

講義名： 重力

- 担当教員：柴田 大(基礎物理学研究所)
- 居室：基礎物理学研究所研究棟K507
- Email：mshibata@yukawa.kyoto-u.ac.jp
- <http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~masaru.shibata/indexj.html/kougi2016.html>
- Powerpointの講義ファイルは上記のHPに置く
- 成績は宿題と最終レポートで評価(の予定)

講義の目的

- 自然界において、巨大なもの(天体)は必ず重力により束縛されており、現実的な対象が数多く存在
→ 惑星、恒星、白色矮星、中性子星、ブラックホール、星団、銀河、超巨大ブラックホール、銀河団、など
- 30年前に比べれば、宇宙に関しての知見が飛躍的に増えている → 物理学の対象として確立している
- ❖ 単なる理論的対象ではない。
- ❖ 実証学問として確立している

講義の目的①： 観測結果に基づき、天体について概観

講義の目的②： 一般相対論の成立過程と基礎を解説

講義内容(予定)

1. 宇宙の階層構造
2. 自然界の階層構造
3. ニュートン重力理論
4. 恒星の進化と終末
5. 特殊相対性原理と特殊相対性理論
6. ニュートン重力理論の限界
7. 等価原理の深遠な意味
8. 一般相対性原理
9. テンソルとは
10. リーマン幾何学
11. 測地線方程式
12. 一般相対論における運動方程式
13. アインシュタイン方程式
14. ニュートン極限
15. ブラックホール

後期の「重力特論」で、一般相対論に関する本格的講義

講義日程(予定)

- 4月13日:今日
- 4月20日
- 4月27日
- 5月11日
- 5月18日
- 5月25日:休講
- 6月1日
- 6月8日
- 6月15日
- 6月22日
- 6月29日
- 7月6日
- 7月13日:休講か代講
- 7月20日
- 7月27日:試験なし

5/25と7/13の週は国際会議の講演を依頼されているため
申し訳ないが休講。講義が進まない場合、7月13日に代講
を考える。

1. 宇宙の階層構造

- 宇宙には様々な大きさの構造が存在する。
- 重力で束縛されている対象としては以下のようなものがある
- 衛星、小惑星、惑星、恒星、太陽系、白色矮星、中性子星、散開星団、球状星団、銀河、銀河団、宇宙、ブラックホール



大きさの増大する方向

- 多くは、重力 = 抗力、で釣り合っている

太陽系

小惑星群

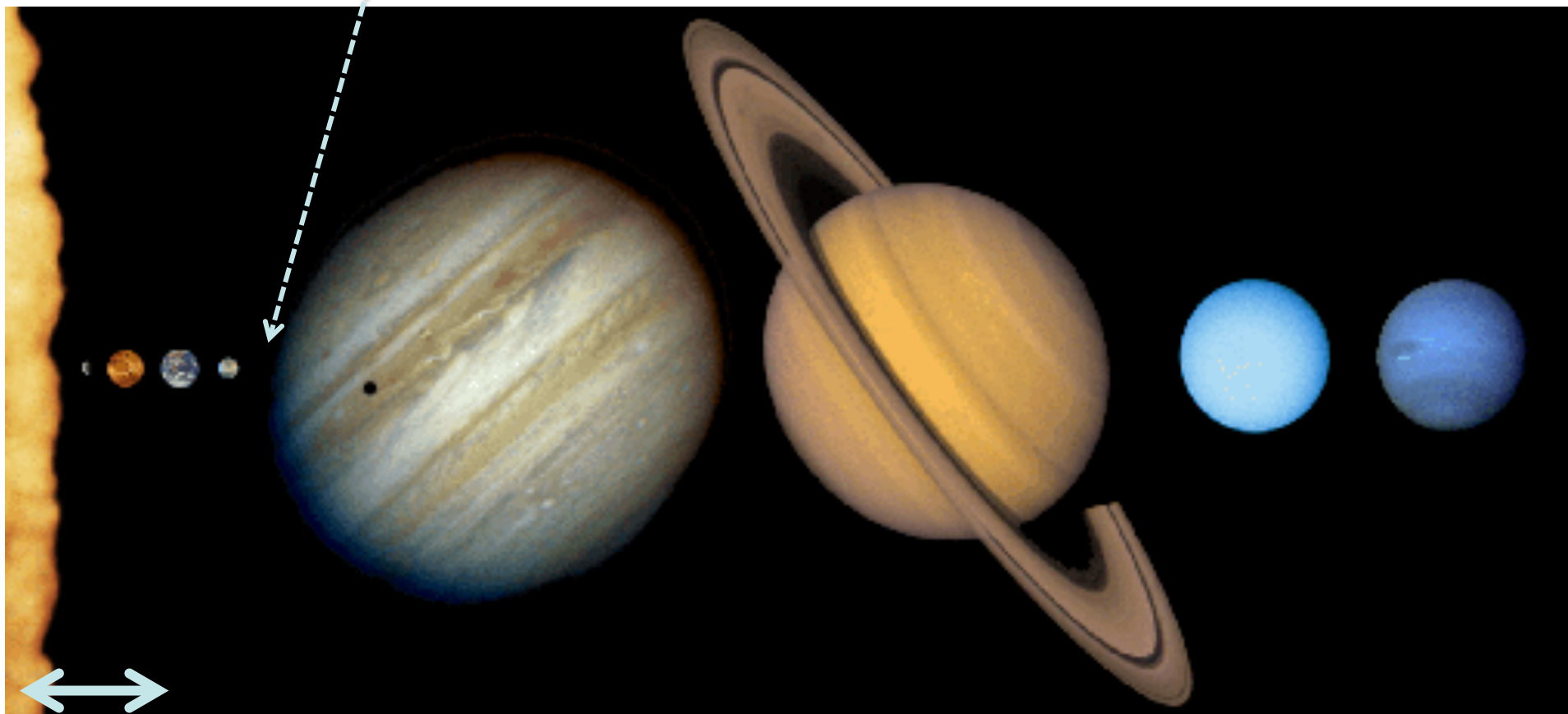
水 金 地 火

木

土

天王星

海王星



約1億5千万キロメートル=1AU (天文単位)

約30AU

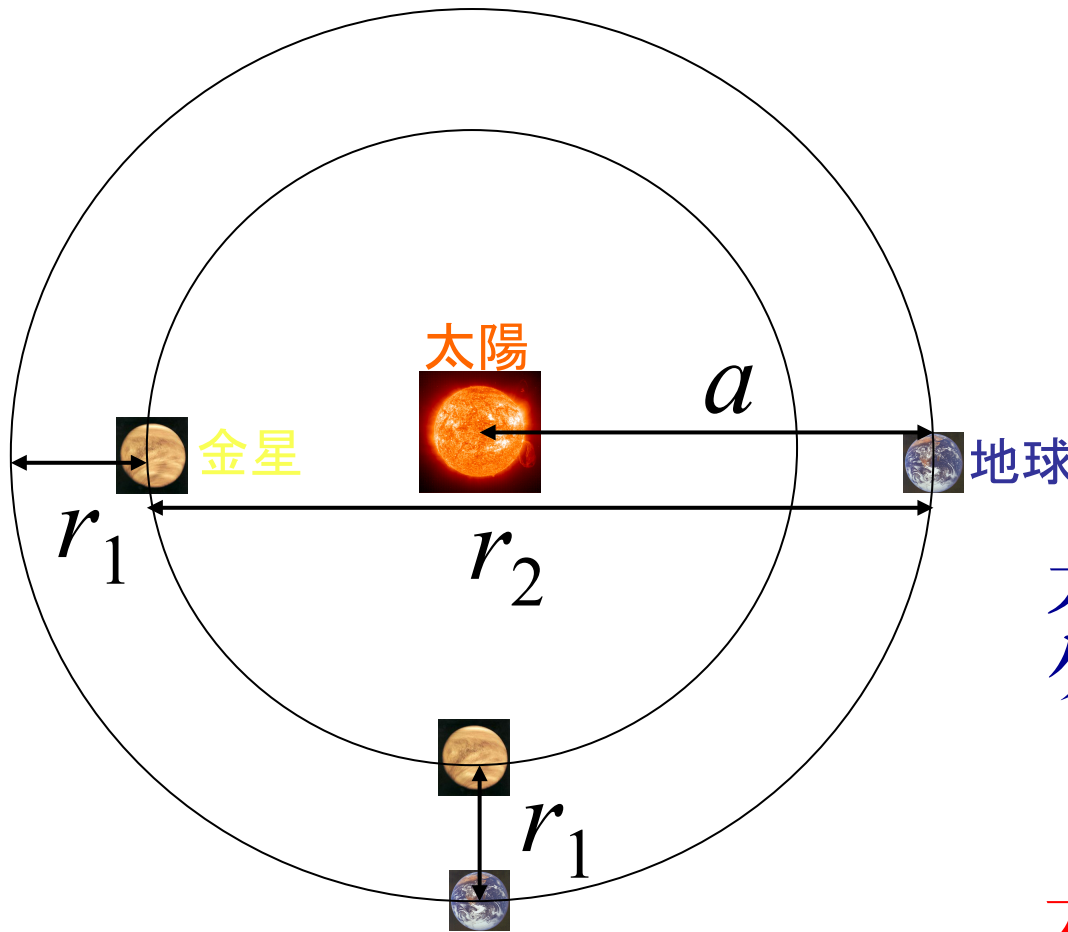
距離がどうやって決まっているのか？

- 距離がわからないと何もわからない。
- 日常生活のように、物差しやメジャーはない。
- 知恵が必要。
- 気の長い観測も不可欠。
(最近の日本の科学政策では難しい学問かも。)

金星と太陽まで距離の最も単純な決め方

- 金星までの距離はレーダーの往復時間から測る:

$$l = c \cdot \Delta t \Rightarrow \text{太陽までの距離も分かる}$$



$$\begin{aligned} a &= (r_1 + r_2) / 2 \\ &= 1 \text{億} 5 \text{千万 km} \\ &= \text{天文単位 (AU)} \end{aligned}$$

金星の公転軌道
半径 $= (r_2 - r_1) / 2$

太陽質量:
ケプラーの第3法則から

$$P = 2\pi (a^3 / GM)^{1/2}$$

太陽光度: $L = 4\pi a^2 F$

地球：太陽から1億5千万kmの距離

約6350 km



質量

6×10^{24} kg

平均密度

5.5 g/cm^3



地球の半径・直径の実測

- 最初に測定した人物：古代ギリシア人
エラステネス
- エジプトのシエネとアレキサンドリアで、
太陽が地球表面に対してどちらを向い
ているか測定
→ 角度にして7.2度の違い
→ 直径が約7400kmと推定
- 現在ではGPSでも10m程度の誤差で
測れる。
- 正確な測定は人工衛星との距離を
レーダー測距を用いて決めながら決定
(前ページ)。



