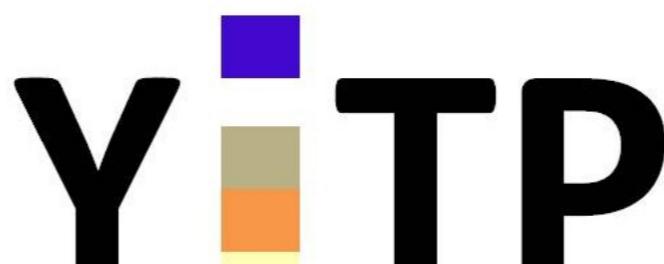
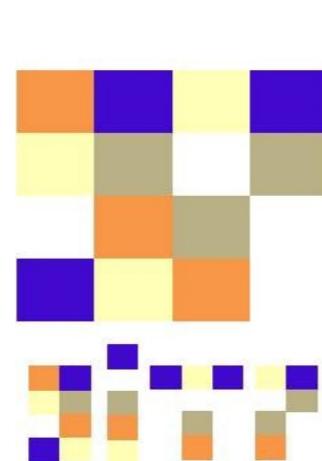


場の量子論の非摂動的側面： 過去、未来、現在

青木 慎也

京都大学 基礎物理学研究所 重力物理学研究センター



YUKAWA INSTITUTE FOR
THEORETICAL PHYSICS



Center for Gravitational Physics
Yukawa Institute for Theoretical Physics

場の量子論における非摂動的手法と素粒子物理学への応用
2019年12月20日、京都大学基礎物理学研究所

はじめに

この研究会を企画してくださった世話人の皆様には感謝しています。特に、基礎物理学研究所の所員である杉本さん、高柳さんにはお手数をおかけしました。ありがとうございます。

また、お忙しい中、話をしてくれた講演者の方、研究会の参加者の方にも感謝しています。

この講演では、私の研究のうち、3つを取り上げ、その裏話や教訓などを含めて、紹介したいと思います。少しでも若い方の参考になるのであれば幸いです。また、これからの研究方向も述べますので、興味のある方は一緒に仕事をしましょう。

過去：格子ゲージ理論

K. Wilson



M. Creutz





江口 徹 先生：
東大大学院での指導教員（実は1回り上の高校の先輩）
残念ながら、今年の1月30日にご逝去。

江口さんの助言

「修論では、格子フェルミオンの現状でもまとめて見たら？」

研究の方向性が決まる：格子ゲージ理論、格子QCD

修士論文の研究の顛末

時間があれば、後で紹介。

興味のある方は以下を見てください。

数理科学2018年4月号：

現在物理学の捉え方 「研究者は以下にして問題を設定しているか」
素粒子理論における問題設定 個人的な経験から 青木 慎也

2013年2月2日 「格子量子色力学に基づく核力と今後の展望」
これまでの研究を振り返って 一素粒子から核力に至る道一 青木 慎也

格子（ゲージ）理論、格子QCD

理論面：場の量子論を数学的、一般的で厳密に定義する。

実用面：数値シミュレーションを用いて、QCDの非摂動的な計算が可能になる。

進歩はゆっくりだが、着実に意味のある成果が出る。

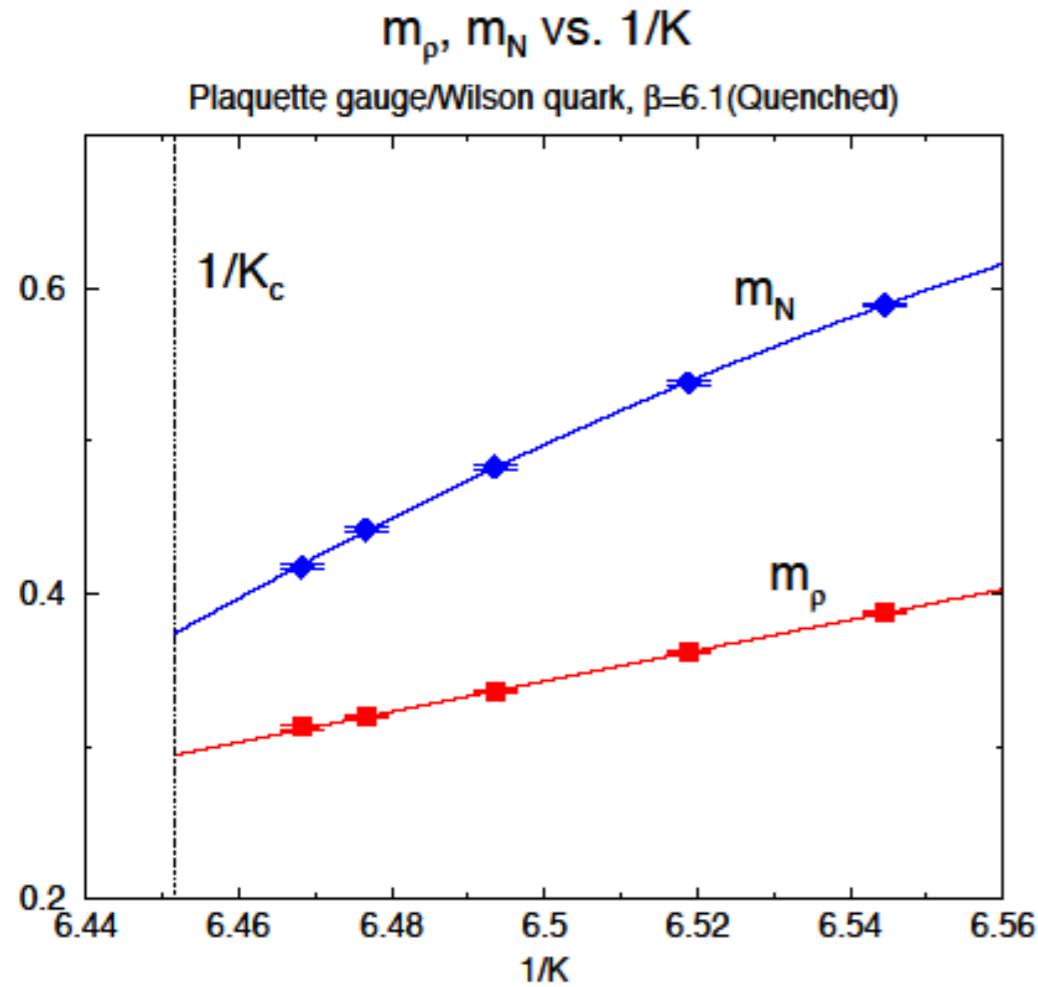
繰り込まれて有限になる物理量を考えることが重要。したがって、繰り込みスキームをきちんと決めることが不可欠。（後述）

（個人的意見）素粒子理論の大学院生はどの分野に進むとしても、教養として格子ゲージ理論を必須とすべき。

例えば、以下のような質問に答えることができるか？

クォーク質量を重くするとロー中間子の質量やパイ中間子の崩壊定数は大きくなるか、小さくなるのか？

格子QCDによる計算の例

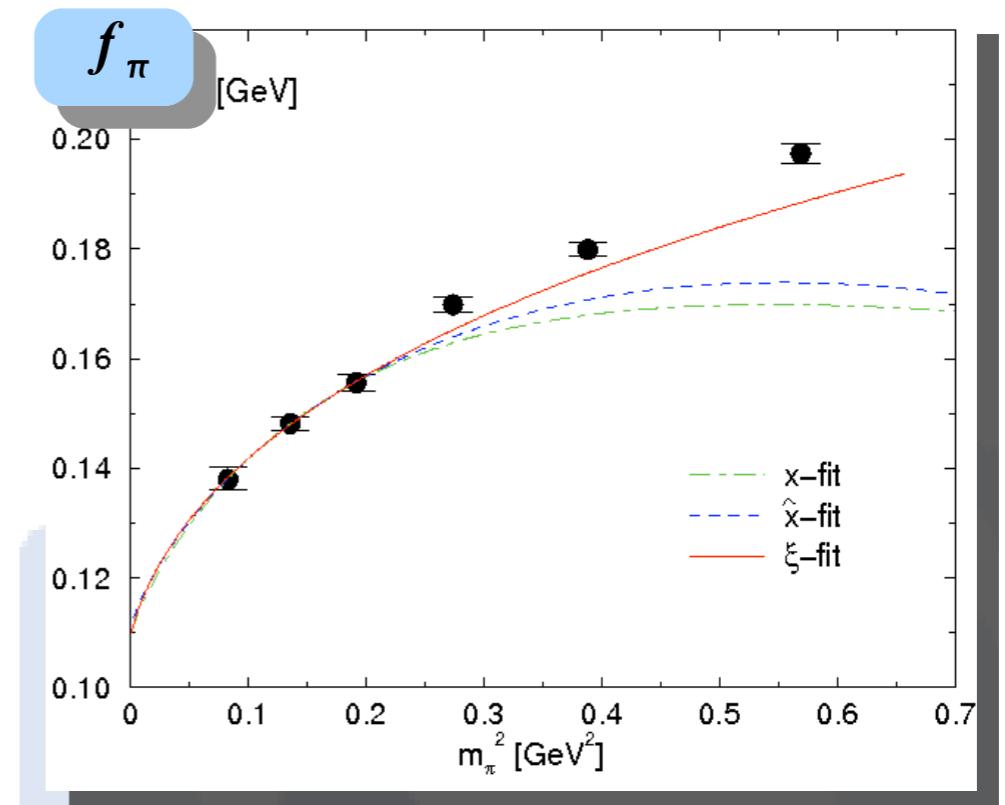


$$2m_q a = \frac{1}{K} - \frac{1}{K_c}$$

外挿式

$$m_\rho a = A_\rho + B_\rho 2m_q + \dots$$

$$m_N a = A_N + B_N 2m_q a + C_N (2m_q)^2 + \dots$$



カイラル摂動論

$$m_\pi^2 = 2Bm_q \left[1 + \frac{m_q}{16\pi^2} \ln m_q + c m_q \right] + \dots$$

$$f_\pi = f \left[1 - \frac{m_q}{8\pi^2} \ln m_q + d m_q \right] + \dots$$

正解

答えられない。

質問の設定が不十分なので、どうなるかは決まらない。このような質問は繰り込みスキームを決めないと答えられない。

通常は、スケール（格子間隔）を決めるには、mass independent schemeを使うが、別のスキームでも構わない。例えば、ロー中間子の質量を常に770MeVとするスキームを使っても良い。

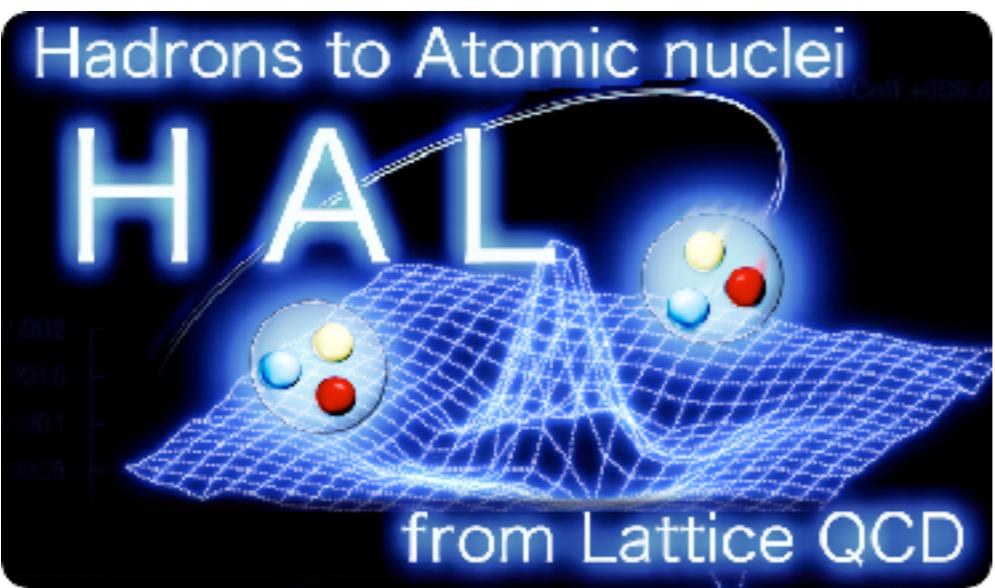
物理量はスキームによらない。より良い質問は、「クォーク質量を大きくしたら、ロー中間子とパイ中間子の比はどのように変化するか？」である。

答え：ロー中間子の質量／パイ中間子質量 は小さくなる。

本当はこの質問も不十分。正しい質問は？

有効理論はスキームによっている。したがって、有効理論全体が物理的なわけではない。

現在：ポテンシャル法



初田さん

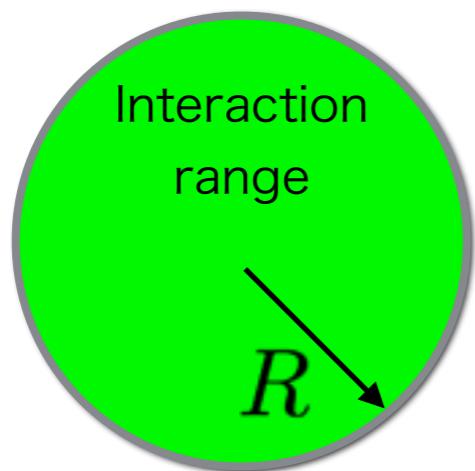


石井さん

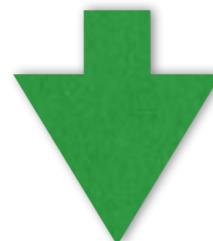


格子QCDで相互作用を調べるには？

No interaction



箱が相互作用領域より十分大きければ、



$$R < r < L/2$$

NBS 波動関数

$$\psi_l(r, q) \simeq Z_q \frac{e^{i\delta_l(q)} \sin(qr - l\pi/2 + \delta_l(q))}{qr}$$

