

HPCI 戦略分野 5 「物質と宇宙の起源と構造」(統括責任者：青木慎也)

課題 3 「超新星爆発およびブラックホール誕生過程の解明」(責任者：柴田大)

平成 24 年度の成果

太陽のおよそ 10 倍を超える初期質量を持つ恒星は、進化の最終段階で鉄の中心核を形成させた後に重力崩壊し、原始中性子星を形成させる。その直後に原始中性子星周辺から発生する衝撃波が十分なエネルギーを得た場合には超新星爆発が起こり、最終的に中性子星が誕生すると考えられている。一方、超新星爆発に失敗した場合には、原始中性子星に物質が降り積もり、最終的にブラックホールが誕生する。ブラックホールはこれ以外にも、2つの中性子星からなる連星(連星中性子星)が合体する現象でも誕生すると考えられている。しかしながら、超新星爆発やブラックホール形成の機構は未だに解明されていない。これらの解明は宇宙物理学における最重要課題の1つである。解明が難しい理由は、従来の天文観測手段で観測するのが本質的に難しい現象だからである。そのため、大規模数値シミュレーションを用いた理論研究が、有力な解明手段になる。

超新星爆発や連星中性子星の合体においては、自然界に存在する4つの力、重力、電磁気力、強い相互作用、弱い相互作用、の全てが重要な役割を担う。しかも強重力現象であるため、一般相対論的取扱いが必須になる。したがって、これらの現象の解明には、物理法則を記述する様々な基礎方程式を解かなくてはならない。近似なしに、第一原理的計算を行うためには、空間的な対称性を仮定せずにアインシュタイン方程式、流体(あるいは磁気流体)方程式、素粒子組成の発展方程式を解き、さらに実空間3次元、位相空間3次元を考慮したボルツマン方程式をニュートリノ輻射輸送に対して解かなくてはならない。さらにはテーブル化された高温高密度物質に対する状態方程式を取り入れなくてはならない。このような仕事には、当該分野の現状をはるかに超えた巨大シミュレーションが必要であり、また仮にコードが存在したとしても多大な計算機資源を必要とするので、京すべての計算資源を用いたとしても実行は不可能である。そこで、本課題ではいくつかの挑戦的課題を段階的に発展させることを目指している。具体的には以下の4つの課題を段階的に達成することを目的としている。

- ① 世界で初めて空間3次元の流体力学的方程式、および実空間3次元、位相空間1次元(周波数空間)を考慮したニュートリノ輻射輸送方程式を解き、ニュートリノ加熱機構に基づく重力崩壊型超新星爆発機構の解明を目指す。
- ② 空間3次元の一般相対論的磁気流体計算をこれまでにない高解像度で行い、超新星爆発や連星中性子星合体における磁気流体効果の解明を目指す。
- ③ 空間3次元の流体方程式、アインシュタイン方程式、およびニュートリノ輻射輸送方程式を解きながら、特にブラックホールの誕生過程の解明を目指す。
- ④ 空間3次元の流体方程式、および実空間3次元、位相空間3次元のニュートリノ輻射輸送方程式を解くことにより、ニュートリノ加熱機構に基づく重力崩壊型超新星爆発機構の解明を目指す。

平成 24 年度は、上記 4 つの課題を 4 つのサブグループが並行して進めた。

まず①に関しては、瀧脇が京でサイエンスランを実行するためのコードのチューニングを進めた。その結果、京で実行効率 10%程度の計算が出来るまでにコードが改善された。この課題は優先課題に選ばれたので、24 年度後半から本格的にサイエンスランを実行した。その結果、これまでの空間的対称性を仮定したシミュレーションでは得ることのできなかった爆発現象の再現が可能であることが示された。特に、重力崩壊前の親星に回転がある場合には、爆発のエネルギーが観測される値である 10^{51} ergs 近くになることが示され、ニュートリノ加熱による超新星爆発機構が大変有望であることが初めて定量的に示された。

②に関しては、木内が適合多層格子法を用いた数値相対論的磁気流体コードを発展させ、この分野の計算において必須となる磁束の保存とモノポールなし条件が完全になるコードを構築した。さらにチューニングを行い、京で実行効率 15%程度の計算ができるまでにコードを改良した。24 年度後半には、最初のサイエンスランとして、連星中性子星が合体しブラックホールが誕生する現象にコードを適用した。従来の低解像度計算と比較すると、合体からブラックホール形成へ至るまでの物理時間が大幅に変わることが判った。

③ に関しては、独自の定式化を用いたニュートリノ輻射輸送方程式解法コードの構築を関口が行い、完成させた。さらにテスト計算として、コードを大質量星の重力崩壊現象や連星中性子星の合体に適用し、信頼できる結果が得られることを確認した。25 年度からは、京で使用可能なように本格的にコードのチューニングに取り組む。

④ に関しては、住吉らが前年度に完成させた実空間 3 次元+位相空間 3 次元、合計 6 次元のニュートリノ輻射輸送方程式を陰的に解くための並列計算コードを整備して、3 次元超新星コア物質分布へ適用するシミュレーションを行い、解析を進めた。同時に、ニュートリノ輻射輸送方程式を流体方程式にカップルさせる定式化・開発の作業を長倉が進めた。輻射流体を統合したコードの構築を行い、重力崩壊現象を追うテスト計算を実施して、結合コードが基礎問題で機能することを確認した。

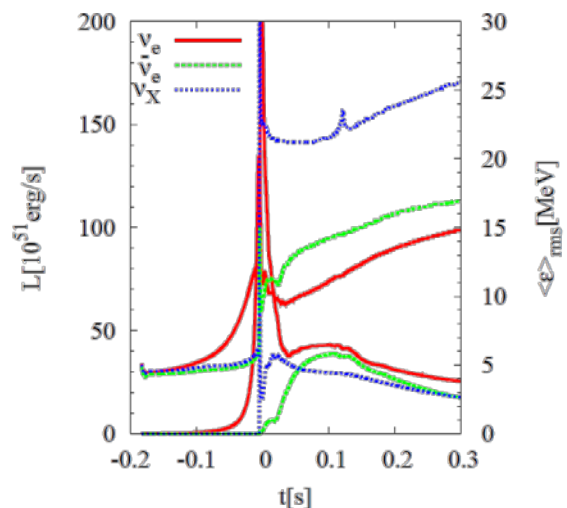
以下では、課題①—④の成果について詳しく述べる。

課題①：優先課題（責任者：瀧脇知也）

本課題は、平成 24 年度優先課題に選ばれた。そこでニュートリノ輻射輸送コードをチューニングしながら、サイエンスランを実施した。以下では、コードの特徴、チューニングの工夫点、サイエンスランの成果について順に説明する。

昨年度開発したニュートリノ輻射輸送コードの特徴についてまず述べる。超新星爆発の最も有望なメカニズムはニュートリノ加熱によるものであり、そのためにはニュートリノの輻射輸送を正確に解くことが欠かせない。このニュートリノ輻射輸送を第一原理的に計算するには、実空間 3 次元+位相空間 3 次元、合計 6 次元の偏微分方程

図①-1



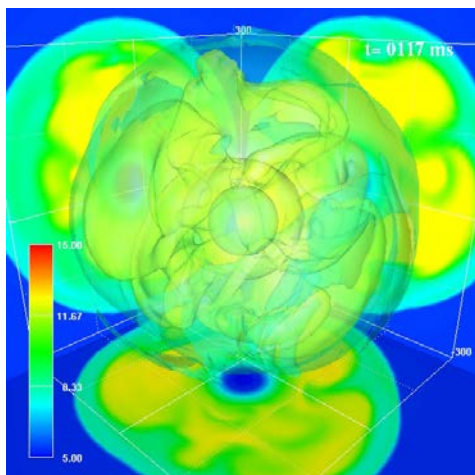
式(ボルツマン方程式)を解かねばならない。この場合の数値計算コストは非常に高く、京コンピュータをもってしても、大質量星の重力崩壊から爆発に転じる実時間にして約1秒間のシミュレーションに必要な計算時間を確保することが難しい。そこで本研究では方程式を近似し、実空間3次元+位相空間1次元の方程式にボルツマン方程式を簡易化した。計算法は IDSA(isotropic diffusion source approximation)と呼ばれる手法を用いている。この手法ではニュートリノを trapped part と streaming part の二種類に分けることで、それぞれの輸送を正確かつ単純に解くことができる。図①-1はこの手法で計算された超新星から放射されるニュートリノの光度(左の目盛)と平均エネルギー(右の目盛)の時間進化であり、球対称性を仮定して第一原理計算で解いた結果を近似的に再現できる。このスキームでは、偏微分方程式の空間微分項を陽的に評価しても安定に時間進化を追うことができるため、時間方向に計算を1ステップ進めるために必要なMPI通信回数は1回だけになる。他のスキームでは陰的に解かねばならないことが多く、1ステップ計算するために何度もMPI通信が必要になる。IDSAスキームは、この特徴のおかげで、波長依存性を考慮した計算法の中では抜群の計算スピードが達成できるスキームになっている。我々の研究が、世界に先駆けて行われた一番の要因はこの計算効率の良さと京コンピュータの性能にある。