太陽

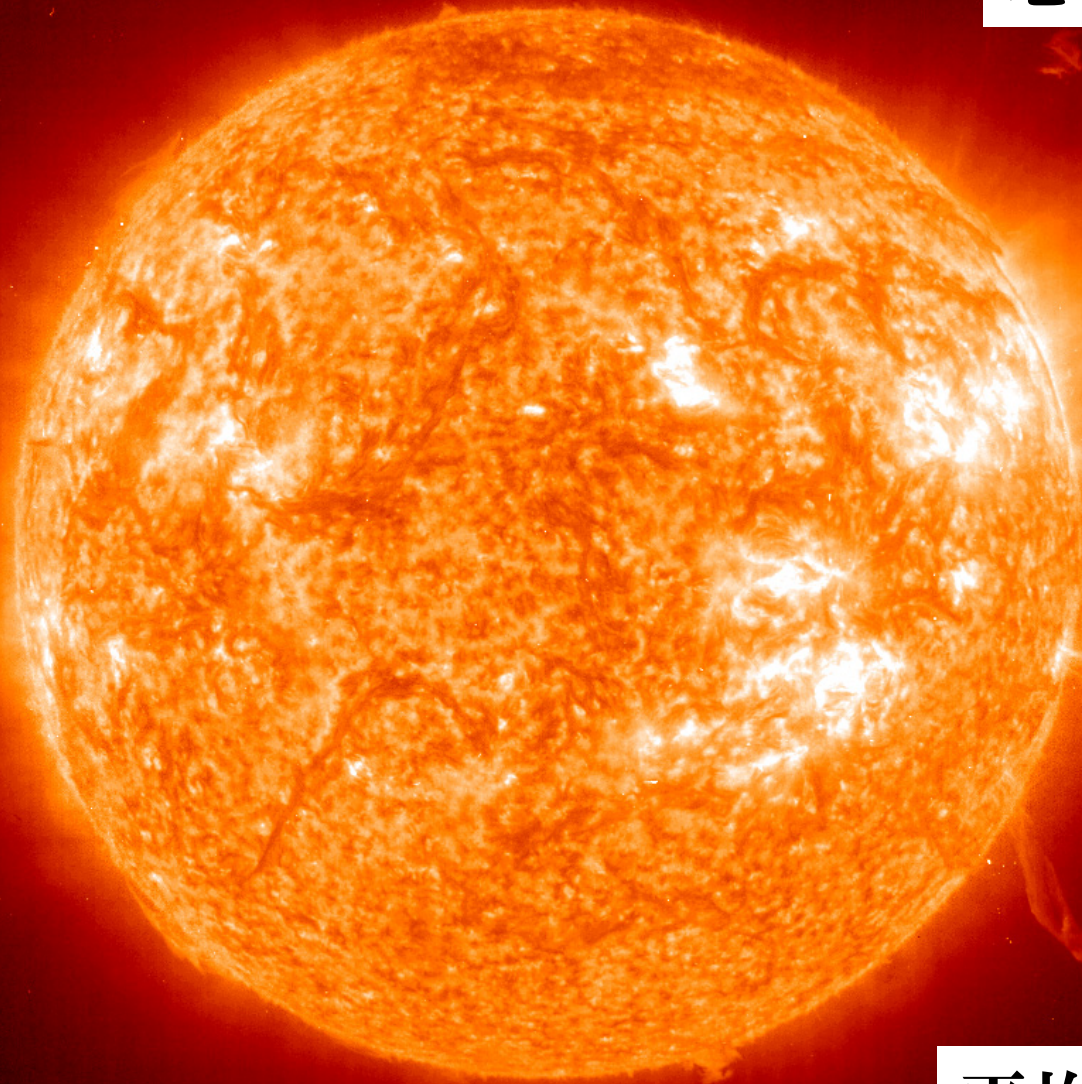
質量： 2×10^{30} kg
地球の約30万倍

約70万km

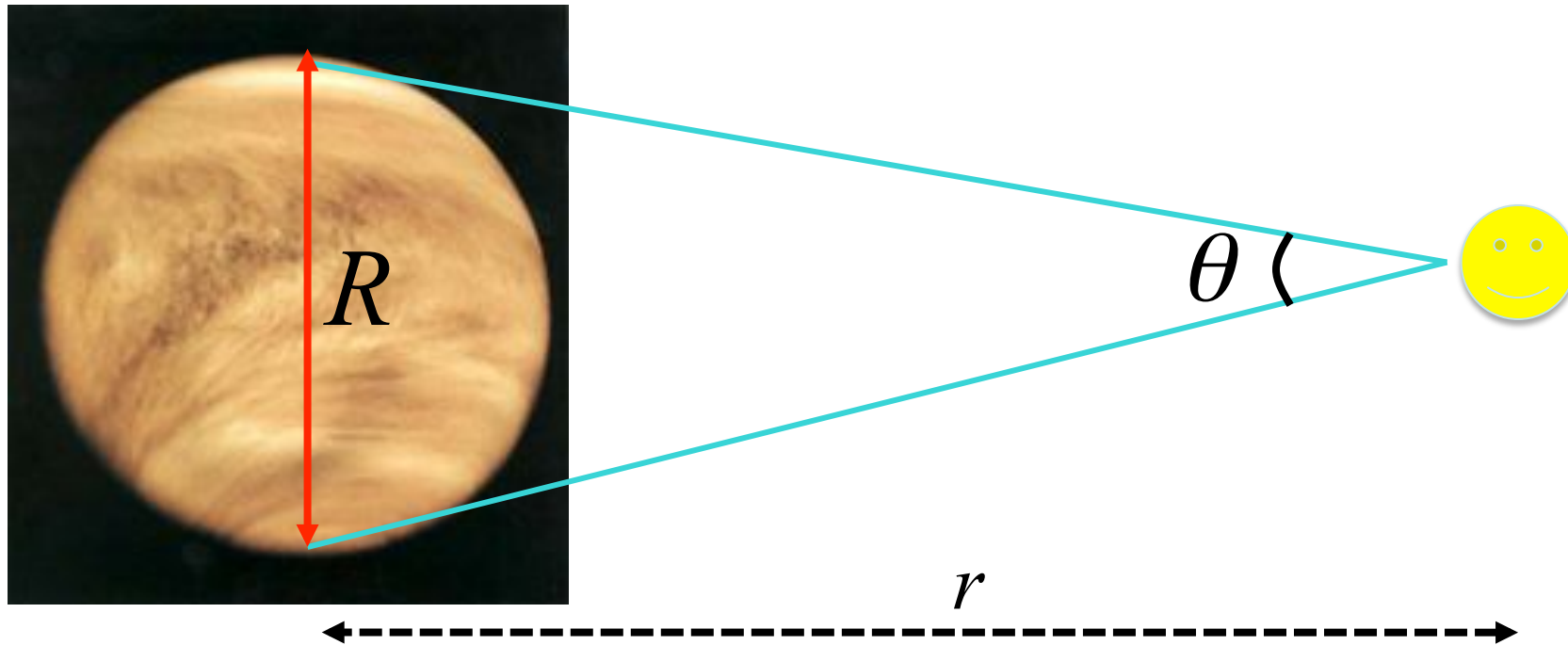
地球の
約109倍

光度= 3.9×10^{26} J/s

平均密度：
 1.4 g/cm^3



太陽直径の決定： 視直径を測定する



$$\theta = R / r$$

木星：太陽系最大の惑星



半径約7万km
質量は太陽の
約0.1%



平均密度は
太陽並み



組成は太陽
と似ている

我々の銀河系

円盤および渦巻き:
若い恒星が存在。
散開星団も。

太陽

中心核バルジ:
年老いた恒星
(種族II)が存在

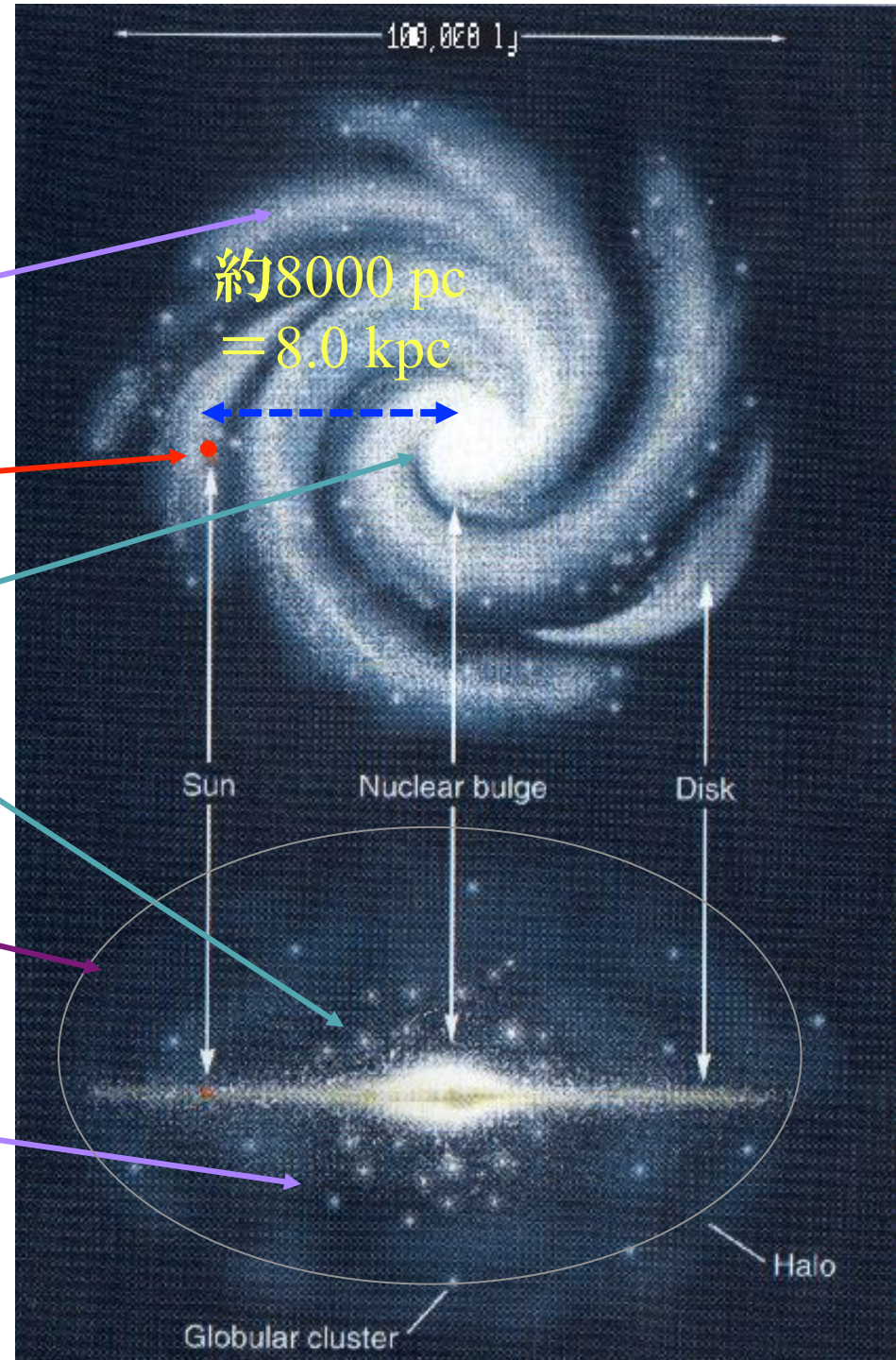
ハロー:
ダークマター
が存在(多分)。

100個ほどの球状星団。
年老いた星団

1pc=3.26 光年
1光年=9.46×10¹² km

6万光年
=20 kpc

約8000 pc
=8.0 kpc



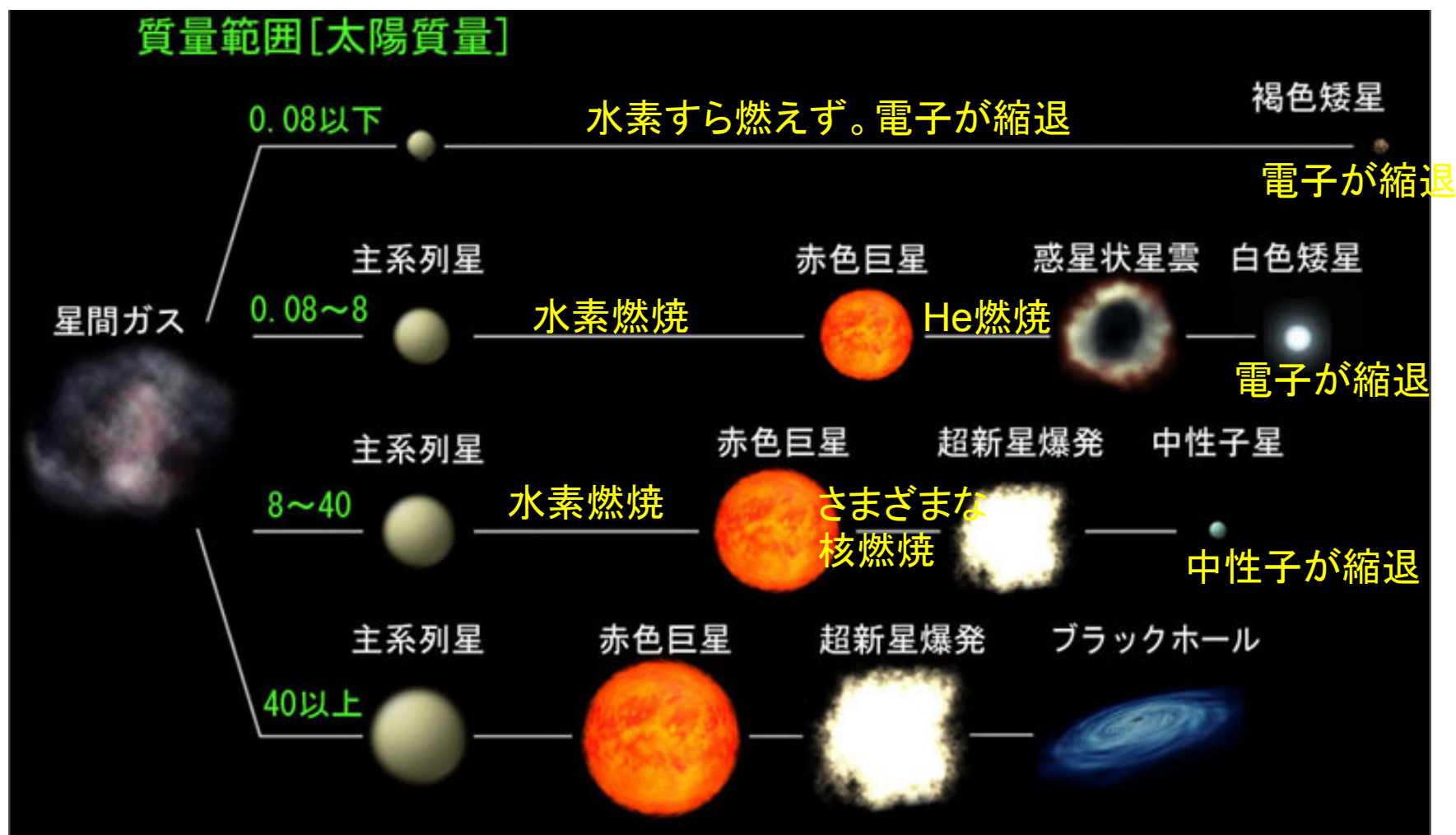
散開星団(プレアデス):若い、まばら

我々から130 pcの距離: 約400光年



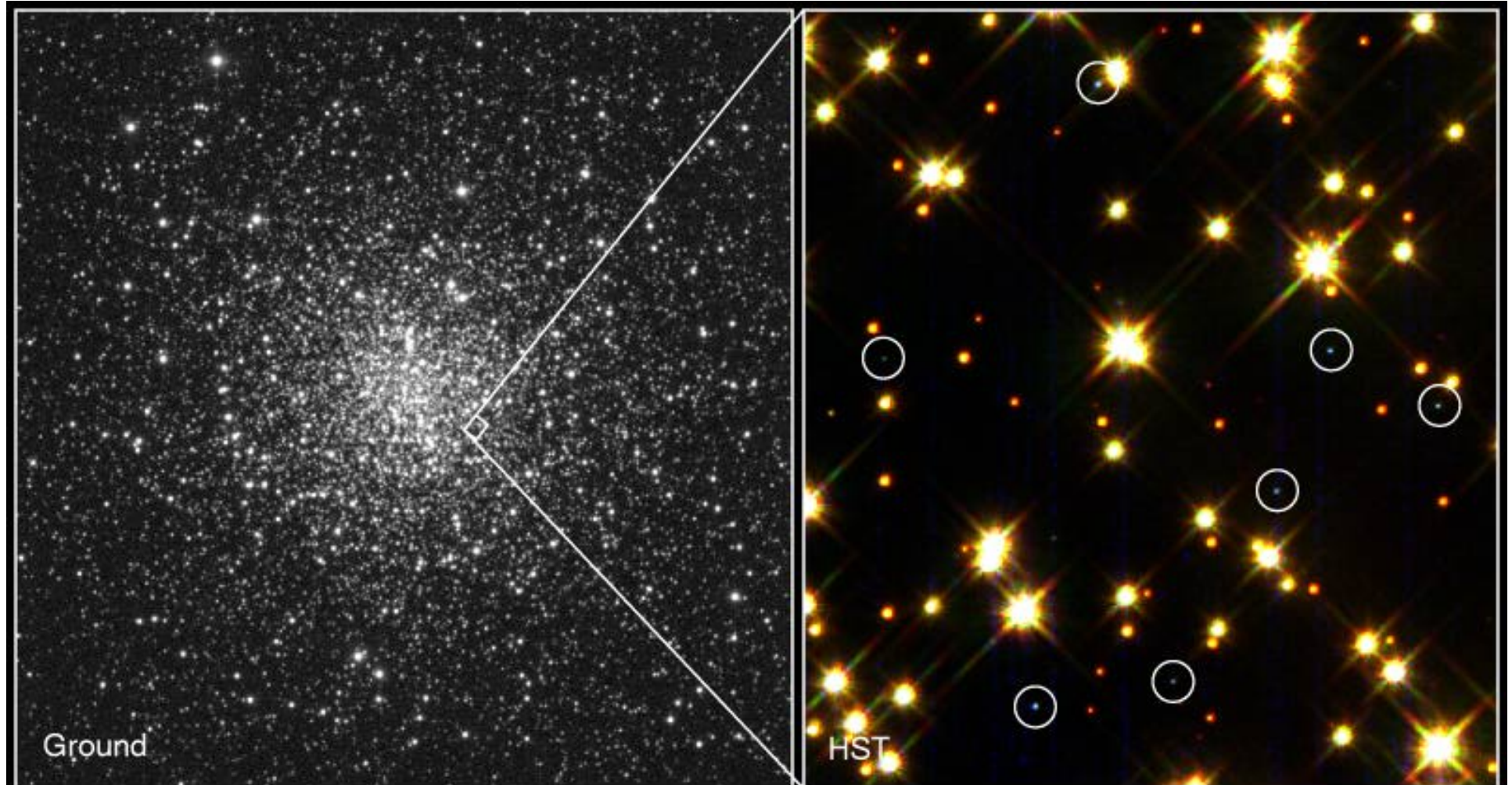
恒星の誕生と進化、終末

- 恒星(+惑星)は圧縮された星間ガスでまとめて生まれる
- 星間ガスから散開星団が誕生
- 恒星はその後、核融合反応を起こし進化



白色矮星：死んだ星。He、C、Oからなる高密度星

球状星団M4



White Dwarf Stars in M4

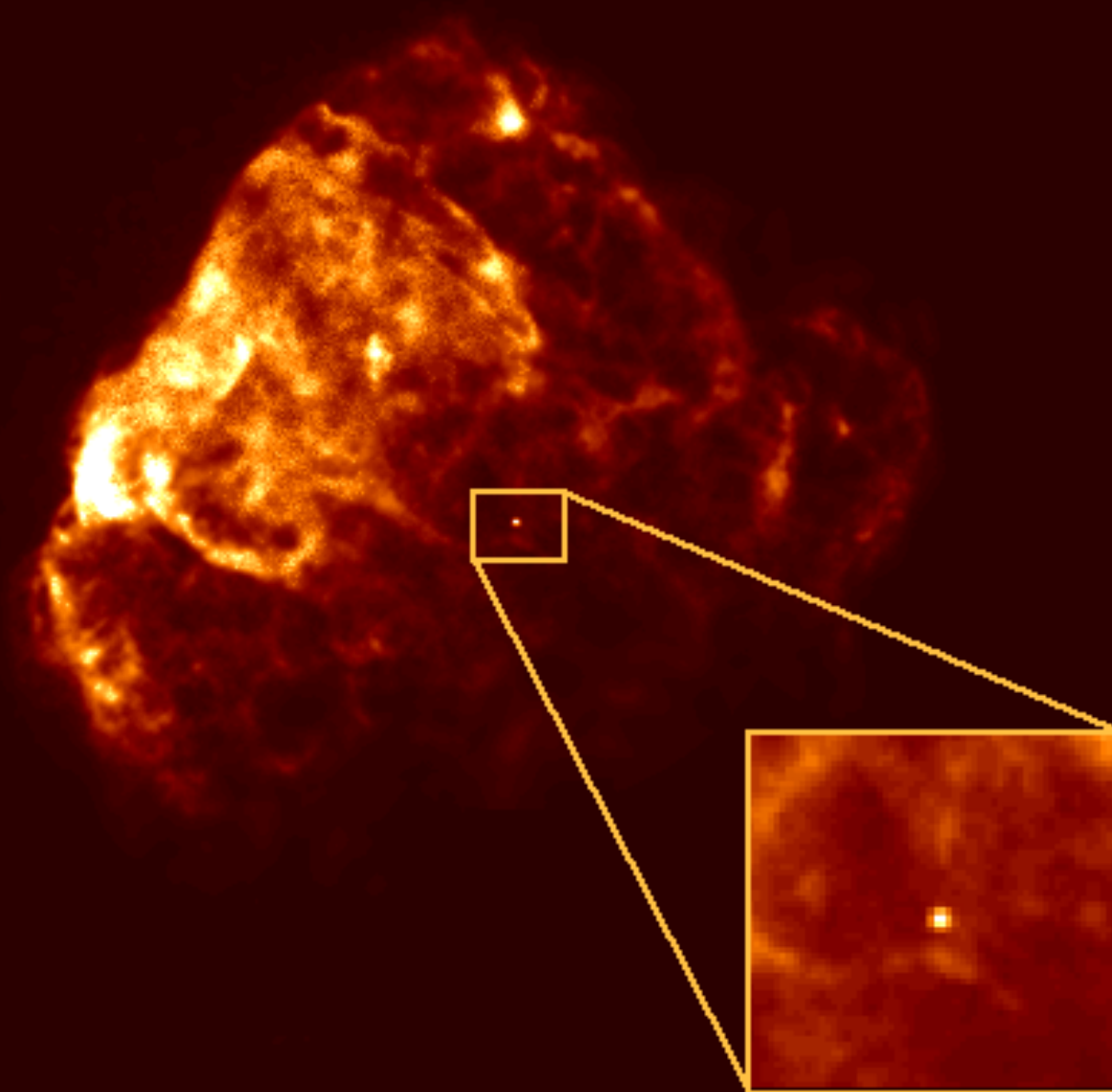
HST · WFPC2

PRC95-32 · ST ScI OPO · August 28, 1995 · H. Bond (ST ScI), NASA

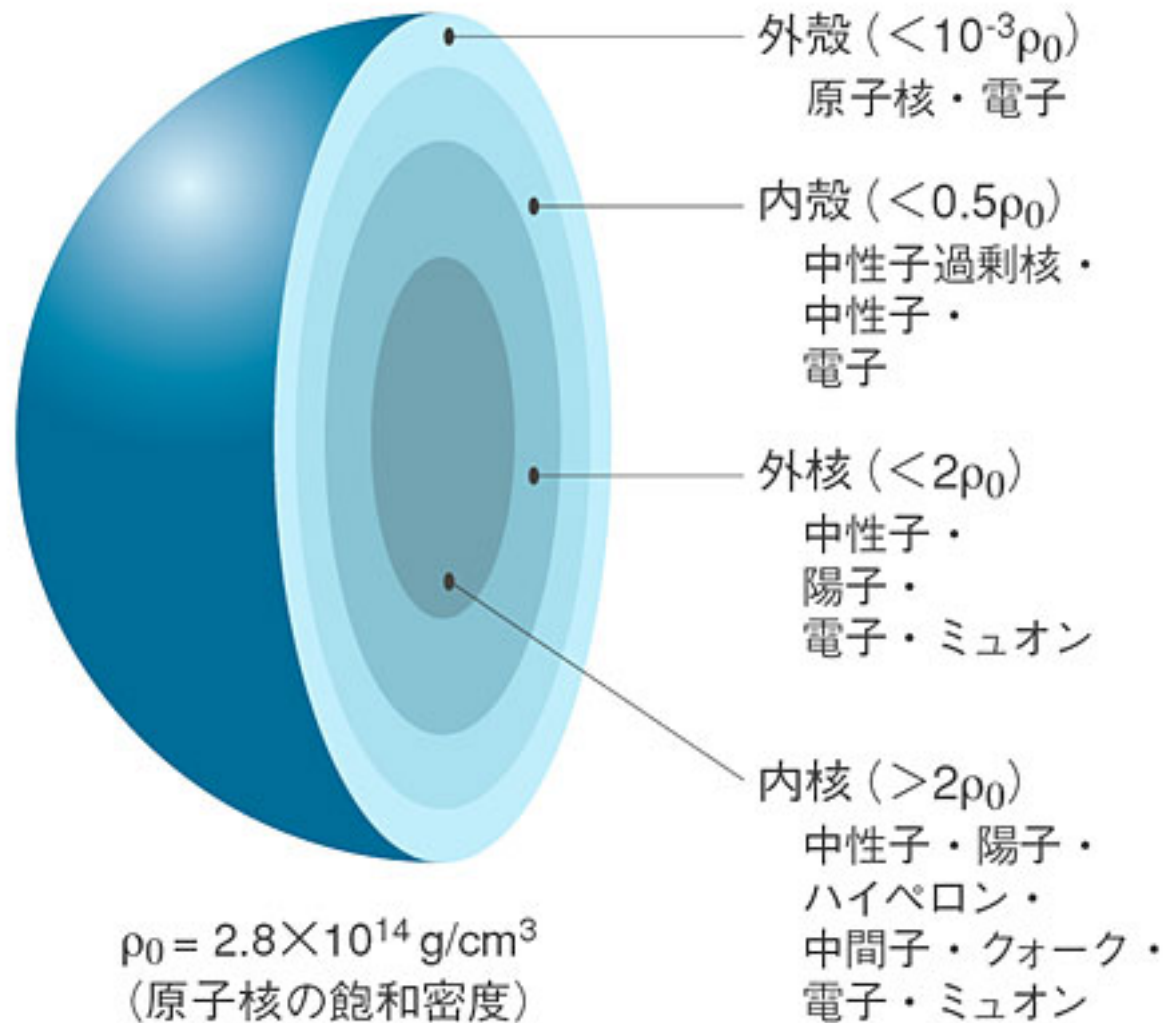
超新星残骸(カニ星雲)