周期境界条件では、

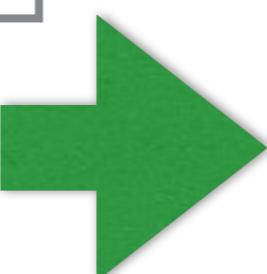
自由場

$$(\delta_l(q) = 0)$$

$$\vec{q} = \frac{2\pi}{L} \vec{n}$$

相互作用があると

$$\vec{q} - \frac{2\pi}{L} \vec{n} \neq 0$$

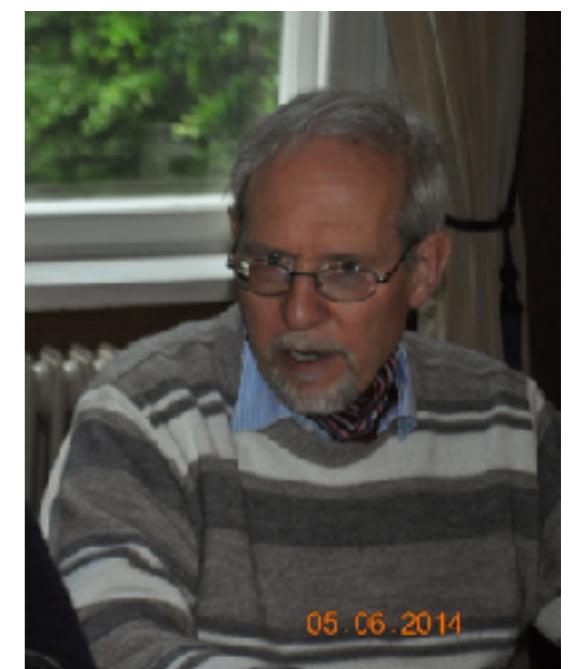


$$\delta_l(q)$$

有限体積公式(S波の場合)

$$q \cot(\delta_0(q)) = 4\pi \frac{1}{L^3} \sum_{\vec{p} \in \Gamma} \frac{1}{(\vec{p})^2 - q^2}, \quad \Gamma = \left\{ \vec{p} = \frac{2\pi}{L} \vec{n} \right\}$$

Lüscher's finite volume formula



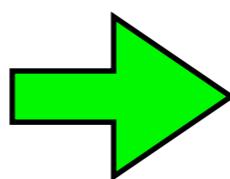
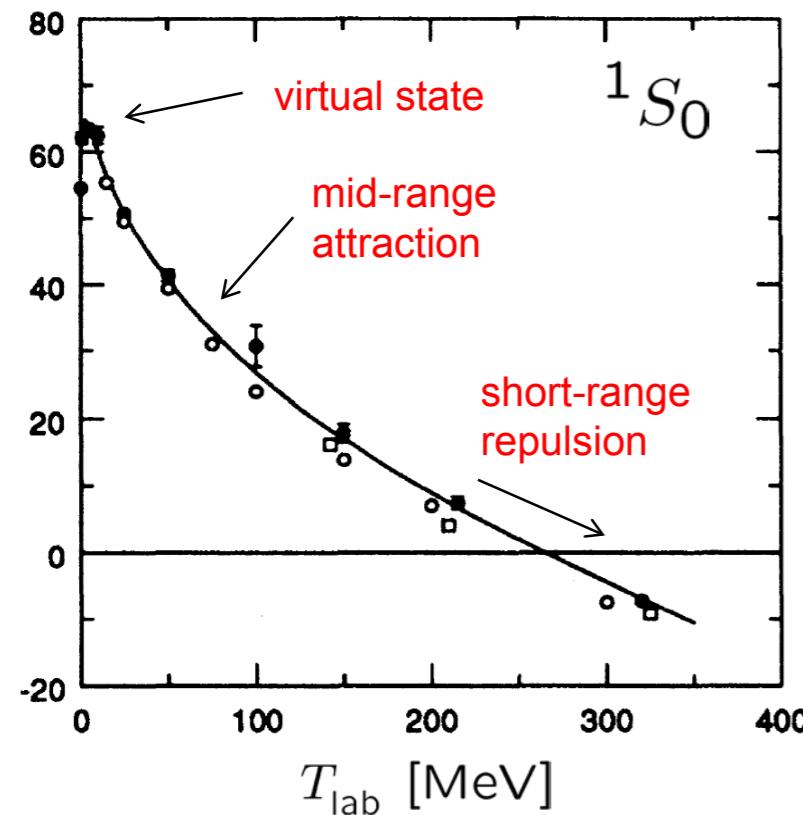
05.06.2014

相互作用（ポテンシャル）を直接計算できないか？

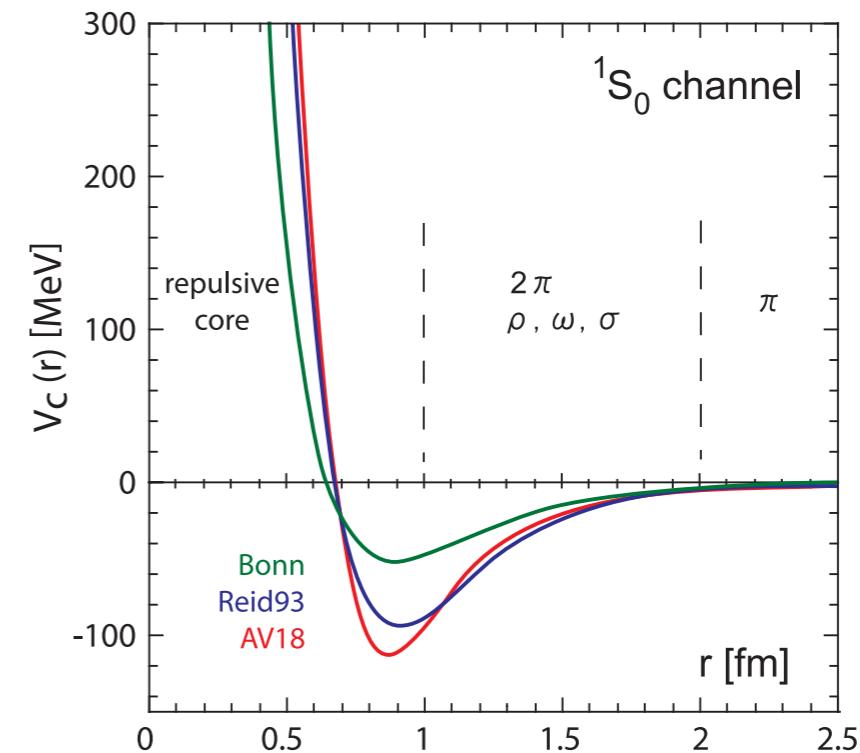
問題点：QCDにおけるポテンシャルとは何か？

核力ポテンシャルの場合

実験結果（散乱位相差）



ポテンシャル（スキームによる）

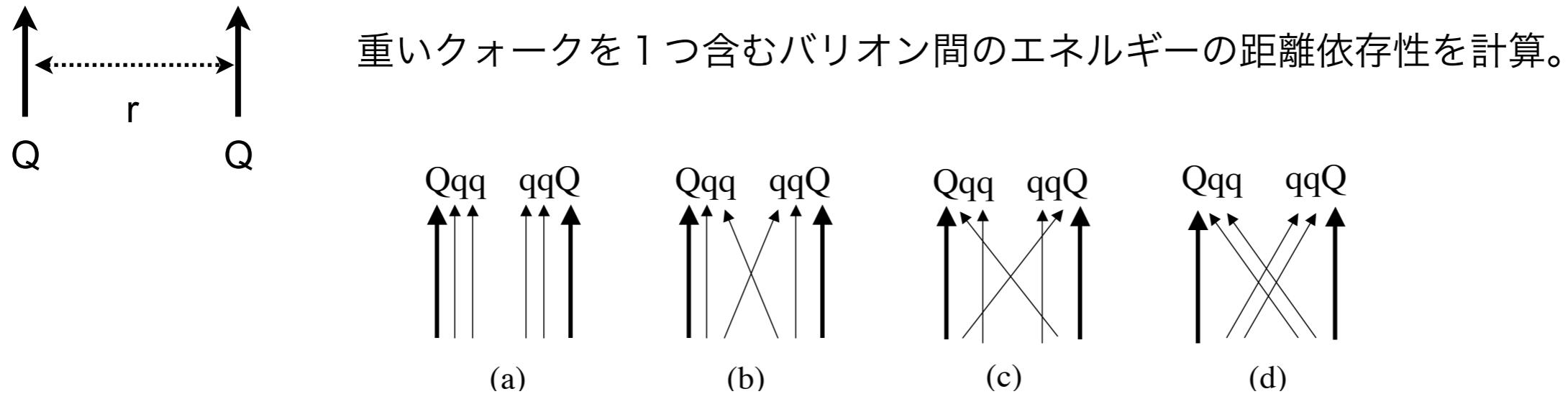


ポテンシャルはユニークではないが、物理的性質を直感的に理解するには有用。

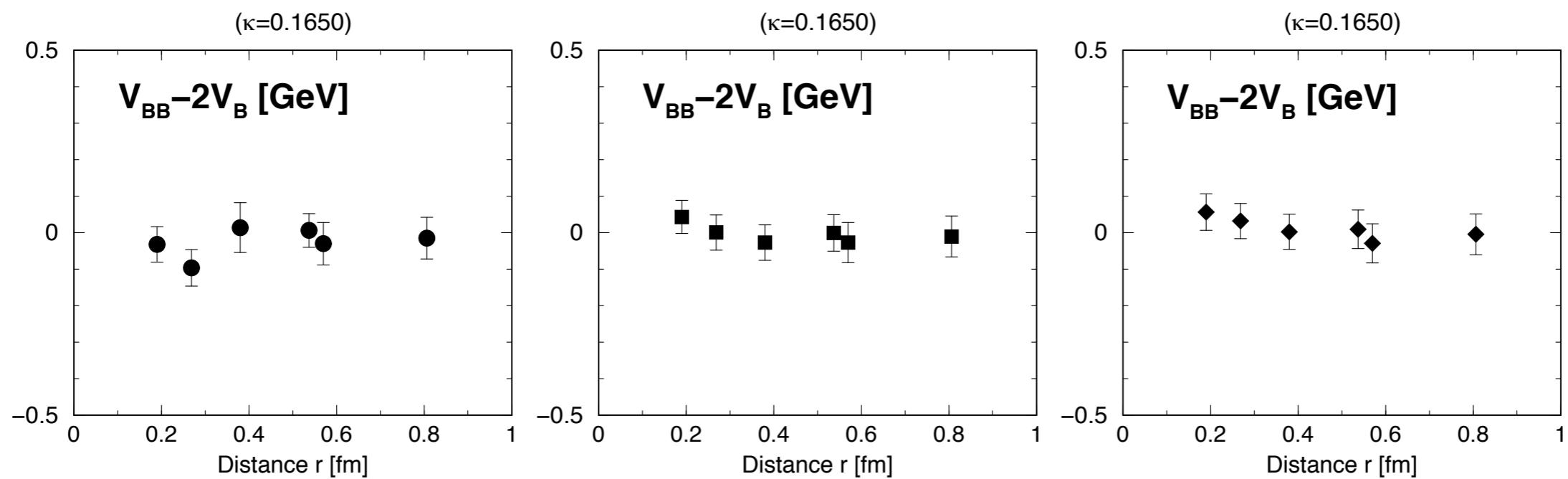
running couplingもスキーム依存だが、漸近的自由性などは相互作用の性質を理解するのに有用。

Wilson loopからstatic quark potentialを定義した方法が使えないか？

Takahashi-Doi-Suganuma, hep-lat/0601006



クエンチ近似の結果



r 依存性が殆どない。

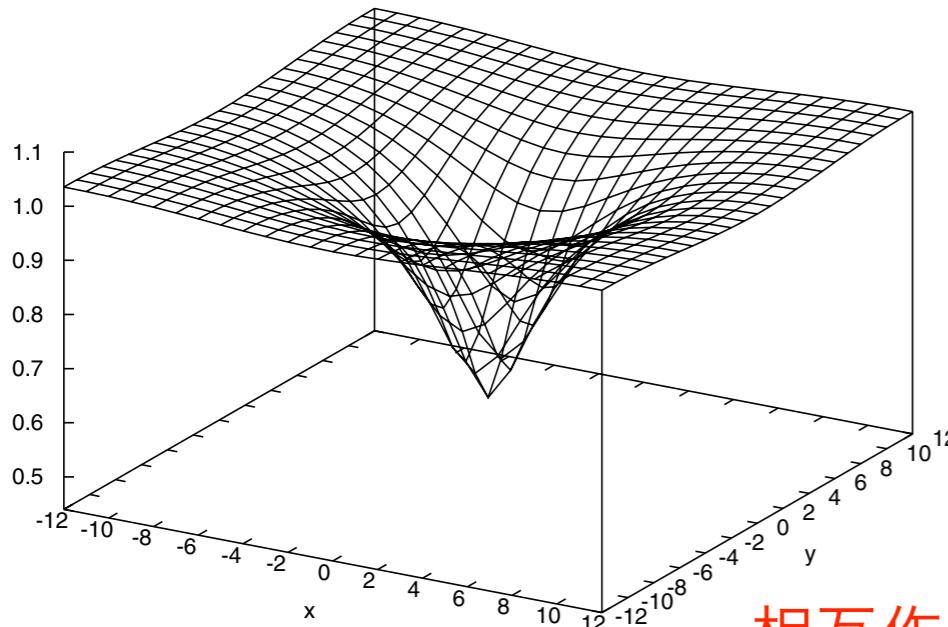
HAL QCD法に至る道

石塚成人氏（筑波大）が、有限体積法がどのように機能しているのかを詳細に調べた。

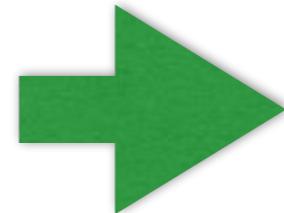
CP-PACS Collaboration: S.Aoki, M.Fukugita, K.-I.Ishikawa, N. Ishizuka, Y.Iwasaki, K.Kanaya, T.Kaneko, Y.Kuramashi, M.Okawa, A.Ukawa, T.Yamazaki, T.Yoshie, Phys. Rev. D71(2005)094504.



