

# 強磁性梯子ハイゼンベルグ模型における フラストレーション誘起トポロジカル相

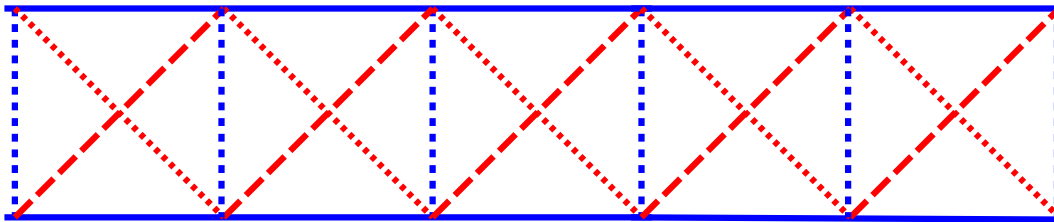
埼玉大院理工 飛田和男

( $\delta < 1$  の場合についての図は preliminary なデータを含んでいますので、  
研究上の参考にされる場合はご注意ください)

# 1 Introduction

## スピン 1/2 非対称フラストレート強磁性梯子ハイゼンベルグ模型

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^L \left[ J_L \sum_{j=1}^2 \mathbf{S}_{i,j} \mathbf{S}_{i+1,j} + J_R \mathbf{S}_{i,1} \mathbf{S}_{i,2} \right. \\ \left. + J_D(1 + \delta) \mathbf{S}_{i,1} \mathbf{S}_{i+1,2} + J_D(1 - \delta) \mathbf{S}_{i,2} \mathbf{S}_{i+1,1} \right]$$

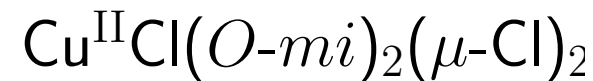


—  $J_L$     - - -  $J_{D1}=J_D(1+\delta)$   
...  $J_R$     ...  $J_{D2}=J_D(1-\delta)$

$$J_L < 0, \quad J_R < 0, \quad J_D > 0, \quad 0 \leq \delta \leq 1$$

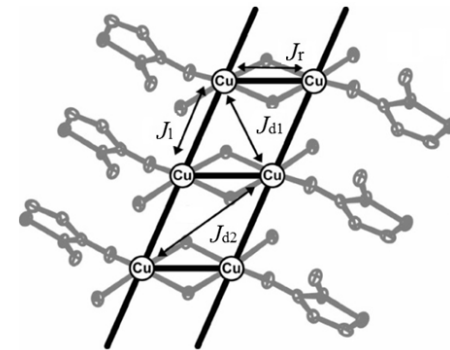
- $|J_R|, |J_L| \gg J_D$ : **強磁性状態**

### 実験物質



M. Kato *et al.*

### 強磁性基底状態



## [これまでの研究]

### 1. $\delta = 1$ の場合 (強磁性・反強磁性交替鎖 + フラストレーション)

K. Hida, K. Takano and H. Suzuki : J. Phys. Soc. Jpn. 82 (2013) 064703

**複数の nontrivial なトポロジカル相の存在**

### 2. 修正スピン波近似 (強磁性基底状態)

K. Hida and T. Iino : J. Phys. Soc. Jpn. 81 (2012) 034708.

### 3. $\delta = 0$

T. Hikihara and O. A. Starykh: Phys. Rev. B **81** (2010) 064432.

( $J_L > -J_D$ )