西暦1054年に爆発。中心に中性子星。

中性子星：X線觀測

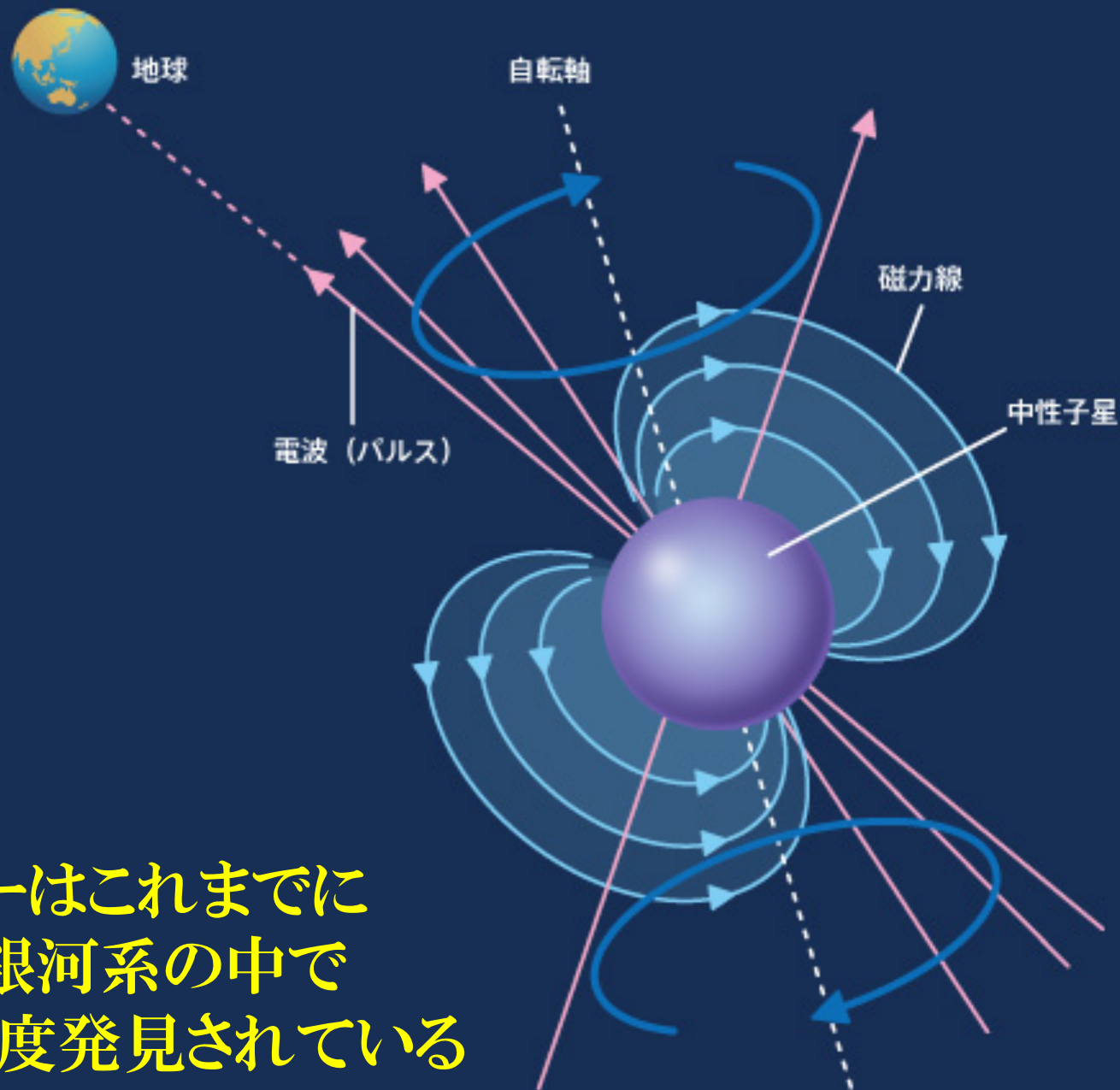


中性子星の予想内部構造



- 主に中性子からなる (なぜ?)
- 中心の密度は、原子核の数倍
- 中心の構成物は、わかっていない
- 観測結果によれば、質量は太陽の1.2~2.0倍程度
- 理論的に半径は10~15 km
- 強力な磁場を持ち、電磁波放射(観測)

回転する中性子星＝パルサー



パルサーはこれまでに
我々の銀河系の中で
2500程度発見されている

球状星団(M15)：高密度で古い星団

半径は数pc
(約10光年)

10万個から
100万個の
恒星が存在



我々から約1万pcの距離： $pc = 3.26$ 光年

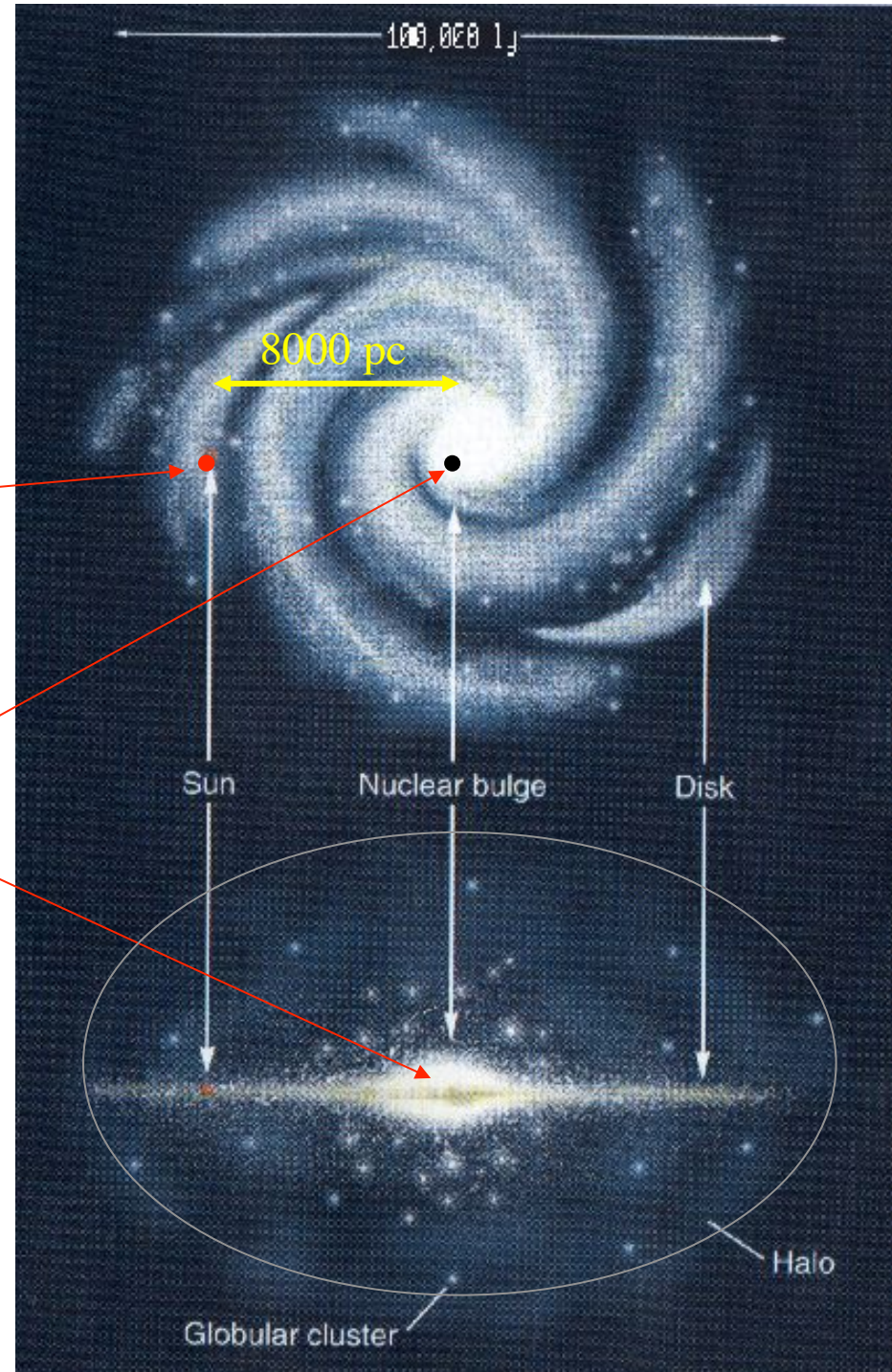
我々の銀河系

6万光年
= 20 kpc

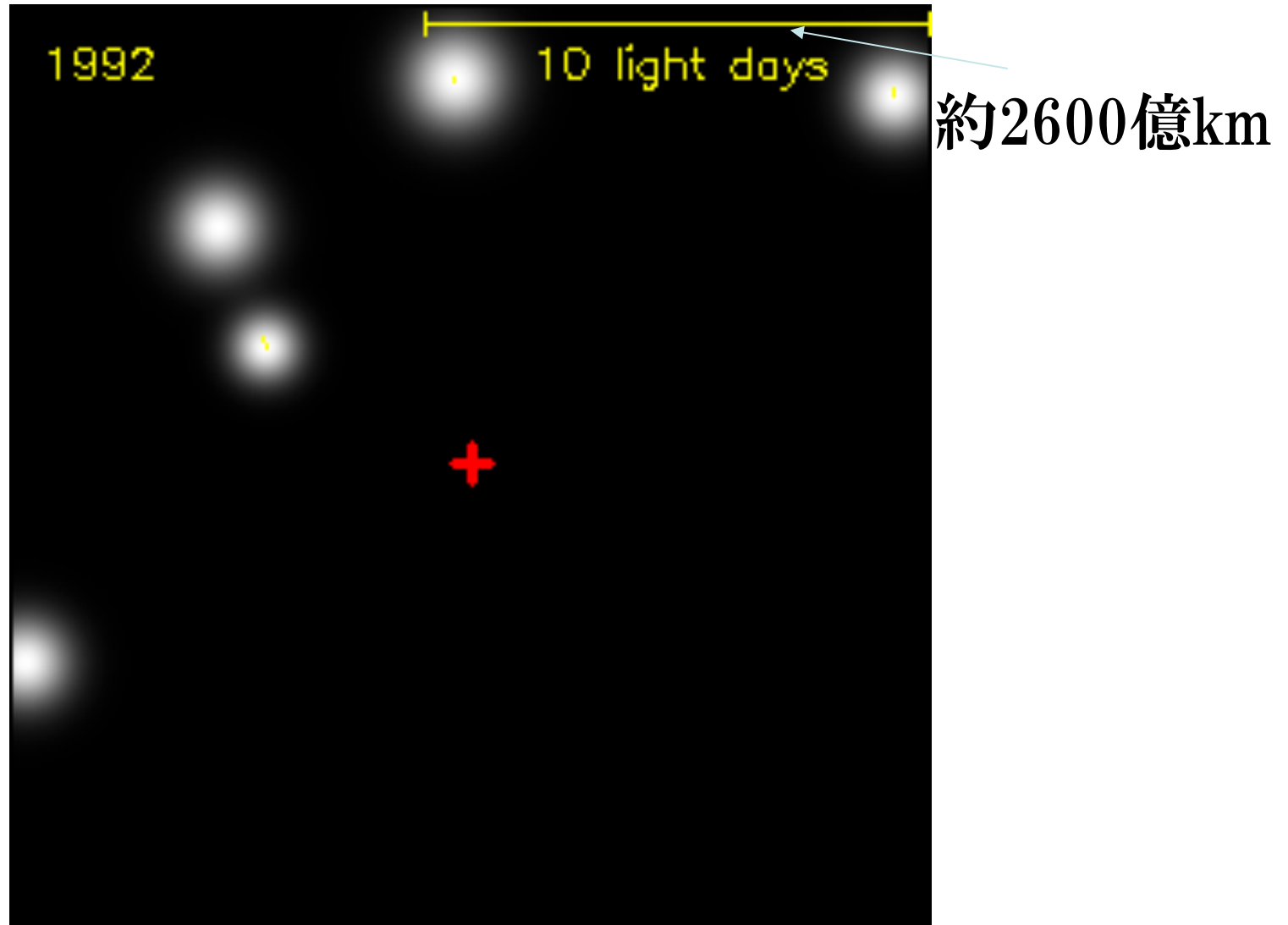
太陽

超巨大ブラックホール

1 pc = 3.26 光年
1 光年 = 9.46×10^{12} km



我々の銀河中心： ブラックホール質量 = 約400万太陽質量



超巨大ブラックホールの周りを恒星が高速度で運動

我々の銀河系(天の川)とその中心



www.eso.org

銀河中心の恒星の運動

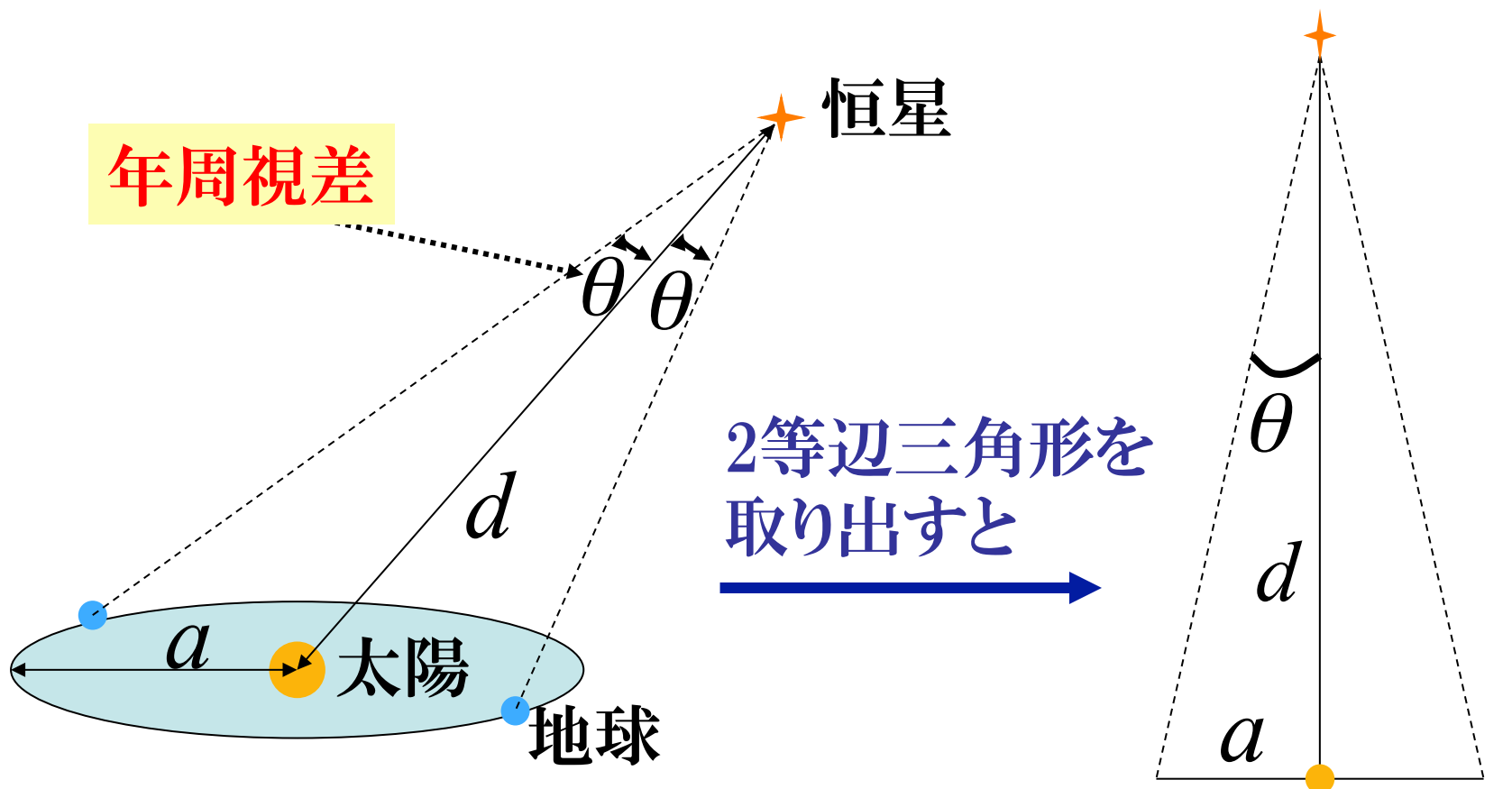


www.eso.org

銀河系内部の距離はどうやって測ったのか？

- A. 近傍：年周視差を用いる。
- B. 遠方：標準光源を用いる。

A. 年周視差による距離測定



$$\frac{a}{d} = \tan \theta \approx \theta \quad (\because a \ll d) \Rightarrow d \approx \frac{a}{\theta} = \underline{\underline{3.086 \times 10^{13} \text{ km}}} \left(\frac{1''}{\theta} \right)$$

1パーセク (pc)

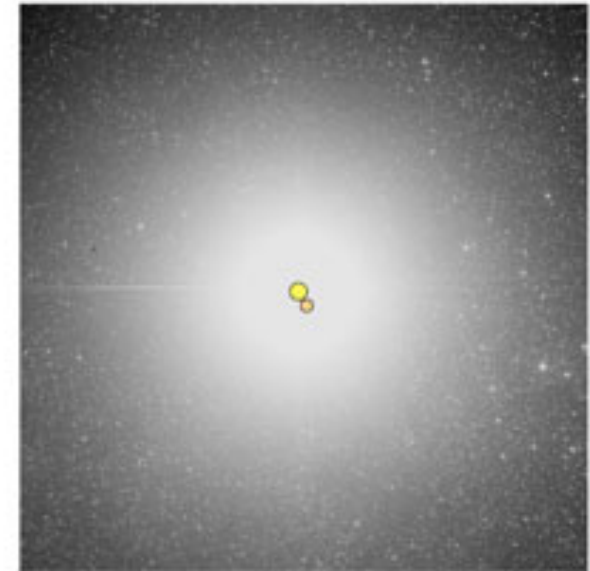
太陽までの距離が使われている!

