

機械学習を用いた SU(3)ヤンミルズ理論の 局所的なトポロジカル構造探索

北沢正清（京大基研）、河野泰宏

MK, Kohno, in preparation

トポロジカル電荷 in YM理論

トポロジカル電荷

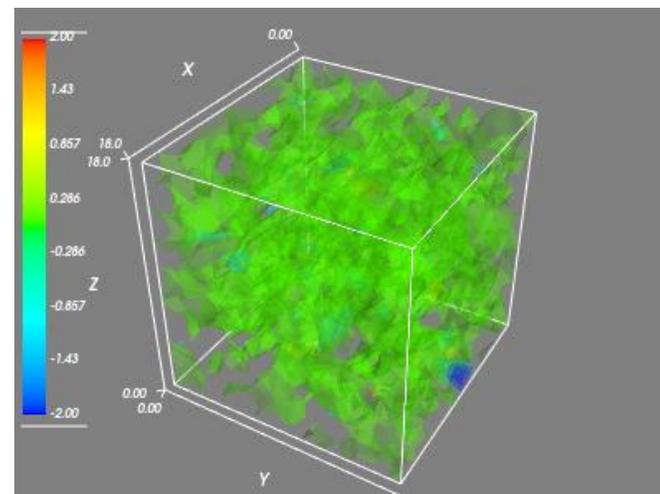
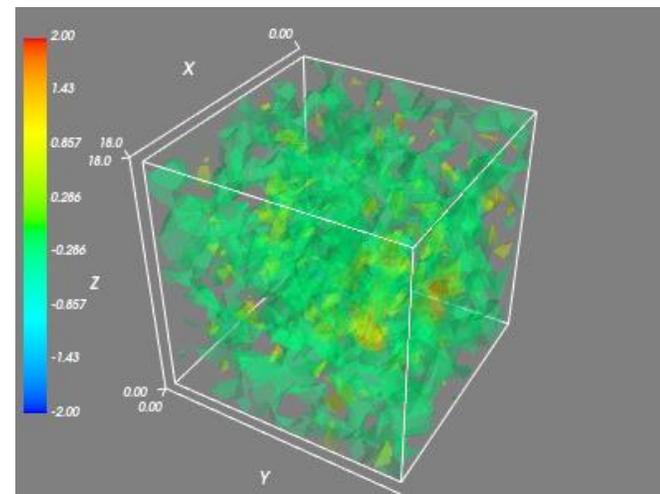
$$Q = \int d^4x \rho_q(x) : \text{整数値}$$

$$\rho_q(x) = -\frac{1}{32\pi^2} \text{tr}[F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}]$$

動機・応用課題

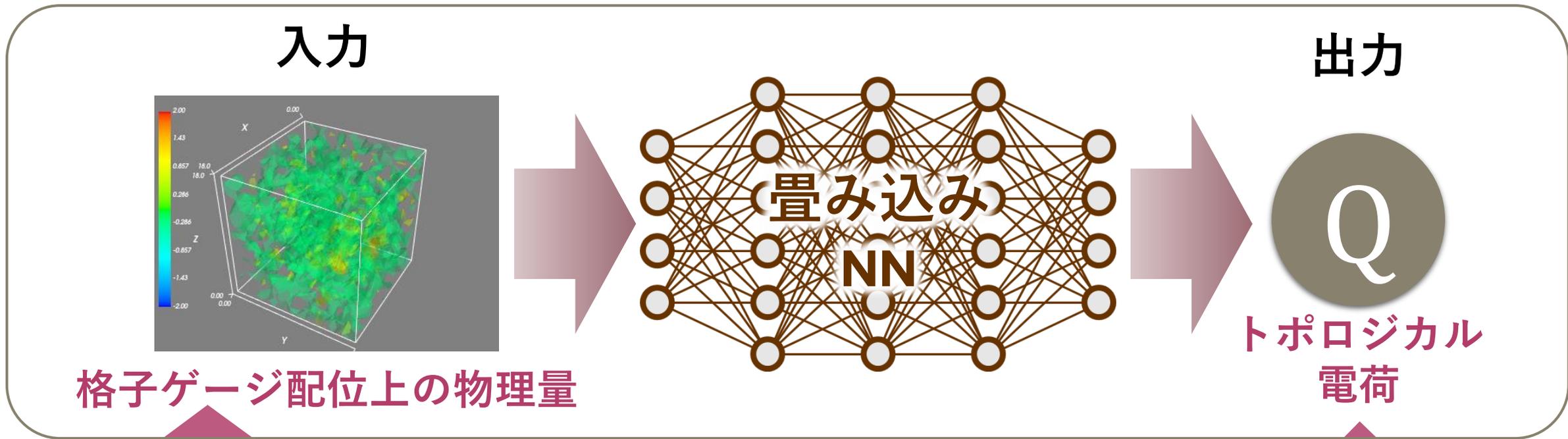
- インスタントン
- $U_A(1)$ アノマリー
- アクシオン for 宇宙論
- トポロジカル凍結 in 数値計算

