補充問題

1. 標準正規分布にしたがう確率変数が，次の区間にふくまれる確率を求めよ．

(1) $0 \leq z \leq 1.65$　(2) $-1 < z < 1$　(3) $-\infty < z < 1.96$　(4) $-1.28 < z < 0$　(5) $1.28 < z < 2.32$

(1) $P(0 \leq z \leq 1.65) = 0.45053$

(2) $P(-1 \leq z \leq 1) = 2 \times P(0 \leq z \leq 1) = 2 \times 0.34134 =$

(3) $P(-\infty \leq z \leq 1.96) = 0.5 + P(0 \leq z \leq 1.96) = 0.5 + 0.47500 = 0.97500$

(4) $P(-1.28 \leq z \leq 0) = P(0 \leq z \leq 1.28) = 0.39973$

(5) $P(1.28 \leq z \leq 2.32) = P(0 \leq z \leq 2.32) - P(0 \leq z \leq 1.28) = 0.48983 - 0.39973 = 0.0901$

注意
(6)—(10) は 0.5 を こえた確率なので
z_0 はマイナスになる

2. 標準正規分布の分布確率 $P(z > z_0)$ が，次の値に等しくなる[redacted] z_0 を求めよ．

(1) .005 (2) .01 (3) .05 (4) .10 (5) .20 (6) .80 (7) .90 (8) .95 (9) .99 (10) .995

1) $P(0 \leq z \leq z_0) = 0.5 - 0.005 = 0.495 \leftrightarrow (10) \rightarrow z_0 = 2.58$　(10) $\rightarrow z_0 = -2.58$

2) $P(0 \leq z \leq z_0) = 0.5 - 0.01 = 0.49 \leftrightarrow (9) \rightarrow z_0 = 2.33$　(9) $\rightarrow z_0 = -2.33$

3) $P(0 \leq z \leq z_0) = 0.5 - 0.05 = 0.45 \leftrightarrow (8) \rightarrow z_0 = 1.64$　8) $z_0 = -1.64$

4) $P(0 \leq z \leq z_0) = 0.5 - 0.10 = 0.40 \leftrightarrow (7) \rightarrow z_0 = 1.28$　(7) $z_0 = -1.28$

5) $P(0 \leq z \leq z_0) = 0.5 - 0.20 = 0.30 \leftrightarrow (6) \rightarrow z_0 = 0.89$　(6) $z_0 = -0.89$

6) $P(0 \leq z \leq z_0) = 0.8 - 0.5 = 0.3$　(7) $P(0 \leq z \leq z_0) = 0.9 - 0.5 = 0.4$

8) $P(0 \leq z \leq z_0) = 0.95 - 0.5 = 0.45$　(9) $P(0 \leq z \leq z_0) = 0.49$　(10) $P(0 \leq z \leq z_0) = 0.495$

3　Z大学の入試は400点満点であり，平均が**200**，標準偏差が80になるよう標準化されている．
またその分布は，正規分布で十分よく近似される．入試の点数を x とするとき，以下の確率を求めよ．
(1) P（x>300）　(2) P（x <220）　(3) P（160< x <240）　(4) P（x **<120**）+P（x>280）

(1) $x = 300$
$z = \dfrac{300-200}{80} = 1.25$

(2) $z = \dfrac{220-200}{80} = 0.25$

(3) $\dfrac{160-200}{80} = -0.5$
$\dfrac{240-200}{80} = 0.5$

(4) $\dfrac{120-200}{80} = -1$
$\dfrac{280-200}{80} = 1$

$P(1.25 \leq z) = 0.5 - 0.39435 = 0.10565$

$P(z < 0.25) = 0.5 + 0.09871 = 0.59871$

$P(-0.5 \leq z \leq 0.5) = 2 \times 0.19146 = 0.38292$

$1 - P(-1 \leq z \leq 1) = 0.31732$

次に，次のような確率のとき x_0 の値を表から求めよ．
(5) P（x>x_0）=. 95　(6) P（x<x_0）= .10　(7) P（x >x_0）= .99

(5)
$P(z_0 < z) = 0.95$
↓
$P(z_0 \leq z \leq 0) = 0.45$
$P(0 \leq z \leq 1.64) = 0.45$
↓
$P(-1.64 < z) = 0.95$
$z_0 = -1.64$
↓
$x_0 = 200 - 1.64 \times 80 = 68.8 \sim 69$