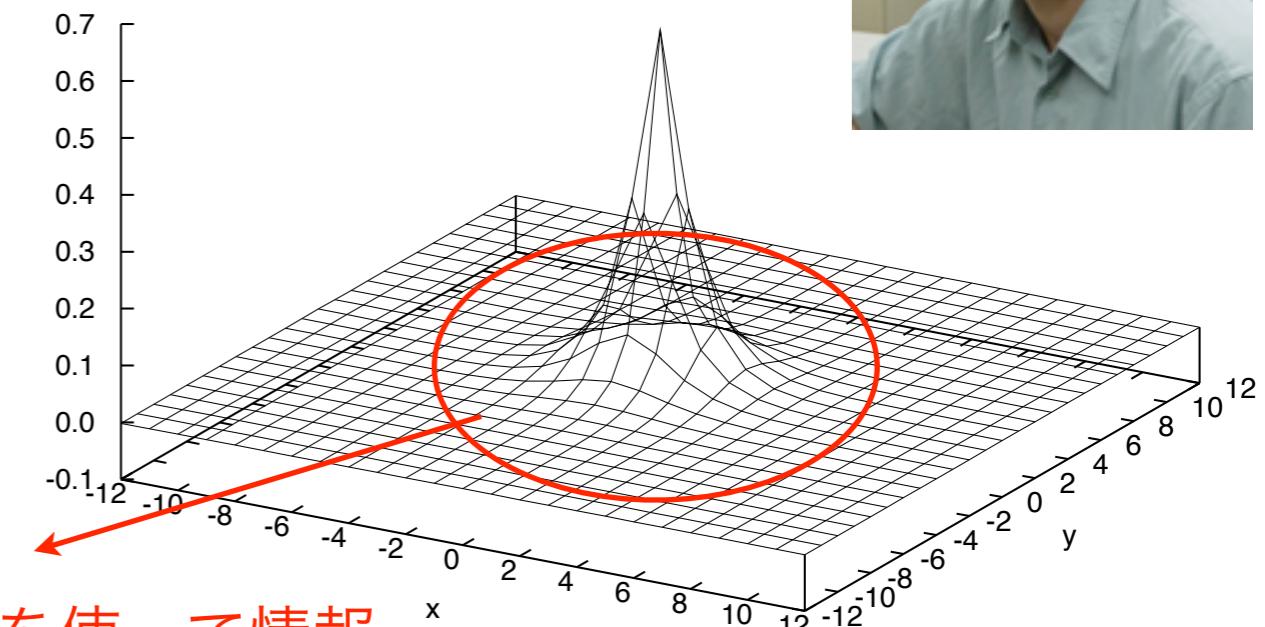
NBS波動関数



$$V(\vec{x}; k) = \frac{\Delta\phi(\vec{x}; k)}{\phi(\vec{x}; k)}.$$



ポテンシャル



相互作用の無い領域を使って情報
を引き出す方法を使った

2004／5年頃、この結果を知った初田氏が「核力研究に使えそう。」と青木に相談。

2005年10月に石井氏が加わり、プロジェクト開始。

HAL QCD法の戦略

①まず、(同時刻)NBS波動関数を導入。

$$\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \langle 0 | N(\mathbf{x} + \mathbf{r}, 0) N(\mathbf{x}, 0) | NN, W_k \rangle \xrightarrow{r \rightarrow \infty} Z_k \frac{\sin(kr - l\pi/2 + \delta_l(k))}{kr}$$

これが重要

$$W_{\mathbf{k}} \leq W_{\text{th}} = 2m_N + m_\pi$$

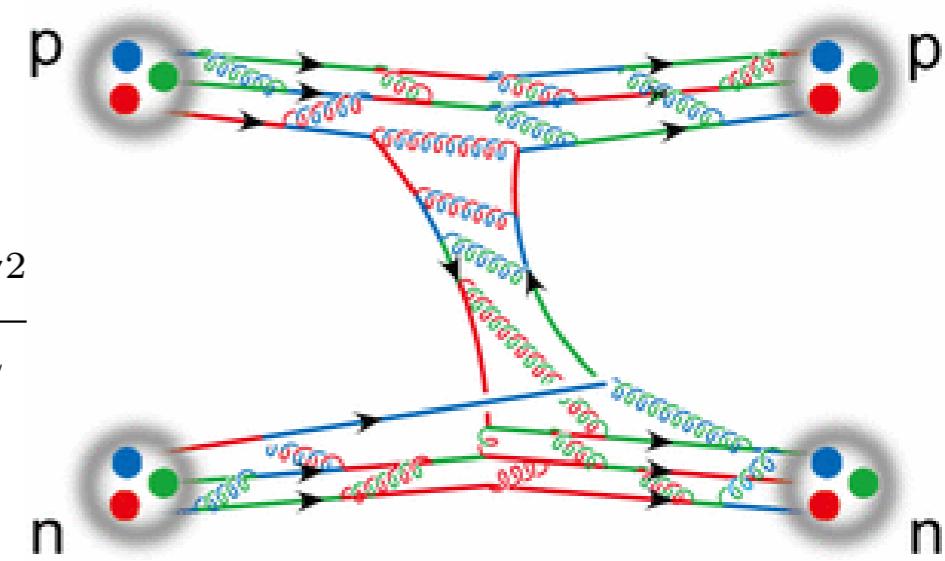
②以下でポテンシャルを定義。

$$[\epsilon_k - H_0] \varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) = V(\mathbf{x}, \nabla) \varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) \quad \epsilon_k = \frac{\mathbf{k}^2}{2\mu} \quad H_0 = \frac{-\nabla^2}{2\mu}$$

NNの場合

$$V(\mathbf{x}, \nabla) = V_0(r) + V_\sigma(r)(\sigma_1 \cdot \sigma_2) + V_T(r)S_{12} + V_{\text{LS}}(r)\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} + O(\nabla^2)$$

LO LO LO NLO NNLO



③少数のNBS波動関数をインプットとして、ポテンシャルを微分展開の低次から求め（近似）、物理量（位相差など）を計算。

量子力学を用いた具体例

Separable potential $U(\vec{x}, \vec{y}) = wv(\vec{x})v(\vec{y})$ $v(\vec{x}) = e^{-\mu x}, \quad x := |\vec{x}|$

非局所性が大きい

S波の波動関数

R : IR cut-off

$$\begin{aligned}\psi_k^0(x) &= \frac{e^{i\delta(k)}}{kx} \left[\sin(kx + \delta(k)) - \sin \delta(k) e^{-\mu x} \left(1 + x \frac{\mu^2 + k^2}{2\mu} \right) \right] & x \leq R \\ &= C \frac{e^{i\delta(k)}}{kx} \sin(kx + \delta_R(k)) & x > R\end{aligned}$$

phase shift $\delta_R(k)$ is exactly calculable.

