練習 5-2.1

上と同じ状況で，標本の個数だけが違う場合に，有意水準 10% で仮説を検定しなさい.

(1)　標本の個数が 16 個

$$z = \frac{199 - 200}{\frac{4}{\sqrt{16}}} = -1. \tag{0-0.1}$$

$z_0 = -1.685, 1.685$（同じ値ですね！） →よって、帰無仮説は受容された。

(2) 標本の個数が 30 個 (注意：表には 50 は書いてないので 50 でなく 30 にします）

$$z = \frac{199 - 200}{\frac{4}{\sqrt{30}}} = -1.369. \tag{0-0.2}$$

$z_0 = -1.685, 1.685$（これも同じです）→よって、帰無仮説は受容された。

練習 5-2.2

上と同じ状況で，標本の個数だけが違う場合に，有意水準 10% で仮説を検定しなさい.

(1) 標本の個数が 16 個

$$t = \frac{199 - 200}{\frac{8}{\sqrt{16}}} = -0.5. \tag{0-0.3}$$

$t_0(n = 16) = 1.753$（今度は n によってかわりますよ！）よって、帰無仮説は受容された。

(2) 標本の個数が 30 個 (注意：表には 50 は書いてないので 50 でなく 30 にします）

$$t = \frac{199 - 200}{\frac{8}{\sqrt{30}}} \sim -0.685. \tag{0-0.4}$$

$t_0(n = 30) = 1.699$ よって、帰無仮説は受容された。

練習 5-2.3

ある協同組合が出荷しているりんごの重さは平均 300 グラム、標準偏差は２０グラムとされています。この協同組合の各支店のりんごを１箱（１００個詰め）むさいくい抽出して抜き取り検査をしたら、りんごの平均の重さは次のようになりました。各支店のりんごは平均３００グラムあるといって良いでしょうか？

支店名	八事支店	大須支店	車道支店	三好支店
平均の重さ（単位グラム）	298	295	290	302

(1) 帰無仮説を文章にしてみましょう。
各支店のりんごの平均の重さは２００グラムである。（平均の、が入ってないと意味がありませんよ）

(2) ４つの支店が規格通りかどうか、有意水準 5{ 有意水準 5{
八事支店

$$z = \frac{298 - 300}{\frac{20}{\sqrt{100}}} = -1, \tag{0-0.5}$$

よって、帰無仮説は受容された。

大須支店

$$z = \frac{295 - 300}{\frac{20}{\sqrt{100}}} = -2.5, \tag{0-0.6}$$

よって、帰無仮説は棄却された。

車道支店

$$z = \frac{290 - 300}{\frac{20}{\sqrt{100}}} = -.5, \tag{0-0.7}$$

よって、帰無仮説は棄却された。

三好支店

$$z = \frac{302 - 300}{\frac{20}{\sqrt{100}}} = 1, \tag{0-0.8}$$

よって、帰無仮説は受容された。

練習 5-2.4

ある工場では太さ 6mm の規格のネジを作っています．ある日，製品からランダムに 100 個の標本を取り出して太さを調べたところ，標本平均が 6.12mm，標本標準偏差が 0.2mm でした．この日の製品は規格から外れていると言えるでしょうか？有意水準 5%で検定しなさい．

標準化された量は次のようになります．

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{6.12 - 6}{\frac{0.2}{\sqrt{100}}} = \frac{0.12}{0.02} = 6.00$$

有意水準 5% (両側検定) では，水準点は $t_0 = \pm 1.984$ なので「規格どおりである」という仮説は棄却されます．

練習 5-2.5

愛知大学での大学祭で団子を作って売ることになりました．1000 個の団子を作り，それを 10 個ずつ袋詰めにすることにしました．団子の材料はある食品店から購入しました．食品店では「材料全部で 24 キログラムありますよ」と言われました．団子を 1000 個つくったので，団子の一つの重さの平均値は 24 グラムのはずです．

ところが，これを買った花子さんから「団子の平均の重さは 1 つ 24 グラムだということだけど，軽いと思う」というクレームを受けました.「いろんな人が作って，大きいのや小さいのがあるのですこし軽めのものもあるかもしれない」と言いましたが，承知してくれません．10 個の重さは以下のようになりました．

16, 18, 20, 22, 22, 24, 26, 28, 26, 18 （単位: グラム）

「食品店から買った材料が少なかったのだろうか」と疑いましたが，すでに団子は売り切れてしまっています．

(1) この標本の平均値と標準偏差を計算しなさい．

平均値と標準偏差は次のようになります．

$$\bar{x} = 22 \text{ グラム}, \qquad s = 4.0 \text{ グラム}$$

(2) 10 個の団子の標本平均の分布の平均値と標準偏差を計算しなさい．

平均値と標準偏差は次のようになります．$\mu = 24$ グラム， $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \simeq \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{4.0}{\sqrt{10}} = 1.3$ グラム

