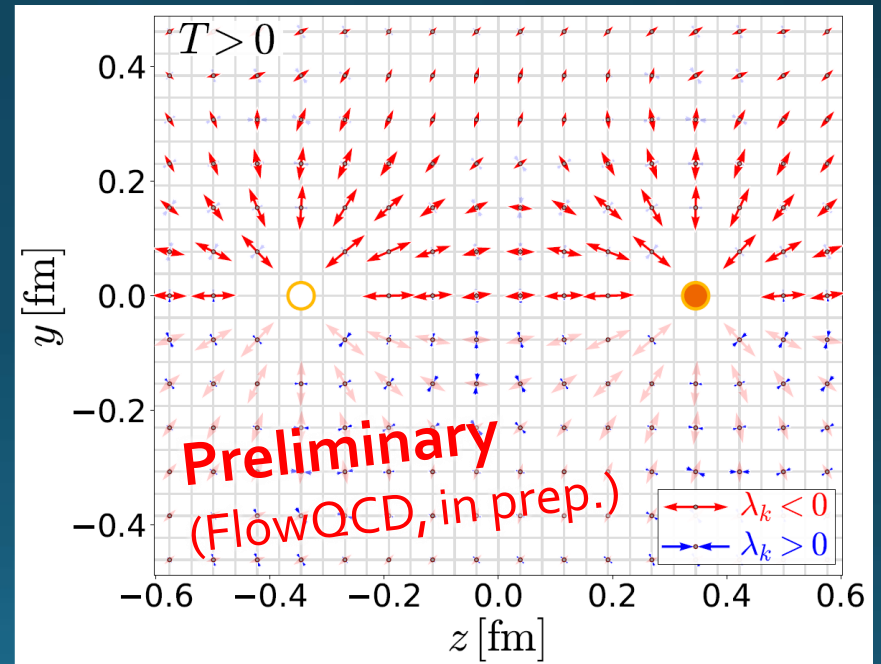
有限温度相転移

超高温でクォークが閉じ込めから解放されると？

真空
(現在の宇宙)



高温状態
(初期宇宙)



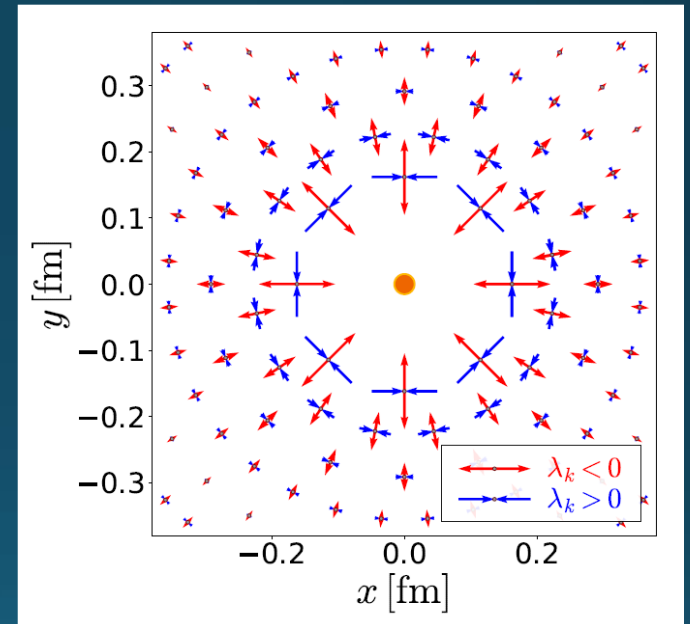
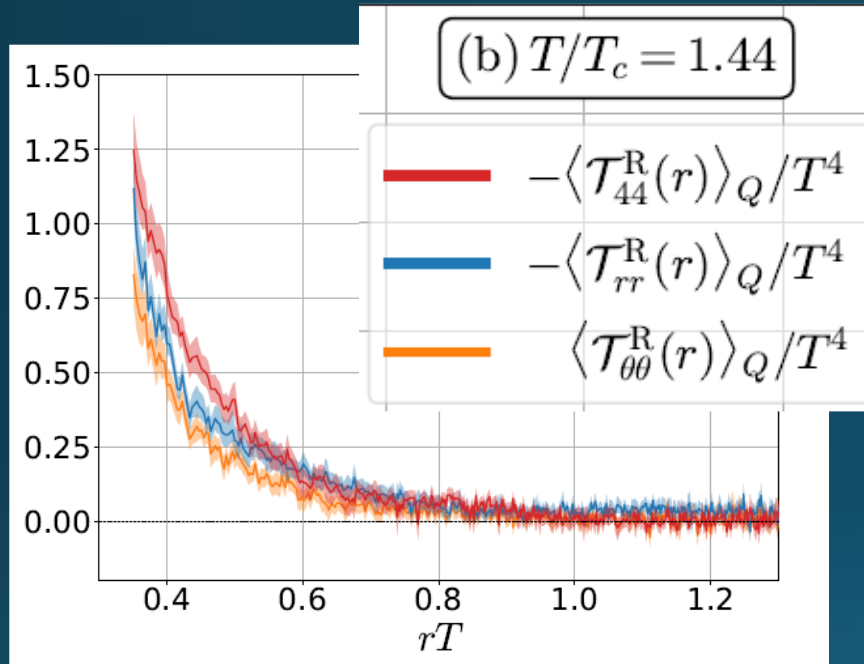
高温ではチューブ構造が解離する