厳密な結果

$$U(\vec{x}, \vec{y})$$

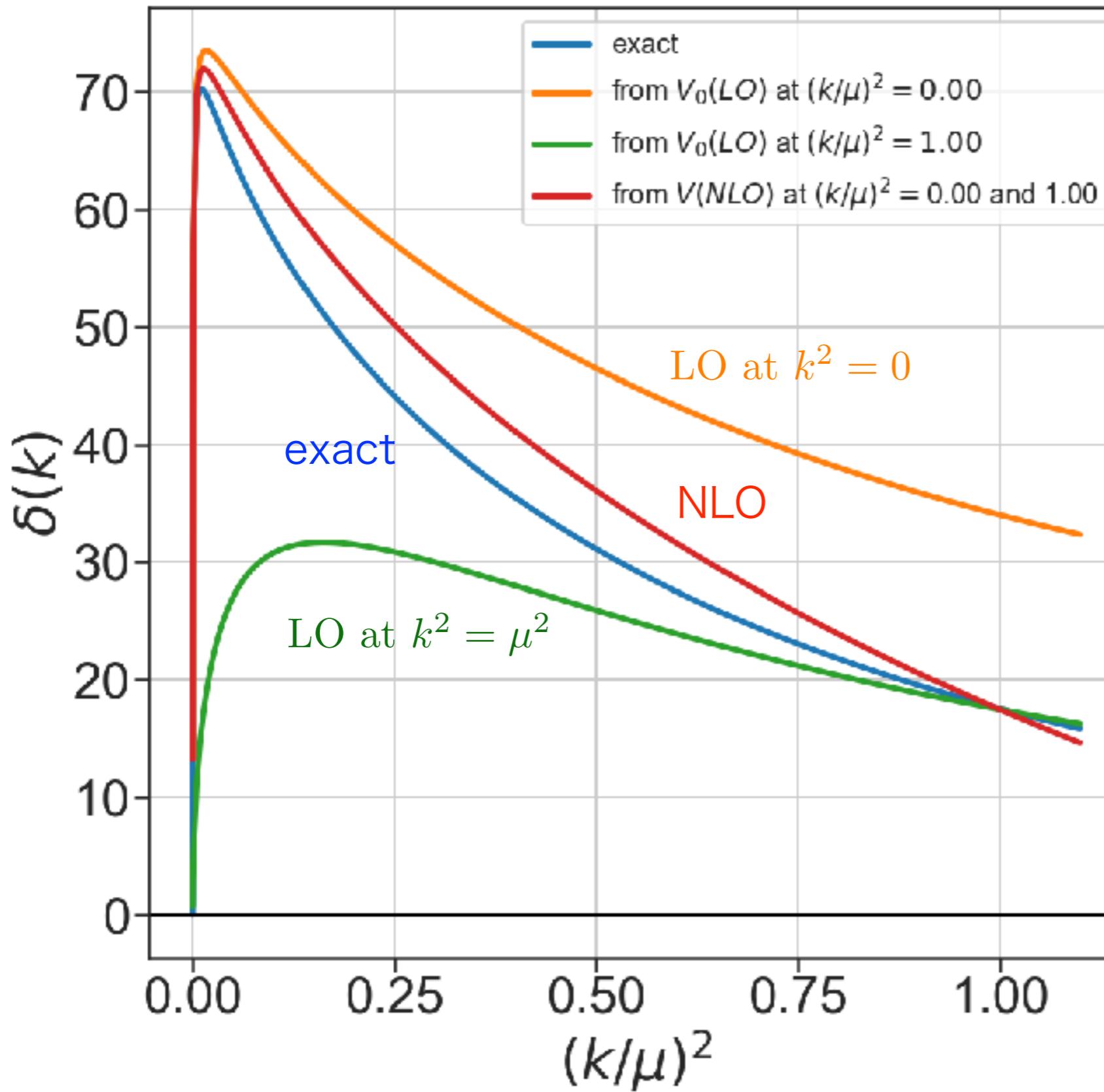
LO (最低次) ポテンシャルを用いた結果

$$V_0^{\text{LO}}(r) \quad \text{from } k^2 = 0 \text{ or } k^2 = \mu^2$$

NLO ポтенシャルを用いた結果

$$V_0^{\text{NLO}}(r) + V_1^{\text{NLO}}(r)\nabla^2$$

$$\omega/\mu^4 = -0.017, m/\mu = 3.30, R\mu = 2.5$$



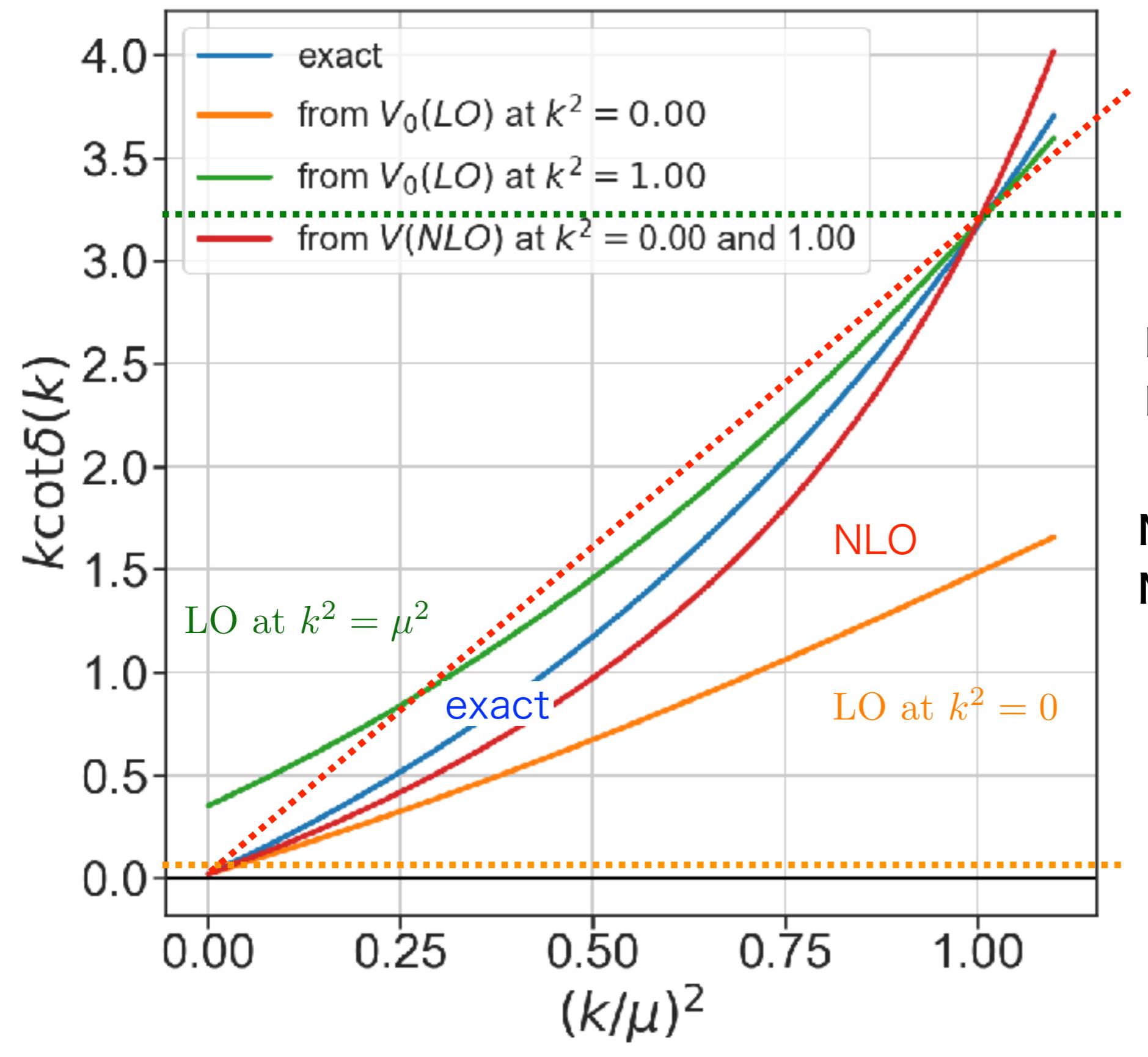
$$U(\vec{x}, \vec{y}) = wv(\vec{x})v(\vec{y})$$

$$v(\vec{x}) = e^{-\mu x}, \quad x := |\vec{x}|$$

NLO ポテンシャルは厳密な
答えを良く再現する。

$$k \cot(\delta_0(k))$$

$$\omega/\mu^4 = -0.017, m/\mu = 3.30, R\mu = 2.5$$



NLO ERE

LO ERE ar $k^2 = \mu^2$

ERE =Effective Range Expansion

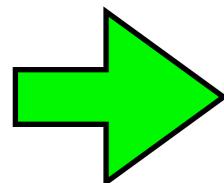
NLOポテンシャルの結果は、
NLO EREの結果より良い。

LO ERE ar $k^2 = 0$

HAL QCD法の利点

- ①近似的であるが、より詳細な情報が得られる。（前述）
- ②近似による誤差の評価が可能で、近似をあげることもできる。（前述）
- ③物理的、直感的な理解の可能性。
- ④結合チャネルへの拡張が容易。
- ⑤時間依存法により励起状態の情報も活用可能。

$$R(\mathbf{r}, t) \equiv F(\mathbf{r}, t)/G_N(t)^2 = \sum_n A_n \varphi^{W_n}(\mathbf{r}) e^{-\Delta W_n t}$$



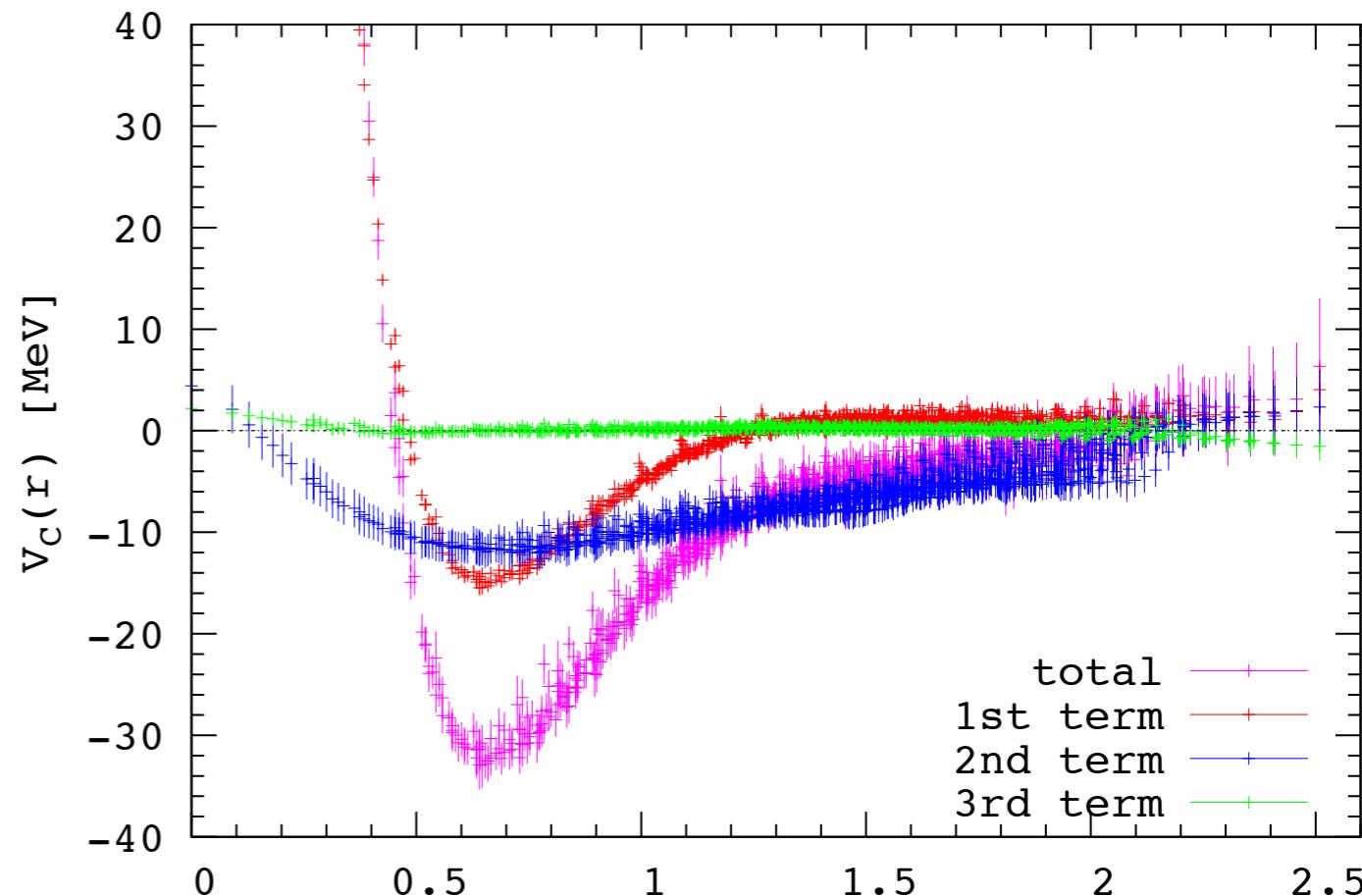
$$\left\{ -H_0 - \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{4m_N} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} R(\mathbf{r}, t) = V(\mathbf{r}, \nabla) R(\mathbf{r}, t) = V_C(\mathbf{r}) R(\mathbf{r}, t) + \dots$$