$\rho_q(x)$ in SU(3) YM



機械学習によるトポロジカル電荷推定

Matsumoto, MK, Kohno, PTEP2021



勾配流でフローした場のトポロジカル電荷密度 $\rho_q(x, t)$

$Q @ t/a^2 = 4$

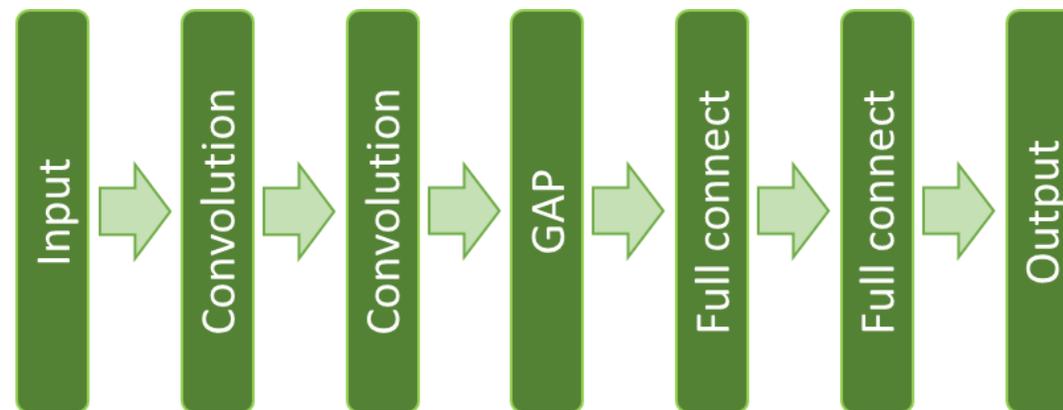
- 目標
- 高速なトポロジカル電荷測定
 - 高次元局所構造の機械学習による認識

先行研究の設定・結果

Matsumoto, MK, Kohno, PTEP2021

設定

- SU(3) YM Wilson作用
- $\beta = 6.2, 6.5, 24^4 (T < T_c)$
- 20000データ / 12^4 に縮約
- 多次元CNNモデル (Chainer)
- 複数の t の多チャンネル使用