(3) 大学祭で売った団子は 24 グラムより軽いと言えますか？有意水準 5%で検定しなさい．

標準化された量は次のようになります．

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{22 - 24}{1.27} = -1.6$$

有意水準 5%では，水準点は $t_0 = -1.833$ なので，仮説は受容されます．

(4) 大学祭で売った団子は 24 グラムより軽いと言えますか？有意水準 10%で検定しなさい．

有意水準 10%では，水準点は $t_0 = -1.383$ なので，仮説は棄却されます．

(5) 大学祭実行委員の中に用心深い子がいて，団子つくるグループの練習のときに重さをきちんと測っていました．そのとき，標準偏差は 2 グラムでした．本番のときもほぼ同じ標準偏差だったと考えられます．この時，作った団子全体の平均は 24 グラムより軽かったと言えますか？有意水準 10%で検定しなさい．

母標準偏差は $\sigma = 2$ グラム なので，Z スコアは次のようになります．

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{22 - 24}{0.632} = -3.2$$

有意水準 10%では，水準点は $t_0 = -1.383$ なので，仮説は棄却されます．

練習 5-2.6

東京の港区麻布十番にある浪花家総本店は，創業明治 42 年の歴史あるたいやき専門店で,「およげたいやきくん」のモデルになったお店ですが，鉄の型で一つ一つ手際よく焼いていて，皮が薄くあんこがしっぽの先の先までたっぷりあるので有名です．そして，形がちっちゃくてかわいいのです.

そこで，甘いのが好物の毅君は 9 つも買ってしまいました．そして,「このお店の人は，平均 130 グラムだと言っているのに，自分のは平均 129 グラムしかない」といって騒いでいます．毅君の買ってきたたいやきの重さは次のような値になっていました.

131g, 131g, 127g, 128g, 128g, 128g, 130g, 129g, 129g

(1) この 9 個のたいやきの標本の平均値と標準偏差を計算しなさい.

										合計	平均値
x_i	131	131	127	128	128	128	130	129	129		129
$x_i - \bar{x}$	2	2	-2	-1	-1	-1	1	0	0	0	
$(x_i - \bar{x})^2$	4	4	4	1	1	1	1	0	0	16	

この表から，平均値 $\bar{x} = 129$ グラム，標準偏差は $s = \frac{\sqrt{16}}{8} = \sqrt{2} = 1.41$ グラム となります.

(2) 9 個の標本平均の分布の平均値と標準偏差を出し、を求めなさい.

平均値 $\mu = 130$ グラム，標準偏差（標準誤差）は $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \simeq \frac{s}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3} = 0.471$ グラム となります.
従って, $t = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{129-130}{0.471} = -2.12$ となります.

(3) 帰無仮設を立て、お店の人の言っていることが正しいかどうかを有意水準 5 % で検定しなさい.

「お店の人の言っていることが正しい」つまり,「たいやきの平均は 130 グラムである」という帰無仮説を立て，有意水準 (両側検定) 5%のときの水準点は $t_0 = \pm 2.306$ なので，帰無仮説は受容されます.

(4) もし仮にたいやきを 100 個買って調べたとしましょう.（こんなに沢山食べられませんが.）そしてそのときも相変わらず標本平均が 129 グラムだったとしたらどうでしょうか？
（このお店のたいやきがそうだといっているのではありません．お間違いなく!!）
お店の人の言っていることが正しいかどうかを有意水準 5% で検定しなさい.

今度は標準誤差が $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \simeq \frac{s}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{2}}{10} = 0.2$ グラム です.
(3) と同様に，有意水準 5%のときの水準点は $t_0 = \pm 2.306$ です。従って, $t = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{100}}} = \frac{129-130}{0.2} = -5$ となります.
従って t の値は、棄却域にあり、帰無仮説は棄却されます.

(5) たいやきを大売出しで 9 個を袋詰めにして売り出すとしましょう．このとき，また毅君のように騒がれては困るので，有意水準 1%（両側検定）で検定しても大丈夫なように，この 9 個の袋詰めの袋のうち大きすぎるものと小さすぎるものをより分けることにしました．平均から何グラム以上外れたものをより分けるべきか求めなさい.

棄却域にあるのが不良品です。1% 有意水準なので、表４－３－１（A-42 ページ）から読むと、$n = 9$ では、$t_0 = 3.355$ となります。従って、許容域は、$130 \pm t_0 \times$（標準誤差）$= 130 \pm 3.355 \times 0.471 = 130 \pm 1.58$、すなわち、130 グラムから ±１.6 グラム以上はずれたものは、規格品ではありません.