1st 2nd 3rd

弹性散乱の励起状態が同じポテンシャルで記述されることが使える。

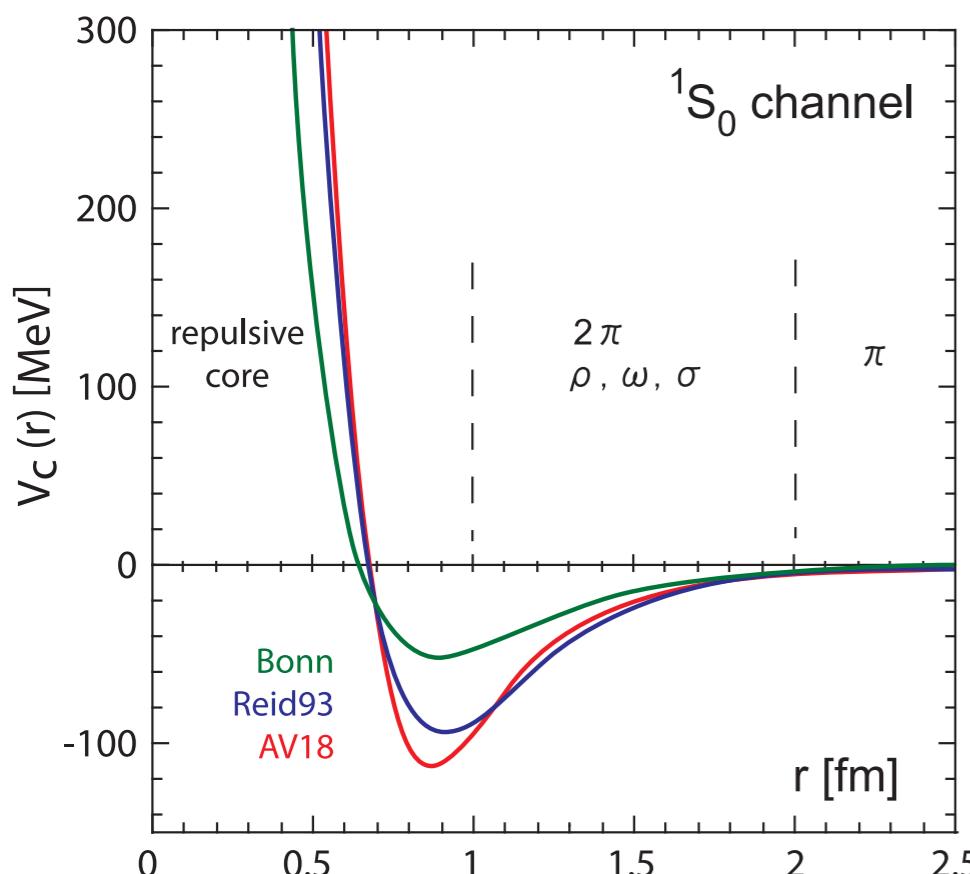
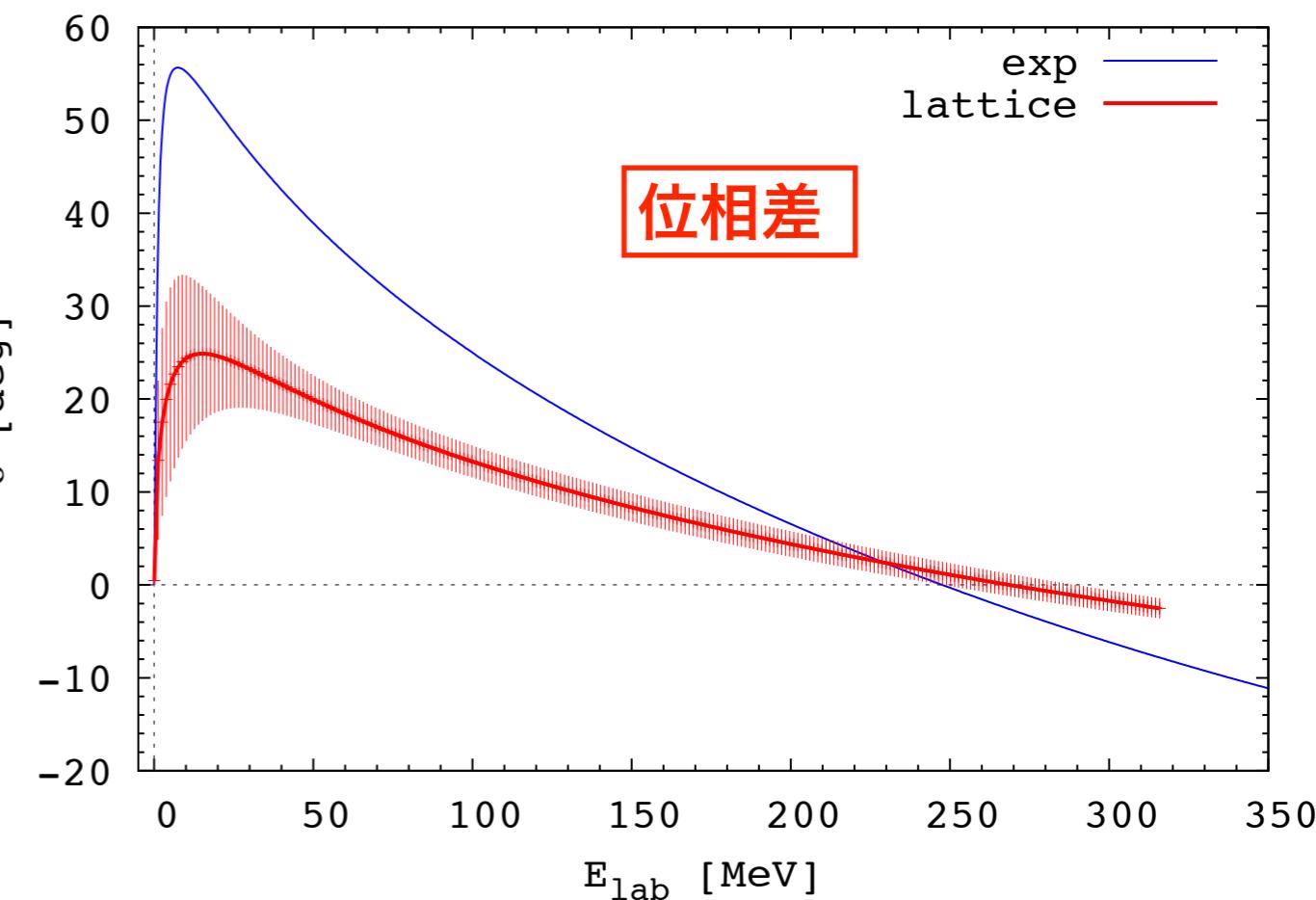
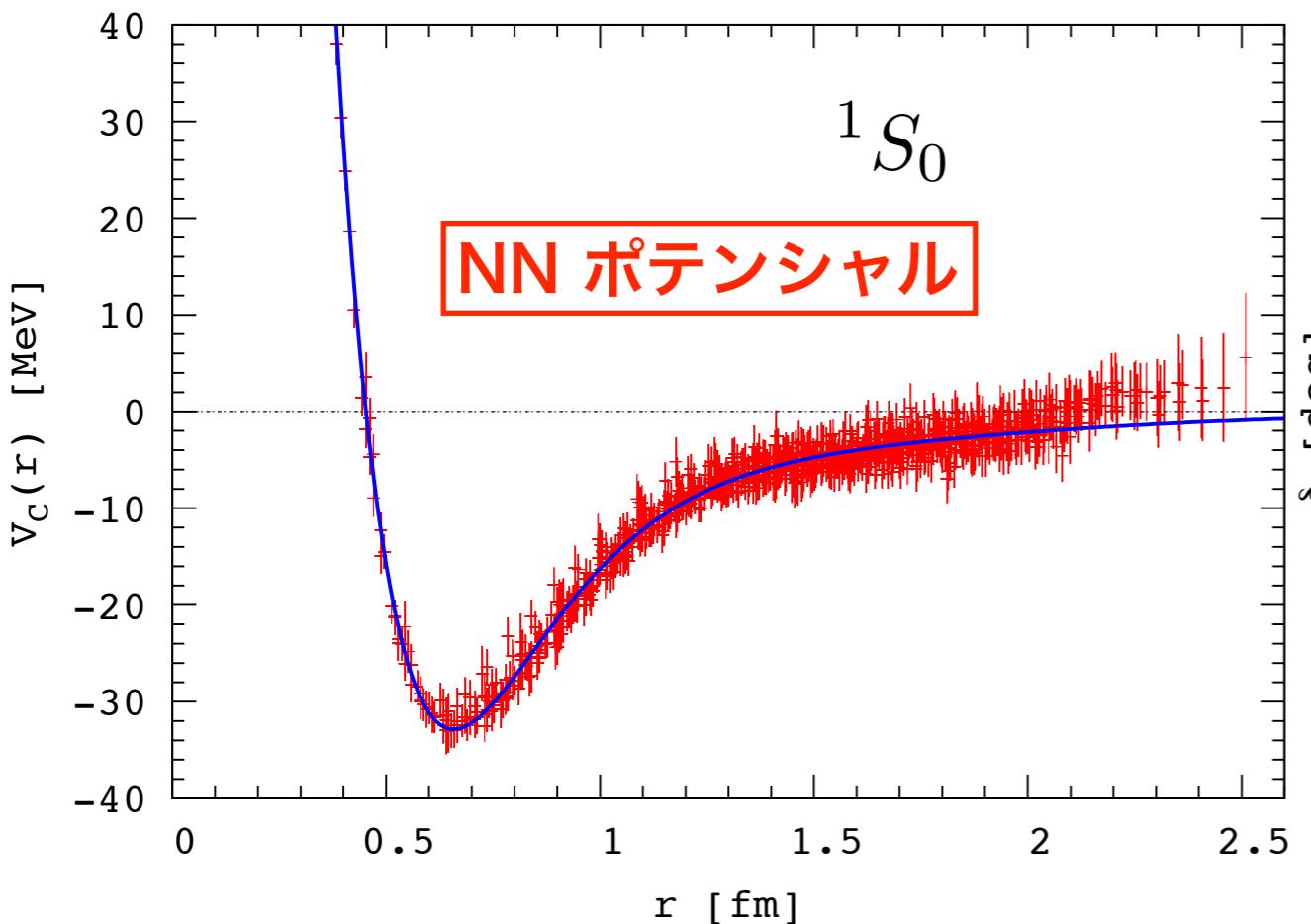
色々なエネルギーのNBSが混合

Potential



$a=0.09\text{fm}$, $L=2.9\text{fm}$

$m_\pi \simeq 700 \text{ MeV}$



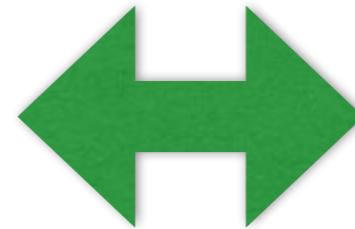
NNポテンシャルの定性的な性質を再現。

- (1) 中長距離での引力。
- (2) 近距離での斥力（斥力芯）。

HAL QCD法の意義（私見）

場の量子論（QCD）に対する（新しい）見方と解析方法を確立。

エネルギー上限を考えたQCD



安定粒子に対する結合チャネルの
ポテンシャルによる記述

N, \bar{N}, π, \dots

安定粒子

N, \bar{N}, π, \dots

Δ, ρ, \dots

共鳴状態

$N\pi, \pi\pi, \dots$

重陽子、 H, \dots

束縛状態

$NN, \Lambda\Lambda, \dots$ or D, H, \dots

ハドロン物理に残された課題（私見）

エキゾチックハドロンを含めた共鳴状態を可能な限りHAL QCD法で調べて、存否を含めその性質を明らかに、ハドロン物理を完成させること。

未来 : AdS/CFT対応



事の始まり

2013年4月、筑波大学から京都大学基礎物理学研究所に移動。まさか自分が基研に来るとは思わなかった。（経緯は柴田さんの話？）

基研には、高柳さん、杉本さんなど弦理論の著名な研究者が多くいた。私にとって、AdS/CFT対応は不思議であったが、高柳さんなどが、場の理論のエネルギー・スケールを新たな座標としてAdS/CFTを構成する研究をしていることを知り、興味を持つ。

サロンで、大野木さんとポスドクの菊地さんが2次元O(N)非線形シグマ模型のグラディエトー・フローに関する議論をしているところに通りかかる。「こうやったらできるんじゃないの？」と共同研究に加わる。3人で論文を書く。

柴田さん



高柳さん



杉本さん



大野木さん



せっかくフロー法を勉強したのだからと、その結果を使って、**無謀にも** 3次元の計量を定義し、“ホログラフィー”理論を提案。

不思議なことに、massless極限では、計量がAdS空間を記述するものになる。

その後も、大野木さん、Peter Weisz, Janos Balogと3次元O(N)スカラー理論などの解析をする。適切な規格化をすれば、massless極限でAdSが出るが、その理由や意味は不明。

J. Balog



ふと「場の理論としてCFT(Conformal Field Theory)を取り、対応するホログラフィックな空間を調べること」を思いつく。CFTの予備知識はなかったが、高柳さんや杉本さんは恐れ多かったので、ポスドクの**横山さん**に声を掛け、共同研究が始まる。

杉本さんには、Dブレインを用いたAdS/CFT対応の初步を教えてもらう。

フロー場を用いたAdS/CFTの構成

青木、横山

フロー方程式	$\frac{\partial}{\partial t} \phi^a(t, x) = (\square - m^2) \phi^a(t, x)$	初期条件 $\phi^a(0, x) = \varphi^a(x)$
	(d+1)-dim.	d-dim.

→ $\phi^a(t, \textcolor{blue}{x}) = e^{(\square - m^2)t} \varphi^a(\textcolor{blue}{x}) = \frac{e^{-m^2 t}}{(4\pi t)^{d/2}} \int d^d \textcolor{red}{y} e^{-(\textcolor{blue}{x}-\textcolor{red}{y})^2/4t} \varphi^a(\textcolor{red}{y})$

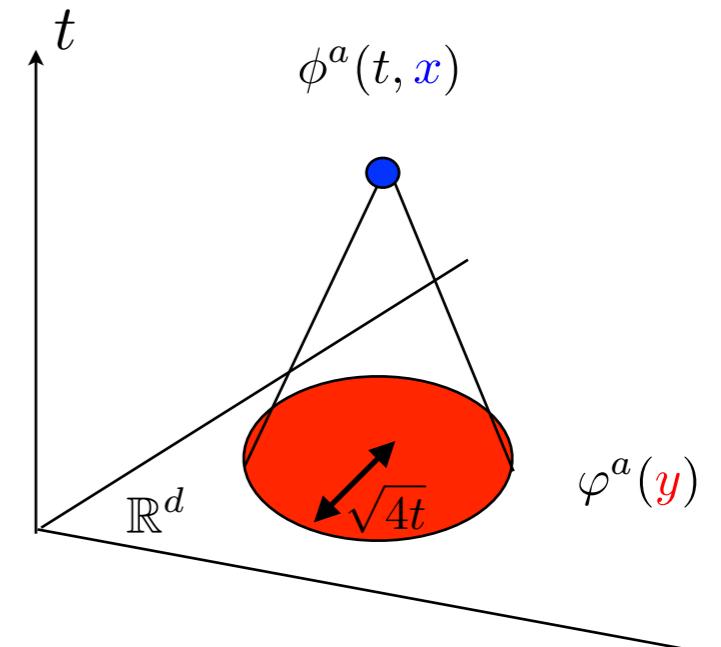
規格化されたフロー場 $z := (\tau, x) \in (\mathbb{R}^+, \mathbb{R}^d), \tau := \sqrt{2dt}$

$\sigma^a(z) := \frac{\phi^a(z)}{\sqrt{\langle \phi^2(z) \rangle_S}}$ → $\langle \sigma^2(z) \rangle_S = 1$

量子平均

$$\langle \mathcal{O}(\varphi) \rangle_S := \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}\varphi \mathcal{O}(\varphi) e^{-S(\varphi)}, \quad Z := \int \mathcal{D}\varphi e^{-S(\varphi)}$$

d-dim.