1 pc = 3.26 光年

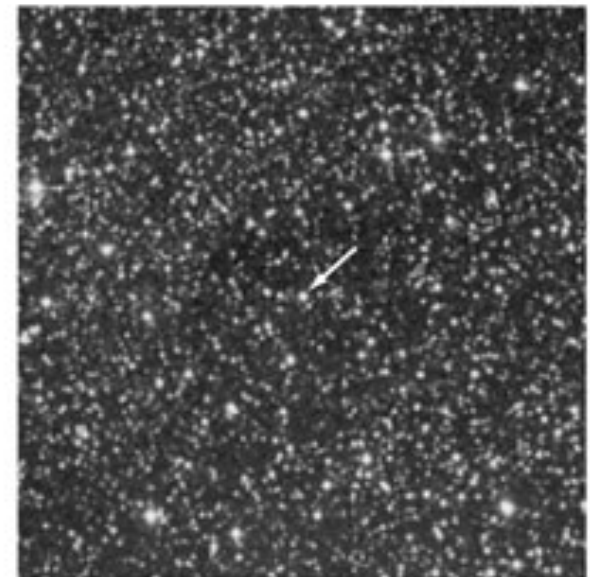
秒角と分角

- 1秒角 = $1'' = 1/60$ 分角
- 1分角 = $1' = 1/60$ 度
- 1度 = $\pi / 180 = 0.017453292$ radian
- 1秒角 = 0.00000484813681 radian
- $\theta = a / d$ で現れる θ は、radian単位の量

最も近い恒星系： α Centauri



α Cen A & B



太陽から4.22光年  Proxima

散開星団(プレアデス)

我々から130pcの距離：年周視差(約0.01")なので距離が測れる

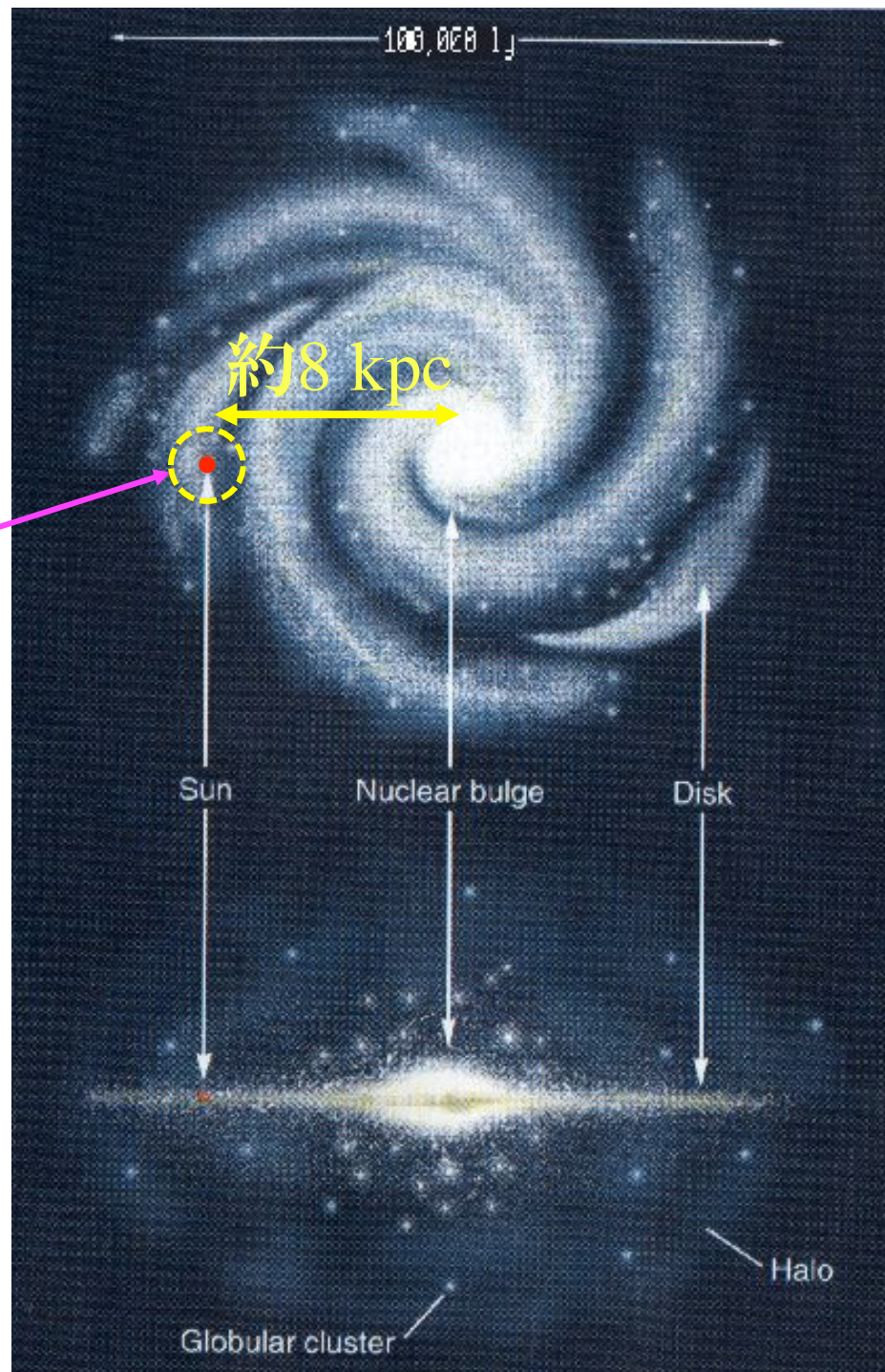


年周視差の限界

- 角度は距離に反比例して減少。
⇒ いずれ角度が測れなくなる
- 角度測定の限界は現状ではおよそ0.001秒角
⇒ 約1000 pc(1 kpc)内の恒星が角度測定の
限界