Haldane **相**、columnar dimer **相**、rung dimer **相**、

**1 と同様な相は ?**

## [今回の講演]

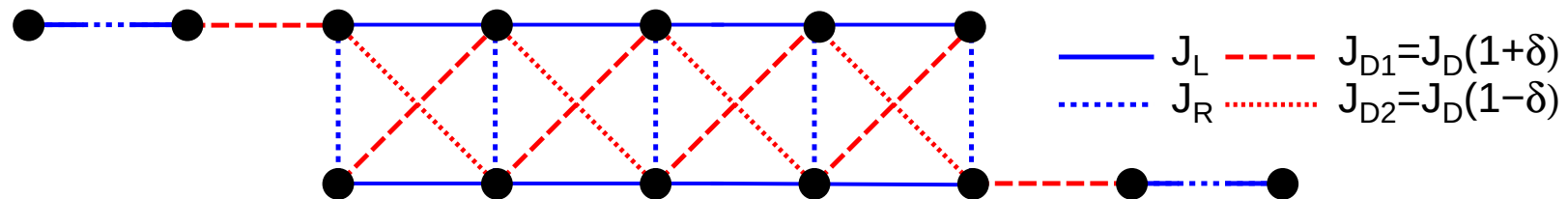
- $\delta \neq 1$  の場合の基底状態相図

- エンタングルメントスペクトルによるトポロジカル相の特徴付け

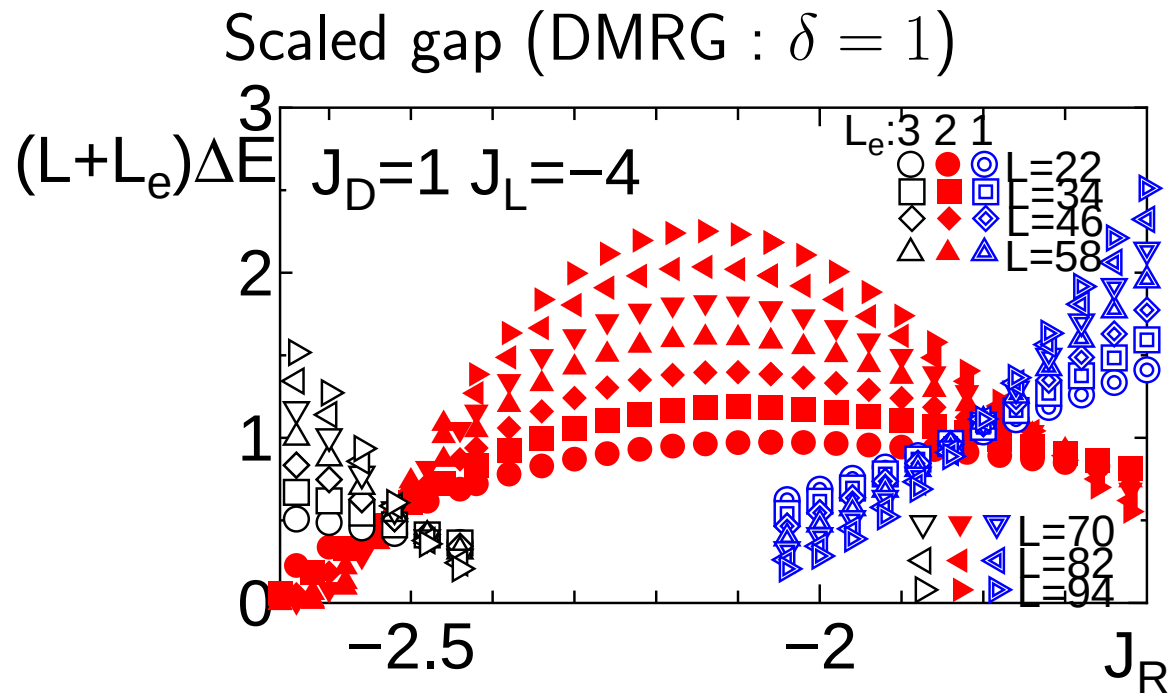
## 2 トポロジカル相の境界の決定法

### 1. 端スピンの大きさによる相境界の決定

- 両端に  $S = 1/2$  スピン  $L_e$  個の強磁性鎖を反強磁性的に付け加える
- 付け加えたスピン  $S_e = L_e/2$  が端スピンを打ち消すと有限のギャップが開く  $\Rightarrow$  Open chain で端スピン  $S_e$  を持つ相
- $2S_e$  の偶奇の交替  $\Leftrightarrow$  バルク基底状態のトポロジカル相転移
- 整数  $S_e$  の相、半奇数  $S_e$  の相同士はそれぞれ端の相互作用を局所的に変えるだけで移り変わる。  $\Rightarrow$  一つの相
- 有限サイズ DMRG (open boundary)