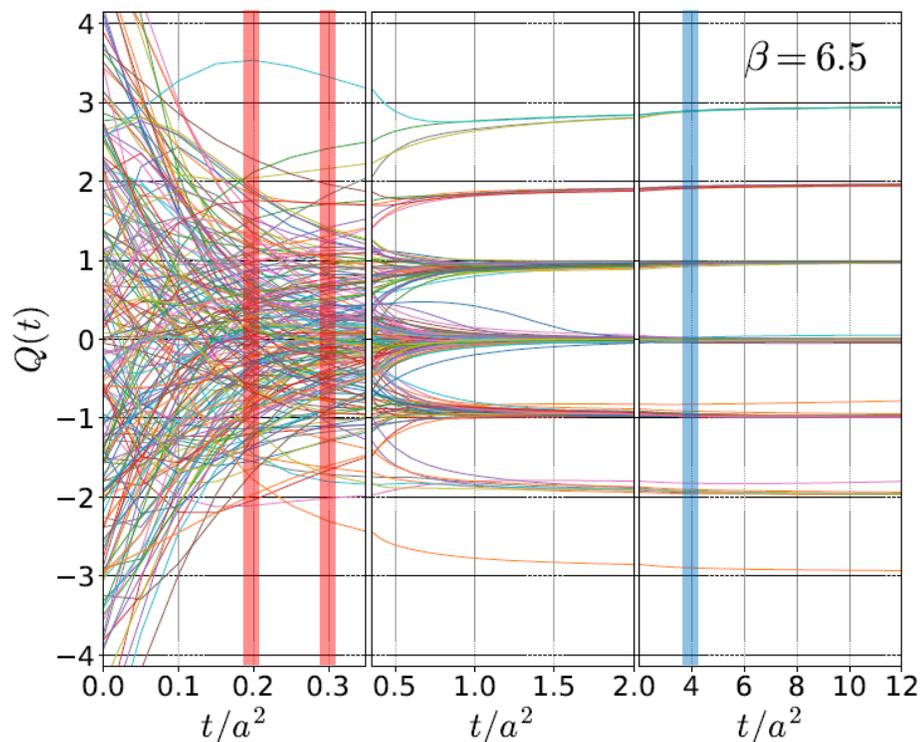
結果

- **高正答率のNNモデル構築に成功**
- 正答率は t 増加と共に上昇

Input t/a^2	$\beta = 6.2$	$\beta = 6.5$
0.45, 0.4, 0.35	0.974(2)	0.998(1)
0.4, 0.35, 0.3	0.975(2)	0.997(1)
0.35, 0.3, 0.25	0.967(2)	0.996(1)
0.3, 0.25, 0.2	0.959(2)	0.990(2)
0.25, 0.2, 0.15	0.939(3)	0.951(2)
0.2, 0.15, 0.1	0.864(3)	0.831(5)
0.15, 0.1, 0.05	0.692(4)	0.647(8)
0.1, 0.05, 0	0.538(5)	0.499(6)

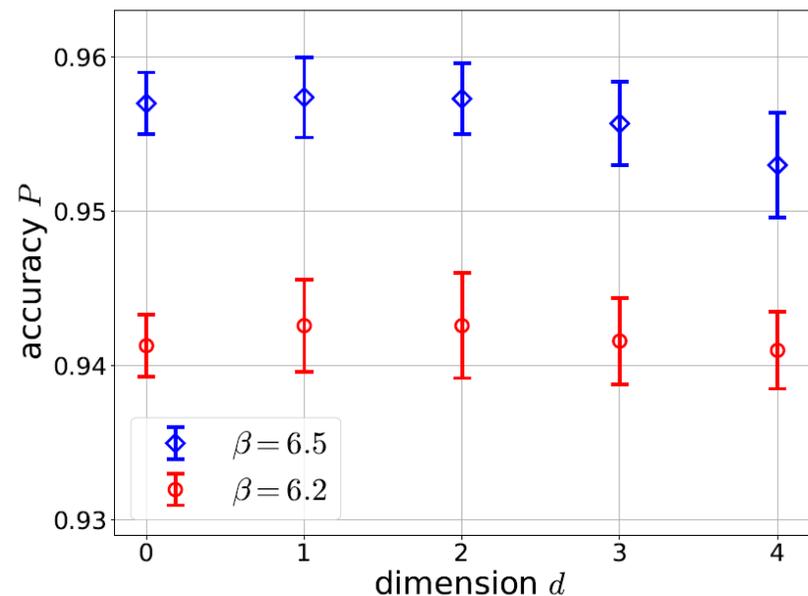
問題点

- $t \rightarrow$ 大では、空間積分 \cong 答え
- NNは空間積分した情報を見ている
- (全く自明でもない)

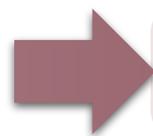


Matsumoto, MK, Kohno, PTEP2021

次元縮約



- 正答率は縮約後次元 d に依存せず
- 空間構造は見えていない



NNは局所構造を捕捉できないのか？

本研究の目的

局所構造認識のために

- **平均値引き算**による、積分値情報の削除： $\tilde{\rho}_q(x) = \rho_q(x) - \bar{\rho}$
- より解析の容易なデータセットの採用
 - 有限温度($T > T_c$)配位の採用→DIGAが妥当な領域へ
 - 大きなフロー時間 t/a^2 のデータ

本研究の意義

- 高次元空間中の構造認識
- 局所構造（インスタントン）の存在確認
- 将来的な数値計算への応用

Setup

- SU(3) YM理論
- Wilson作用, $\beta = 6.3$
- $36^3 \times 8$ ($T = 1.88T_c$)
- 約2500データ
- $|Q| = 0, 1, 2$ の数を揃えたデータセット