年周視差による 観測範囲

1 kpc とは太陽の
ごく近傍のみ



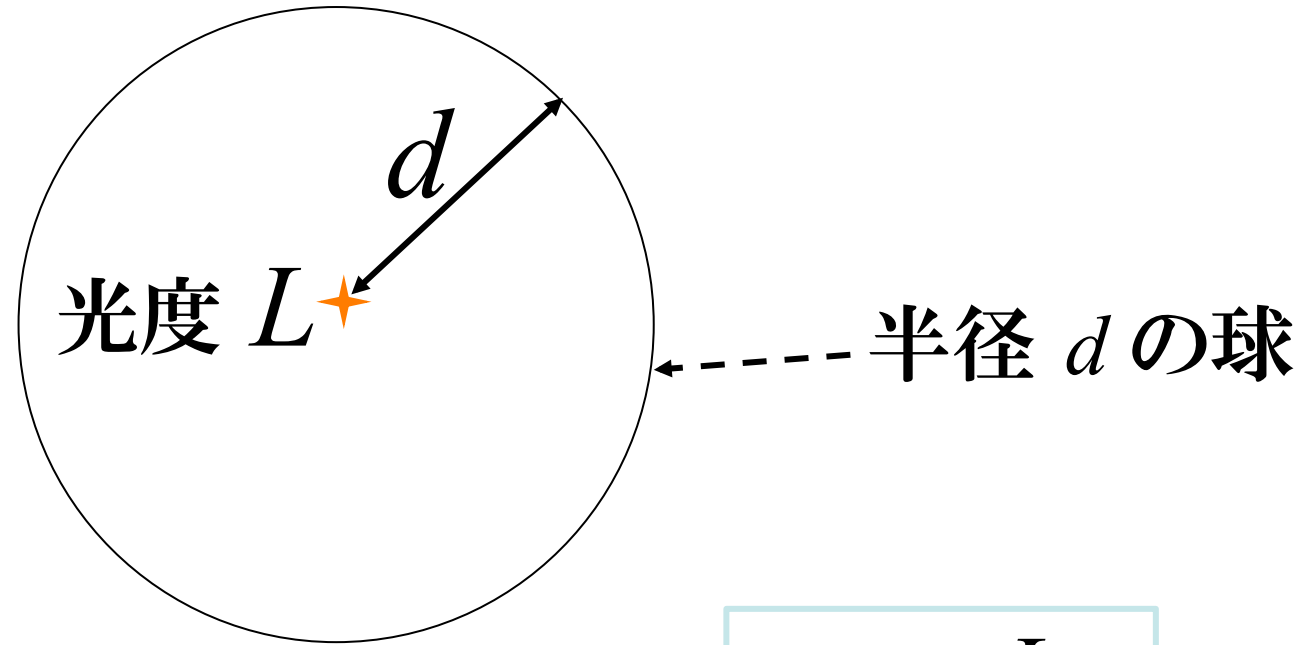
B. 標準光源を使う方法

しばしば言及される標準光源

- 恒星
- セファイド変光星
- その他の変光星
- 暴走核燃焼型(type Ia)超新星爆発

標準光源を利用した距離測定法

等方的に放射
している天体
のみが対象



半径 d の球面を通り過ぎる単位面積、
単位時間当たりのエネルギー

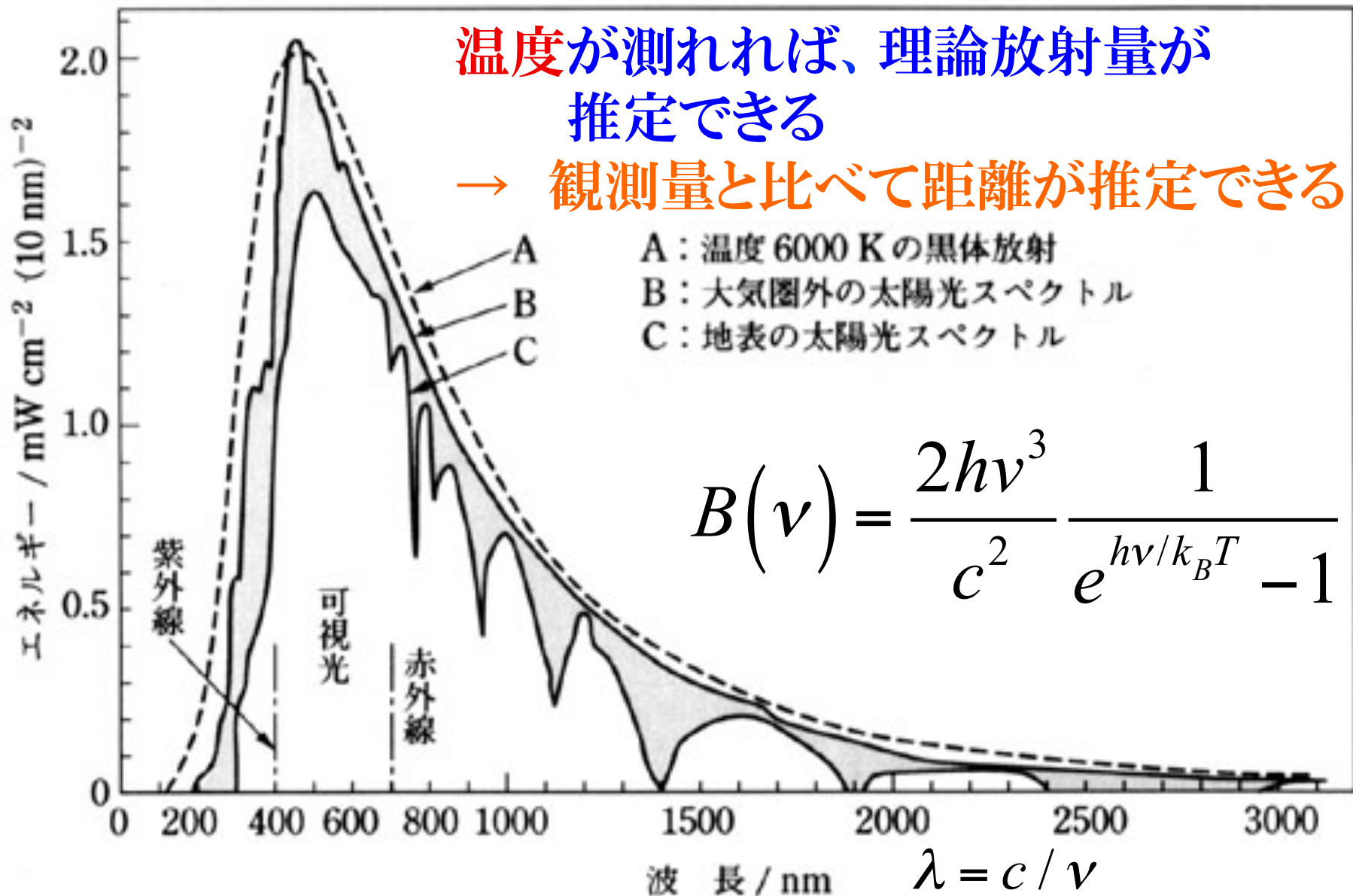
$$f = \frac{L}{4\pi d^2}$$

光度 L が既知なら、 f を測ることによって距離が分かる

$$d = \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}$$

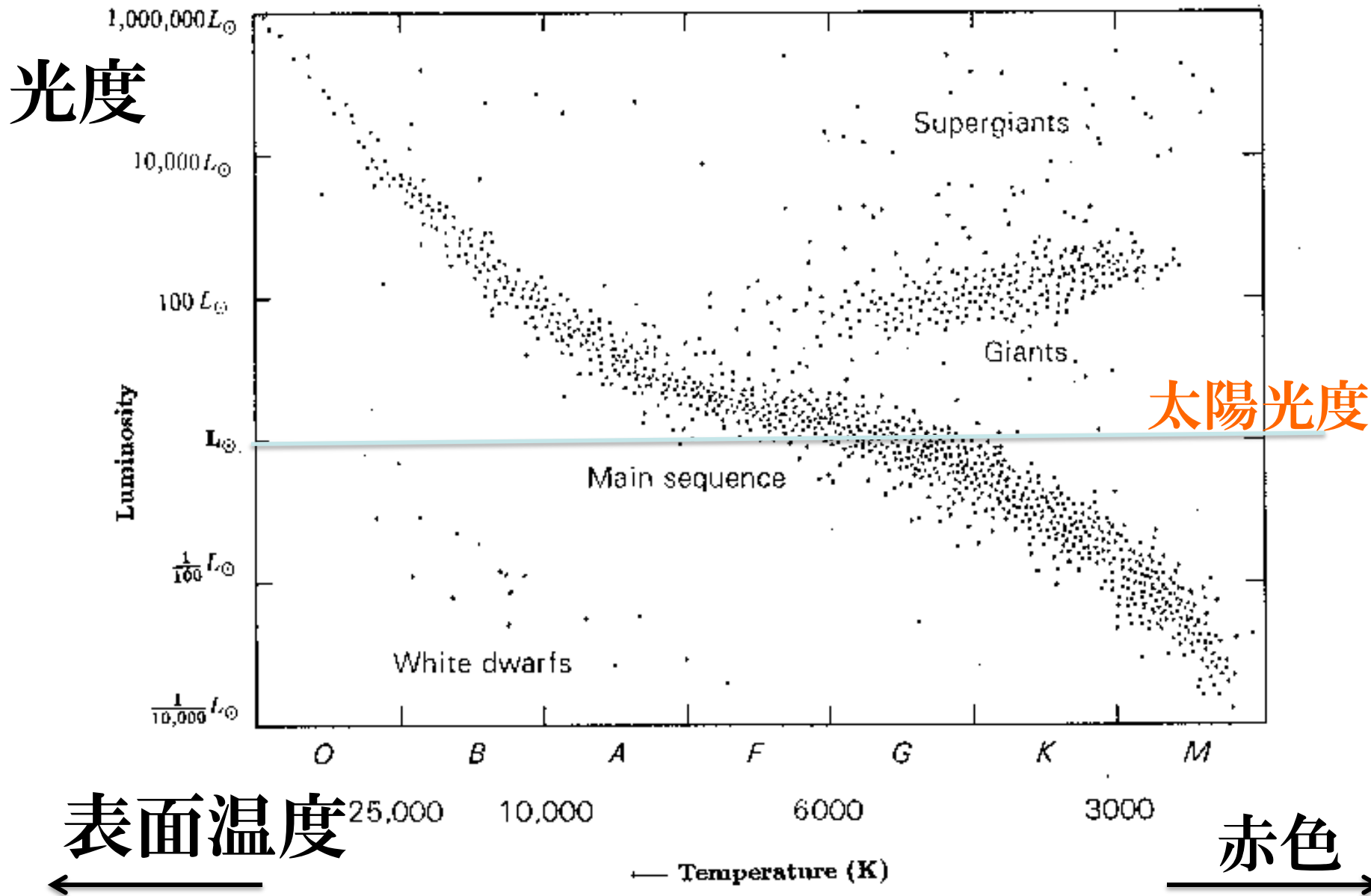
問題は、 L が分かる
光源を発見すること

太陽のスペクトル：黒体放射に近い



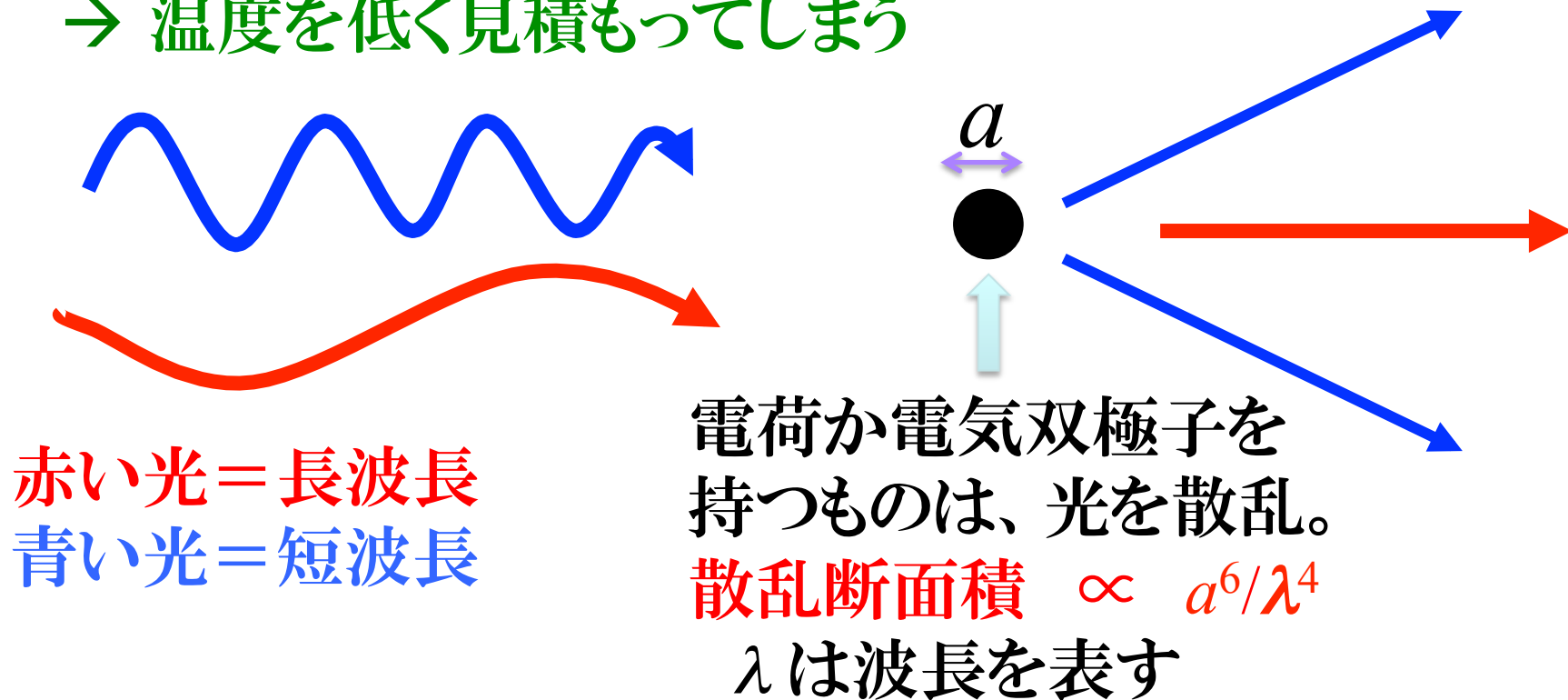
近傍の恒星による Hertzsprung-Russell 図

Hertzsprung-Russell Diagram for Stars in the Solar Neighborhood



限界：遠くなると温度を測るのが難しい

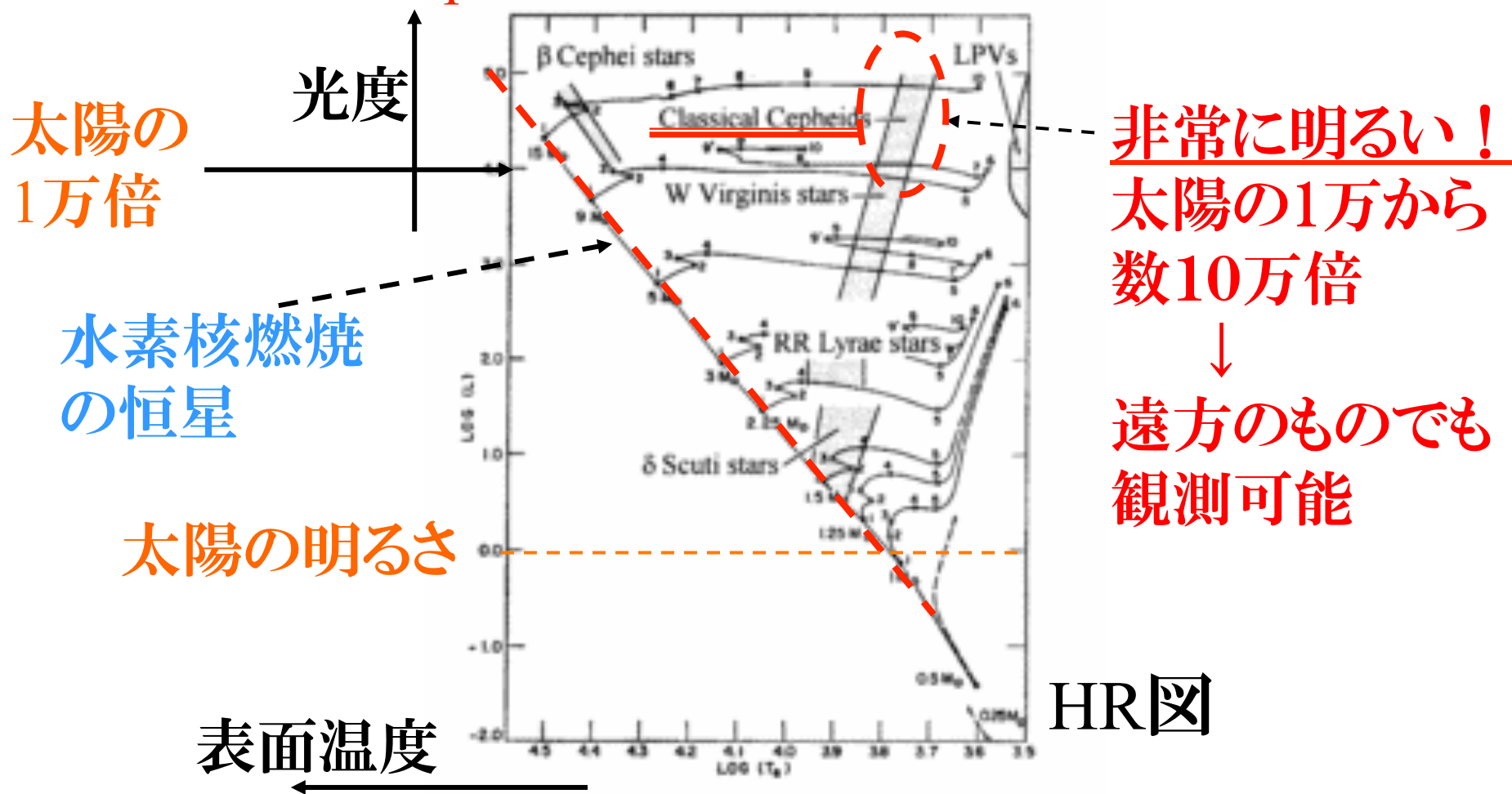
- 宇宙空間にも原子や分子が存在
- 光を散乱する：青い光が散乱されやすい
→ 温度を低く見積もってしまう



レイリー散乱 ($a \ll \lambda$)

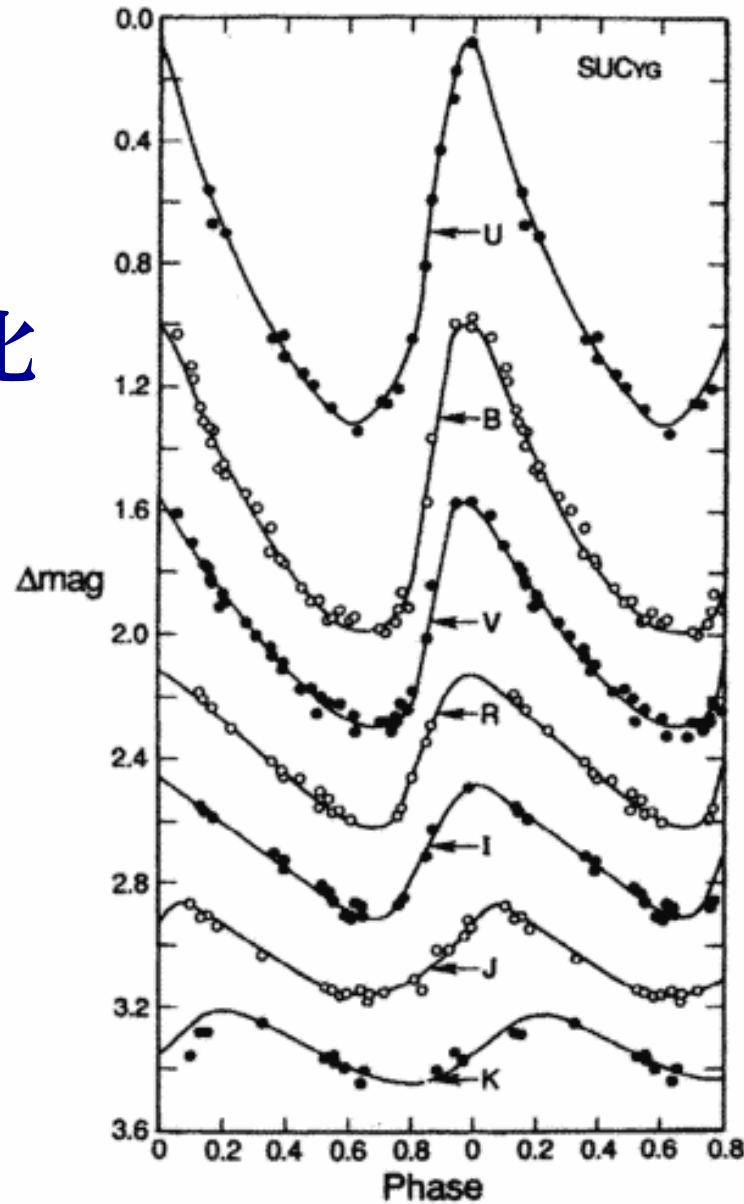
セファイド変光星を用いる方法

- セファイド変光星とは: 水素の核燃焼を終え、ヘリウムを核燃焼する巨星。また脈動する星。
- 我々から1kpc以内に十分な数、発見されている



規則正しく脈動(振動)している

光度の変化



紫外線

青い光

可視光

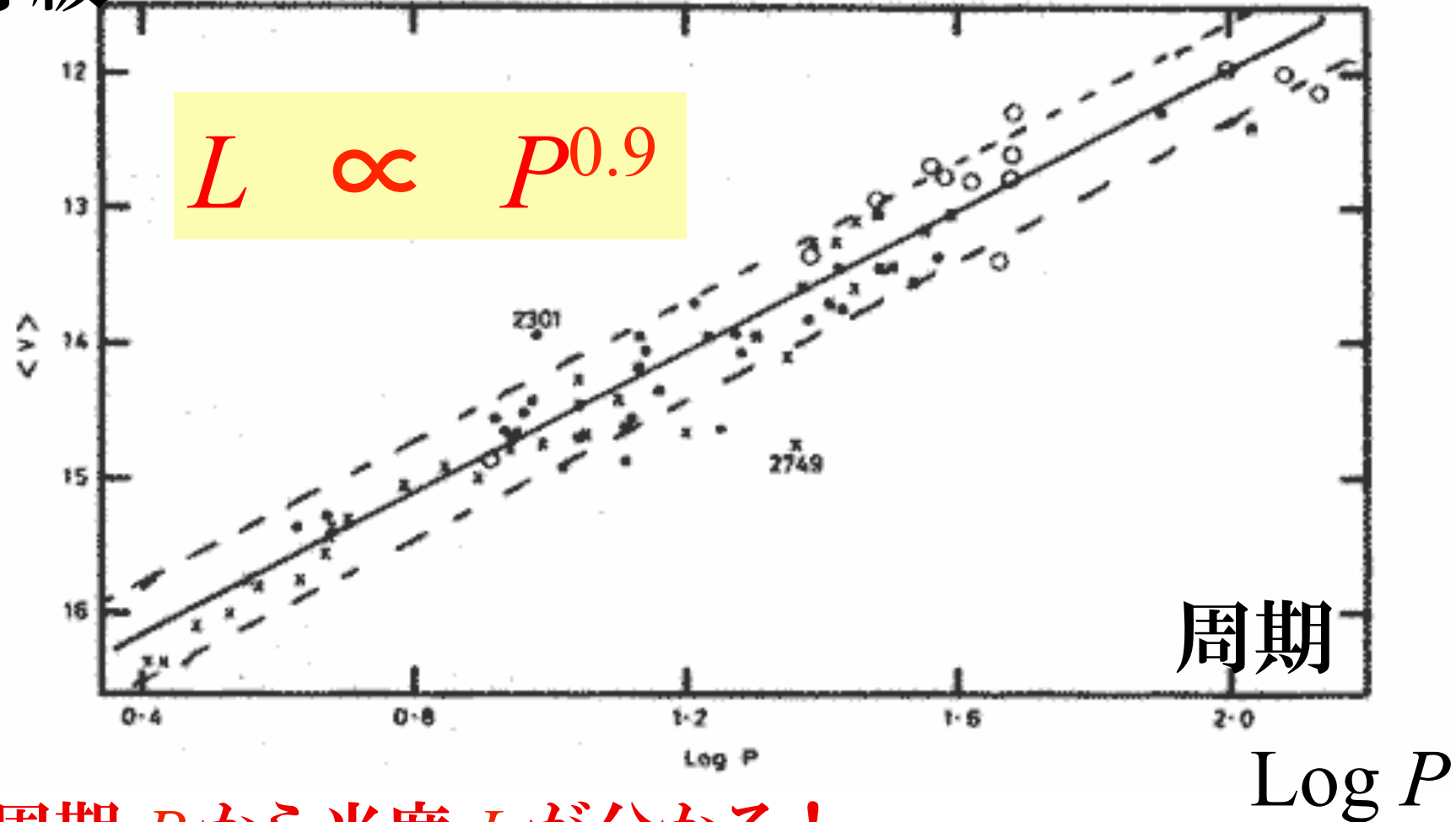
赤い

赤外線

→ 時間

周期と光度に強い相関あり：分散が小さい

等級 距離が測られたセファイド変光星で作った関係



周期 P から光度 L が分かる！

→ 見かけの光度を測れば距離が決まる

“距離はしご”

1AU
(太陽)

↑ レーダー測距

数100pc
(近傍の恒星)

↑ 三角測量

数kpc
(銀河内)

↑ HR図、明るい恒星

数10kpc
(マゼラン星雲など)

700kpc
(アンドロメダ銀河
・ 局所銀河群内の銀河)

↑ セファイド変光星

数Mpc
(近傍の局所銀河群)

20Mpc
(おとめ座銀河団)