## 現象論的繰り込み群による解析

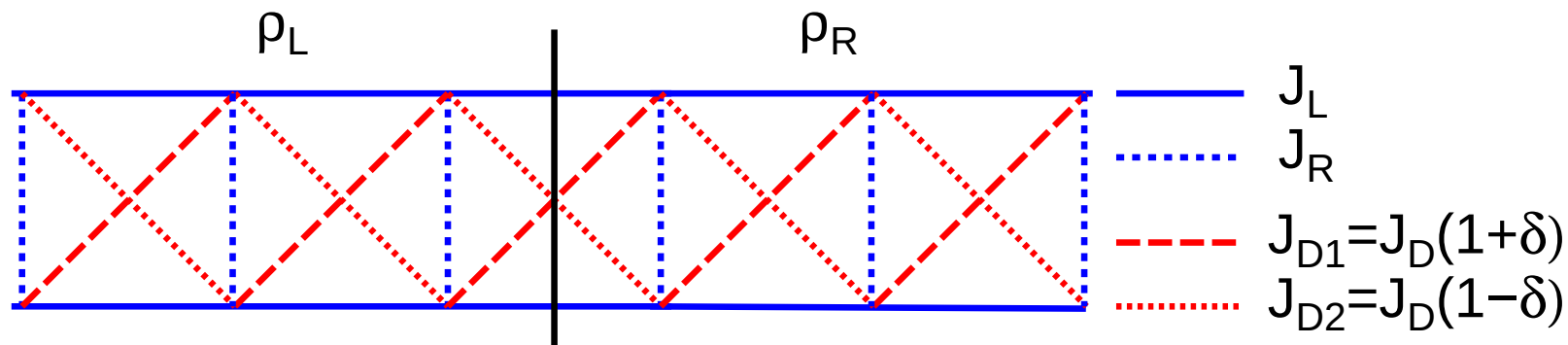


- ギャップが小さい領域では判定が困難。
- スピンの付け加え方で結果が異なる場合がある。

## 2. Entanglement spectrum によるトポロジカル相の特徴付け

F. Pollmann *et al.*: PRB **81** (2010) 064439, **85** (2012) 075125.

**全系を二つの部分系に分割**



**部分系の密度行列**

$$\rho_L = \text{Tr}_R |G\rangle \langle G| \quad \rho_R = \text{Tr}_L |G\rangle \langle G|$$

$\rho_L$  ( $\rho_R$ ) の固有値スペクトル  $\{w_\alpha\}$  : Entanglement spectrum

$$\rho_L = \sum_{\alpha} w_{\alpha} |\alpha\rangle_L \langle \alpha|_L \quad \rho_R = \sum_{\alpha} w_{\alpha} |\alpha\rangle_R \langle \alpha|_R$$