(d+1)次元の計量 (演算子)

$$g_{AB}(z) := R^2 \sum_{a=1}^N \partial_A \sigma^a(z) \partial_B \sigma^a(z)$$

- ①その期待値は、紫外発散がなく有限。
- ②この計量はラージN極限では、古典的に振る舞う。

$$\langle g_{AB}(z_1)g_{CD}(z_2) \rangle_S = \langle g_{AB}(z_1) \rangle_S \langle g_{CD}(z_2) \rangle_S + O(1/N) \quad \rightarrow \quad \langle G_{AB}(\textcolor{red}{g_{CD}}) \rangle_S = G_{AB}(\langle g_{CD} \rangle_S) + O(1/N)$$

量子平均で古典幾何が出る

- ③規格化されたフロー場の意味：計量の期待値が「情報計量」に対応 伊敷さんの指摘

Bures情報計量：混合状態の密度行列の間の距離を与える

今の場合 $\rho(z) := \sum_{a=1}^N |\sigma^a(z)\rangle\langle\sigma^a(z)|$ N個のエンタングル対

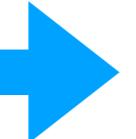
規格化条件 $\rightarrow \text{tr}\rho(z) = \langle\sigma(z)^2\rangle_S = 1$

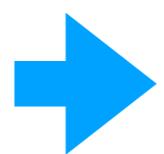


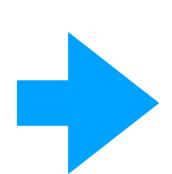
ここまで、任意のスカラー場理論に対して成り立つ性質

CFTの場合のフロー場

$$\langle \phi(t, x) \phi(s, y) \rangle = e^{\square_x t + \square_y s} \langle \varphi(x) \varphi(y) \rangle_{\text{CFT}} = G(t+s, (x-y)^2)$$

プライマリー場 $\varphi(\lambda x) = \lambda^{-\Delta} \varphi(x)$  $G(\lambda^2(t+s), \lambda^2(x-y)^2) = \lambda^{-2\Delta} G(t+s, (x-y)^2)$

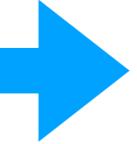

$$G(t+s, (x-y)^2) = \frac{1}{(t+s)^\Delta} F_0 \left(\frac{(x-y)^2}{t+s} \right)$$



$$\langle \sigma(t, x) \sigma(s, y) \rangle = \left(\frac{2\sqrt{ts}}{t+s} \right)^\Delta F \left(\frac{(x-y)^2}{t+s} \right)$$

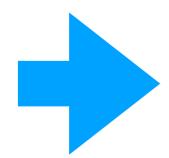
$$F(x) := \frac{F_0(x)}{F_0(0)}$$

$$F(0) = 1$$

フロー方程式から
$$-\frac{\Delta}{(t+s)^{\Delta+1}} F_0(0) = \frac{2d}{(t+s)^{\Delta+1}} F'_0(0)$$
 
$$F'(0) = -\frac{\Delta}{2d}$$

計量の期待値 $\bar{g}_{AB}(z) := R^2 \langle \partial_A \sigma(t, x) \partial_B \sigma(t, x) \rangle$

$$\bar{g}_{\tau\tau}(z) = \frac{R^2 \Delta}{\tau^2} \quad \bar{g}_{\mu\nu}(z) = \frac{-2dF'(0)R^2}{\tau^2} \eta_{\mu\nu} = \frac{R^2 \Delta}{\tau^2} \eta_{\mu\nu} \quad \bar{g}_{\tau\nu}(z) = \bar{g}_{\mu\tau}(z) = 0$$



$$ds^2 = R^2 \Delta \frac{d\tau^2 + dx^2}{\tau^2}$$

AdS計量(Poincare patch)

なぜCFTからAdSが出たのか？

コンフォーマル対称性（量子的）



$$\delta^{\text{conf}} \varphi(x) = -\delta x^\mu \partial_\mu \varphi(x) - \frac{\Delta}{d} (\partial_\mu \delta x^\mu) \varphi(x)$$

$SO(d, 2)$ or $SO(d + 1, 1)$

$$\delta x^\mu := \frac{a^\mu + \omega^\mu{}_\nu x^\nu}{\text{ポアンカレ}} + \frac{\lambda x^\mu}{\text{dilatation}} + \frac{b^\mu x^2 - 2x^\mu(b_\nu x^\nu)}{\text{special conformal}}$$

AdS空間の等長変換（古典的）

$$\delta^{\text{diff}} g_{AB}(z) = -\delta z^C \partial_C g_{AB}(z) - (\partial_A \delta z^C) g_{CB}(z) - (\partial_B \delta z^C) g_{AC}(z)$$

$$\delta z := (\delta\tau, \delta x), \quad \delta\tau := (\lambda - 2(b_\nu x^\nu))\tau, \quad \delta x^\mu := \delta^{\text{conf}} x^\mu + \tau^2 b^\mu$$

本当か？

規格化されたフロー場： $\sigma(z) = \frac{\tau^\Delta}{\sqrt{d^\Delta F_0(0)}} e^{\tau^2 \square / 2d} \varphi(x)$

→ $\tilde{\delta}^{\text{conf}} \sigma(z) := \frac{\tau^\Delta}{\sqrt{d^\Delta F_0(0)}} e^{\tau^2 \square / 2d} \delta^{\text{conf}} \varphi(x) = \delta^{\text{diff}} \sigma(z) + \delta^{\text{extra}} \sigma(z)$

$$\delta^{\text{extra}} \sigma(z) = \frac{\tau^3}{d} b^\nu \partial_\nu \left(\partial_\tau + \frac{2(\Delta + 2)}{\tau} \right) \sigma(z)$$

conformal symmetry \neq isometry in general.

計量の期待値に対しては

$$\langle \tilde{\delta}^{\text{conf}} g_{AB}(z) \rangle = \langle \delta^{\text{diff}} g_{AB}(z) \rangle + R^2 \lim_{w \rightarrow z} \frac{\partial}{\partial z^A} \frac{\partial}{\partial w^B} \langle \delta^{\text{extra}} \sigma(z) \sigma(w) + \sigma(z) \delta^{\text{extra}} \sigma(w) \rangle$$

具体的に計算すると

$$\langle \delta^{\text{extra}} \sigma(z) \sigma(w) + \sigma(z) \delta^{\text{extra}} \sigma(w) \rangle = -\frac{64d^3(2\tau_x \tau_y)^\Delta}{(\tau_x^2 + \tau_y^2)^{\Delta+2}} (\tau_x^2 - \tau_y^2) b_\mu (x-y)^\mu (x-y)^2 F'' \left(\frac{2d(x-y)^2}{\tau_x^2 + \tau_y^2} \right)$$

$z=w$ で残るためには4つ以上の微分が必要

→ $\langle \delta^{\text{conf}} g_{AB}(z) \rangle = \langle \delta^{\text{diff}} g_{AB}(z) \rangle$

コンフォーマル不变性

$$\langle \delta^{\text{conf}} g_{AB}(z) \rangle = 0 \quad \rightarrow \quad \langle \delta^{\text{diff}} g_{AB}(z) \rangle = 0 \quad \text{AdS Isometry}$$

CFTを超えた拡張

青木、横山、吉田

スケール不变な非相対論的理論

$$t \rightarrow \Lambda^Z t, \quad x^i \rightarrow \Lambda x^i \quad (i = 1, \dots, d-1),$$

例：シュレディンガー対称性($Z=2$)

このような理論を $D=d+1$ 次元に埋め込むとその対称性はコンフォーマル対称性の一部になる。

$$\delta^s x^i = a^i + \omega^i_j x^j - v^i x^+ + \lambda x^i - 2b x^i x^+, \quad x^+ = t, x^-: \text{extra coordinate}$$

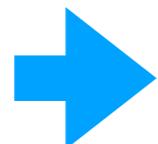
$$\delta^s x^+ = a^+ + 2\lambda x^+ - 2b(x^+)^2, \quad v^i: \text{Galilei}, \mu: \text{mass operator}$$

$$\delta^s x^- = \mu + v^i x^i + b \vec{x}^2.$$

フロー方程式

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \phi(x; \eta) = (2i\bar{m}\partial_+ + 2\partial_- \partial_+ + \vec{\partial}^2) \phi(x; \eta), \quad \phi(x; 0) = O(x),$$

UV singularity の除去に必要



$$\langle \sigma(x_1; \eta_1) \sigma^\dagger(x_2; \eta_2) \rangle = \left(\frac{4\eta_1 \eta_2}{\eta_+^2} \right)^{\Delta_O/2} G \left(\frac{2(x_{12}^+ + 2i\bar{m}\eta_+)x_{12}^- + (\vec{x}_{12})^2}{\eta_+}, \frac{x_{12}^+}{\eta_+} \right)$$



得られた計量の期待値

$$ds^2 = \frac{\Delta_{\mathcal{O}}}{4\eta^2} d\eta^2 + \frac{-G^{(0,2)}(\vec{0})}{4\eta^2} (dx^+)^2 + 2 \frac{-G^{(1,0)}(\vec{0}) - 2i\bar{m}G^{(1,1)}(\vec{0})}{\eta} dx^+ dx^- \\ + (4\bar{m})^2 G^{(2,0)}(\vec{0}) (dx^-)^2 + \frac{-\delta_{ij}G^{(1,0)}(\vec{0})}{\eta} dx^i dx^j.$$

スケール不变性を持つ（新しい）一般的な非相対論的時空

$\bar{m} = 0$: Schrödinger spacetime

疑問：この計量はインシュタイン方程式の真空解ではない。物質のエネルギー運動量テンソルが必要。物質場は何か？

シュレディンガー時空の場合はmassive U(1)ゲージ場で説明できる。

一般的な非相対論的時空を解に持つ理論は？
フロー場はそれを記述できるか？

スケール不变な一般的な非相対論的時空

青木、Balog, 横山、吉田

答1：自発的に対称性の破れたU(1)ゲージヒッグス理論+重力場に対するゲージ固定項が、この理論を運動方程式の解を持つ。

フローを決めるることは、ゲージ固定をすることに相当？

答2：フロー場は、massive U(1)ゲージ場の解を与える。

$$\hat{A}_\mu(x; \eta) \equiv \frac{i}{2}(\partial_\mu \sigma(x; \eta)\sigma^\dagger(x; \eta) - \sigma(x; \eta)\partial_\mu \sigma^\dagger(x; \eta)).$$

フロー場が複素なので、1階テンソルの期待値が存在して、それがゲージ場の期待値。

$$A_-(z) = -4\bar{m}G^{(1,0)}(\vec{0}), \quad A_+(z) = -\frac{i\Delta G^{(0,1)}(\vec{0})}{2G^{(1,0)}(\vec{0})\tau^2}, \quad \text{運動方程式の解}$$