- $36^3 \times 8 \rightarrow 18^3 \times 4$ に縮約
- 空間座標の偶置換で6倍に水増し

Q	-3	-2	-1	0	1	2	3	total
データ数	23	436	512	493	534	448	15	2461

学習データ

- 有限 t/a^2 における $\rho_q(x)$
- $t/a^2 = 0.3 - 0.5, 0.6 - 1.0$



教師データ

$$Q(t = 4)$$

CNNモデルと学習の詳細

次元縮約

- 3 + 1 : 次元縮約なし
- 3 + 0 : 虚時間方向を縮約
- 2 + 1 : 空間1次元を縮約

データの分割

- 学習データ 1600 × 6
- 精度検証データ 400 × 6
- 評価データ 400 × 6

- ランダムにデータ分割した学習を
各設定で7回実施

NN構造

4次元畳み込み

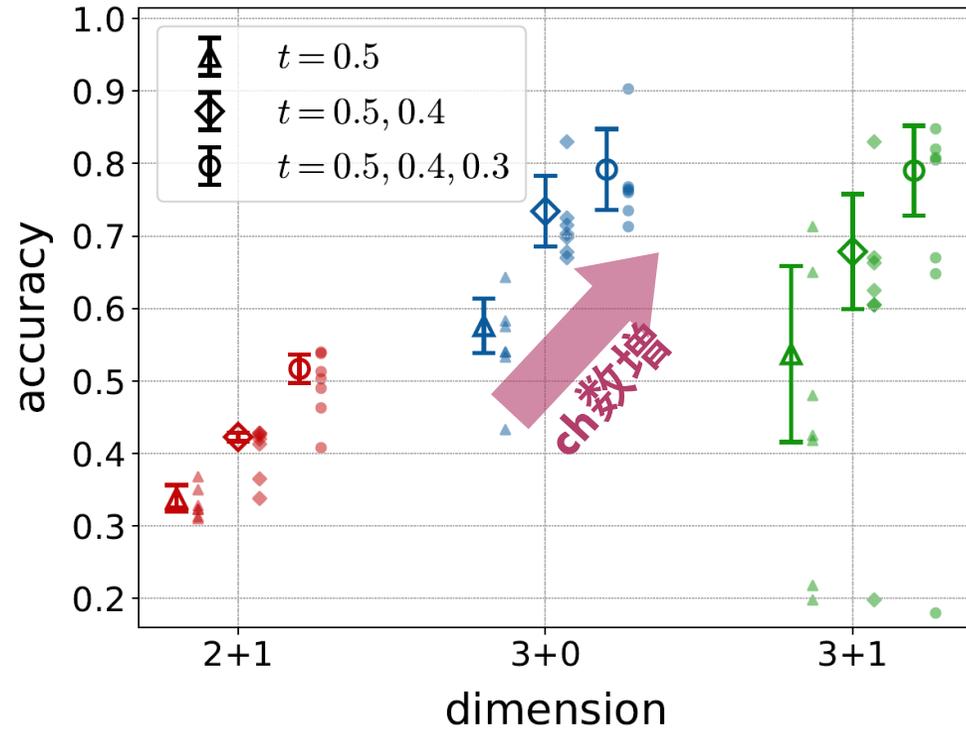
Layer	In ch	Out ch	Filter	Out size	Activation
conv1	1,2,3	4	3 ⁴	4x4x18 ³	sigmoid
conv2	4	8	3 ⁴	8x4x18 ³	sigmoid
conv3	8	16	3 ⁴	16x4x18 ³	sigmoid
GAP	-	-	4x18 ³	16x1	-
full connect	-	-	16x1	1	-

パラメータ

Optimizer	Adam
Learning rate	0.001
Batchsize	16
Loss function	MSE
N_train	9600
N_val	1200
N_eval	1800
N_epoch	1500

結果：正答率

正答率 ($t/a^2 \leq 0.5$)