チューニングの結果、理論ピーク性能に対して10%程度の実効効率を得た。これを達成するにあたっては、3つの改良点がある。(1)最大8192ノードにわたる大規模なMPI通信を行うため、reduceなどのMPI関数を1度に全体で通信するのではなく、グループに分けて複数回にわけて実行するようにした。(2)MPI通信回数を減らすため、流体のパートをスタガードメッシュと呼ばれる方式(ベクトルをセルエッジで定義し、スカラーをセルセンターで定義する)の人工粘性を使ったスキームから、全ての物理量をセルセンターで定義した上でHLLと呼ばれるスキームに変更した(人工粘性を使う必要がなくなったので、精度も上がった)。(3)単体性能を引き上げるため、ボトルネック部分であるニュートリノ生成率の計算のSIMD化を行った。この部分は空間3重ループの内側に波長空間の1重ループが含まれ、全体として4重ループになっている。2種類のニュートリノ(電子タイプ、反電子タイプ)に対して並列的に演算を書き、同時に計算できるようSIMD化を行った上、OCLを用いて波長空間のdo loopのunroll回数を手動で調整した。メモリアクセス回数を減らすためにはunroll回数を多くしたほうが良いが、本計算の場合にはloop内でフェルミ関数を使用し、指数関数expの命令が多いため、それがL1キャッシュに残るようにしなければならず、unroll回数が制限された。この種のチューニングには富士通の精密パフォーマンスアナリシスツールが非常に役に立った。

次にサイエンスランの結果について述べる。シミュレーションにおいては、高温高密度物質に対する状態方程式を仮定しなくてはならない。本課題で重要な点は、Lattimer & Swestyによる状態方程式のシリーズで通称K=220というパラメータのものを用いた点である。原子核反応の不定性を反映して、高温高密度の状態方程式に関してはどのようなものが現実的なのかまだ分かっていないが、この状態方程式は近年発見された太陽の約2倍の質量の中性子星を説明することができ、最新の理論・観測状況を反映しており、現状では最良の選択の1つである。

このように、現在取りうる最良のインプットデータを用いながら、初期質量が 11.2 倍の太陽質量の星が超新星爆発を起こすかどうか検証した。この星は、形状を球対称に近似した計算においては（つまり空間 1 次元の場合には）超新星爆発を起こさないことが分かっている。今回計算したように近似なしの 3 次元的計算で超新星爆発が起こるかどうか焦点となる。

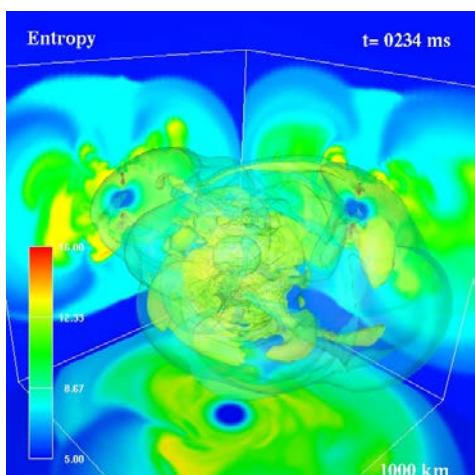
図①-2



本課題の実行により判明した最も重要な結果は、初期質量が 11.2 倍の太陽質量の星が 3 次元の自然な対流が再現されるなかで超新星爆発に成功したことである。計算の空間解像度は球座標で $384(r) \times 128(\theta) \times 256(\phi)$ で行われ、ニュートリノエネルギー空間(周波数空間)には 20 グリッド張っている。これは世界最高の解像度であり、現時点で最も信頼できる計算である。図①-2 はエントロピーを可視化したもので、熱い衝撃波の部分に赤や黄色の色をつけている。エントロピーは相対論的な非縮退な気体では T^3/ρ (T は温度、 ρ は密度) と表され、熱くて密度が薄い爆風の部分の様子をよく記述する物理量である。図からも分かるように、大まかには爆発は球状に起こるものの、その熱さにはムラがあり、ムラは非軸対称的な形状をしている。これらは、これまで行われてきた球対称・軸対称を仮定した計算とは大きく異なっており、今回の計算による新たな発見である。超新星爆発の偏光観測からはこうした非軸対称的な構造が示唆されており、いまのところ定量的な比較は行っていないが、おそらくコンシステントな結果となることが予想される。

このモデルの爆発のエネルギーはおおよそ 10^{50} erg であった。超新星の典型的な爆発エネルギーは観測から 10^{51} erg と見積もられているが、エネルギーは個々の超新星で異なり、弱い爆発が観測されることもある。この計算はそうした超新星に対応している可能性があり、今後観測との比較を進めていく予定である。この計算に使用した親星が比較的軽いことが影響している可能性もある。

図①-3



次に、計算の初期条件に自転プロファイルを与えることで、星の自転が超新星爆発にどのような影響を与えるのかについても調べた。この場合、爆発の全体的な形状が赤道面寄りに歪むことが判った(図①-3 参照)。これまで自転の効果は、軸対称を仮定した計算をもとに考察されてきた。その場合には、北極、南極方向にジェット上に爆発する結果がしばしば得られていたが、それは 3 次元計算結果と異なる。つまり、軸対称性を仮定すると不自然な結果が得られてしま

うことを初めて明らかにした。

なお、初期条件や計算手法を変えた計算では、上記のものより幾分弱い爆発が得られることがある。さらに興味深いことが判った：初期条件を変えると、爆発の形状が非常に複雑になり、ほぼ同じ初期条件から出発しても小さな摂動の違いが増幅されて、さまざまな方向に爆発する場合がある。今回の我々が採用するスキームよりもさらに簡易化されたスキームを用いた輻射流体計算が、現在世界中で盛んに行われているが、軸対称計算と3次元非軸対称計算において、どちらの場合がより爆発しやすいのか意見が収束していない。今回我々が発見したように、小さな摂動の違いが大きな影響を与えるとなると、こうした結果の違いが表れるのかもしれないと考えられる。また、こうした比較的弱い爆発では自転の影響はより顕著に表れる。爆発の方向が赤道面方向に偏るのは先ほどと同じだが、こうした場合には自転によってより爆発しやすくなり、爆発のエネルギーも3倍程度あがることが確認できた。図①-3は自転している場合の超新星爆発の様子でやはりエントロピーを可視化している。

課題②（責任者：木内建太）

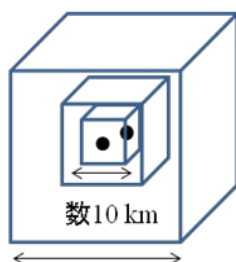
本課題では、数値相対論的磁気流体コードを構築し、そのチューニングとテスト計算を京コンピュータ上で実行した。

今年度後半から、この課題の目標を、連星中性子星合体過程における磁場増幅機構を高解像度数値シミュレーションによって定量的に明らかにすることに定めた。その理由は、連星中性子星の合体现象が、近い将来、重力波望遠鏡や光学望遠鏡で観測されると予測され、物理的なシミュレーションがその現象の予測に強く要求されているからである。具体的な目的は、合体から大質量中性子星形成、そしてブラックホール・降着円盤系の形成まで一連の進化を自己無撞着に追跡することである。そして、重力波の波形、放出される物質の質量、電磁波放射量などを定量的に見積もり、来る天文観測に向けた定量的予言を行う。

シミュレーションにおける具体的な作業は、アインシュタイン方程式と一般相対論的磁気流体を、階層多層格子法を実装しながら数値的に解くことである。階層多層格子法とは、異なる格子幅、ボックスサイズのシミュレーション領域を用意し、解像度を最適化させる方法である(図1参照)。これが必要な理由は、中性子星や恒星サイズのブラックホールの典型的な空間スケールがキロメートルから10数キロメートルのオーダーであるのに対し、重力波の波長が数百キロ

もなることである。また、物質放射が起こるのであるが、これを正確に追跡するにも数千キロに渡る計算領域を用意しなくてはならない。このように大きなダイナミカルレンジに渡る問題に対して効率よい計算を行うには、解像度の異なる格子を組み合わせる階層多層格子法が不可欠である。

図1：階層多層格子の概略図



数1000 km ≧ 重力波波長

24年度は、京を使用しながら数値相対論的磁気流体コードのチューニングとテスト計算を行った。本コードの主要なパーツは、

- (i) Baumgarte-Shapiro-Shibata-Nakamura 定式化によるアインシュタイン方程式解法コード
- (ii) 高解像度衝撃波捕獲法による一般相対論的磁気流体方程式解法コード
- (iii) ローレンツ因子および基本変数を決定するコード
- (iv) 階層多層格子法である。

