Noncommutative Solitons and Conserved Quantities

東京大学大学院 総合文化研究科 素粒子論研究室　浜中 真志
E-mail: hamanaka@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

非可換空間上のゲージ理論は, 背景磁場 (B 場) 中の D-brane の有効理論として近年非常に精力的に調べられた. 特に非可換 4 次元空間上の (反) 自己双対なゲージ場の配位 (非可換インスタントン) は ADHM 構成法によって具体的に厳密に構成され, 対応する D-brane の性質についても理解が進んだ. (例えば [1] など参照.) これは (反) 自己双対 Yang-Mills 方程式が非可換空間でも「解ける」すなわち「可積分である」ことを意味する.

一方, より低次元のソリトン方程式, 可積分系として, KdV 方程式, KP 方程式といったものが多数知られているが, 実は 4 次元の (反) 自己双対 Yang-Mills 方程式の次元還元によって (ほとんど全て) 得られることが知られている (Ward 予想). これと非可換インスタントンの成功を合わせると, 低次元のソリトン方程式の非可換化も非常に面白いものと期待される.

私は富山県立大の戸田晃一氏と共同で, ソリトン理論の体系的非可換化に取り組んできた [2]. 特に最近, 佐藤理論の非可換化により, 幅広いクラスのソリトン方程式の非可換版 (とその階層方程式) を得た. 佐藤理論は, 可換空間上ではソリトン理論の最も包括的かつ壮大な理論として知られており, 多重ソリトンの厳密解の構成や無限個の保存量の導出だけでなく, 解空間の構造や, 背後にある無限次元の対称性などが全て明らかにされる.

私は, 佐藤理論の枠組みから, これらの非可換ソリトン方程式が無限個の保存量を持つことを, ついに一般に示した [3]. 空間-空間 非可換性の場合だけでなく, 時間-空間 非可換性の場合にも, 具体的保存密度の表式を与えた. これは非可換ソリトン方程式が, 背後に無限次元の対称性を持つことを強く示唆している.

ただし時間-空間 非可換性の場合, 非線型方程式は時間について無限階の微分方程式となるため, 可積分性はおろか, 初期値問題さえも定義できそうにない. したがって無限個の保存量の存在が可積分性を保証するとまでは現時点では言えないが, 少なくとも非可換変形が何か非常に特別なものであることは示している.

紙数の制約のため, これ以上は説明できない. より詳しい解説が [4] の付録 C にある.

参考文献

[1] M. Hamanaka, "Noncommutative solitons and D-branes," 東京大学博士論文 (2003) [hep-th/0303256].

[2] M. Hamanaka and K. Toda, Phys. Lett. A **316** (2003) 77 [hep-th/0211148]; J. Phys. A **36** (2003) 11981 [hep-th/0301213]; "Towards noncommutative integrable equations," [hep-th/0309265].

[3] M. Hamanaka, "Commuting flows and conservation laws for noncommutative Lax hierarchies," hep-th/0311206.

[4] 浜中 真志, "Solitons on non-commutative spaces," 京大数研講究録 (掲載予定).[1]

[1]私のホームページ [http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~hamanaka] から入手可能.