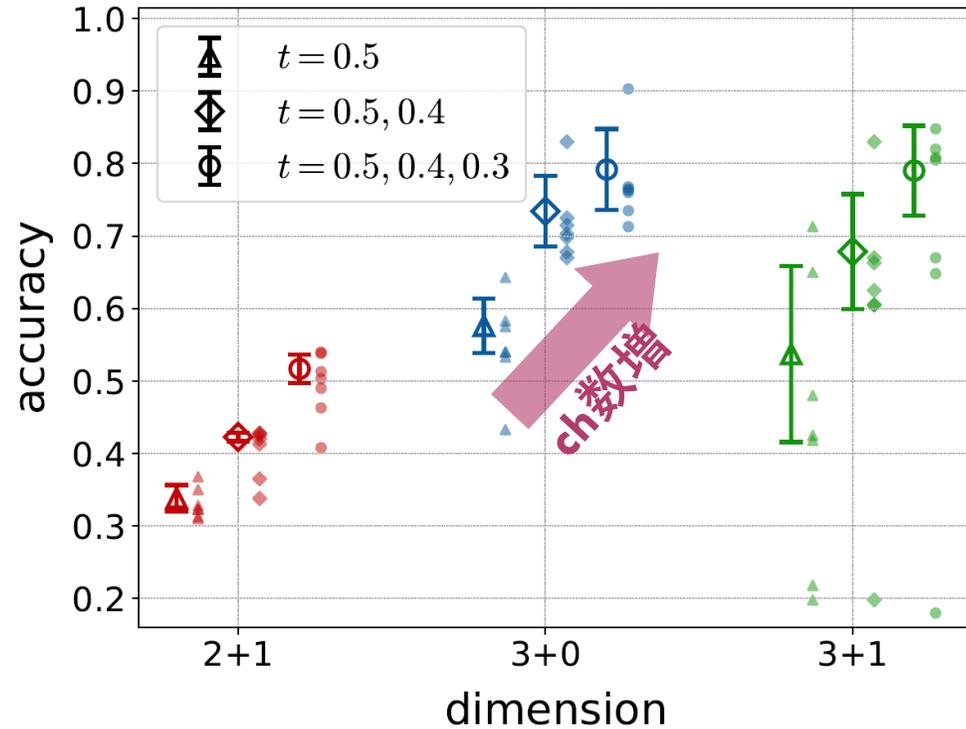


- 各設定で7回学習を実施
- 上位5回の平均正答率と分散
- 各学習の正答率：右小点
- 分散の起源
 - 学習データ
 - 学習の違い

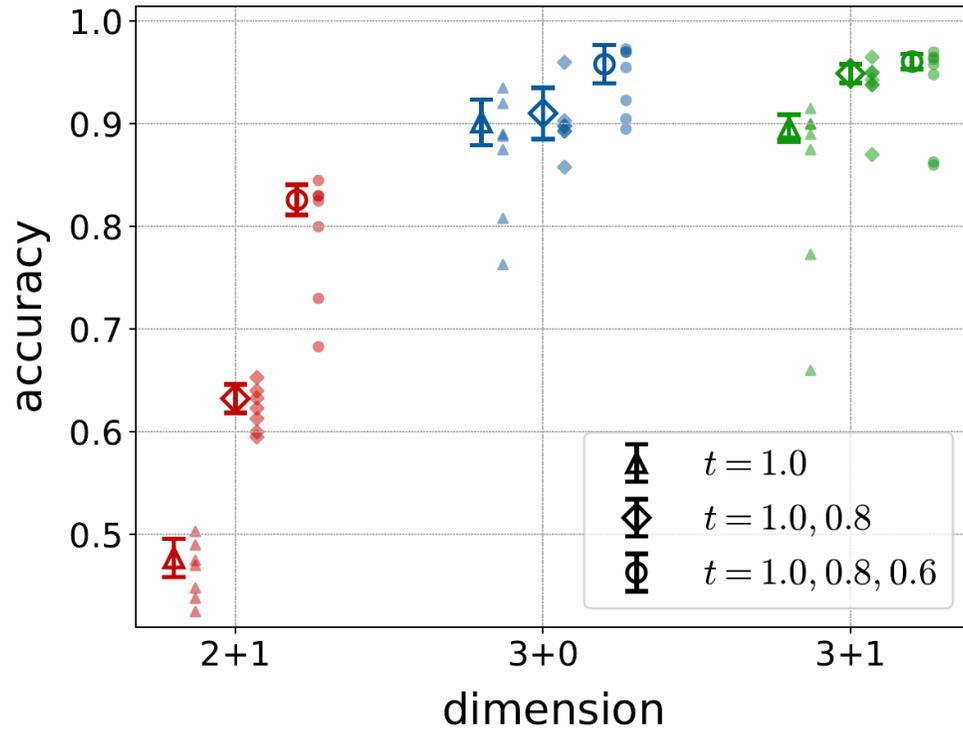
- 2+1は正答率が低い→空間3次元中の構造を認識
- t 方向の多チャンネル化で正答率向上→4次元(空間3+flow)情報の認識
- 3+1は学習不十分？→5次元(3+1+flow)空間の認識？