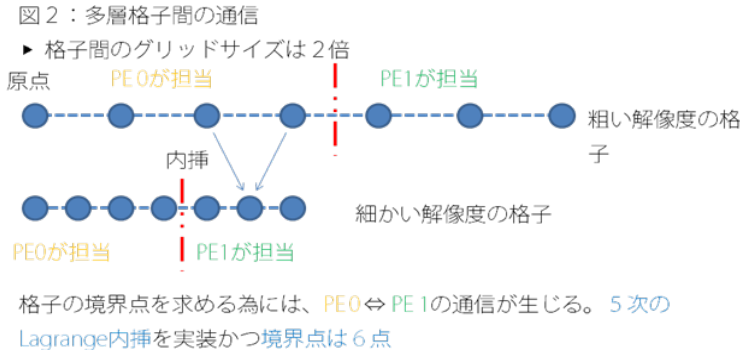
(i)、(ii)、(iii)については単体ノードでのチューニング、(iv)についてはノード間通信の最適化を主に行った。以下に各項目の詳細を示す。

(i) アインシュタイン方程式解法コードでは、計量 21 成分に対する 2 階の非線形連立偏微分方程式を空間 4 次精度の差分化を行い解く。そのため、微分値などを格納する作業変数を含めると約 100 変数が必要となり、Byte/Flops (B/F) 値の大きな計算となるため、メモリーバンド幅の有効利用が必須となる。L2 キャッシュ (6Mbyte) に格納された変数をメインメモリーに戻さず有効利用し、かつ全体の計算時間に対する MPI 通信の割合を極力下げる為には、1 ノードあたり約 70^3 /変数/多層格子の総階層数が最適なグリッド数であることが判明した(カーテシアン座標を使用している)。さらに動的メモリーの確保から静的メモリーへの変更による先頭アドレス計算の高速化、変数の統一化によるラインアクセスの促進、ボディの大きなループの最適分割化によるラインアクセスの促進を行った。プロファイラーを用いた解析の結果、実行性能にして約 1.42%から約 19.4%まで改善した。最終的に計算を律速している原因は、浮動小数点ロード待ちであるが、メモリースループットが対実測値で約 83%という結果からアインシュタイン方程式解法コードについては、メモリーバンド幅を十分に有効利用していると結論付けられる。

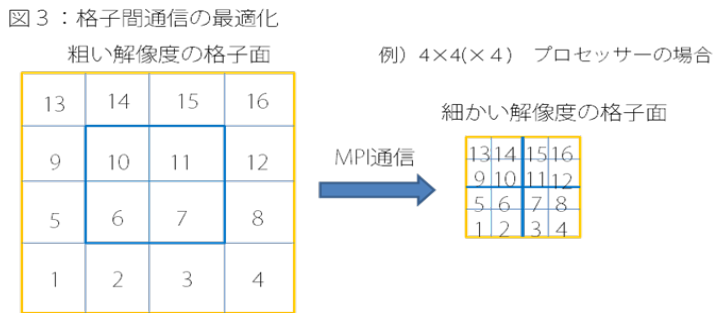
(ii) 一般相対論的磁気流体方程式解法コードでは、8 変数の双曲型方程式を空間 3 次精度で差分化して解くため、B/F 値が比較的小さな計算になる。この場合、SIMD 化による演算の効率化が必要となる。変数の統一化、微分値を格納する変数の廃止、関数のインライン展開を行った。その結果、実行性能約 21%、SIMD 化率約 96%という値までコードが改善した。計算律速要因は浮動小数点演算待ちであるが、ほぼ完全に SIMD 化されていることから、十分な効率が引き出せていると言える。

(iii) 高解像度衝撃波捕獲法では、密度や運動量といった保存量を保存則に基づいて時間発展させた後に、圧力や速度場などの基本量を求める必要がある。相対論的流体の場合、保存量である密度や運動量はローレンツ因子やエンタルピーで重み付けされる。ローレンツ因子は四元速度の空間成分と規格化条件から求められ、エンタルピーは密度や圧力を含むため、これらの量をコンシステントに求めるには一般に非線形代数方程式を解くことが必要となる。(ii) 同様、B/F 値の比較的小さな計算となるため、SIMD 化による効率化が必須になる。そこで(ii)と同様のチューニングを行った結果、実行性能約 16.4%、SIMD 化率 99.7%という値が得られた。浮動小数点演算待ちが計算を律速しているため、この解法コードについても十分なチューニングが行われたと結論付けている。

(iv) 階層多層格子法を用いたシミュレーションを行うと、解像度の異なる格子群を用意するため、その間のデータ通信が一般に複雑になる。図2に2つの異なる解像度の格子の配置と通信に関する模式図を示す。



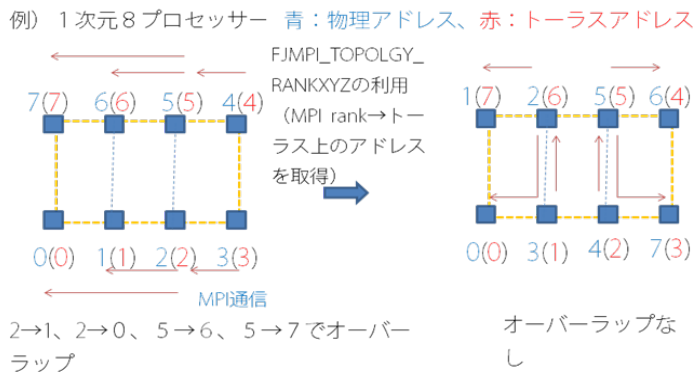
定)になり、また通信ルールは複雑になる。そこで、本コードでは各方向の格子数/ノードと各方向のノード数は偶数であるという制約を課し、通信ルールの明示化を行った(図3参照)。



- ▶ 基本的には、1 senderが4 receiverへ送る通信
- ▶ 各方向のプロセッサ数を与えた時に、格子間通信を行うプログラムを自動生成

4 receiverの通信となる。通信先アドレスは各方向のプロセッサ数にともない変更するので、本コードでは格子間通信を行なうプログラムを自動生成している。さらに、京の6次元トラス構造を利用した通信の最適化を行った(図4参照)。

図4：多層格子法のノード間通信チューニング



簡単のため、図2には1次元かつ格子境界点を線形補間で求める場合を図示したが、実際には3次元かつ5次の多項式補間を行うため、通信データサイズは約1.25 Mbyte/変数(70³ 格子点/変数/多層格子の総階層数を仮

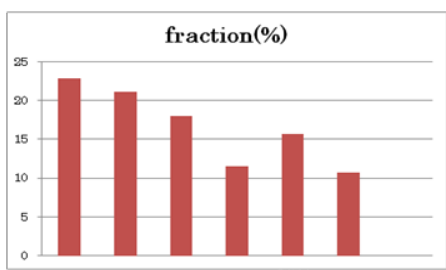
図3では各方向のノード数が4の例を示すが、プロセッサ6, 7, 10, 11(左図)と右図でオーバーラップする領域を持つのはそれぞれプロセッサ(1, 2, 5, 6)、(3, 4, 7, 8)、(9, 10, 13, 14)、(11, 12, 15, 16)である。つまり基本的には1 sender、

図4では、1次元を例に通信の最適化を説明している。階層多層格子法を実装した場合は隣接ノード間通信ではなくなる点である。これはノード数を増やすにつれホップ数が増加し、通信時間が増加することに相当する。この問題を解決するため、

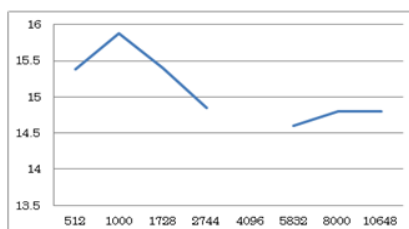
各ノードが持つ物理アドレスとトーラス上のアドレスの対応を最適化する。物理アドレス＝トーラス上のアドレスの場合、図4左図のようになる。京のTofuインターコネクトの構造から、各ノードの通信線は点線で与えられるように結ばれている。8プロセッサの場合、多層格子間通信はプロセッサ3→2、2→1、2→0、4→5、5→6、5→7となり、2→1と2→0、5→6と5→7で使用通信線のオーバーラップが生じるため、通信速度の減少が予想される。これを右図のようにトーラスアドレスはそのまま物理アドレスのみを変更すると、使用通信線のオーバーラップはなくなる。トーラスアドレス1-6間や2-5間では双方向通信となるため転送速度の理論値5 Gbyte/sが期待できる。なお、実装には富士通最適化Fortranコンパイラで提供されているFUJITSU_TOPOLOGY_RANKXYZを使用した。

図5：チューニング結果

Wall clock time(8,000ノード使用時)



実行効率(%)