↑ Ia型超新星、
タリー・フィッシャー
関係、その他

数100Mpc

それ以上の遠方の
銀河

↑ 赤方偏移の測定
による推定

●
標準光源
を使用
↓

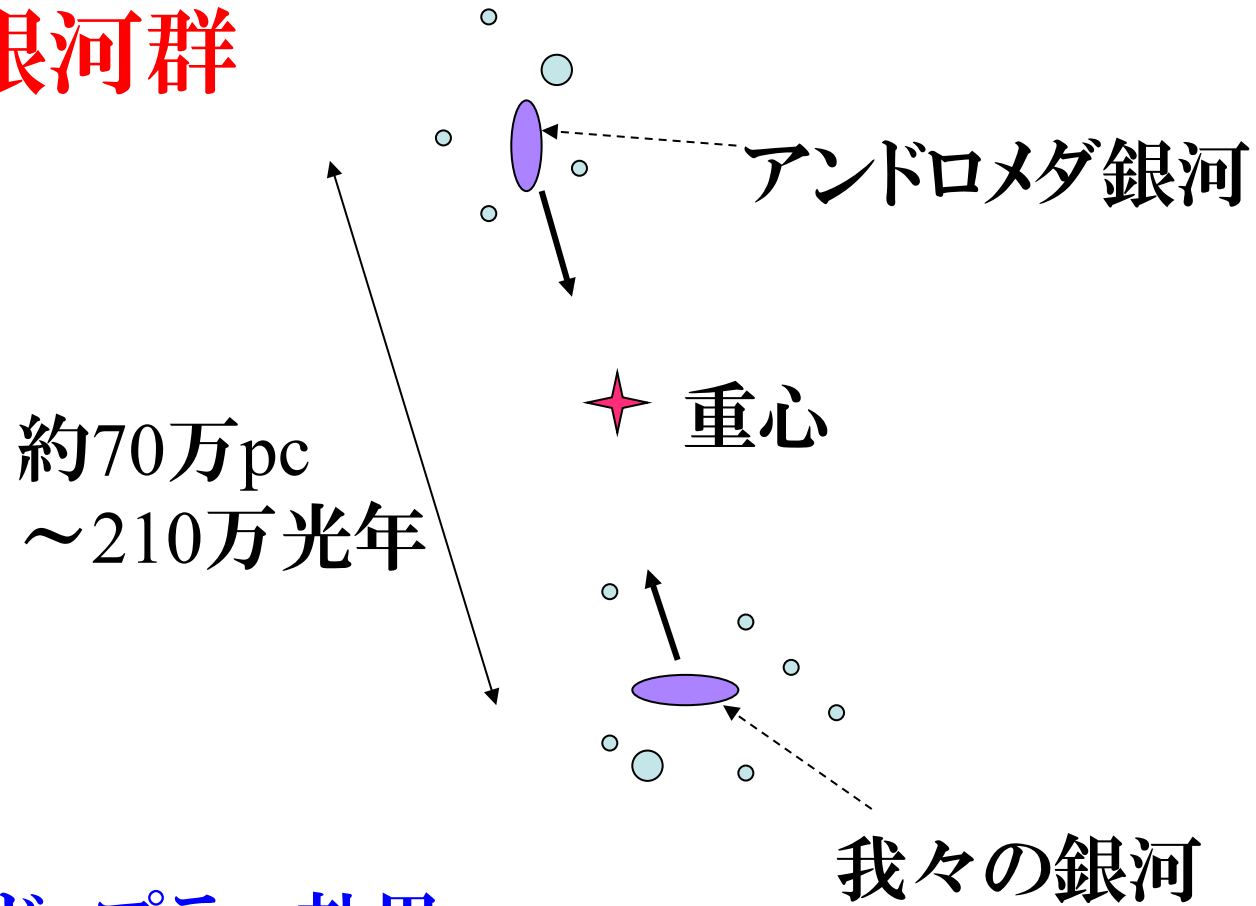
銀河の上の階層：局所銀河群



我々の銀河 (Milky Way) は局所銀河群の一員である。

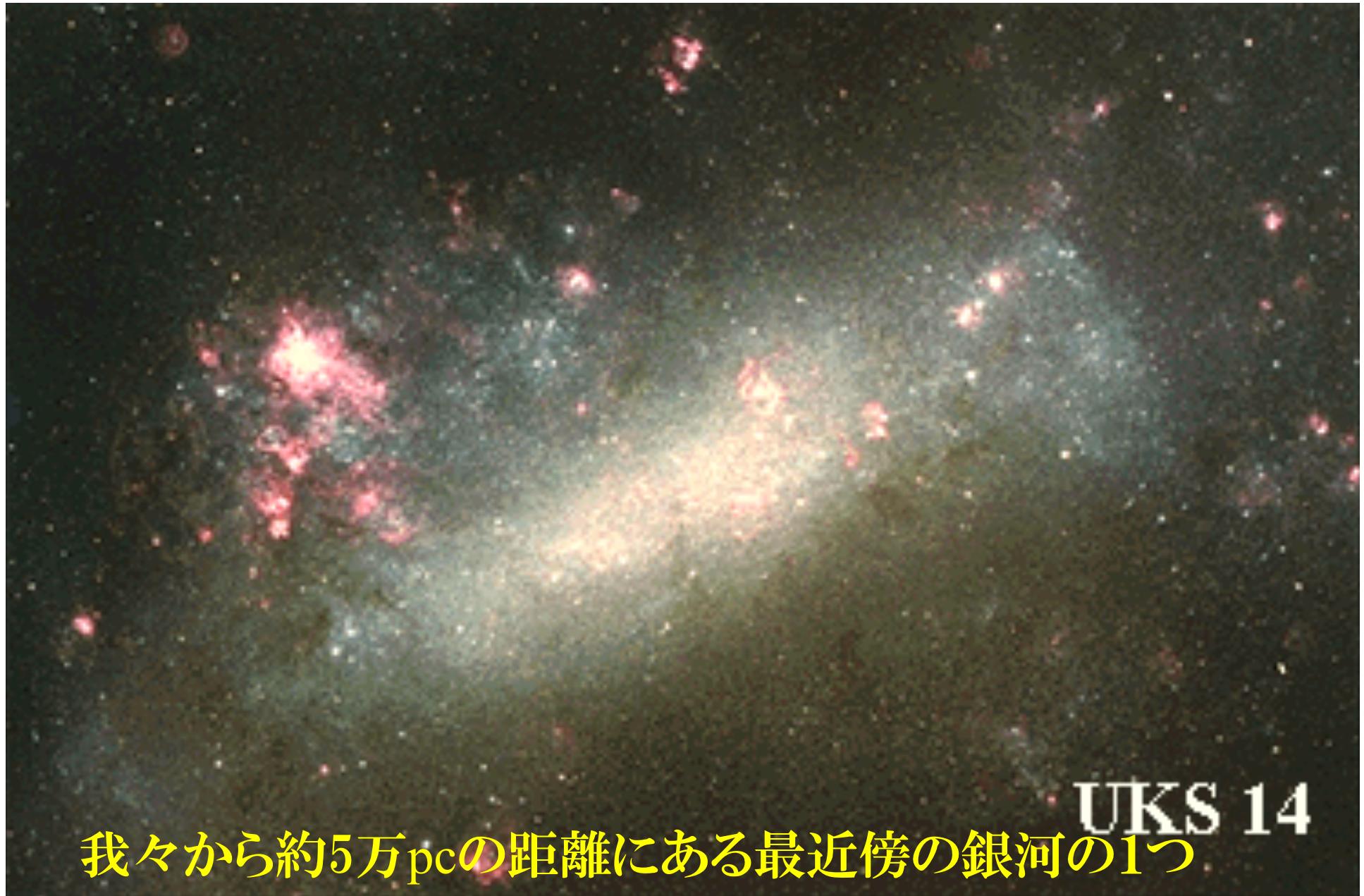
我々の銀河の近傍

局所銀河群



速度はドップラー効果
からわかる

大マゼラン星雲(不規則銀河)



UKS 14

我々から約5万pcの距離にある最近傍の銀河の1つ

アンドロメダ銀河

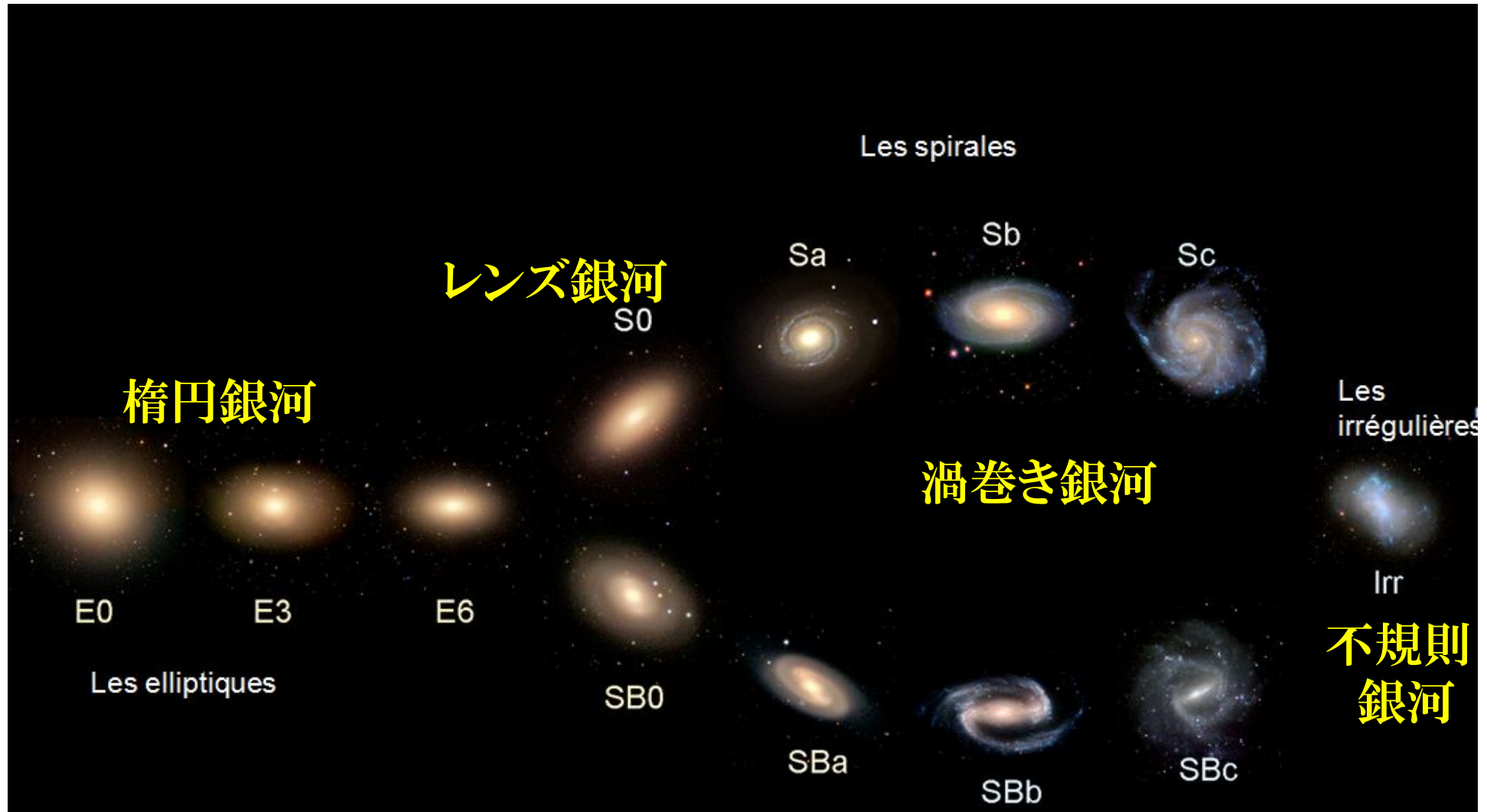
我々から70万pc離れている隣の渦巻き銀河系。

隣の局所銀河群：M81 & M82

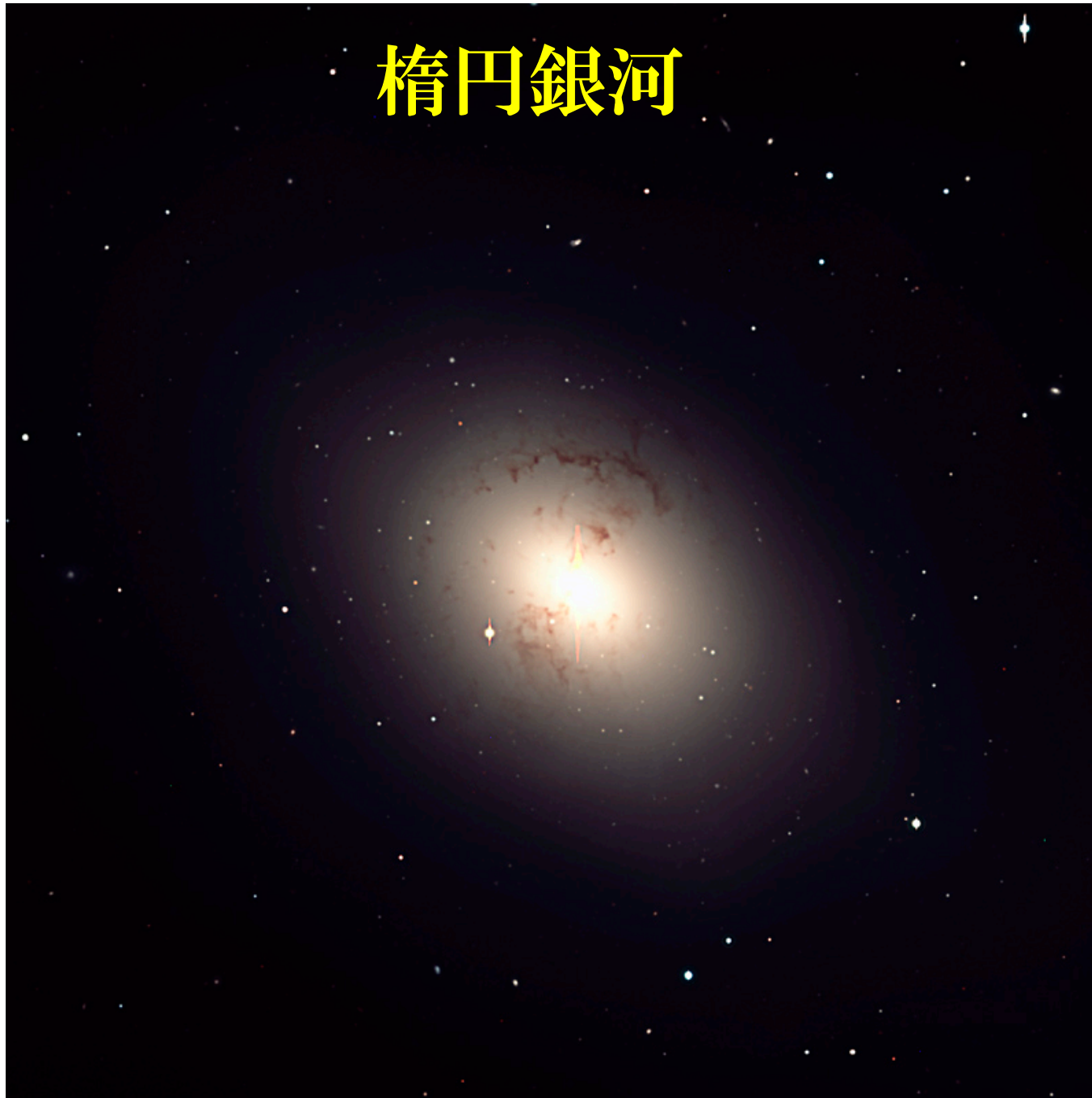


我々から約400万pc離れている。

銀河系の分類



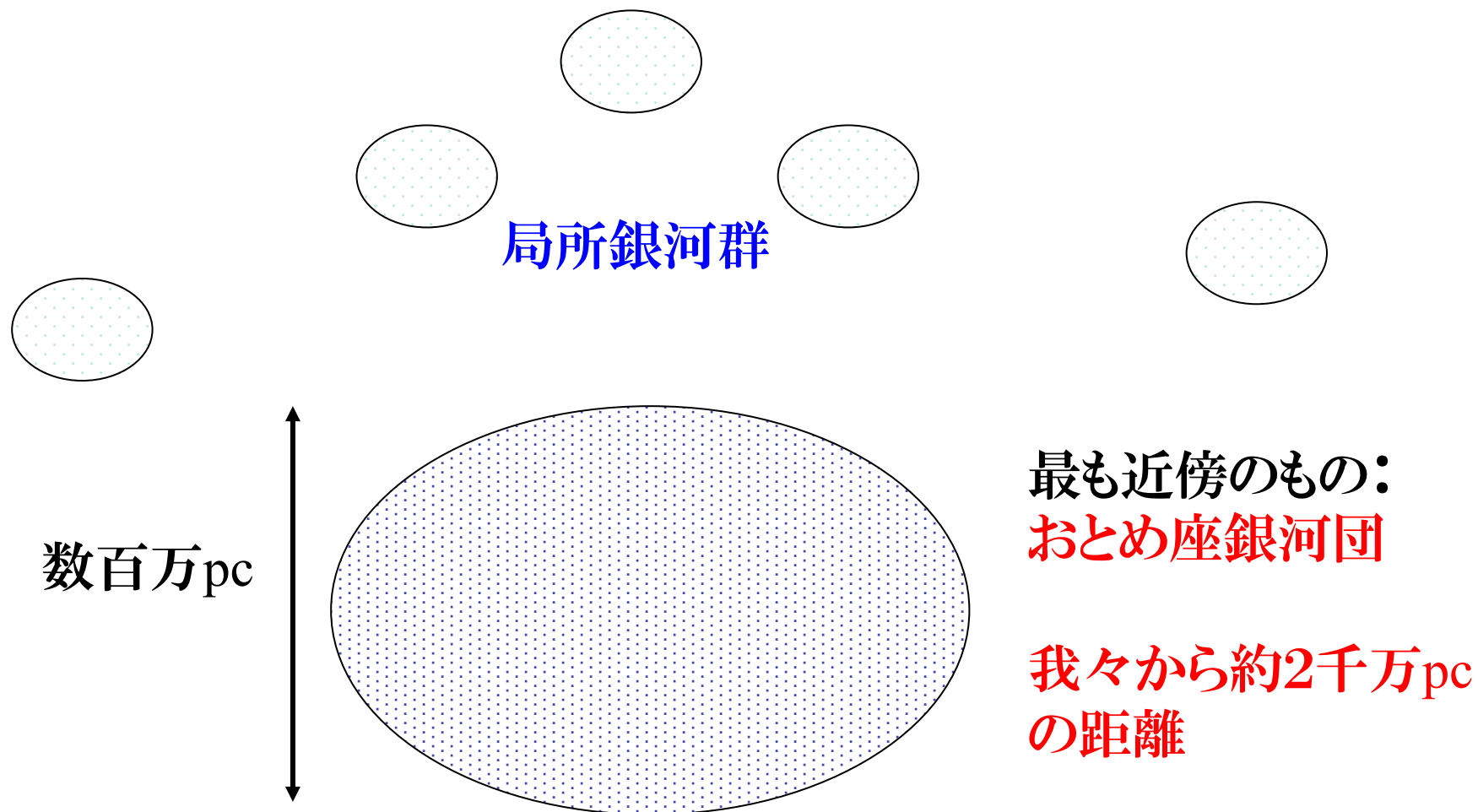
橢圓銀河



Giant Elliptical Galaxy NGC 1316 in Fornax Cluster (VLT/ANTU + FORS1) 