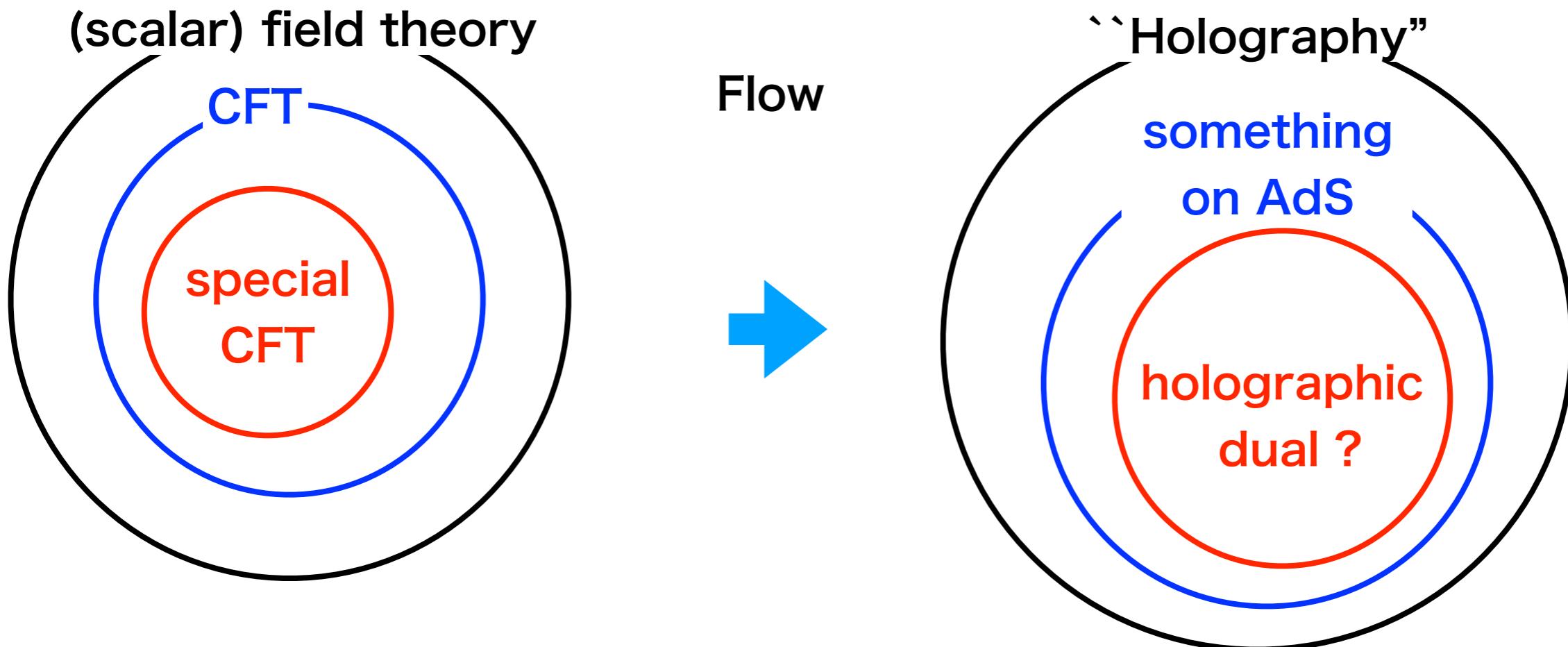
フロー場は、計量だけでなくバルクの物質場の期待値も正しく記述する。

(個人的な) 解釈

フローによるAdS/CFT対応が、通常のAdS/CFT対応と無関係とは思えない。

AdS/CFT対応では、CFTがその本質。N=4 Super YMはその特別な例？

バルクな理論はStringyである。（短距離のUV発散がないので。）



最後に

定年まで（あるいは定年後も）何をやるか？

1. HAL QCD法を用いた研究。ただし、主に理論的な拡張など。

非重心系のNBS波動関数を用いたポテンシャル

3体系の相互作用の相対論的な定式化、など。

理論的な研究が好きな学生さんがいたら一緒に研究しましょう。

2. (こちらが主) フロー法を用いたAdS/CFT対応とその拡張。

有限温度のCFTからブラックホール（ブレイン）が出るか？

バルクな自由度の詳細な決定。

量子重力へのヒント？

高柳さん、杉本さんをはじめとする基研のスタッフ、ポスドク、
学生で興味のある方は一緒にやりましょう！



Backup

修論のテーマ：「格子フェルミオンの現状でもまとめて見たら？」（by 江口さん）

当時(1983年頃)：格子の初期、解析的な仕事、ホッピングパラメタ展開、強結合展開
シミュレーションは（せいぜい）クエンチ近似、小体積

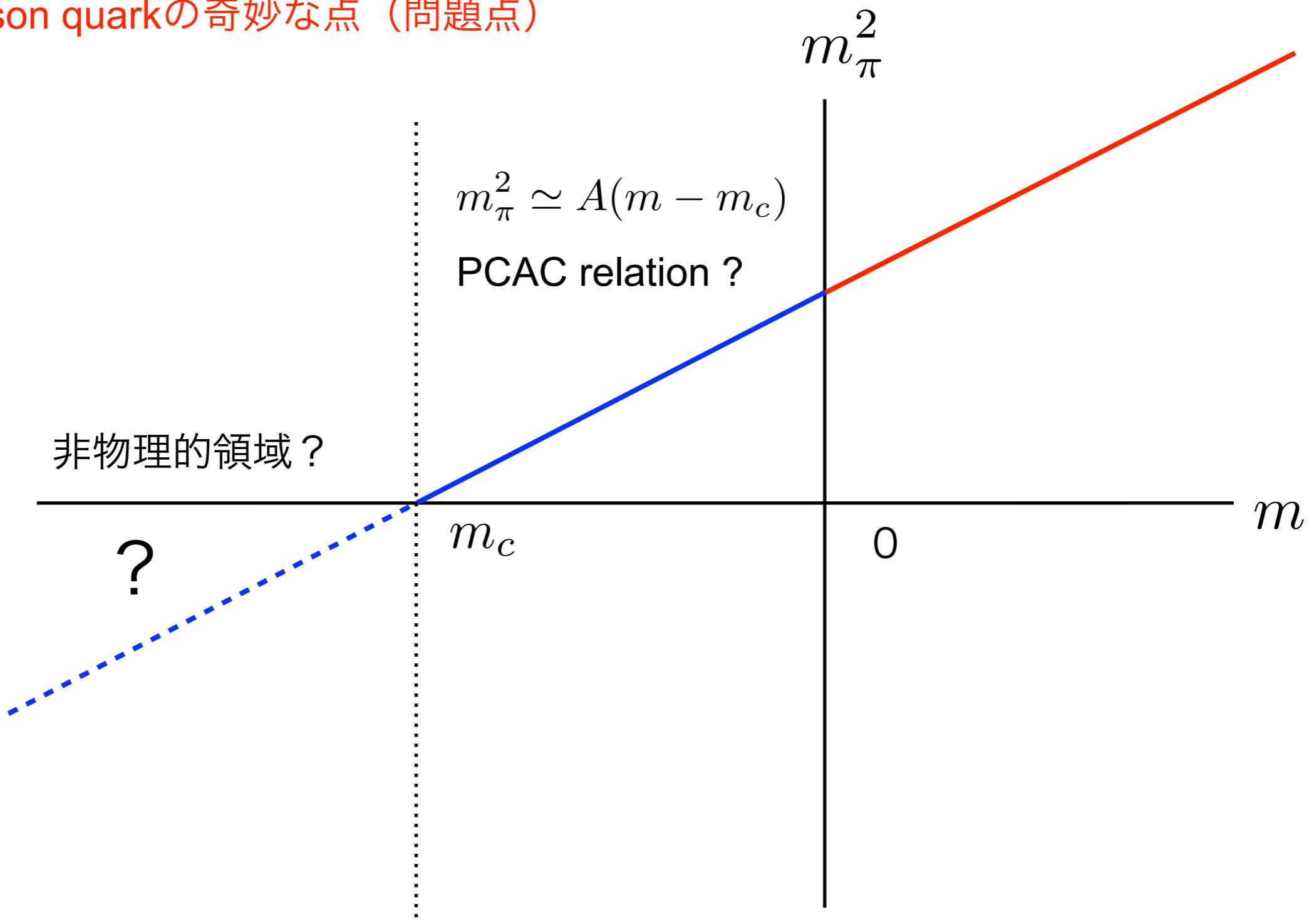
大物（江口、米谷、Gross, Wittenなど）が格子から離れて行った時期

格子フェルミオンの問題（ニールセン—二宮の定理が出た頃）

良く使われていたのが、WilsonやKS(Staggered)

新しいフェルミオンも提唱されていた（SLAC, Rebbi, random lattice,...）

当時のWilson quarkの奇妙な点（問題点）



当時の青木の疑問：非物理領域で何？格子QCDにタキオンが存在することは可能か？
格子を場の理論を定義するための手法と考える「構成論的場の理論」の考えが背後にあった。

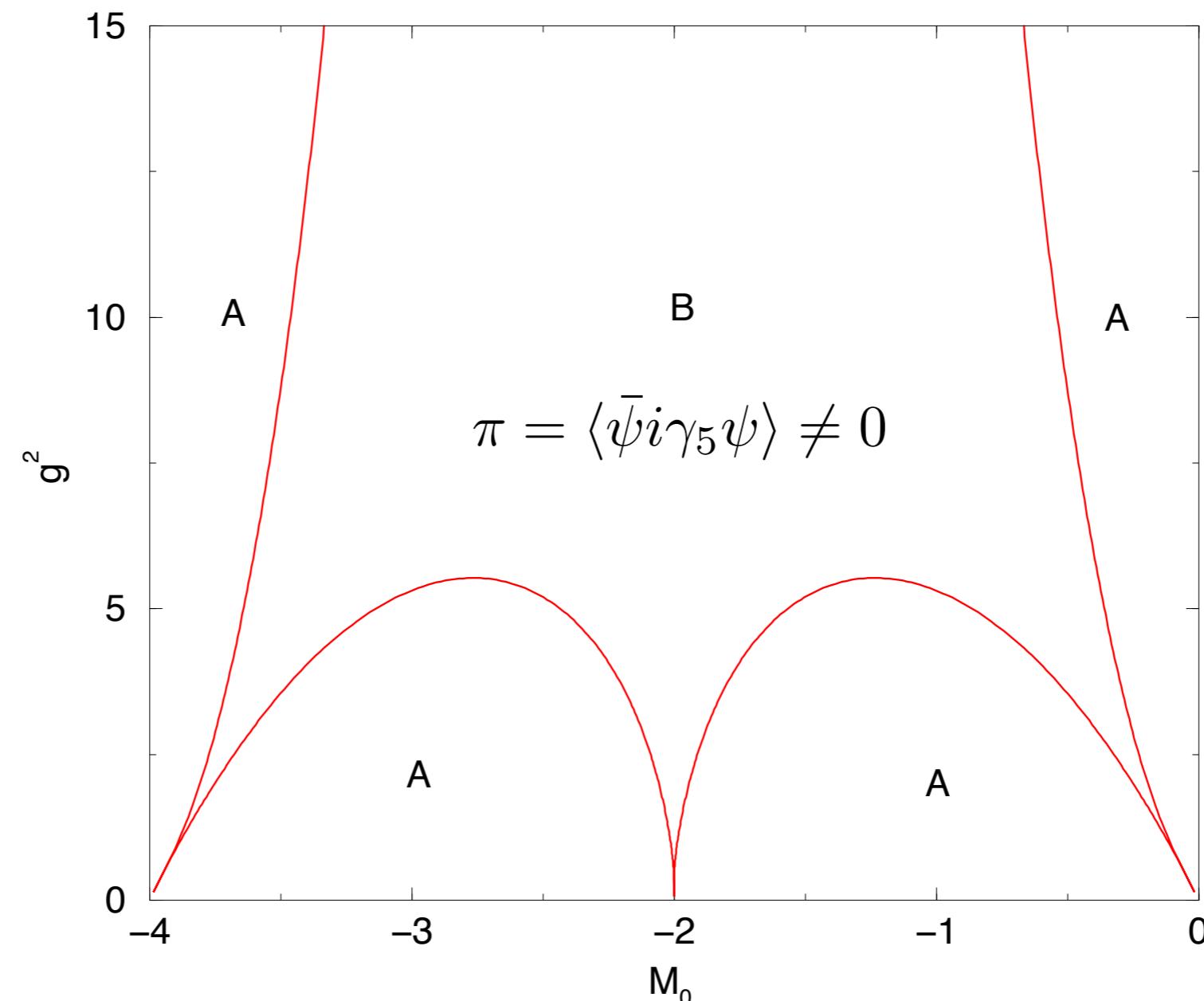
青木の新解釈

QCDの前に2次元のlarge N lattice Gross-Neveu modelをWilson fermionで解析。

狙い：massless pionが現れる機構を明らかにする。Wilson parameter r の符号を変えて平均を取れば、加法的な繰り込みが消える／小さくなるのでは？(automatic O(a) improvementの走り)

結果： $m=m_c$ でmassless pionが出る。 $m < m_c$ では、 σ だけでなく π が期待値を持つさらに行くと別の m_c' でmassless, その先では π の期待値はゼロ。

以下の相構造を得る。



この結果と、QCDの相構造の予想、 r -平均の方法をまとめて論文にし、投稿。

GNの結果をQCDのSCEで確かめる計算を始める。

予想通りの結果（ π が期待値を持つ）を得る。

一方、投稿論文のレフリー・レポートはさんざん。愚痴っていたら梁さんが（やんわりと論文を諦めることを）アドバイス。

それを受け、強結合の結果を含めて改訂版を作る投稿。

以下に当時のレフリー・レポートを載せる。（正直うれしかった）

REFeree7S REPORT

This is an important paper with many new and surprising (but correct!) results; it should certainly appear in the Physical Review D.

(中略)

I wish I had been smart enough to see that argument before I read this paper.

新しい解釈：

ゼロ質量の π 中間子=自発的なパリティの破れを引き起こす／起因する長距離相関
(良く知った例：Ising model) 統計力学の知識／考え方方が役に立つ、
PCAC=mean field critical exponentから説明できる。

$$m_\pi \sim (m - m_c)^\nu \Rightarrow \nu = 1/2$$

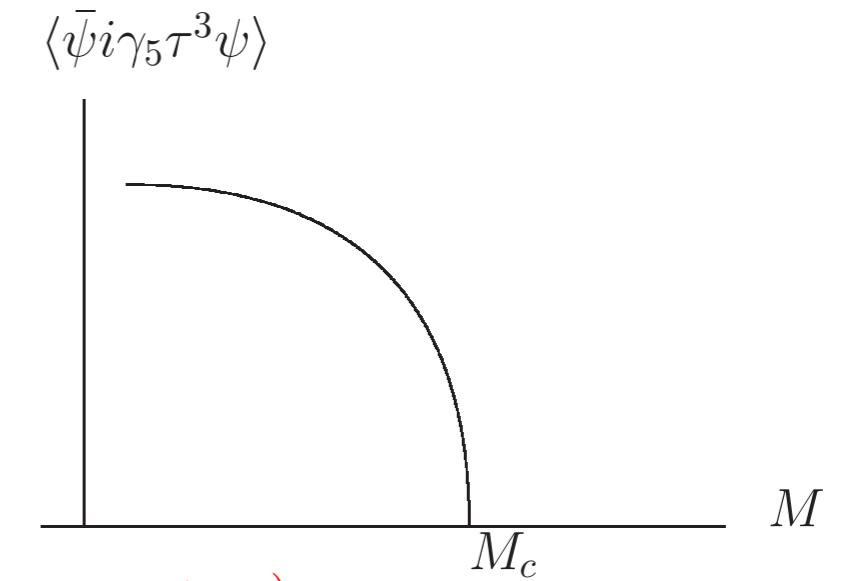
ゼロ質量：GN bosonで無ければ、相転移に伴った長距離相関

分かってしまえばなんと当たり前のことか！

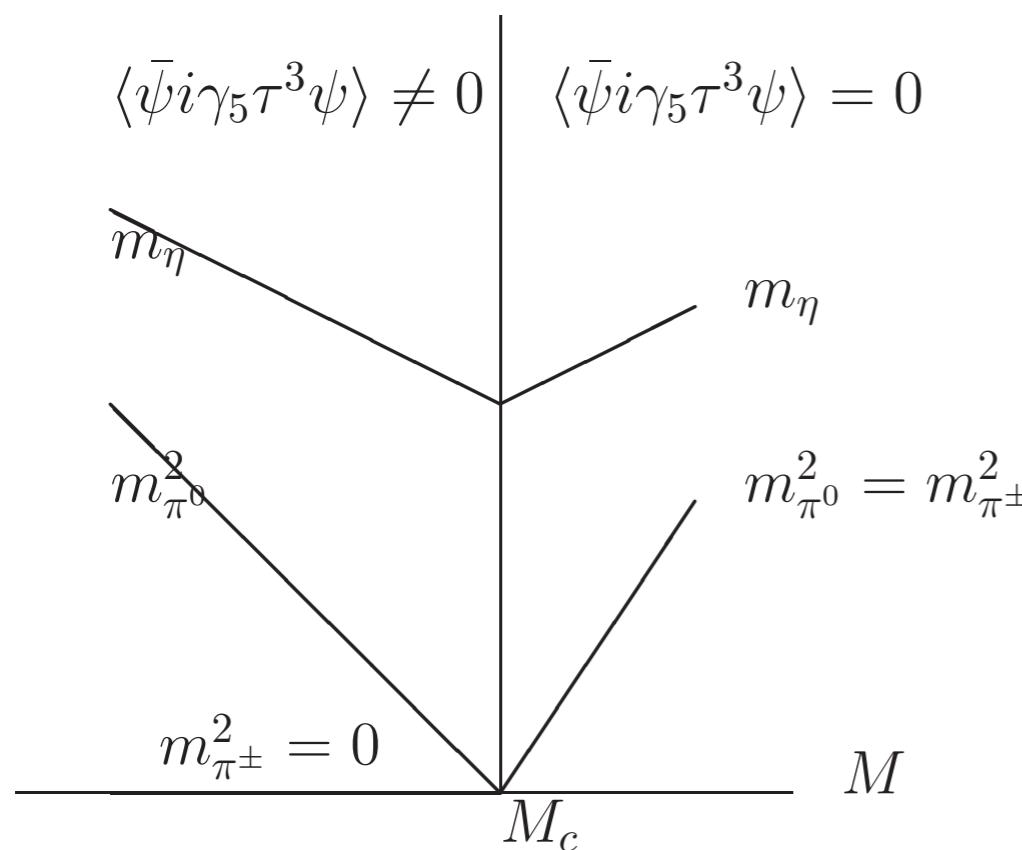
その後の展開

$U(1)$ 問題はどうなるのか? \rightarrow パリティ・フレーバーの自発的破れに至る。
完全な解釈が完成。偶数フレーバーに一般化。奇数は? (現在も残る問題。)