結果：正答率

正答率 ($t/a^2 \leq 0.5$)



正答率 ($t/a^2 \leq 1.0$)



- 2+1は正答率が低い→空間3次元中の構造を認識
- t 方向の多チャンネル化で正答率向上→4次元(空間3+flow)情報の認識
- 3+1は学習不十分? →5次元(3+1+flow)空間の認識?
- $t/a^2 = 1.0$ では、正答率が飽和

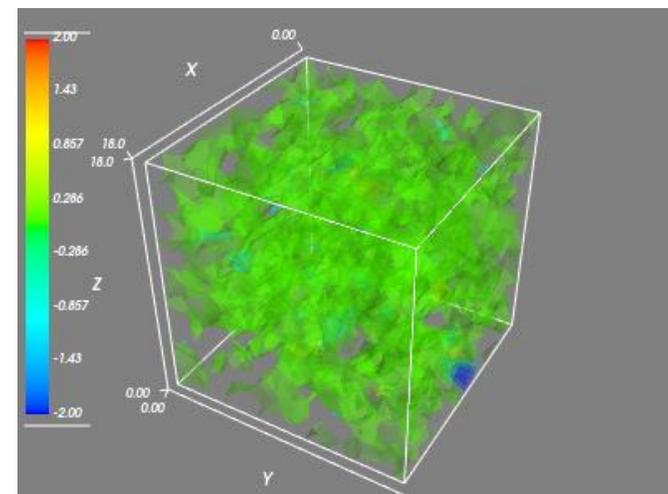
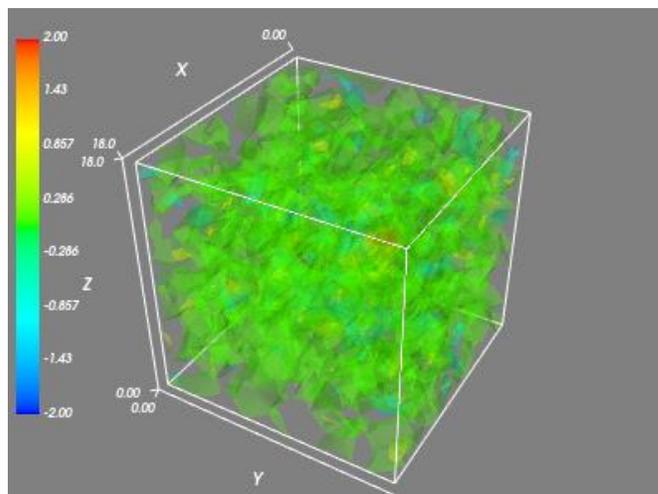
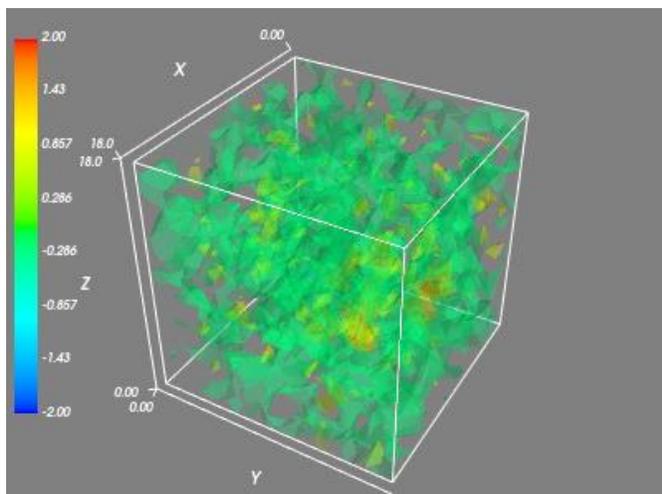
トポロジカル電荷密度