**固有値の縮退度の偶奇の違い  $\Leftrightarrow$  トポロジカルに異なる相**

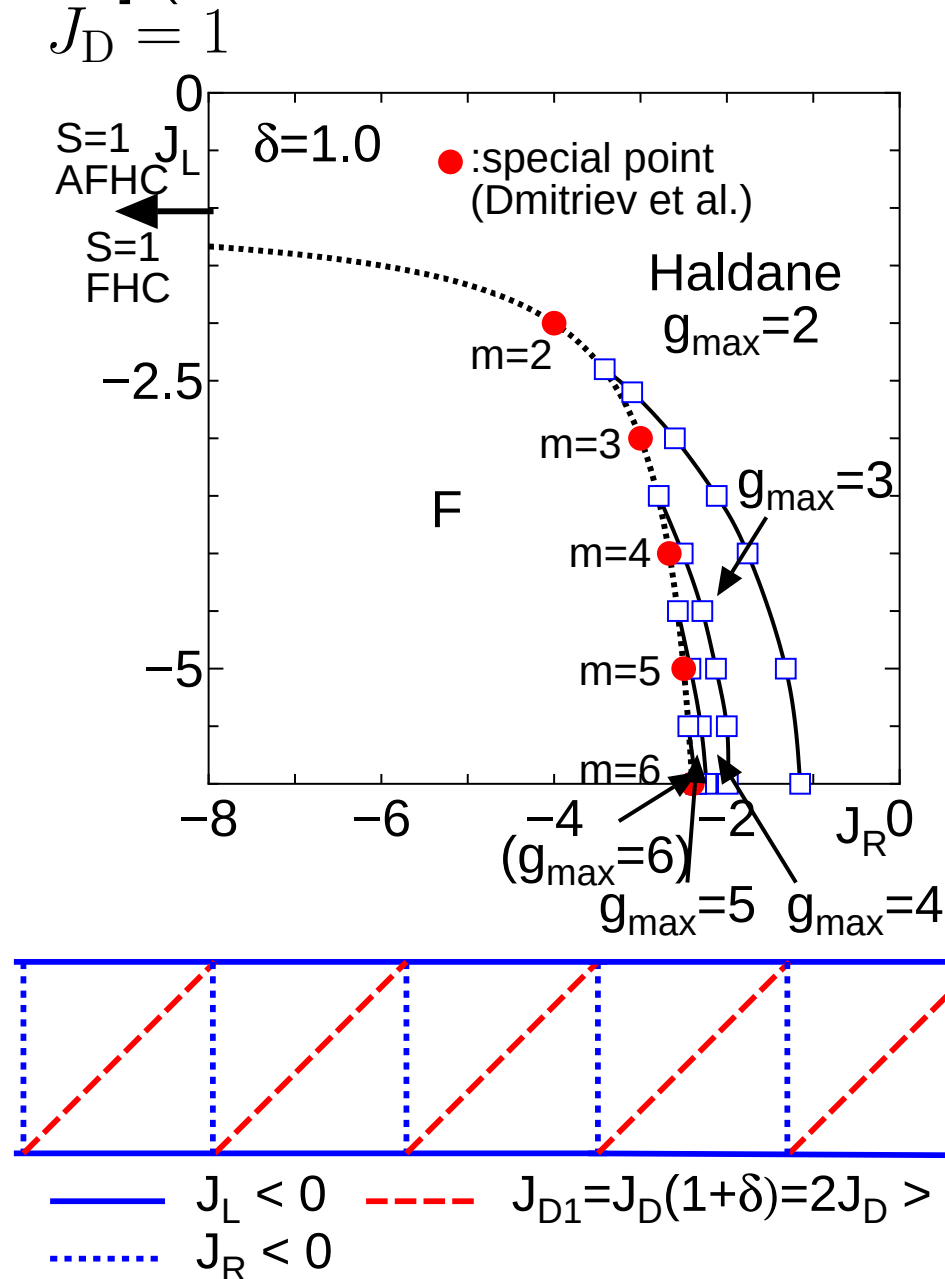
**無限系を特徴付ける量：境界条件によらない**

**計算法：infinite-size DMRG, iDMRG**

**相境界近傍では収束がよくない**

### 3 基底状態相図

$[\delta = 1]$  (K. Hida, K. Takano and H. Suzuki : JPSJ. 82 (2013) 064703)