アインシュタイン
磁気流体
ローレンツ因子
格子境界
隣接ノード間
その他

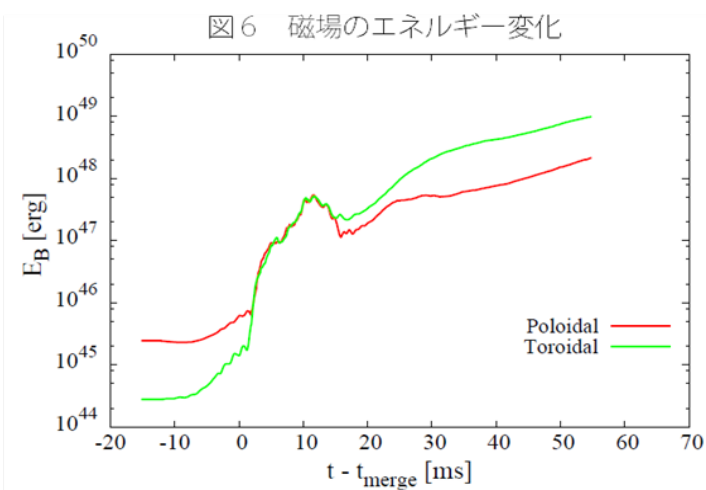
▶ 格子境界の割合は10%程度

▶ 10,648ノードまでweak scaling～並列化効率：0.96-0.97

▶ 10,648ノード使用時、実効性能14.8%

図5に最終的なチューニング結果を図示する。左図は8,000ノード使用時の(i)～(iv)の各パーツの計算が占める割合を、右図は512ノードから10,648ノードまでのスケールングを表す。但し、weak scaleである。並列化効率約97%、10,648ノード使用時実行性能15%程度という値が得られている。

最後に、本年度行ったテスト計算の結果について述べる。具体的には、チューニングが完了したコードを使用して中規模ジョブを実行した。相対論的平均場近似に基づいた原子核状態方程式で1.35太陽質量の等質量連星中性子星をモデル化した。最大磁場強度を 10^{15} ガウス、最高解像度(格子間隔)を110 mに設定し1,000ノードを使用したシミュレーションを実行した。各階層



の格子数は 660^3 、階層の段数は7段、約70万ステップの計算を行った。I/O等を含めた本格計算で約11%の実行性能となっている。

図6に磁場エネルギーの時間変化を示す。緑線は軌道面上の回転方向の磁場成分、赤線はそれに

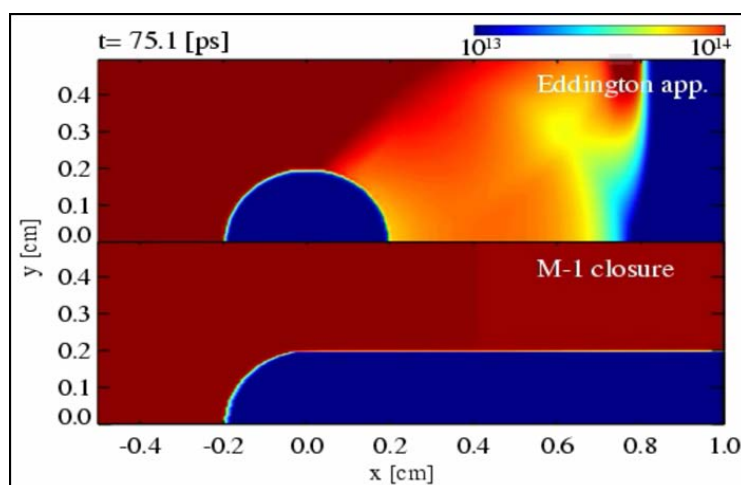
垂直な成分である。合体時にこれらのエネルギーが指数関数的に成長する様子が見られるが、これはケルビン・ヘルムホルツ不安定性が発生するためである。25年度は、最高解像度を80mに、各階層の格子点数を $1,056^3$ に、そして4,096ノードを使用してさらに高解像度計算を行い、計算の収束性を確認する。この結果に基づき、今年度採用した状態方程式とそれに対照的な Akmal-Pandharipande-Ravenhall 状態方程式（あるいは類似の Sly 状態方程式）を採用し、 $1.35-1.35$ 太陽質量、 $1.4-1.4$ 太陽質量、初期磁場 $10^{14.5}$ 程度の計6モデルに対してシミュレーションを実行する予定である。

課題③（責任者：関口雄一郎）

多次元の一般相対論的ニュートリノ輻射流体シミュレーションは、数値相対論におけるフロンティアの一つである。究極的には、ニュートリノ分布関数に対する、時間1次元、実空間3次元、位相空間3次元、の一般相対論的ボルツマン方程式を数値的に解く必要があるが、そのような計算は京コンピュータをもってしても計算量・計算資源の面で困難である。そこで、本研究課題では、位相空間における角度方向を積分した、時間1次元、実空間3次元、位相空間1次元の計算を京コンピュータ上で行うことを目的としている。

これに対し、本課題の平成24年度の主要な成果は、独自に開発した輻射輸送計算の相対論的定式化(モーメント定式化: Shibata, Kiuchi, Sekiguchi, and Suwa, *Progress of Theoretical Physics*, 125, 1255 (2011)) に基づき、数値相対論の枠組みでニュートリノ輻射流体コードを構築し、大質量星の重力崩壊現象および連星中性子星合体現象へ適用することに成功したことである。以下にその内容をまとめる。

解くべき基礎方程式は、アインシュタイン方程式、一般相対論的流体力学方程式、ニュートリノ輸送方程式であり、Baumgarte-Shapiro-Shibata-Nakamura 定式化によりアインシュタイン方程式を解く部分、及び高解像度衝撃波捕獲法により流体方程式の移流項を解く部分は課題②と共通である。以下では、(1) モーメント法に基づく実空間および位相空間における移流の取扱いと、(2) 数値的に「硬い」項の取扱い、及びそれに付随する輻射輸送計算と流体計算をコンシステントに結合する手法について述べる。



図③-1 : 輻射輸送の移流テスト計算の結果。
 上図:エディントン閉包関係式を用いた場合。下図: M-1 closure の場合。

(1) モーメント法に基づくニュートリノ輻射輸送の移流計算

モーメント法に基づく定式化では、ボルツマン方程式を、分布関数のモーメントに関する階層化された方程式系に変換するが、本研究では、ニュートリノ分布関数の0次モーメントであるエネルギー密度、及び1次モーメントであるエネルギーフラックスまでの階層を考慮してこれらを独立変量として解き、必要となる2次モーメントはこれら0次および1次のモーメントを用いて表す(これは閉包関係式と呼ばれる)ことで方程式系を閉じる方法を採用する。閉包関係式は流体力学方程式を解く際に必要な圧力を与える状態方程式に対応する。

実空間および位相空間における移流の取扱いの問題は、この閉包関係式の与え方の問題に帰着する。光学的に厚い場合にはニュートリノ分布関数はほぼ等方であることが期待され、非等方度を展開パラメータとして2次モーメントを計算することで得られる、いわゆるエディントン閉包関係式を採用する。一方、光学的に薄い場合には、輻射の進む方向は一方向に定まっておリデルタ関数で記述されると期待され、これに基づいて閉包関係式を導出することができる。その中間の場合は **Livermore** が1984年に提案した閉包関係式(M-1 closure)でつなぐ。

この閉包関係式を用いて得られた輻射輸送移流のテスト計算結果を図③-1に示す。この図の色は輻射のエネルギー密度を表す。このテスト計算では、 $x=0$ cm のところに輻射の吸収体を配置し、それ以外の部分は光学的に薄くなるように設定している。本来光学的に厚い場合にしか適応できないエディントン閉包関係式を用いた場合には、吸収体の裏に輻射が回り込んでしまっている(図③-1上)。一方、本課題で採用している M-1 closure を用いた場合には正しく吸収体による影ができています(図③-1下)。

本課題では輻射の移流を解く際にも **Godunov** スキームに基づく衝撃波捕獲法を用いているが、従来のスキームでは、光学的に厚い場合における輻射の拡散的な移流が定量的に正しく計算できないことが明らかとなった(これは以前より知られていたことであるが、大質量星の重力崩壊現象の球対称におけるシミュレーション結果を、過去の結果と比較する中で明らかになった)。そこで **Audit** らが2002年に提案した手法に基づいて、光学的に厚い場合に数値流束に補正を加える方法を組み入れている。

(2) 数値的に「硬い」項の取扱いと、流体計算と輻射計算のコンシステントな結合

ニュートリノ輻射輸送方程式の右辺の衝突項は弱い相互作用で記述されるが、重力崩壊中の恒星中心核や合体する中性子星の内部などの高温高密度下では、**opacity** が非常に大きくなり、衝突項が数値的に「硬く」なる。陽的解法で解く場合には、弱い相互作用の時間スケールを分解した非常に小さい時間刻みが要求されるが、これは興味のある動的時間スケールよりもはるかに短く採用するのは非現実的である。したがって、陰的解法を採用することが必要となる。