$$Q = 2$$

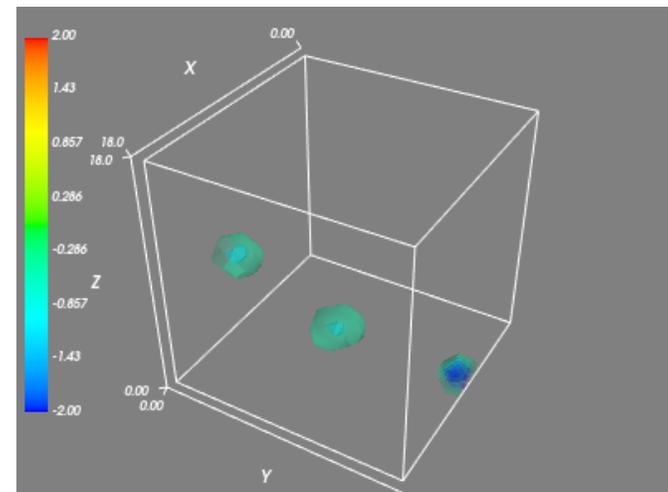
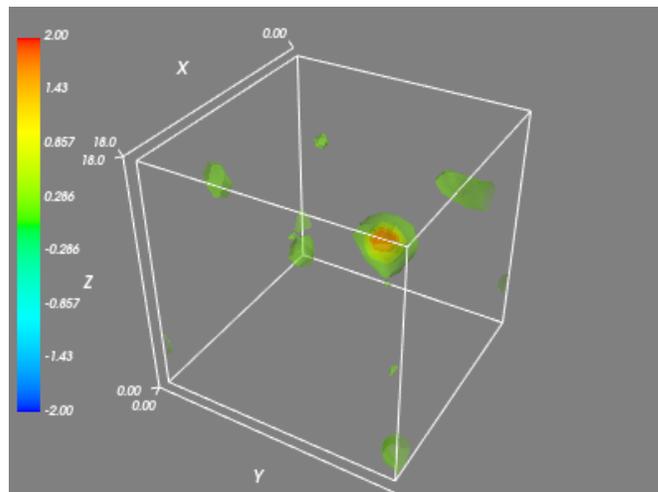
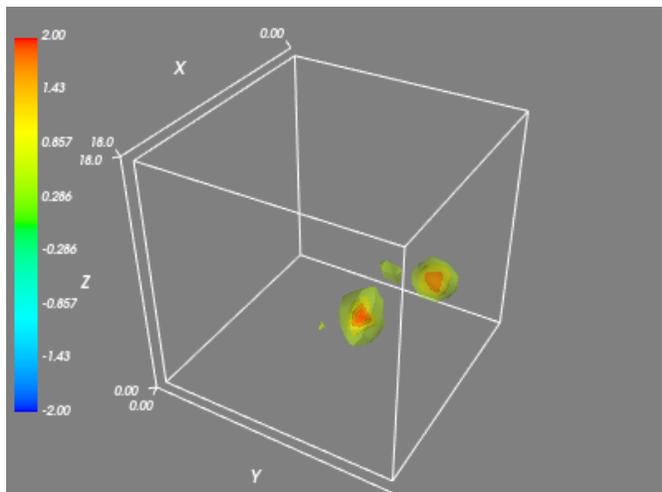
$$Q = 1$$

$$Q = -3$$

$$t/a^2 = 1.0$$



$$t/a^2 = 4.0$$



まとめ

- トポロジカル電荷密度の局所空間構造を探索する畳み込みNN模型の開発
 - 電荷密度 $\rho_Q(x, t)$ を入力、 $Q_{t=4}$ を教師データとした教師付き学習
 - SU(3)有限温度配位
 - $\rho_Q(x, t)$ からの期待値削除
- 正答率は空間次元の増加、 t 方向多チャンネル化によって上昇
- →4(+1)次元空間の情報を使ったトポロジカル構造の認識に成功

展望

- より具体的な情報の抽出（位置、形状、 etc.）
- 真空配位は同様に解析可能か？
 - 真空のトポロジカル構造の理解へ
- その他数値解析への応用