(6)
$-z_0$
$P(z \leq z_0) = 0.10$
$P(z_0 \leq z \leq 0) = 0.40$
$P(0 \leq z < 1.28) = 0.40$
↓
$P(z \leq -1.28) = 0.10$
$z_0 = -1.28$
↓
$x_0 = 200 - 1.28 \times 80 = 97.6 \sim 98$

(7)
$P(z_0 \leq z) = 0.99$
$P(z_0 \leq z \leq 0) = 0.49$
$P(0 \leq z \leq 2.33) = 0.49$
↓
$P(-2.33 \leq z) = 0.99$
$z_0 = -2.33$
$x_0 = 200 - 2.33 \times 80 = 13.6 \sim 14$

4. 知能指数（IQ）は，平均100，標準偏差20である。このとき以下のIQの人は，一万人のうち何位くらいと考えられるか？

(1) 110，　(2) 95，　(3) 140。

(1) $z = \frac{110-100}{20} = 0.5$　　$P(0.5 \leq z) = 0.5 - 0.19146$
$= 0.30854$

3085位

(2) $z = \frac{95-100}{20} = \frac{-5}{20} = -0.25$　　$P(-0.75 \leq z) = 0.09871 + 0.5$
$= 0.59871$

5987位

(3) $z = \frac{140-100}{20} = 2.0$　　$P(1.5 \leq z) = 0.5 - 0.47725$
$= 0.02275$

228位

5. 近くの公園の池にはたくさんのカメがいる。約1万匹はいるであろう。そのうち100匹をランダムにつかまえ，体長を測ったところ，その分布はほぼ正規分布に従い，平均25cm，標準偏差5cmであった。このとき，以下の問に答えよ。

(1)　体長が 30cmをこすものは，全体で約何匹いると考えられるであろうか。

$z = \frac{30-25}{5} = 1.0$　　$P(1.0 \leq z) = 0.5 - 0.34134 = 0.15866$

1587匹

(2)　体長が 15cm以下のものは，全体で約何匹いると考えられるであろうか。

$z = \frac{15-25}{5} = -\frac{10}{5} = -2$　　$P(z \leq -2) = 0.5 - 0.47725$
$= 0.02275$

約 228匹

(3)　体長が 12.5cmから 32.5cmまでのものは，約何匹いるであろうか。

$z = \frac{12.5-25}{5} = -2.5$　　$z = \frac{32.5-25}{5} = 1.5$

$P(-2.5 \leq z \leq 1.5) = 0.49379 + 0.43319 = 0.92698$　　9270匹

(4)　大きい方から 1000匹目（10%）のものの体長は，どれくらいであろうか。

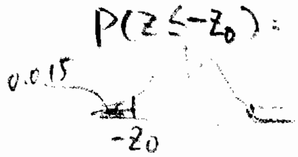
$\frac{1000}{10000} = 0.1$　　$P(z_0 \leq z) = 0.1 \rightarrow P(0 \leq z \leq z_0) = 0.4$

$z_0 = 1.28$　　$x_0 = 25 + 1.28 \times 5 = 25 + 6.4 = 31.4$

約 31cm

(5)　小さい方から数えて，150匹目（1.5%）のものの体長は．いくらくらいであろうか。

$P(z \leq -z_0) = 0.015 \rightarrow P(0 \leq z \leq z_0) = 0.5 - 0.015 = 0.485$



$z_0 = 2.17$　　$-z_0 = -2.17$

$x_0 = 25 - 2.17 \times 5 = 14.15$　　約 14cm

2005年春学期　統計に基礎（坂東金曜日3時限目）試験問題

学籍番号（　　　　　　　　）名前（　　　　　　　　　　　　　　　　　）

提出する発言券の枚数【　　　】枚

1　お弁当屋さんが従業員を募集していたので、昌子さんは応募しました。入社に際して、上手にご飯が詰められるかどうかテストがありました。お茶碗1杯分（200g）をうまく一度でしゃもじにとれるかどうかのテストです。多すぎても少なすぎてもおにぎりの大きさがあまり小さくても大きすぎても不合格です。合格範囲は190gから210gです。これより多くても少なくても不合格です。昌子さんの 100 回のテスト結果は、平均が205g、標準偏差は7gでした。80 回以上規格に合っていれば採用してくれるそうです。