局所銀河群の上の階層：銀河団

銀河が50個以上

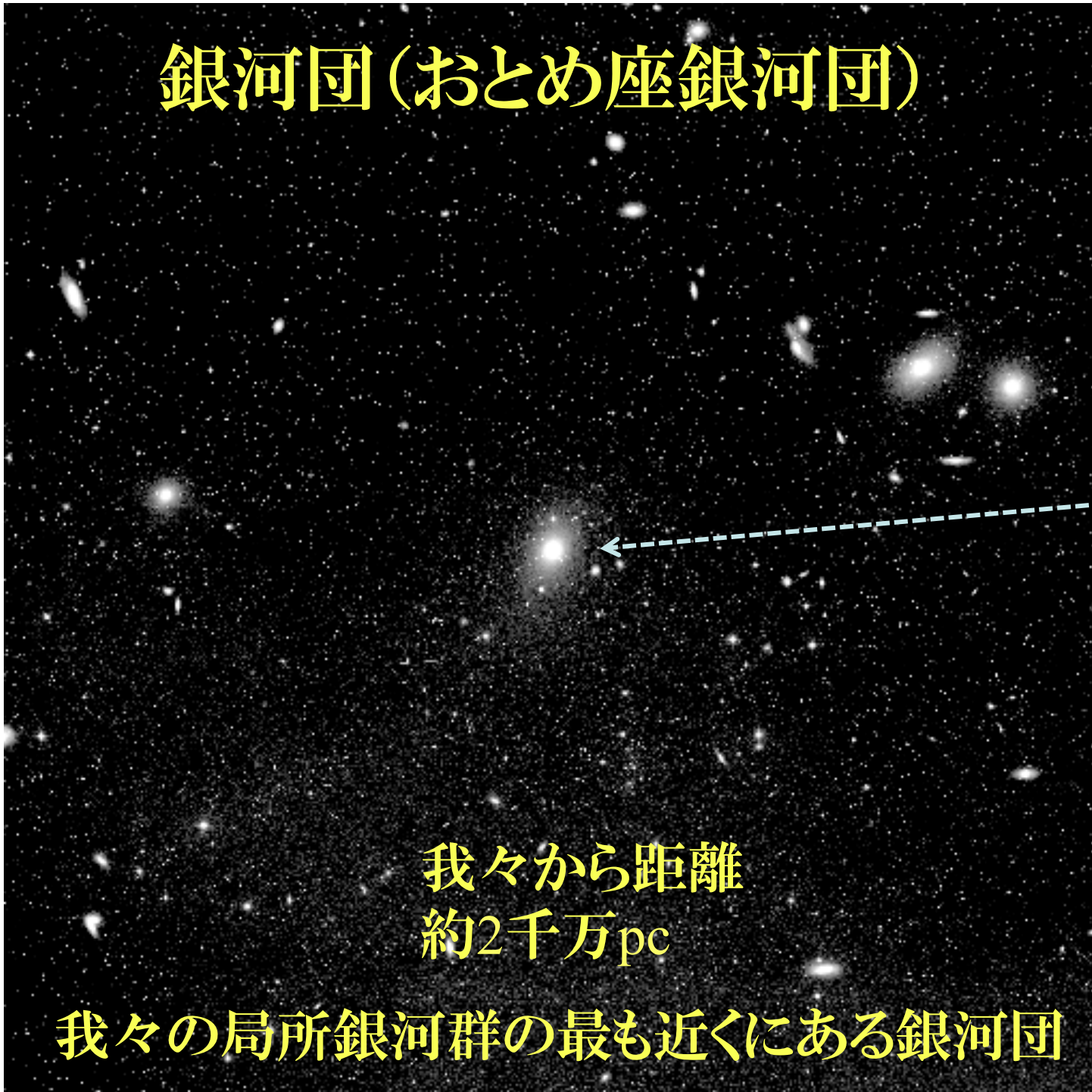


銀河団 (おとめ座銀河団)

M87

我々から距離
約2千万pc

我々の局所銀河群の最も近くにある銀河団



M87:巨大楕円銀河



我々の銀河系の約100倍の質量



M 87 (NGC 4486)

Ultra-high-sensitivity HDTV I.I. color camera (NHK)
Exp. 40 sec. (10 frames coadded) January 16, 1999

Subaru Telescope, National Astronomical Observatory of Japan

Copyright © 1999, National Astronomical Observatory of Japan, all rights reserved

うみへび座超銀河団：数百の銀河の集合体



我々から5千万pcの距離

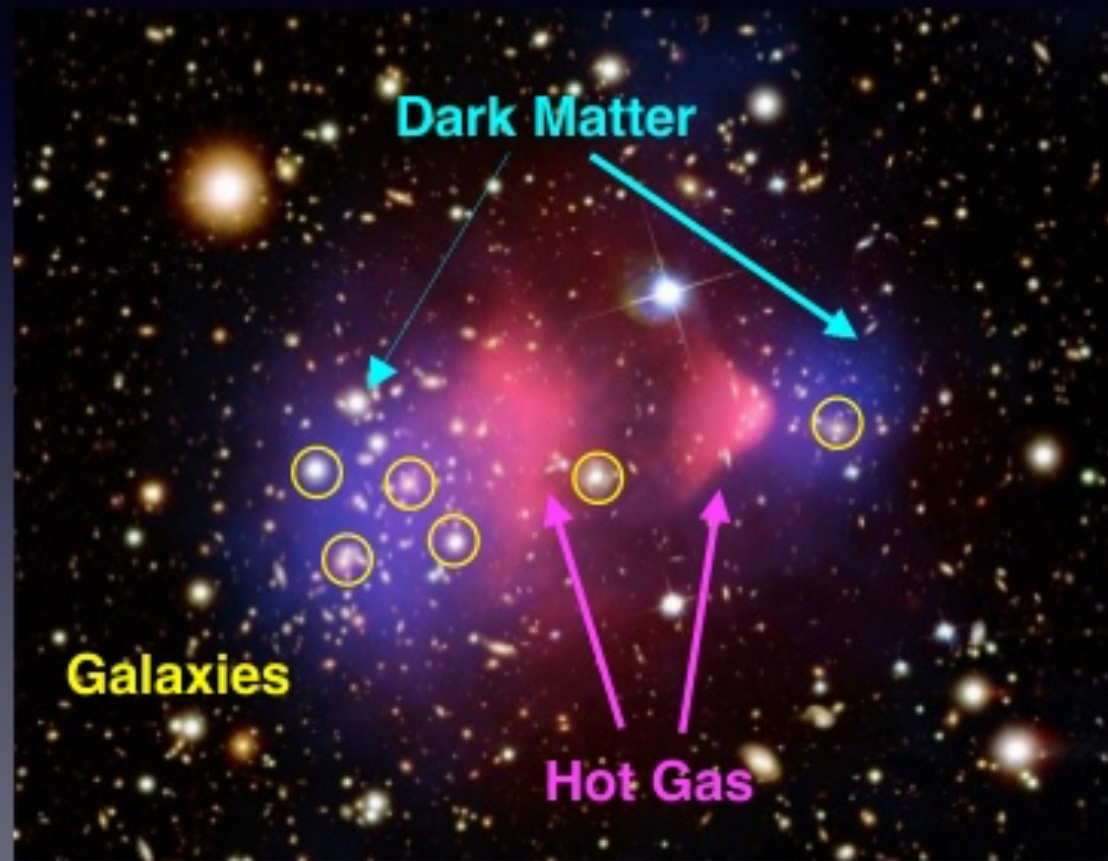
銀河団の特徴

- 広がりにはMpc(=1000kpc)のオーダー
- 質量が $10^{14}\sim 10^{15}$ 太陽質量:最大質量は、膨張宇宙の中で今までに成長しきれない最も大きな構造。
- 中心付近では楕円銀河が多数派。
- 銀河のトータルの質量は全体の10%以下。
- 銀河の分散速度は500~2000 km/s。
- 高温ガスが多い： $10^7\sim 10^8$ K。X線光度が $10^{37}\sim 10^{38}$ J/s。質量は全体の15%程度。ただし密度が低く $10^{-26}\sim 10^{-29}$ g/cm³程度。
- 実は、質量のほとんどがダークマター。
- 電波でも光っている(シンクロトロン放射)

銀河団のX線：高温のガス

温度：1000万～1億度

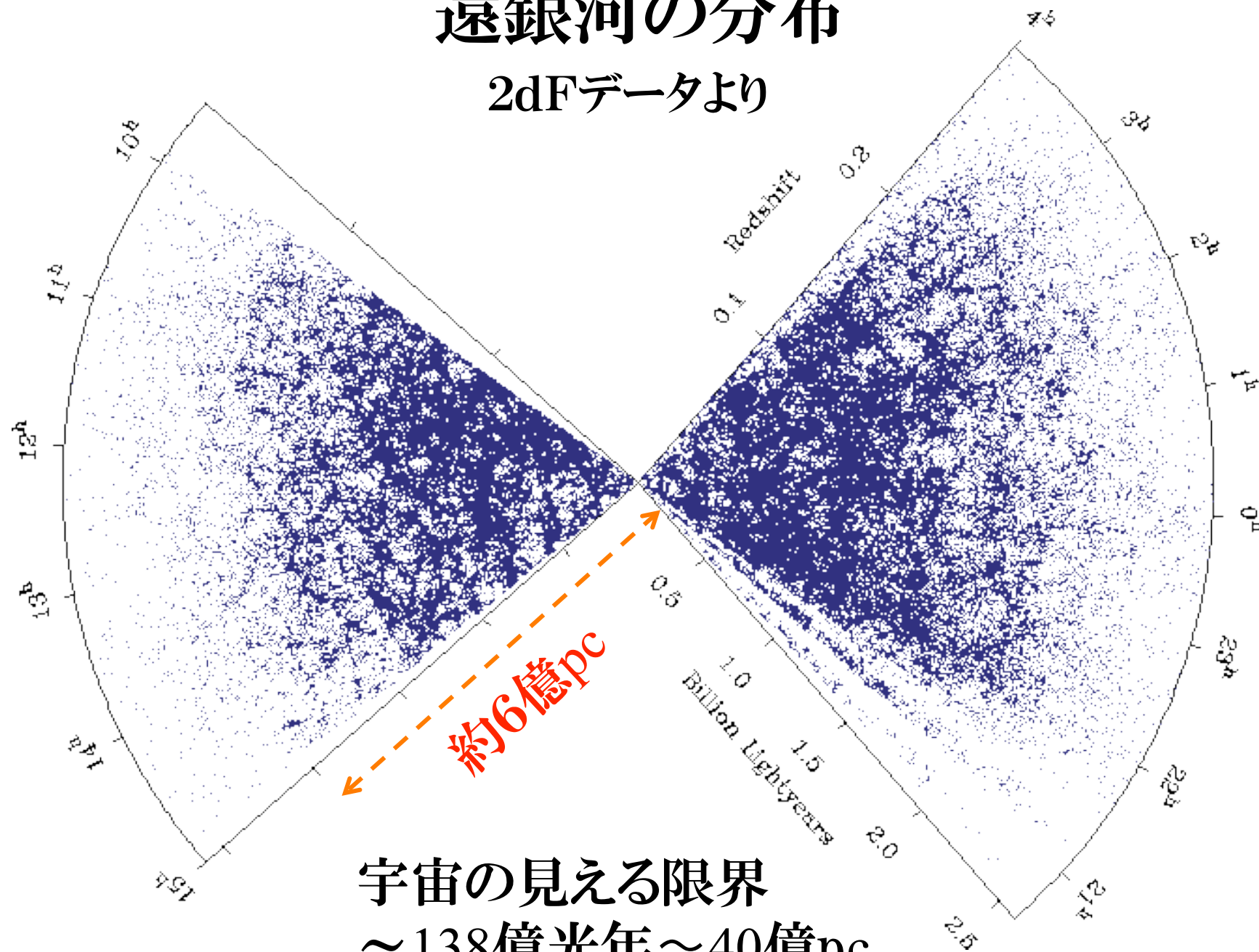
The Bullet Cluster



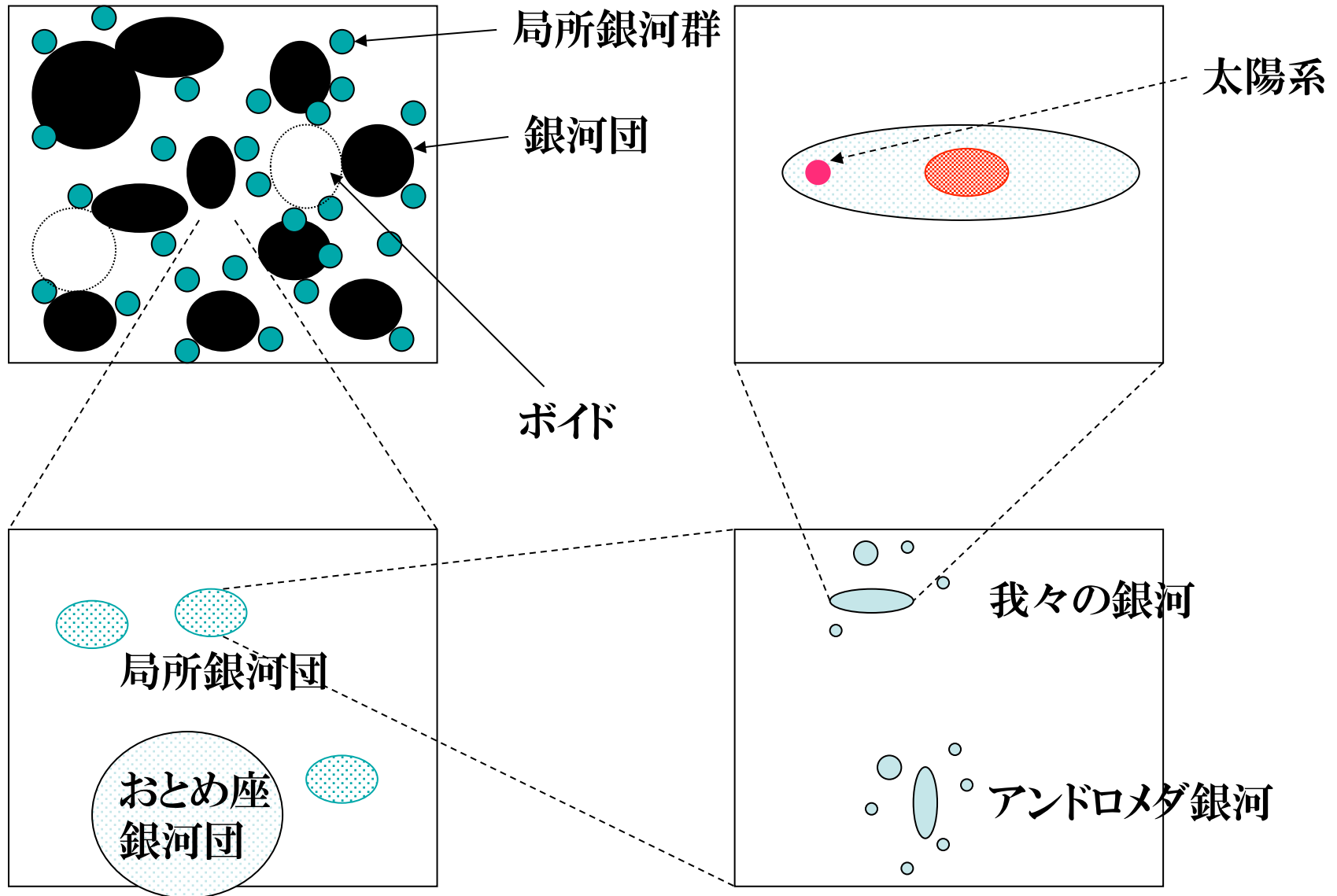
Maxim Markevitch (NASA) and Doug Clowe (Ohio U.)

遠銀河の分布

2dFデータより



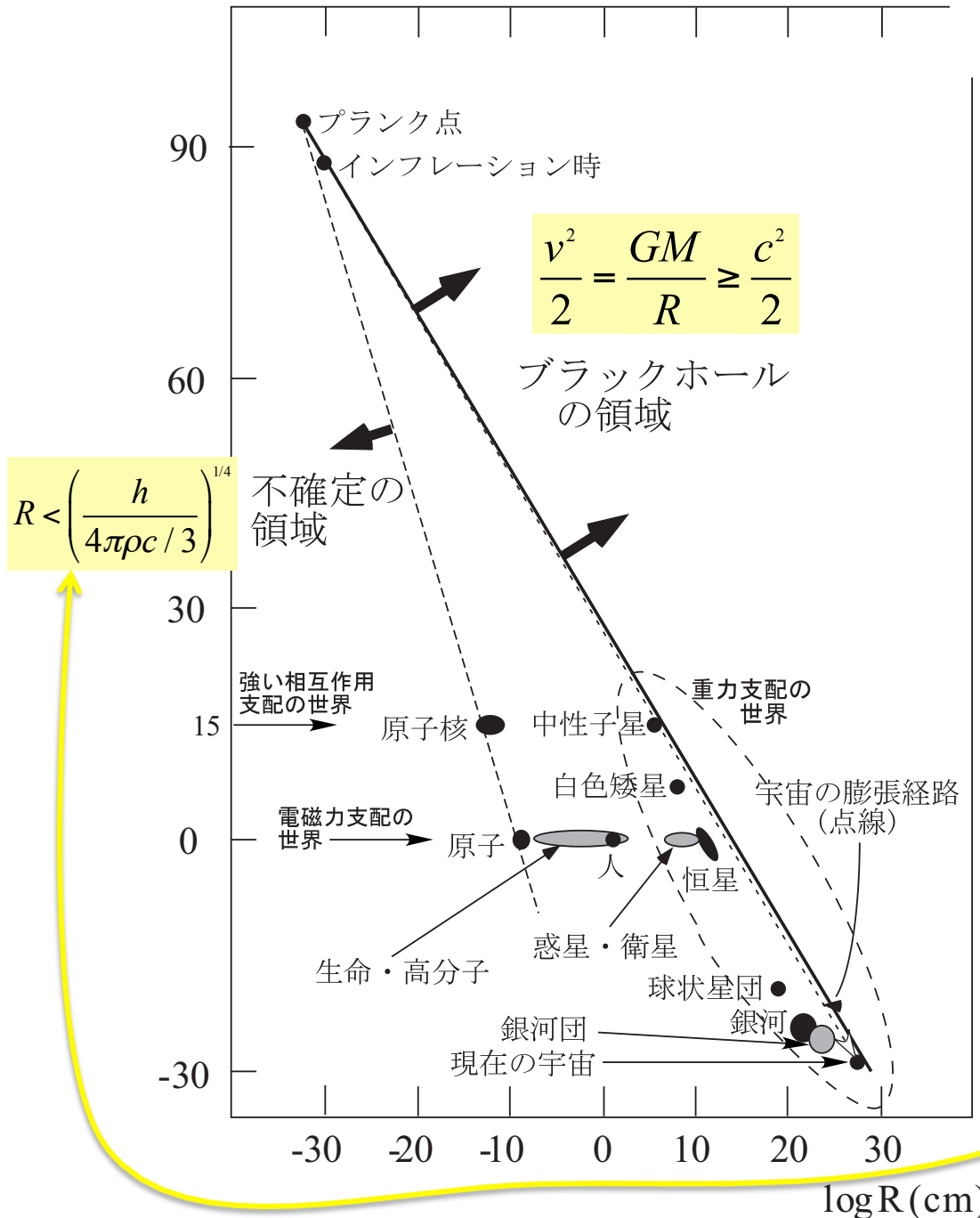
宇宙の階層構造のまとめ



2. 自然界の階層構造

- 天体は、重力 (引力) = 圧力 (抗力) で構造が決まる。
大きなスケールの物体の特徴
- 我々の身の回りの物質は、働く主たる力が異なる。
- 小さいスケールの物質に働く引力は、突き詰めれば原子、分子、原子核の間に働く量子力学的な力 (電磁気学相互作用あるいは強い相互作用) であるが、天体の場合は基本的には古典的重力。
- 弱い相互作用で構成される物体はない。

log ρ (g/cm³)