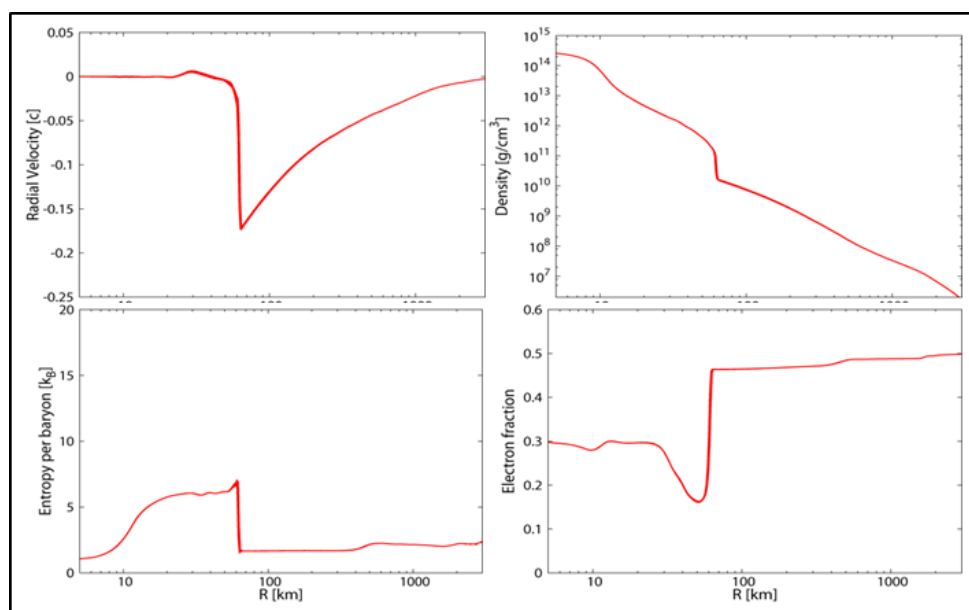
課題②でも触れたように、相対論的流体力学方程式をオイラー的描像で解く場合には密度や慣性にローレンツ因子やエンタルピーが結合し、温度や速度場、圧力といった基本量を求めるためには非線形方程式を解く必要がある。そのため、流体力学方程式、ニュートリノ輻射輸送方程式をまとめて陰的に解くことは難しい。したがってそれぞれを個別に解くことになるが、この場合以下のような問題が生じる。「時間 n ステップ」における流体場を用いて時間 $n+1$ ステップに

における輻射場が求められるが、これは本来なされるべき「時間 $n+1$ ステップ」における流体場を用いて得られる輻射場とは一般に異なる。例えば、輻射場、流体場共に衝突項で定められる平衡状態へと向かうが、真の平衡状態からのずれが生じ、このずれが大きな **opacity** で増幅され、時間発展が不安定になりうるのである。

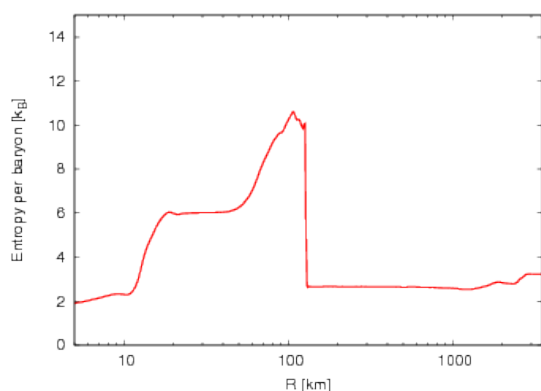
流体場と輻射場がコンシステントになるまで反復的に解けばこの問題を回避することが可能であるが、これは一般に計算時間を要し、さらに反復の収束性や安定性が、流体方程式と輻射輸送方程式を解く順番、それぞれの移流項と衝突項を解く順番、さらにはどのようなタイミングで流体力学方程式の保存量から基本量を計算して **opacity** をアップデートするかに依存することが明らかになった。これらに対し系統な数値実験を繰り返し、現在では物理状況に応じた最適な手法を編み出すに至っており、得た知見をコードに組み込んでいる。

さらに反復計算とは別の手法を模索したところ、Pareschi と Russo によって 2005 年に提案された **Implicit-Explicit Runge-Kutta** 法では、このような反復計算の必要はなく、より安定な時間発展が可能であることが判った。これは、陰的に発展させる部分と陽的に発展する部分の適切な混合を取ることによって安定性を向上させるというシンプルな手法である。この手法を組み込んで試したところ、大質量星の重力崩壊現象の場合には計算量を減らしつつ妥当な結果を得ることができた(結果については後述)。

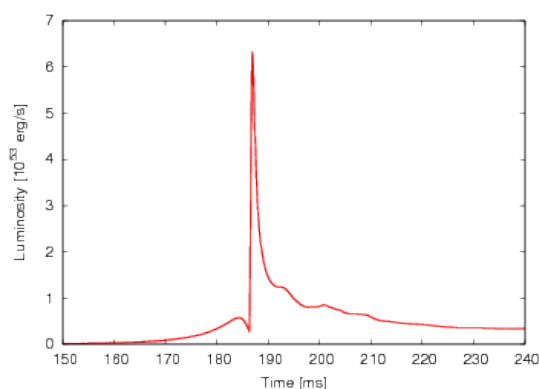
一方、連星中性子星合体の場合には、**Implicit-Explicit Runge-Kutta** 法では、合体前の中性子星に対して安定な時間発展法を見つけることができなかつた。これは、合体前の中性子星の温度が非常に低く、縮退フェルミオンの比熱が極めて小さいことに起因する。つまり、微小な内部エネルギーの誤差が大きな温度変化に増幅されてしまい、計算精度が劣化することが原因と考えられる。そのため、連星中性子星合体の場合には、反復法が必要になる(後述)。



図③-2 :大質量星の重力崩壊のシミュレーション結果。コアバウンス後およそ 5 ms における速度(左上)、密度(右上)、バリオン当たりのエントロピー(左下)、電子フラクション(右下)の動径プロファイル



図③-3: バウンス後およそ 80 ms におけるバリオン当たりのエントロピーの動径プロファイル。ニュートリノ加熱に伴うエントロピー上昇がみられる。



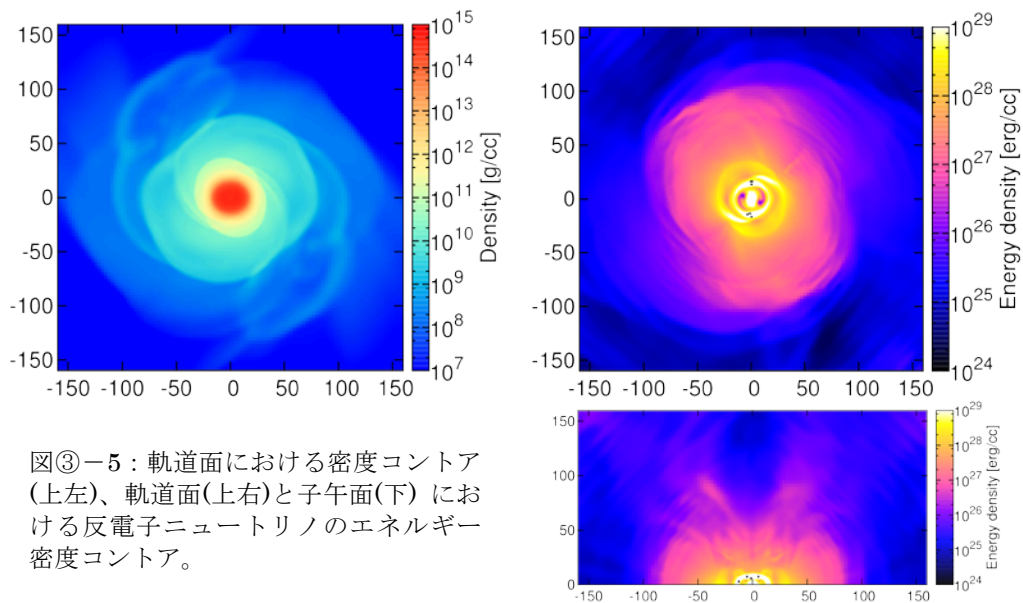
図③-4: 電子ニュートリノ光度の時間発展。約 188ms のところにニュートリノバーストが見られる。

Implicit-Explicit Runge-Kutta 法を用いた大質量星の重力崩壊シミュレーションを行った結果を次に述べる。ただし、ニュートリノのエネルギー空間を積分した grey 近似における結果である。初期条件として Woosley, Heger, & Weaver (2002)による初期質量が 15 太陽質量の恒星の進化計算モデルを採用し、状態方程式として Shen et al. (1998)によるものを用いた。衝突項には、自由核子及び原子核によるニュートリノ吸収反応(電子・陽電子捕獲反応)、自由核子によるニュートリノ散乱、原子核によるコヒーレント散乱を組み入れた。図③-2 はコアバウンス後、約 5 ms における速度、密度、バリオン当たりのエントロピーおよび電子フラクションの動径方向のプロファイルを示す。いずれも過去の球対称計算にほぼ一致している。図③-3 はコアバウンス後およそ 80 ms 後のバリオン当たりのエントロピーの動径プロファイルを示す。ニュートリノ加熱に伴うエントロピーの上昇が起こっていることが分かる。図③-4 は電子ニュートリノ光度の時間発展を示す。ニュートリノトラッピングによって光度がバウンス前に減少し、バウンス後衝撃波面がニュートリノ球を通過した際にニュートリノバーストが起こるといった特徴的な様子が再現できている。また、先行研究によれば、赤道面対称を外したシミュレーションでは、SASI (Standing Accretion Shock Instability) と呼ばれる流体不安定性が $l=1$ モードで顕著に現れるはずだが、本課題で作成したコードにおいても SASI を再現することに成功している。