ここからの練習問題は，不備があるので、文章や数値を変えて下さい。但し、ここは試験範囲には入っていません。母比率の分布は、本当は正規分布にはならないのですが、標本がほぼ 50 以上では正規分布と考えてもいいのです。比率のような統計量の場合、標本の大きさが 50 以下のような場合はあまり考えません。少ない標本での比率の定義は難しいですね。

以下では正規分布を仮定した z による検定です。

練習 5-4.1

ある製薬会社が出している薬は，8 割の人に効果がみられるそうです．ある病院で，100 人の患者にこの薬を投与したところ，68 人に効果がみられました．さて，この薬は製薬会社が主張している効果がなかったと本当にいえるでしょうか？有意水準 5%で検定をしなさい．

帰無仮説は「会社のいうように 8 九するの効果は 8 割の人に表れる」ということになる。製薬会社の言う通りだとすると、100 人の標本による比率の分布では、標準誤差は、

$$S_E = \sqrt{\frac{0.8(1-0.8)}{100}} = 0.04, \tag{0-0.9}$$

となる。今の値は、$p = \frac{68}{100} = 0.68$ ですから、$\mathrm{z} = \frac{0.68-0.8}{0.04} = -3$ となります。有意水準 5%で検定するのですから、$\mathrm{z}_0 = \pm 1.96$．従って帰無仮説は棄却されました。

練習 5-4.2

就職戦線たけなわですが，いまどき「女だから採用しない」などというような企業は世間から非難されます．A 社は,「わが社は男女の差別をしないで採用する」ということを表明しています．
ところが，実際に採用したのは，男性 550 人，女性 450 人でした. これに対して，女性の機会均等を唱えるグループから抗議がきました．A 社は「たまたまこういうことになっただけです」と主張しました．果たして，こんな結果になることがあるのでしょうか．有意水準 10%で検定をしなさい．
但し、採用試験はほぼ実力が互角の男女同数が受けていたものとします.

帰無仮説は、「会社は男女半々、つまり女性の採用率は 5 割程度である」となります。会社のいうとおりだとすると、女性の採用率（p と書きましょう）に関する分布の情報が必要です．この採用率の分布は，推定のところでやった比率の分布と同じです.「当たる」確率 p（今の場合は女性が採用される割合）は会社を信用すれば 0.5 ですね．そうすると、女性が採用される確率の分布は正規分布で、 平均値は 0.5 ，標準偏差は

$$S_E = \sqrt{\frac{0.5(1-05)}{100}} = 0.05, \tag{0-0.10}$$

となります。今の値は、$p = \frac{45}{100} = 0.45$ ですから、$\mathrm{z} = \frac{0.45-0.5}{0.05} = -1$ となります。有意水準 10%で検定するのですから、$\mathrm{z}_0 = \pm 1.645$．従って帰無仮説は棄却されなかったということになります。

練習 5-4.3

アメリカでは，1 つの裁判について，有権者の中から陪審員を 12 名選びます．陪審員は不公平のないよう，無作為抽出して決めます．A 市では，昨年は 100 回の裁判が行われました．選ばれた陪審員のうち，
白人が 800 名，黒人が 400 名でした．
この都市の有権者 20000 人のうち，白人は 12000 人，黒人は 8000 人です.「この選び方は不平等だ」と人権団体から訴えられました．有意水準 5%で検定してみましょう．

帰無仮説は、「陪審員選出は、平等に行われている、即ち黒人は、ほぼ人口の比率 0.4 で選ばれている。」です。いうとおりだとすると、黒人の採用率（p と書きましょう）は，同じように、黒人が選ばれる確率の分布は正規分布で、 平均値は 0.4 ，標準偏差は

$$S_E \simeq \sqrt{\frac{0.4(1-04)}{1200}} = 0.0141, \tag{0-0.11}$$

となります。今の値は、$\bar{p} = \frac{400}{1200} = 0.333$ ですから、 $\mathrm{z} = \frac{0.33-040}{0.0141} = -4.7$ となります。有意水準 10%で検定するのですから、 $\mathrm{z}_0 = \pm 1.645$. 従って帰無仮説は棄却たということになります。

練習 5-4.4

ランダムに選んだ 800 人の国民に対する調査で，内閣支持率は 49.5%と出ました．

(1) これで,「国民の半分以上は内閣を支持している」といえるでしょうか? 有意水準 10%で検定してみましょう．

帰無仮説は、「国民の半分は内閣を支持している。」です。いうとおりだとすると、支持率は、正規分布で、平均値は０５，標準偏差は

$$S_E \simeq \sqrt{\frac{0.5(1-05)}{800}} \simeq 0.0177, \tag{0-0.12}$$

となります。今の値は、$p = 0.495$ ですから、 $\mathrm{z} = \frac{0.33-040}{0.0177} = -3.95$ となります。有意水準 10%で検定するのですから、 $\mathrm{z}_0 = \pm 1.645$. 従って帰無仮説は棄却されるということになります。

(2) この検定結果が「誤り」である可能性があります．どのような「誤り」が考えられますか．答えなさい．
本当には、国民の支持率が 5 割を超えていないのに、「超えた」と判断してしまったという誤り（ぼんやりもののあやまり 第 2 種の誤り）をおかす危険性があります。

おまけ???

あなたが新聞記者だとして，この検定結果を基礎にして記事を書いてみましょう．