自然界の階層構造

プランク長、質量

$$\frac{2GM}{c^2 R} = 1 \quad \& \quad \frac{h}{McR} = 1$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{2Gh}{c^3}} = 6 \times 10^{-33} \text{ cm}$$

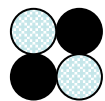
$$M = \sqrt{\frac{ch}{2G}} = 4 \times 10^{-5} \text{ g}$$

実態がつかめないもの:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{Mv} \geq \frac{h}{Mc} \approx \frac{h}{4\pi\rho R^3 c/3}$$

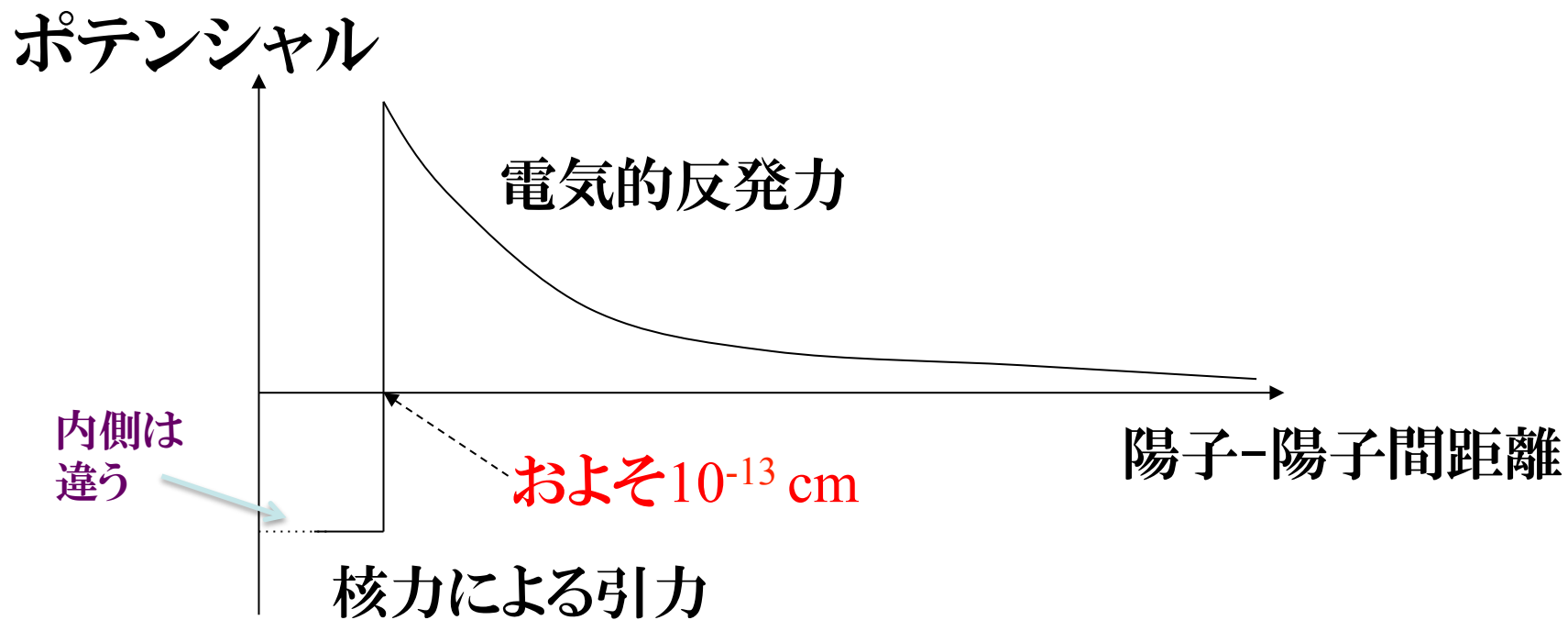
$$R < \lambda \Rightarrow R < \left(\frac{h}{4\pi\rho c/3} \right)^{1/4}$$

強い相互作用：原子核を例に



- 陽子
- 中性子

陽子と陽子は電氣的に反発するのに
ヘリウムは安定：**核力(引力)があるから**



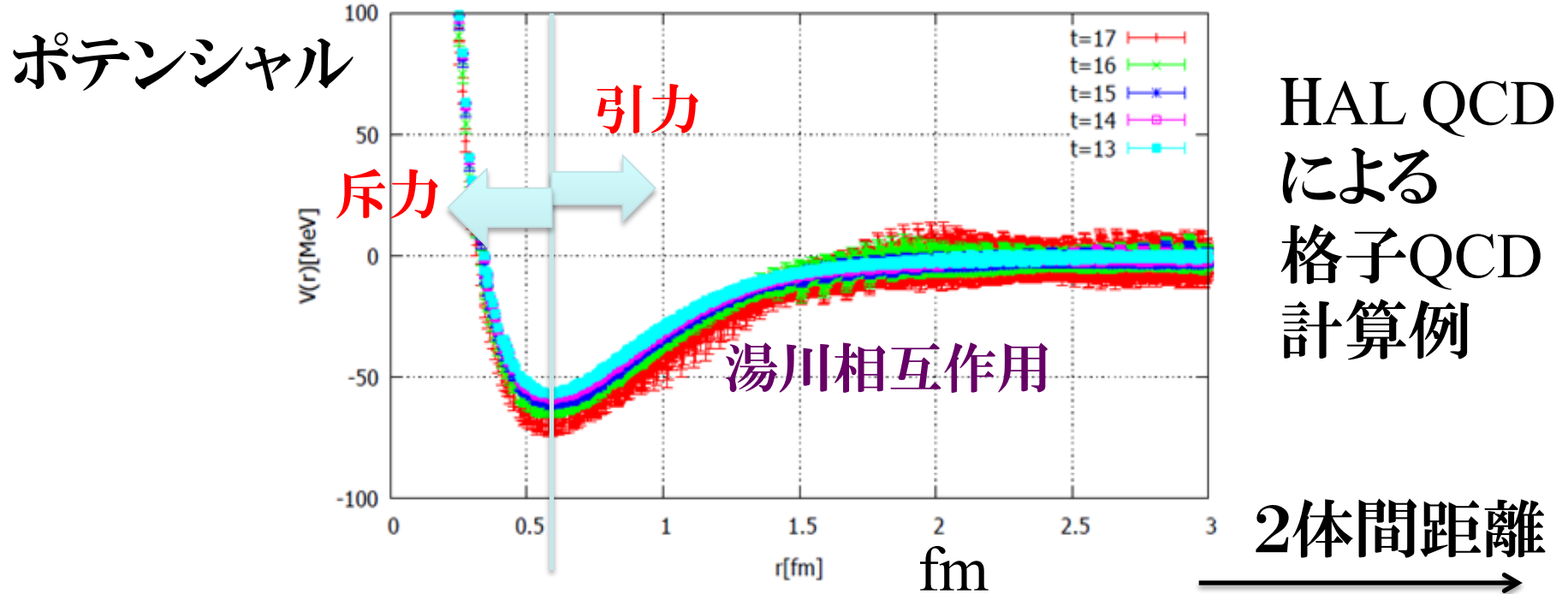
物の密度

- 原子核中における陽子や中性子の平均距離は、
およそ $10^{-13} \text{ cm} = L$
- これらの核子の質量は、 $M = 1.66 \times 10^{-24} \text{ g}$
- 密度は大雑把に、 $M/(2L)^3 \sim 2 \times 10^{14} \text{ g/cc}$

強い相互作用が支配する系では、
密度がこの程度になる。

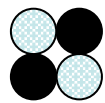
中性子星:中心密度 $\sim 10^{15}$ g/cm 3

- 重力=圧力
- 圧力源は縮退圧と核力しかない。温度は0で良い近似。
- 縮退圧の寄与は小さい。湯川相互作用は引力。
- 核子も密度を上げて詰め込むと斥力になる。



電気力の支配する世界＝原子・分子

- 電気力は距離の2乗に反比例して減少
⇒十分遠方まで力が到達(重力も同様)
- 重力と異なるのは、プラスとマイナスの電荷が存在すること(重力では質量はプラスのみ)
- プラスとマイナスの電荷が打ち消しあうため、電気力は実際には特徴的な長さしか届かない
- 打ち消しあう特徴的長さ＝原子の大きさ
- 水素原子： $L=5.29 \times 10^{-9} \text{cm}$ 、 M ＝陽子質量
⇒ 密度 $\sim 1 \text{g/cm}^3$ 。



個々が原子の大きさ

重力

- プラスのチャージ(質量)しかない
- 特徴的な長さが存在しない。特徴的な密度もない。
- 一般に重ければ重いほど遠くまで働く
- さまざまな大きさの構造が存在する。
- ただし、重力が効くのは**大きなものに限る**。
∴ 電磁力、強い相互作用に比べて微弱だから

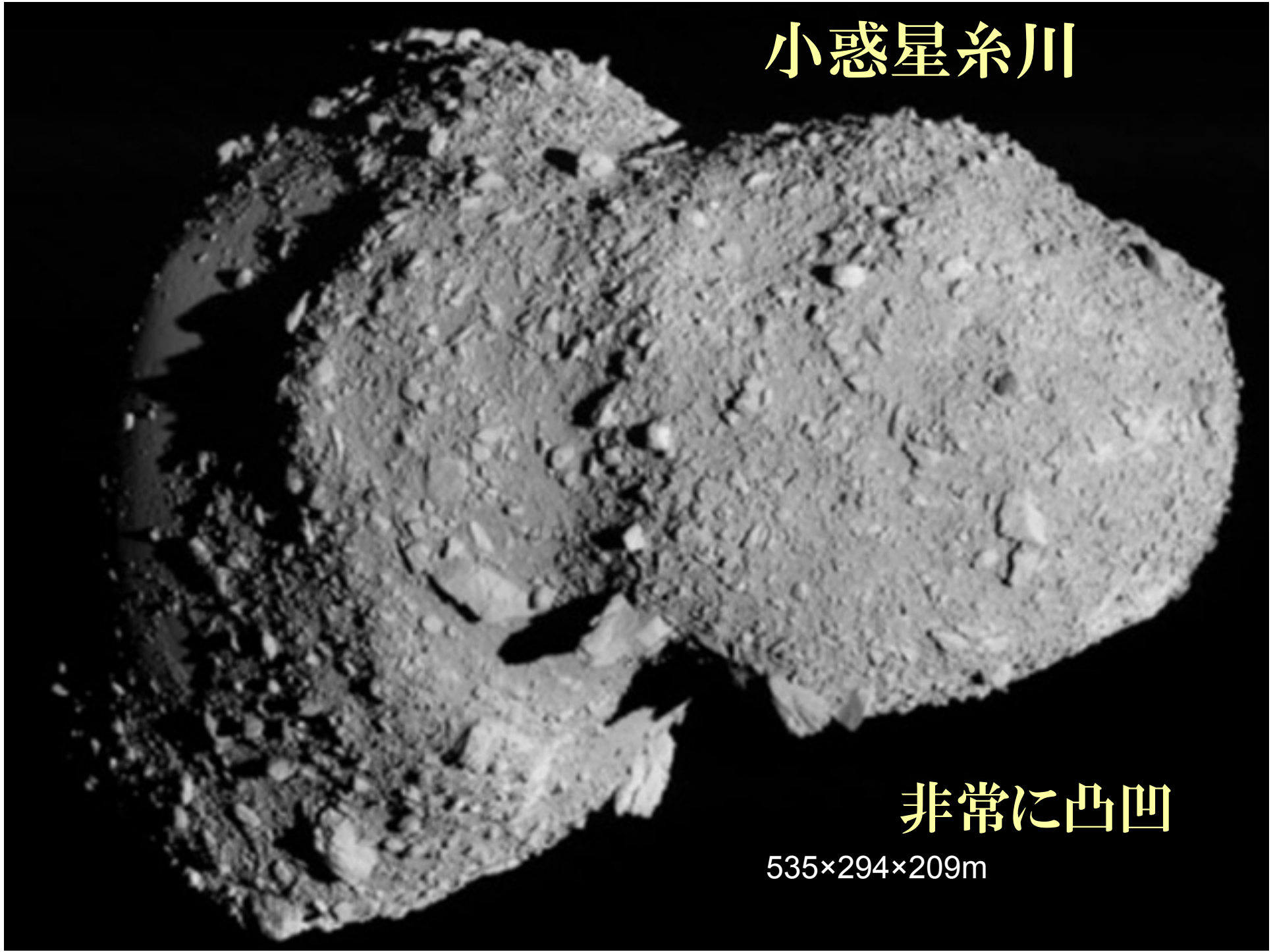
$$\frac{F_{\text{Grav}}}{F_{\text{Elec}}} = \frac{Gm_p^2 / r^2}{e^2 / (4\pi\epsilon_0 r^2)} = \frac{Gm_p^2}{e^2 / (4\pi\epsilon_0)} \approx 8 \times 10^{-37}$$

- 重力が支配的になる最小の天体の大きさ：
およそ100km程度(小惑星や小衛星)。なぜ？

小惑星糸川

非常に凸凹

535×294×209m



土星の衛星 Epimetheus

115km



まだまだ凸凹

月

丸い



1700km

質量

$7.35 \times 10^{25} \text{g}$

重力は等方的に働くので丸くなる

粒子の重力ポテンシャルエネルギー

$$W = -\frac{GMm}{R} = -\frac{GM}{c^2 R} \times mc^2$$

無次元量: コンパクトネス
 R が重要



地球: 質量 = 5.974×10^{27} g
赤道面半径 = 6378 km

$$\frac{GM}{c^2 R} \approx 7 \times 10^{-10}$$

どの重さから重力が効くのか？

- 分子の結合エネルギーを考える
- 酸素分子: 494 kJ/mol、金属数10～数100 kJ/mol
→ 質量エネルギーあたりの結合エネルギーは、
酸素なら $4.94 \times 10^{12} \text{ erg} / (32 \times 9 \times 10^{20} \text{ erg}) = 1.7 \times 10^{-10}$
- 金属なら一般にもっと低いので、地球表面の物質なら 10^{-11} のオーダーと考えられる
- 地球上における重力結合エネルギーは

$$E = \frac{GM_{\oplus} m}{R_{\oplus}} = \frac{GM_{\oplus}}{c^2 R_{\oplus}} \times mc^2 = 7.0 \times 10^{-10} mc^2$$

ゆえに、重力による結合の方が強い。

- 月なら、これが $3 \times 10^{-11} mc^2$ → よって際どい。

重力系のその他の特徴

- 比較的小さいもの(恒星、白色矮星、中性子星)は、
基本的には既存の“圧力”で支えられている
→ 圧力源の性質によって、天体の性質が決まる。
- 大きい天体(星団、銀河、銀河団)は、“慣性力”で
形状を維持(例えば遠心力)。
- 重力の主成分は、星団なら星、銀河ならダークマター
と星、銀河団ならダークマター
→ 星やダークマターの運動状態で、星団の性質が
決まる。

重力ポテンシャルエネルギーを利用した エネルギー生成

無限遠方で
速度ゼロ ●

$$-\frac{GMm}{R} = -\frac{GM}{c^2 R} \times mc^2$$



地球表面で解放される
エネルギー

$$E = \frac{GM_{\oplus} m}{R_{\oplus}} = \frac{GM_{\oplus}}{c^2 R_{\oplus}} \times mc^2 = 7.0 \times 10^{-10} mc^2$$

化学反応よりも高効率

半径の小さな星 (コンパクトな星) は強力な
エネルギー源になりうる

→ ブラックホールや中性子星は高エネルギー天体

様々なエネルギー源

- TNT火薬1kgの爆発エネルギー $\sim 4.2 \times 10^6$ J。
質量エネルギーに対する効率 = 4.6×10^{-12} 。
 - 広島原爆：約1kgのウランが核分裂した場合のエネルギー $\sim 5.5 \times 10^{13}$ J。質量エネルギーに対する効率は約0.08%：極めて効率が低い。太陽の核融合反応はもうすこし効率が低い。
 - 人間の1日あたりの消費エネルギーは、活動的でないなら約2000kcal = 8.4×10^6 J。TNT火薬2kg分。
 - 中性子星に1kgの物体を遠方から落とした時に解放されるエネルギー $\sim 10^{16}$ J。効率 $\sim 10\%$ 。
- ◇ 強重力天体は、高効率エネルギー発生源になりうる。

水力発電の大雑把な効率

$$\Delta E = \frac{GM_{\oplus}m}{R_{\oplus}} - \frac{GM_{\oplus}m}{R_{\oplus} + h} \approx \frac{GM_{\oplus}}{c^2 R_{\oplus}} \times \frac{h}{R_{\oplus}} \times mc^2 \approx 10^{-14} \left(\frac{h}{100 \text{ m}} \right) mc^2$$

- ものを燃やすよりは質量あたりの効率が悪い。
- しかし、たくさん落とせば稼げる。
- CO₂は出ない。

デススターのように惑星を破壊できるか？

- 地球のおよその重力結合エネルギー(式は後述)

$$W = \frac{1}{2} \int \rho \Phi dV \approx -\frac{3GM_{\oplus}^2}{5R_{\oplus}} = -2.3 \times 10^{32} \text{ J}$$

- 太陽が持つ熱エネルギーの総量

$$U_{\odot} \approx 3 \frac{M_{\odot}}{m_p} kT \approx 4.9 \times 10^{41} \left(\frac{T}{10^7 \text{ K}} \right) \text{ J} \quad \left(\frac{M_{\odot}}{m_p} \approx 1.2 \times 10^{57} \right)$$

- 太陽の熱エネルギーの一部を取りだせばいいので、原理的には不可能ではないように見える。
- しかし太陽からどうやって熱エネルギーを短時間で取り出すのかについては ????
- そもそもあんなに短時間で吸い取ると非常に危ない。なんで惑星が壊れるのに、装置が壊れないの ??

デススターのように惑星を破壊できるか？

- 太陽光度 $L_{\odot} = 3.9 \times 10^{26}$ J/s
- 太陽の輻射を全て集めたとした場合に、地球の結合エネルギー分を集めるには、

$$\frac{W}{L_{\odot}} \approx 7 \text{ days}$$

- 太陽の周り四方に吸収機を置いて完全に吸収できたとしても1週間もかかる → ありえない？
- 実現できれば人間のエネルギー問題は完全解決