反復的収束法を用いた連星中性子星合体のテストシミュレーションの結果として、連星合体後の軌道面における密度コントラストと軌道面及び子午面における反電子ニュートリノのエネルギー密度コントラストを図③-5 に示す。このテストシミュレーションで用いた反復法では、

- ① まず流体場の移流の部分のみを発展させて保存量を基本量に解きなおした後、
- ② 輻射場の衝突項と流体場の衝突項及び基本量への解きなおしに関して反復計算を行い、
- ③ 収束した結果を用いて最後に輻射場の移流を計算する、

という方法を採用している。流体量を発展するすべてのタイミングで基本量への解きなおしを行い、かつ移流も含めて反復計算を行った場合に比べると、約半分の計算時間で安定に時間発展が追えるような工夫を施すことに成功した。その結果、インスパイラルから合体後までの長時間の



図③-5：軌道面における密度コントア(上左)、軌道面(上右)と子午面(下)における反電子ニュートリノのエネルギー密度コントア。

シミュレーションを実行することが可能となった。

これらの成果以外にも、上記に述べた陰的解法による輻射流体コードの構築に加え、既に関済みの陽的解法である、一般相対論的ニュートリノ漏れ出し法を拡張してニュートリノ加熱を組み入れたコードの開発およびテストも行った。

課題②と同様に、課題③においても連星中性子星の合体を対象に、ブラックホールの誕生過程を解明し、合体に伴う質量放出、ニュートリノおよび重力波放射の性質を明らかにすることを目標とすることに定めた。大質量星の重力崩壊に関する過去のシミュレーションとの比較により妥当な結果が得られていることが確かめられ、連星中性子星合体においても適用可能な反復的陰的解法が確立されたので、平成25年度からは京コンピュータでの計算実行に向けたチューニングに本格的に取り組む予定である。

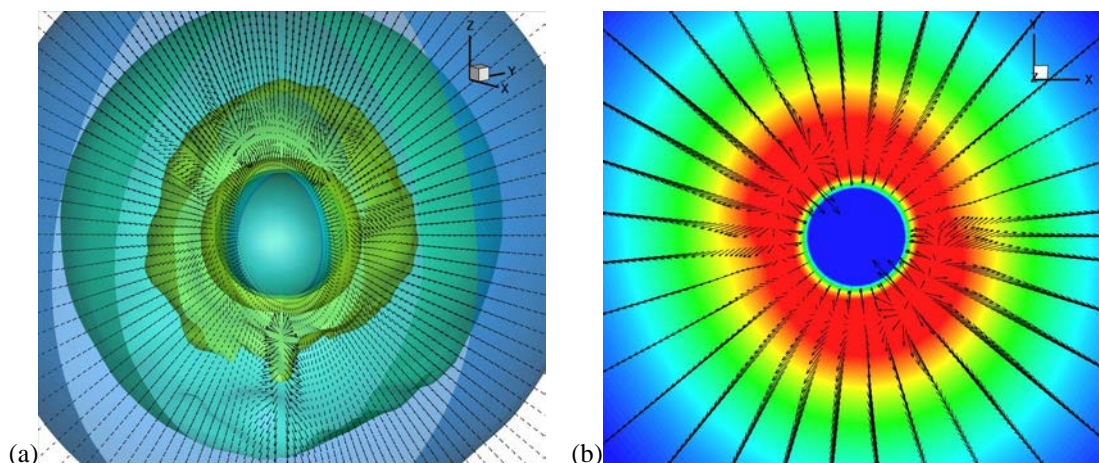
課題④（責任者：住吉光介）

実空間3次元、位相空間3次元、時間1次元のすべてを考慮した輻射輸送方程式を組み込み、輻射流体計算を行うことは究極の物理問題である。まず大規模計算チャレンジの第一段階となる輻射輸送コードを完成させて、次に流体コードに組み込んでいく手順を取っている。まず、前年度までに完成させた3+3+1次元におけるボルツマン方程式を解く計算コードに対して、大規模計算を行うために必要な並列化を完了した。これにより、現実的な3次元超新星コア分布をカバーするのに必要なメッシュ規模のニュートリノ輻射輸送計算が可能になった。また、6次元ニュートリノ輻射分布の大規模データを並列入出力により扱う必要が生じたため、解析のための並列計算コード群を整備した。これらにより、サイエンスランの実行が可能になり、近似ニュートリノ輻射輸送計算の場合との比較も含めて、輻射分布の非等方性やニュートリノ加熱率の違いについて研究を進めた。一方、輻射輸送コードと流体コードとの結合作業も進んでおり、球対称にお

ける重力崩壊テスト計算を行って、基本的な輻射流体計算が可能であることを確認した。新しい球対称輻射流体計算の結果と先行研究の比較を行ったところ、輻射輸送計算に相対論的效果（ドップラー効果によるエネルギー・角度シフト）を含めなければ、ニュートリノが物質と共に移流する効果を正確に取り扱えない事が判明したため、現在は輻射輸送コードに相対論的效果を組み込む作業を行っている(基礎部分はすでに組み込んだ)。現在はテストを繰り返して安定に計算を行えるようコードの改良を進めている。下記では、3次元超新星コアでのニュートリノ輻射輸送計算および輻射流体計算コードについての進展と成果をそれぞれ紹介する。

(1) 3次元超新星コアでのニュートリノ輻射輸送

完成した 3+3+1 次元ボルツマン方程式計算コード群により、現実的な超新星コア分布における 3次元ニュートリノ輻射輸送の特性を解明する研究を行った。①での滝脇らの 3+1+1 次元ニュートリノ輻射流体計算による超新星シミュレーションで得られた中心コア分布を用いて、比較的解像度の高いメッシュを用いて 6次元空間におけるニュートリノ分布の定常解を求めることを行った。



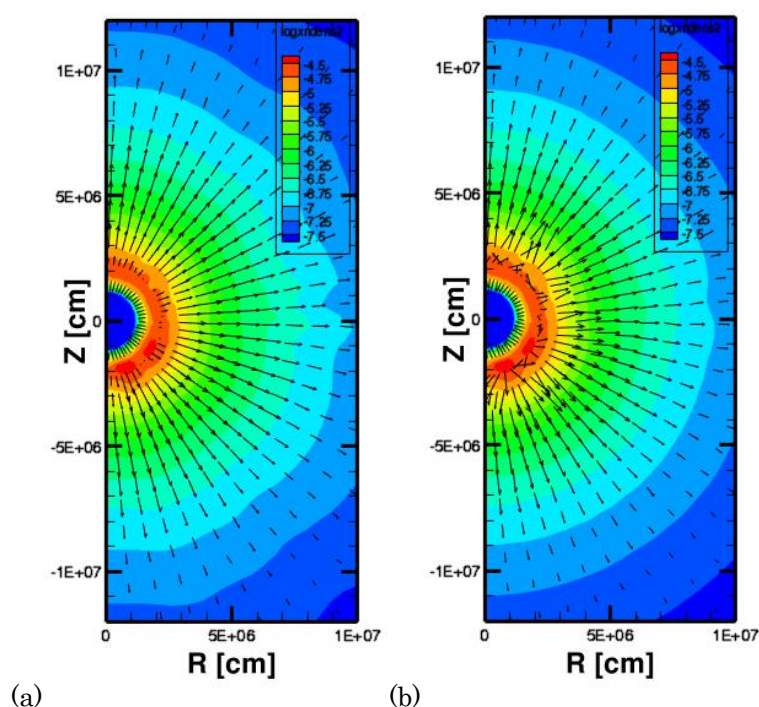
図④-1：3次元超新星コアにおける電子型反ニュートリノの密度分布、矢印はニュートリノ流束を表している。(a) 3次元空間での等密度面、(b) $z=0$ 平面におけるスライスにおける密度。

図④-1では、コアバウンス後 200 ミリ秒での電子型反ニュートリノの密度分布と流束の様子を示した。超新星コアの密度・温度・組成が 3次的に分布していることに対応して、ニュートリノも 3次的に分布しており、その流束も球対称から大きくずれている。3次元空間での移流計算も行っているため、 $\theta \cdot \phi$ 方向への移流を記述することが初めて可能となった。その大きさは r 方向の移流と同程度の領域もあることが分かった。

ボルツマン方程式を解く計算では、 $\theta \cdot \phi$ 方向の移流項の寄与をゼロに設定することにより、ray-by-ray 近似によるニュートリノ輻射輸送をシミュレーションすることも可能である。多次元における超新星計算で一般的に用いられる近似手法とボルツマン方程式による厳密計算の比較を行い、その定量的な違いや爆発への影響が議論できるようになった。