$$\sum_{\vec{x}} \langle \pi^a(\vec{0}, 0) \pi^a(\vec{x}, t) \rangle \simeq \begin{cases} Ze^{-m_\pi t} & m_q > m_q^c \\ Z|t|^{-\alpha} & m_q = m_q^c \\ \langle \pi^a \rangle^2 + Z'e^{-m_\pi t} & m_q < m_q^c \end{cases}$$

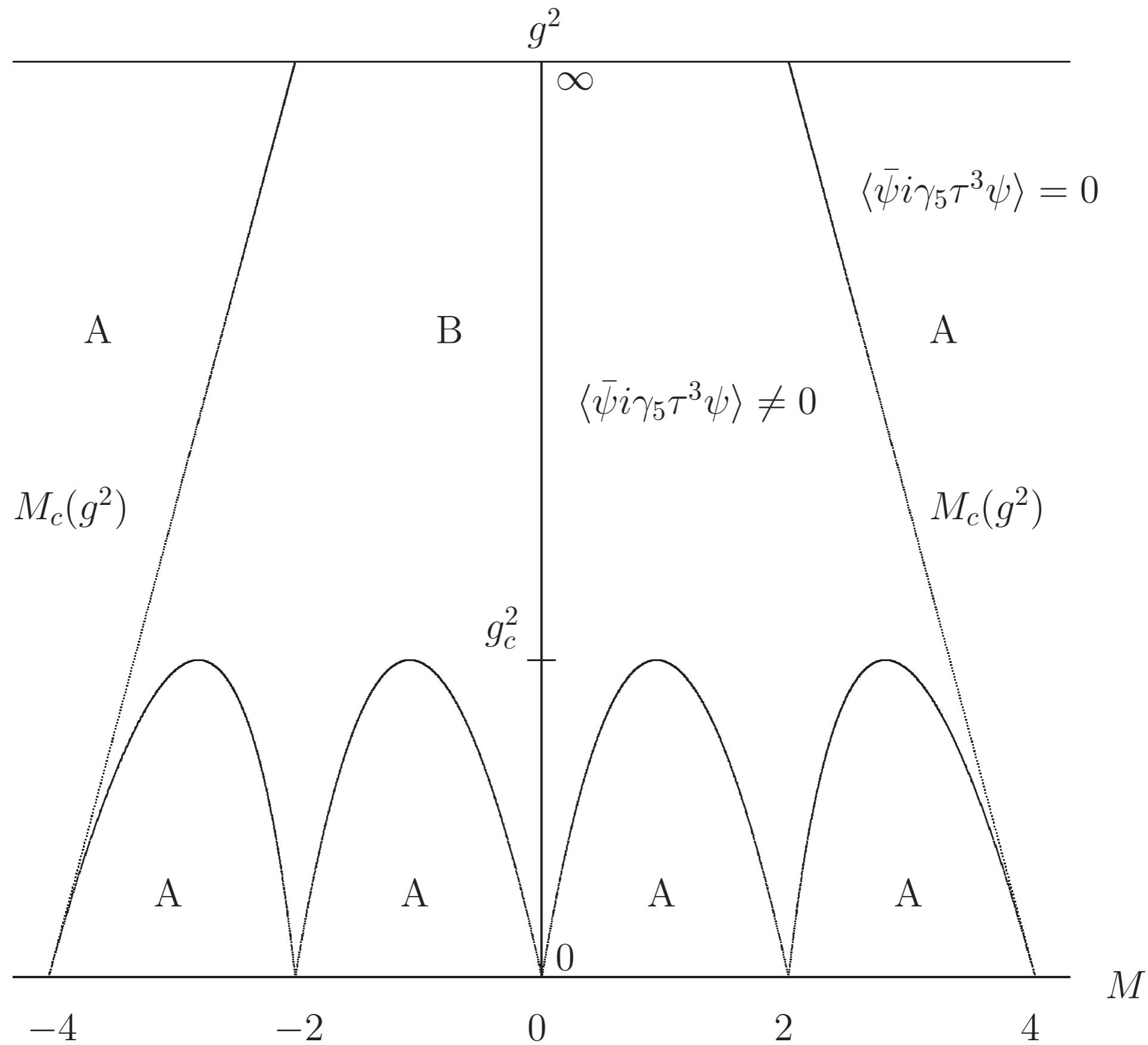


$\langle \pi^a \rangle = \langle \bar{\psi} i \gamma_5 \tau^a \psi \rangle$ (spontaneous breakdown of parity and flavor symmetry)



$$\left\{ \begin{array}{lll} m_\pi^0 = 0 & \text{at } m_q = m_q^c, & \pi^0 = \bar{\psi} i \gamma_5 \tau^3 \psi \\ m_\pi^\pm = 0 & \text{at } m_q \leq m_q^c, & \pi^\pm = \bar{\psi} i \gamma_5 \tau^\pm \psi \\ m_\eta \neq 0 & \text{at } \forall m_q, & \eta = \bar{\psi} i \gamma_5 1 \psi \end{array} \right.$$

予想した相構造



その後の（苦闘の）歴史

レフリー レポートはともかく、新解釈はなかなか受け入れられない。

理由：

QCDではparityは破れないという思い込み

Vafa-Wittenの定理（フレーバーやパリティ対称性は破れない。格子QCDでは不成立）

当時の本人の気持ち：

不思議と新解釈の正しさに自信があった。（統計力学的考え方に対する信頼感、格子QCDといえども1つの統計系。非物理的領域という曖昧な考えに比べて、自明な解釈。）

ただし、この解釈に拘るのではなく、他の仕事を進める。（正しいことは時間が立てば受け入れられる。）

自明なことが受け入れられないので感じたこと：

大物、一流の（自分の頭で考えられる）研究者が格子から離れていったので、残った研究者はあまり自分で考えない

ちゃんと考える人、声が大きいが理論に強くない研究者、自分で考えない大多数の研究者これらを区別する良いリトマス試験紙：

割と受け入れてくれた人：Creutz、Schilling, 岩崎さん、宇川さん、川合さん（あたり前じゃん）、柳田さん、（多分）江口さん。

論争を挑んで来た人：Bitarなど

無視：ほとんどの人（正直がっかりして、悲しかった）

とは言え、研究者としてそれなりに評価されたのは幸い。

Lattice1986に自費で参加。

(学生だったので参加費の免除を頼む→参加者名簿に乗っていない！)

パラレルトーク。

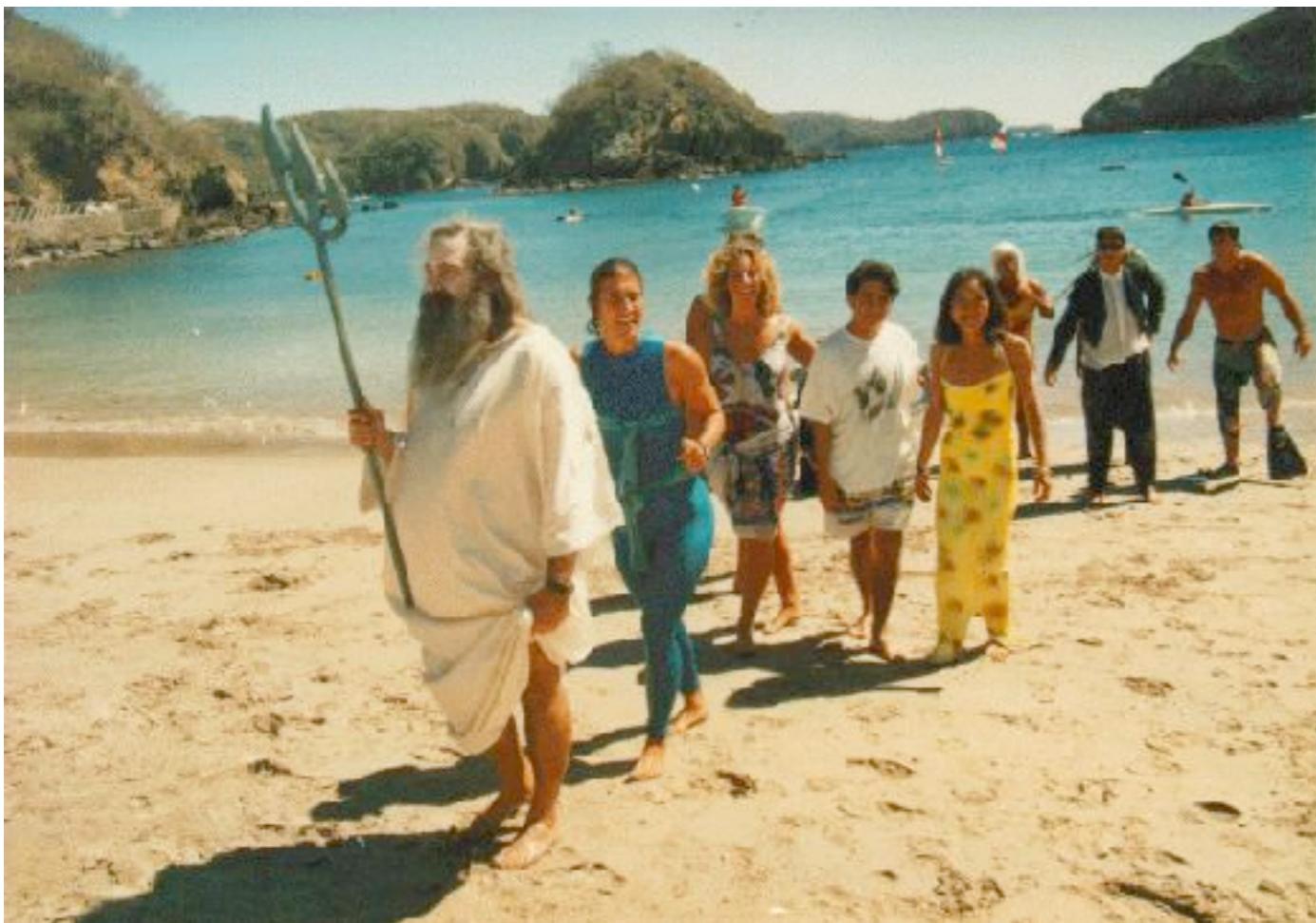
プレプリを配る (Creutz, Weingarten) Weingartenは納得してくれたようであった。

1986年冬に海外のポスドクに応募。

Creutzから直接、自宅に電話が掛かってくる。

1987年秋から (免許無しにも係らず) BNLへ！

Mike Creutz



転機

Sharpe-Singleton: ChPTを使った相構造の解析（2次or1次のシナリオ）

DWF/Overlapへの応用、Golterman-Shamirのmobility edgeなど

現在は、完全に受け入れられている（ようだ）

ただし、背後にある統計力学的な考えはあまり理解されていないようだが。
(良く分からぬが、何か変なことがある。)

振り返って

最初に書いた論文がこれだったのは、その後の研究スタイルに大きく影響したようだ。

（もしかしたら、「鶏と卵」かも。）

理論の全体構造などに興味。

曖昧な解釈の背後にはきちっとした理解／機構が存在しているはず。

少数派でも正しいことは正しい。

”常識”は疑って掛けられ。特に場の理論の摂動論。

「場の理論は格子理論の連續極限から定義される！」

（益川さんの影響も。「繰り込み可能性は結果である」）

しかし、いつもうまく行く訳ではない。例：格子カイラルゲージ理論の定式化