$$T = 1.42T_c$$

単一クォーク周辺

Yanagihara, MK, et al, 2020

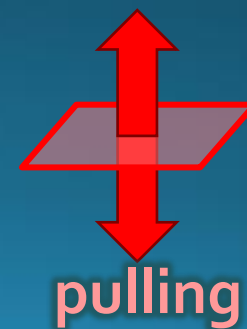
$$T=1.44T_c$$



□ 遠距離での減衰 → 熱遮蔽効果

□ 結合定数の変化

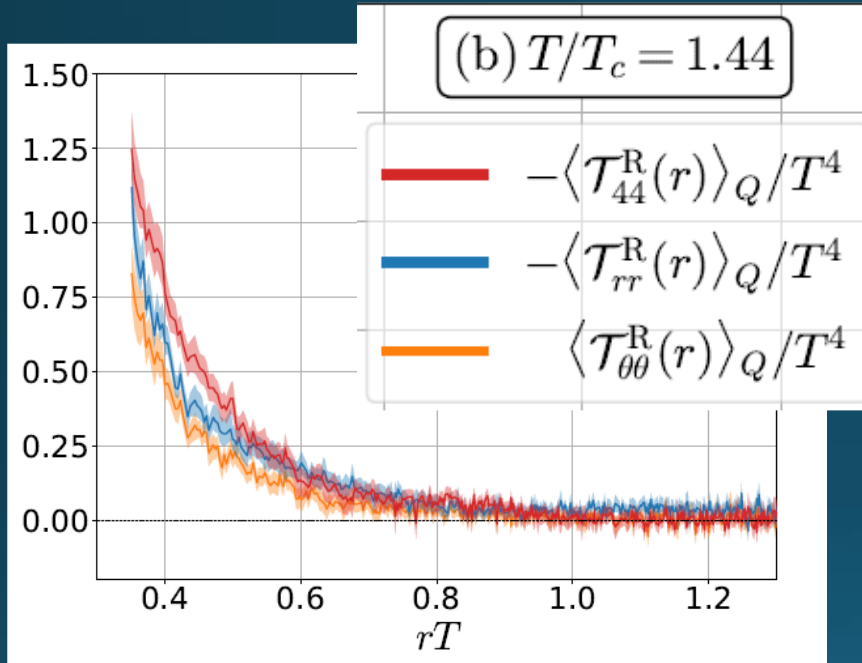
□ チャンネル間分離 $|T_{44}| > |T_{rr}| \sim |T_{\theta\theta}|$