図④-2では3次元重力崩壊のコアバウンス後 150 ミリ秒での電子型反ニュートリノ分布を

ボルツマン計算コードにより求めた結果である。(a)は非動径方向の移流を落とした ray-by-ray 近似による結果、(b)は全ての移流を扱ったボルツマン計算の場合である。中心部での温度分布が非一様であるため、電子反ニュートリノ密度も非一様になっている。Ray-by-ray 近似においては、動径方向の移流のみが考慮されているため、ニュートリノ発生源の非一様分布の角度依存性が保たれてしまい、距離の大きな所でも分布が非一様なままである。3次元移流を扱うボルツマン計算の場合には、様々な角度からの寄与が集まる効果が存在するため、中心から離れた領域では分布は平均化により球対称に近づいている。我々の計算コードにより、3次元において近似による違いが現れるのを初めて明らかにした。

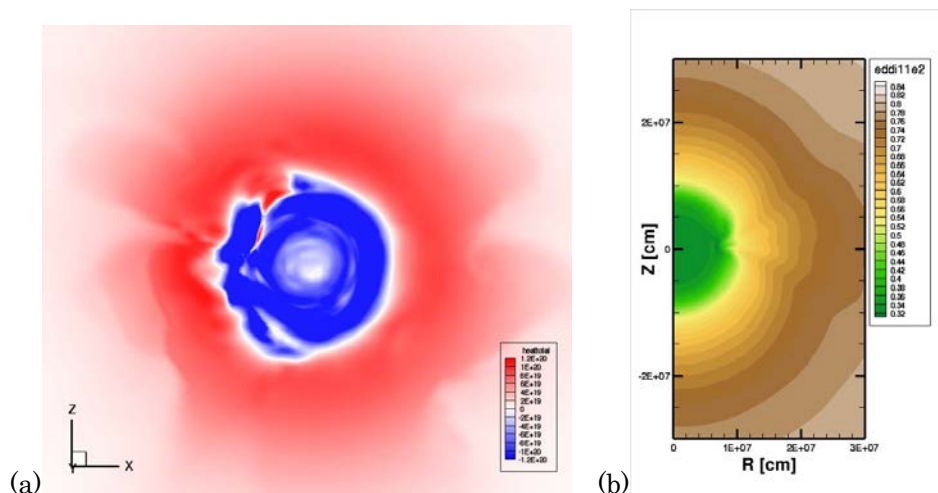


図④-2：3次元超新星コアにおける電子型反ニュートリノの密度分布の断面をカラーで表している。矢印はニュートリノ流束を表している。(a)ray-by-ray 近似、(b)ボルツマン計算による結果。

新しい計算コードでは、ニュートリノ輻射の非等方性やエディントンテンサーの振舞などの S_n 法でしか得られない輻射の情報を得る事が可能となった。また、衝突項の情報からニュートリノ加熱率の詳細についても定量的な調査が可能となった。図④-3は超新星コアにおけるニュートリノ加熱率の計算結果の例と、エディントンテンサーの対角成分を求めた例である。

本計算ではニュートリノ分布の非等方性の情報について、例えば、エディントンテンサーの非対角項も求めることが可能であり、3次元空間分布での振舞とともに、モーメント法における処方を開発する基礎データとしても役立つことができる。また、加熱率についても Ray-by-ray 近似による結果との比較により、その差がどれくらいであるか定量的に評価をすることが可能に

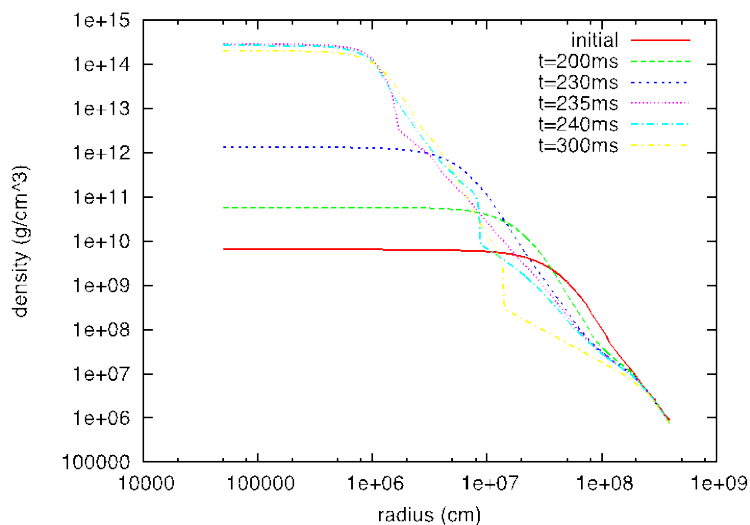
なった。現在、その詳細について解析を進めており、近似ニュートリノ輻射計算による爆発計算への影響を定量的に評価する予定である。これらの内容について、現在までに複数モデルについての大規模シミュレーション計算が終わり、データ解析を進めて論文執筆を行っている。



図④-3：3次元超新星コアにおける(a)バウンス後200ミリ秒におけるニュートリノ加熱率 ($z=0$ 平面、赤が加熱・青は冷却) (b)バウンス後150ミリ秒の分布におけるエディントンテンソアの rr 成分。

(2) ニュートリノ輻射流体計算コードの開発

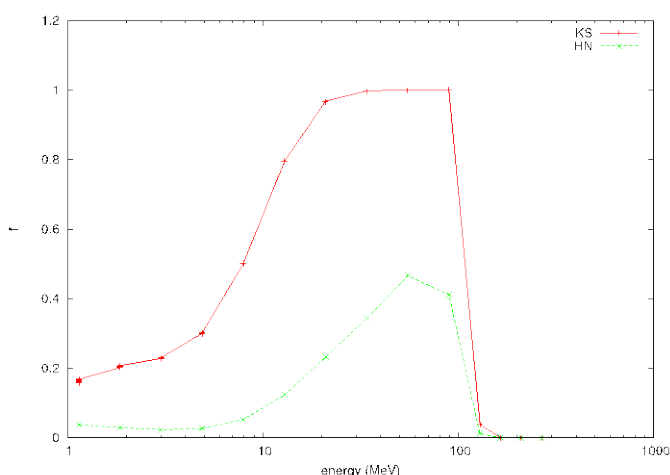
完成した輻射計算コードを、別途開発済の流体計算コードへ結合する作業を進めており、球対称のもとで、重力崩壊・バウンス・衝撃波伝搬に至る基本的なテストを行った。既に、住吉らによって、球対称ボルツマン方程式を組み込んだ輻射流体コードによる重力崩壊型超新星爆発計算は行われているが、現在我々の開発中のコードは多次元の輻射流体コードであり、手法は以前の球対称コードとは独立のものを用いている。そのため、現在開発しているコードの定式化やコード開発が正しいかをチェックするために、球対称重力崩壊計算を行い、以前の球対称コードで行った計算結果との比較を行った。



図④-4：球対称重力崩壊のテスト計算結果。密度分布の時間発展を表している。

図④-4に、重力崩壊計算結果の一部を載せた。この図は、縦軸が密度、横軸に中心からの距離をとり、密度分布の時間発展を示した。このテスト計算によって、重力崩壊の様子や、バウンスの発生、バウンス後の衝撃波の時間発展を、定性的には先行研究を再現することに成功した。また、衝撃波を含んだ系でも、流体パート及び輻射輸送パートの時間発展を安定して計算できることも確かめられた。

このテスト計算で得られた重力崩壊期のニュートリノ分布の時間発展の様子を、以前の球対称コードによる結果と比較したところ、定量的な違いが見つかった。図④-5にその比較を示す。この図は中心密度が $7 \times 10^{13} \text{ g/cm}^3$ になった時点でのスナップショットで、中心部におけるニュートリノ分布のエネルギースペクトルを比較した図である。この領域では、ニュートリノ分布は等方になっているため、内側向きのニュートリノ (in-going neutrino) のエネルギースペクトルのみを表記した。



図④-5：既存球対称コードと現在開発中のコードによる2つの重力崩壊計算結果の比較。中心密度が $7 \times 10^{13} \text{ g/cm}^3$ になったときの、中心のニュートリノエネルギースペクトルを示した。赤が既存球対称コードによって得られた結果で、緑が現在開発中のコードによる計算結果。

図④-5から判るように、現在開発中のコードで計算したニュートリノ分布は、以前のコードで計算した分布に比べて、ニュートリノの量が全てのエネルギー領域で少ないことがわかる。これは現状では、ニュートリノが物質と共に内側に移流する効果を適切に捉えられていないことが原因である。本来、重力崩壊によって、ある程度高密度になるとニュートリノは、物質との相互作用が強まり、頻繁に散乱を起こしながら等方化される。物質は中心に向かって崩壊しているため、ニュートリノも散乱を介して、内側へ移流が起こる。しかしながら、この効果を適切に扱うためには、観測者系（慣性系）と、流体と共に動いている系（共動系）の2つの系の違いによって現れる相対論的効果を取り入れることが必要となる。具体的には、ニュートリノは散乱を繰り返すと、共動系で等方的な分布になろうとするが、これを慣性系でみると、物質が流れる方向に傾いた非等方的な分布をする。その結果、内側に向かって流れるニュートリノの量が外側へ出て行くニュートリノの量に比べて増える事になり、星の中心付近にニュートリノが溜まりやすくなる。以前の球対称コードでは、この効果は自然と取り入れられていたため、この違いが図④-5に示したニュートリノエネルギースペクトルの違いを生む。