(1)　この分布を記号で表すとどう書けますか（ほぼ正規分布となるとする！）

$N(205,\ 7^2)$

これは仮定！

(2)　多すぎた回数は何回でしたか？

多すぎるのは210g以上　$z = \dfrac{210-205}{7} = 0.714$

表より $P(0.71 \le z) \sim 0.5 - 0.261 = 0.239$

$P(0.72 \le z) \sim 0.5 - 0.264 \sim 0.236$

$100 \times 0.238 \sim 24$　24回

(3)　少なすぎた回数は何回でしたか？

$z = \dfrac{190-205}{7} = -\dfrac{15}{7} = -2.14$

$P(z \le -2.14) = 0.5 - 0.48382 = 0.01618$

$100 \times 0.01618 \sim 1.6$　約 2回

(4)　昌子さんは採用されたでしょうか？

約 26回不合格なので不採用　訓練が必要である。

2　統計の基礎の受講生に、「この授業はよく分かったか」というアンケートをしました。簡単のために「はい」と「いいえ」のどちらかアンケートをとったところ、214名のうち、156名が「はい」、のこり58名は「いいえ」という答でした。そこで、「はい」を1、「いいえ」を0として、平均と標準偏差を求めなさい。

平均　$\overline{X} = \dfrac{1 \times 156 + 0 \times 58}{214} = \dfrac{156}{214} = 0.72897 \sim 0.730$

$s^2 = \dfrac{156 \times (1-0.730)^2 + 58 \times 0.730^2}{214-1} = \dfrac{11.37 + 30.91}{213} = 0.1985$

$s = 0.446$

$\overline{X} \sim 0.73$　　$s = 0.45$

一般に p％が「はい」とすると、n人いれば「はい」は np 人「いいえ」は n(1−p)人

$\overline{X} = \dfrac{np}{n} = p$.　$s^2 = [np(1-p)^2 + n(1-p) \cdot p^2]/(n-1)$

$= \dfrac{n}{n-1} p(1-p) \sim p(1-p)$　となる。

3　法科大学院受験希望の司法弁君は、2 種類の適性テストを受けました。全国の適性テストの点は第 1 回目の模試では58点、第 2 回目は70点をとりました。そこで、<u>ある適切な方法</u>でそれぞれの受験者から 10 名ずつを選んで得点を調べたところ、次の表のようになりました。全体の得点分布は両試験ともほぼ正規分布だったということです。(表の下の空欄は適当に使ってください。)

第 1 回	49	51	53	55	55	57	59	61	59	51	Σ
$X-55$	-6	-4	-2	0	0	2	4	6	4	-4	0
$(X-55)^2$	36	16	4	0	0	4	16	36	16	16	144
第 2 回	69	55	48	62	61	69	69	60	55	62	Σ
$X-61$	8	-6	-13	1	0	8	8	-1	-6	1	0
$(X-61)^2$	64	36	169	1	0	64	64	1	36	1	436

(1)　下線の部分「ある適切な方法」について簡単に説明し、どうして適切なのか答えなさい。

無作為抽出 (B-107 参照)

(2)　第 1 回目の適正テストの成績の平均点と標準偏差を求めなさい。計算式なども書きなさい。

$\bar{X} = 55$

$S^2 = \frac{144}{9} = 16 \quad S = 4$

(3)　第2回目の適正テストの成績の平均点と標準偏差を求めなさい。なお、平均はきれいな数値になりますが、標準偏差はきれいな数値になりません。電卓を使って計算し、標準偏差については小数第2位まで求めなさい。(小数第3位を四捨五入すること)

$X = 61 \quad S^2 = \frac{436}{9} = 48.4 \quad S = 6.960 \sim 6.96$

(4)　法科大学院を受験する時、どちらかの成績を提出します。どちらが有利ですか？また、この場合、約 20000 人が受験したとすると、何番ぐらいでしょうか。

第1回　$Z = \frac{58-55}{4} = 0.75$　　$P(0.75 \le Z) = 0.5 - 0.27337 = 0.22663$

第2回　$Z = \frac{70-61}{6.96} = 1.29$　　$P(1.29 \le Z) = 0.5 - 0.40147 = 0.09853$

20000人の35

第1回 4532位
第2回 1971位

→ 第2回目の方がよい (1971位)