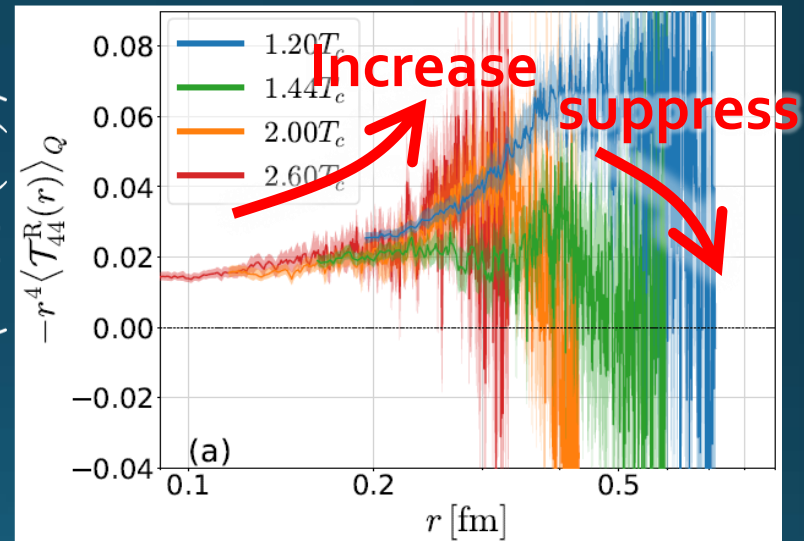
単一クォーク周辺

Yanagihara, MK, et al, 2020

$$T = 1.44 T_c$$



$$r^4 \langle T_{00}(r) \rangle$$



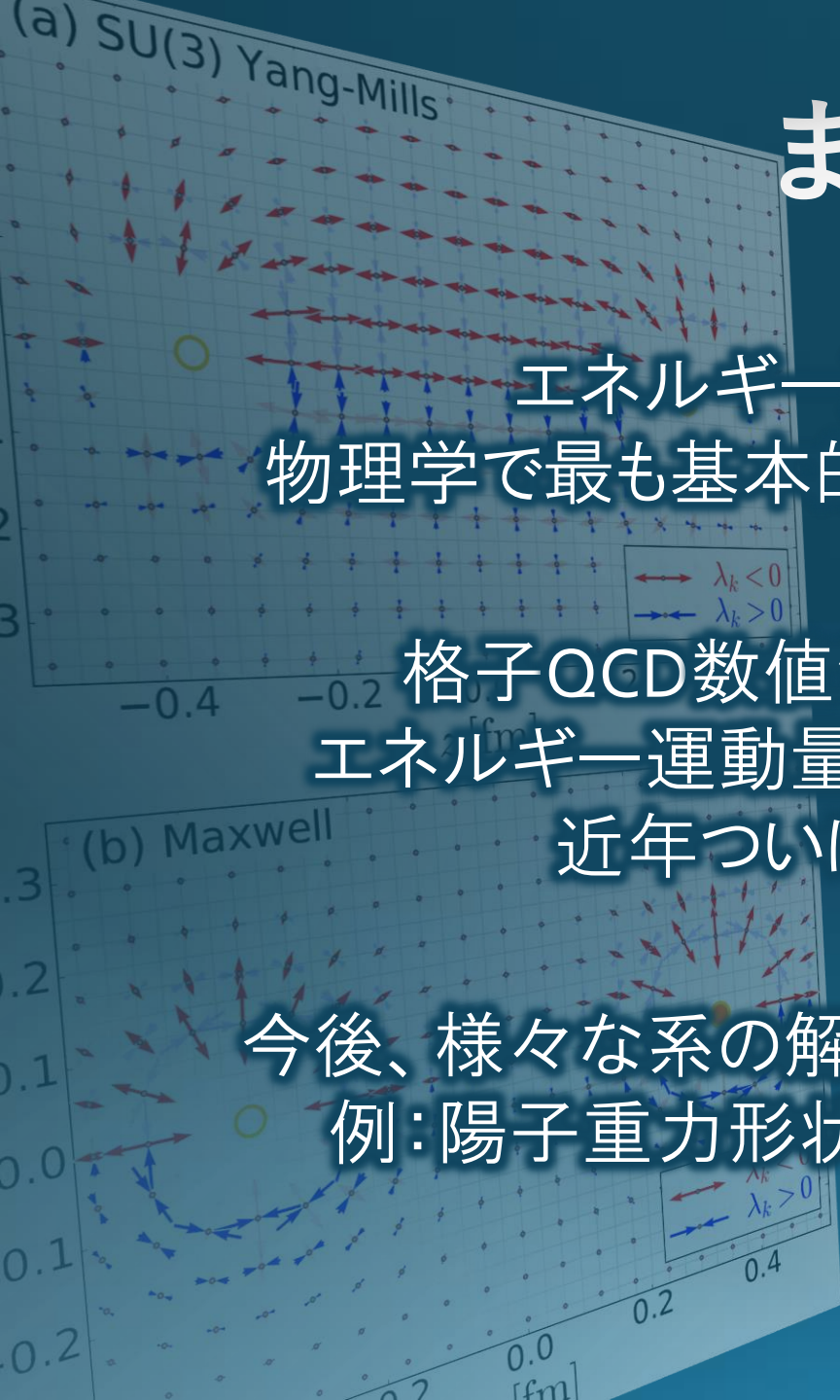
- 遠距離での減衰 → 熱遮蔽効果
- 結合定数の変化
- チャンネル間分離 $|T_{44}| > |T_{rr}| \sim |T_{\theta\theta}|$

まとめ

エネルギー運動量テンソルは物理学で最も基本的で重要な物理量の一つ。

格子QCD数値シミュレーション上でのエネルギー運動量テンソルの精密測定が、近年ついに実現に至った。

今後、様々な系の解析への応用が期待される。
例：陽子重力形状因子、クォーク閉じ込め



宿題

問1

電荷と $\pm q$ がそれぞれ座標 $(0,0,\pm l)$ に置かれている。

1. この系の力線を図示せよ(大雑把で良い)。
2. この系のマックスウェル応力を求めよ。
3. 二つの電荷の中間平面(xy 平面上)に働く全応力を計算し、その結果がクーロン力に等しいことを示せ。

問2

本輪講の感想を書いてください。