このニュートリノのエネルギースペクトルの違いは、中心付近の Electron fraction の時間発展

にも影響を与え、さらにはバウンスやその後の衝撃波の発展に影響を与えてしまう。そのため、我々は多次元の重力崩壊のテスト計算に移る前に、輻射輸送部分に特殊相対論的效果を取り入れるコード開発を行った。

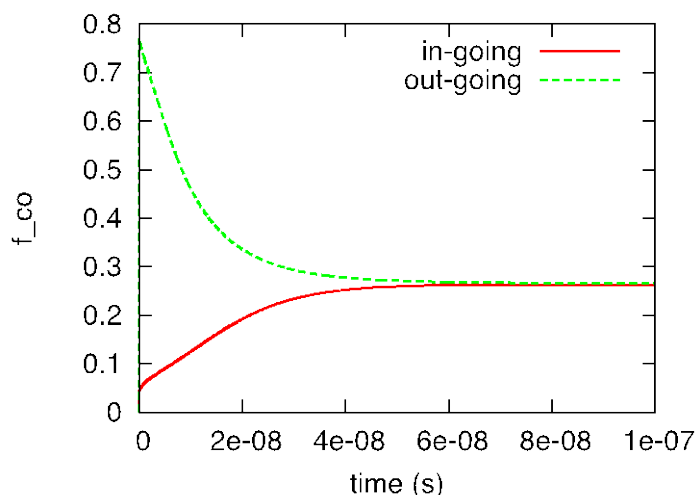
相対論的效果は主に、慣性系と共動系との間のローレンツ変換によるニュートリノのエネルギーシフトと角度変化の2つの効果に大別される。我々は、**Dual Frame Approach** という、慣性系と共動系の2つの系を混ぜた定式化を用い、相対論的效果を取り入れた。これは、ボルツマン方程式の左辺は慣性系で扱うのに対し、右辺の衝突項は、共動系でニュートリノと物質の相互作用を評価する定式化である。この場合、コードの修正点は主に衝突項の取り扱いのみで、コードの全体的な改良を行う必要はない。

我々はニュートリノを **massless** 近似で扱っているため、2つの系間のエネルギーシフトと角度変化は完全に切り離して考える事ができる。そのため、それぞれの効果を独立して扱えるので、まず角度変化に関する定式化を行った。ここで重要な点は、我々のコードは今後多次元での計算を念頭に入れているため、ニュートリノのエネルギー空間および角度空間はそれほど細かいメッシュが取れない点である。そのため、少ないメッシュでも適切に相対論的效果を取り入れられるような定式化が必要となる。我々は、角度方向の変換は、ヤコビアンを用いることで、これを解決した。ヤコビアンを用いることで、共動系におけるニュートリノの角度方向の積分を慣性系の角度メッシュを用いて評価することに成功し、また、慣性系と共動系での間の関係も1対1に対応するため、角度方向への人工的な拡散も防ぐことができた。

一方、ニュートリノのエネルギーシフトに関しては、現在取組中の課題がある。重力崩壊中では、慣性系と共動系の間で、大きいところで10%程度のエネルギーシフトが起こる。我々のコードで、エネルギー空間を差分しているため、代表的なエネルギー値のところでのみ、ニュートリノの分布関数 (f) の情報しか持っていない。そのため、相対論的效果によりシフトした中途半端なエネルギー値における f の値が必要になったときに、エネルギー方向への内挿が必要となる。実際に、散乱を起こす過程では共動系でエネルギー空間をそろえる必要があるため、エネルギー内挿を必要とする。また、ニュートリノの化学ポテンシャルよりも高エネルギー領域の f の値は、エネルギーメッシュを1メッシュまたぐと10桁以上も値が変わるため、その意味でも高精度に値を求めなければならない。

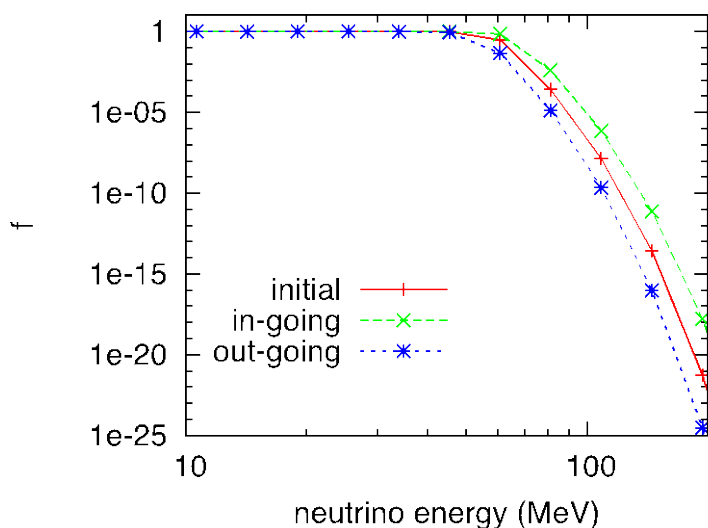
我々は、このエネルギー空間の内挿を行うにあたって、ニュートリノがフェルミディラック分布の時には、厳密に f の値を再現するような定式化を行った。また、ニュートリノが散乱を起こす際に、位相空間内でニュートリノの数が厳密に保存する扱いにすることで、人工的なニュートリノの放射や吸収を抑えることにも成功した。また、相対論的效果を取り入れると、一般的には計算コストが膨大になる危険性があるが、これも特別な手法を用いて最小限に抑える定式化を導いた。具体的には、共動系における弾性散乱を慣性系では非弾性散乱として記述することになり、行列要素にエネルギー間カップルが出現するため、計算量が増大してしまう可能性がある。しかし、我々はエネルギー間カップルの部分について、疎行列パターンを保ったまま取り入れる定式化を行い、計算時間の増大を最小限に抑えることにも成功した。

これらの手法を用いて、次のようなテスト計算を行った。流体へのバックリアクションとニュートリノの移流項を無視し、散乱、吸収、放射の衝突項に対して相対論的な補正を組み込み、系を発展させた。ニュートリノ分布の初期条件は、慣性系でフェルミディラック分布を用意し、流体の速度は一様に -3×10^9 cm/sを与えた。これにより、共動系では初期にニュートリノは非等方な分布となっているが、分布は時間とともに変わり、やがて、共動系で等方なフェルミディラック分布が得られることが期待される。



図④-6 : 共動系でみたニュートリノ分布関数 f の時間発展の様子。赤は、流体と同じ方向に運動量を持ったニュートリノで、緑が逆方向に向かうニュートリノ。

図④-6 と 7 にその結果を示した。図④-6 では、共動系からみた、あるエネルギーのニュートリノの分布関数の時間発展の様子を示している。2つの線は共動系で同じエネルギーではあるが、違った方向に運動量を持ったニュートリノの f の値を示している。上にも述べた通り、慣性系で等方的な分布をしていても、共動系では等方的ではないため、2つの f の値は初期にずれているが、時間の経過とともに、2つの線は同じ値に近づき、すなわち等方化されて行く様子がこの図からわかる。



図④-7 : 慣性系からみたニュートリノエネルギースペクトルの、初期状態と最終状態。赤線が初期の分布で、緑線と青線が最終状態の分布。緑線はニュートリノが流体の動いている方向と同じ方向に運動量を持ち、青線はその逆方向に運動量を持つニュートリノである。

図④-7 では、ニュートリノのエネルギースペクトルが慣性系からみて、初期状態と最終状

態でどのように変化したかを示した。初期には慣性系で等方的な分布を与えたのに対して、最終的には、ニュートリノの運動量の方角によって、エネルギー分布に違いが表れることがわかる。これは、流体と同じ方向に運動量を持つニュートリノは、特殊相対論的な青方偏移によって高エネルギー側にエネルギーシフトし、逆方向に向かって流れるニュートリノは、赤方偏移が起こり低エネルギー側に分布がシフトしているためである。このように、相対論的な効果による角度方向の変化やエネルギーシフトの様子を、基本的な分布について適切に扱えることを本テスト計算から明らかにした。

現在は、より複雑なエネルギースペクトルを持つニュートリノの分布に対して、我々の定式化で相対論的な効果を扱えるかをチェックしている段階である。また、相対論的輻射流体コードを用いた球対称重力崩壊計算も行っており、定量的に先行研究との比較も行っている。この3次元+3次元ボルツマン方程式における相対論的な効果の取り込みは世界初の試みであり、基本的な計算手法の開発を終えて、実際の重力崩壊計算において安定的に追うためのテスト計算を進めている。

平成25年度は、3+3+1次元ニュートリノ輻射計算コード部分を京で効率よく動かすための整備を始める予定である。まずニュートリノ輻射部分のみでの大規模並列計算を可能にしたい。また、流体部分との結合ができ次第、輻射流体計算コードとしての並列化を行い、コードを統合したうえで、大規模化および効率を上げる作業に移行していく。最終的に、多次元重力崩壊の長時間計算実行を目指す計画である。