1. 強磁性相 F

2. Haldane 相 H 端スピン  $1/2$

3. 中間スピンギャップ相

端スピン  $S_e = 1, 3/2, 2, \dots$

4. 強磁性-非磁性相境界

(Dmitriev *et al.*) 厳密解

$$J_R = J_R^s \equiv -\frac{2J_D J_L}{J_L + J_D}$$

5.  $J_L/J_D = -m$

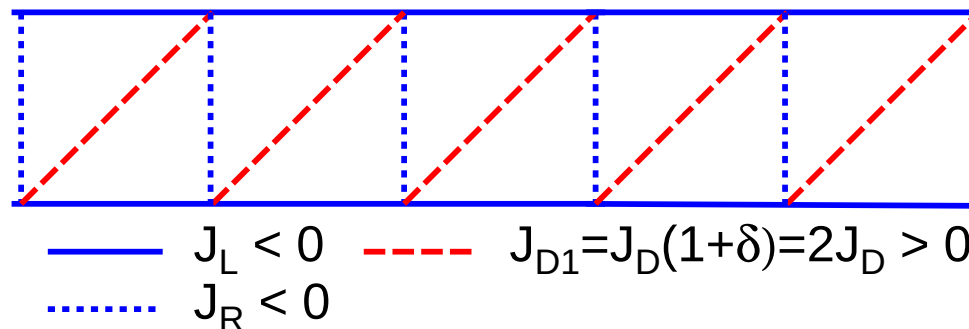
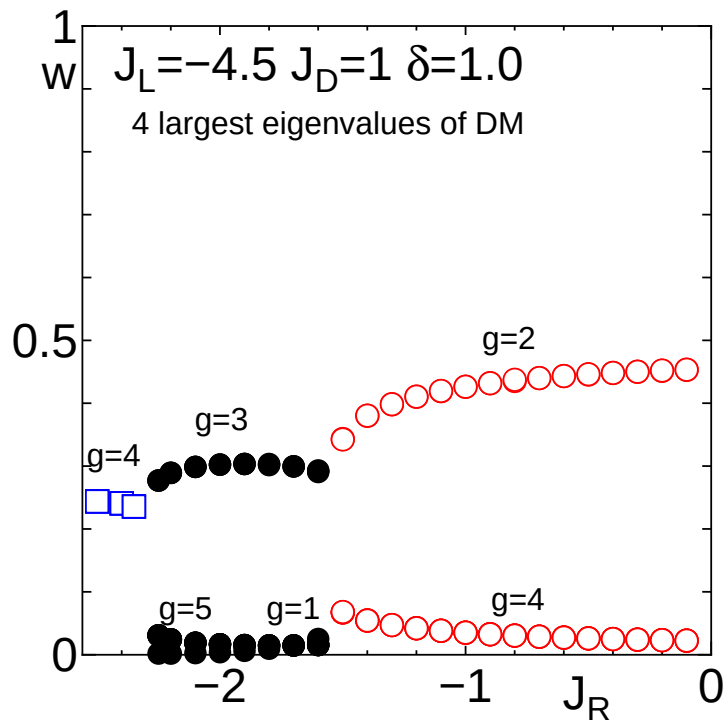
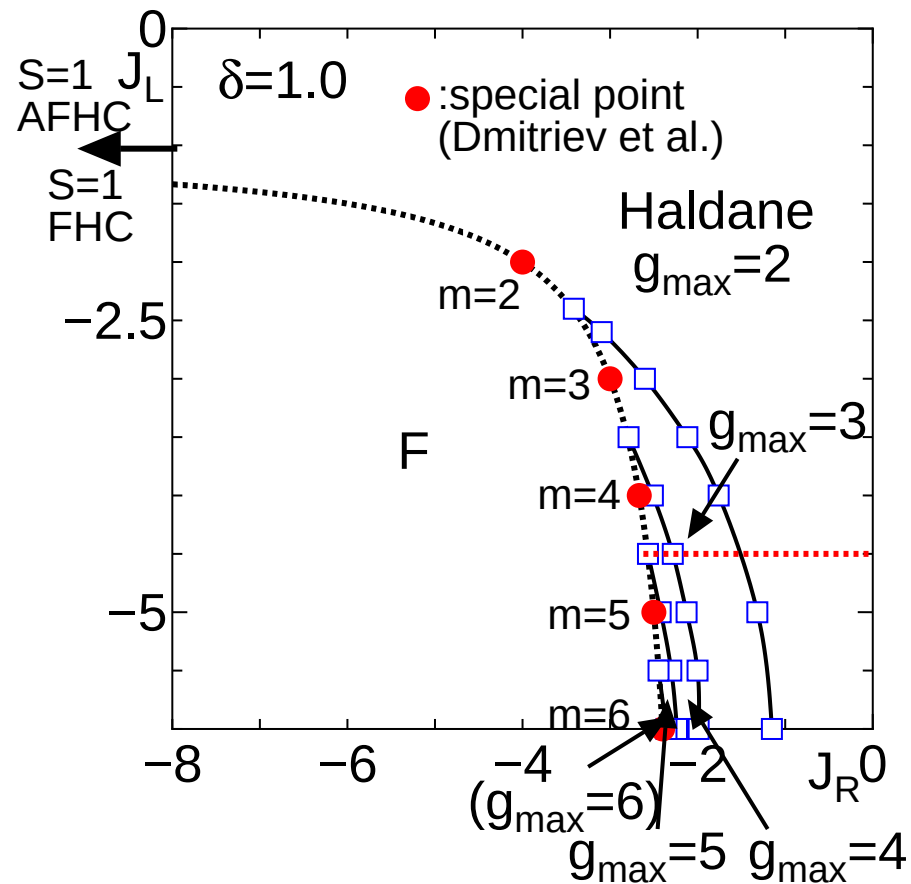
(special point)

反強磁性短距離相関

端スピン  $S_e = (m - 1)/2$

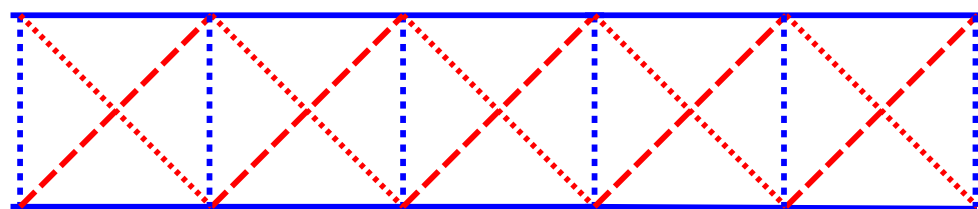
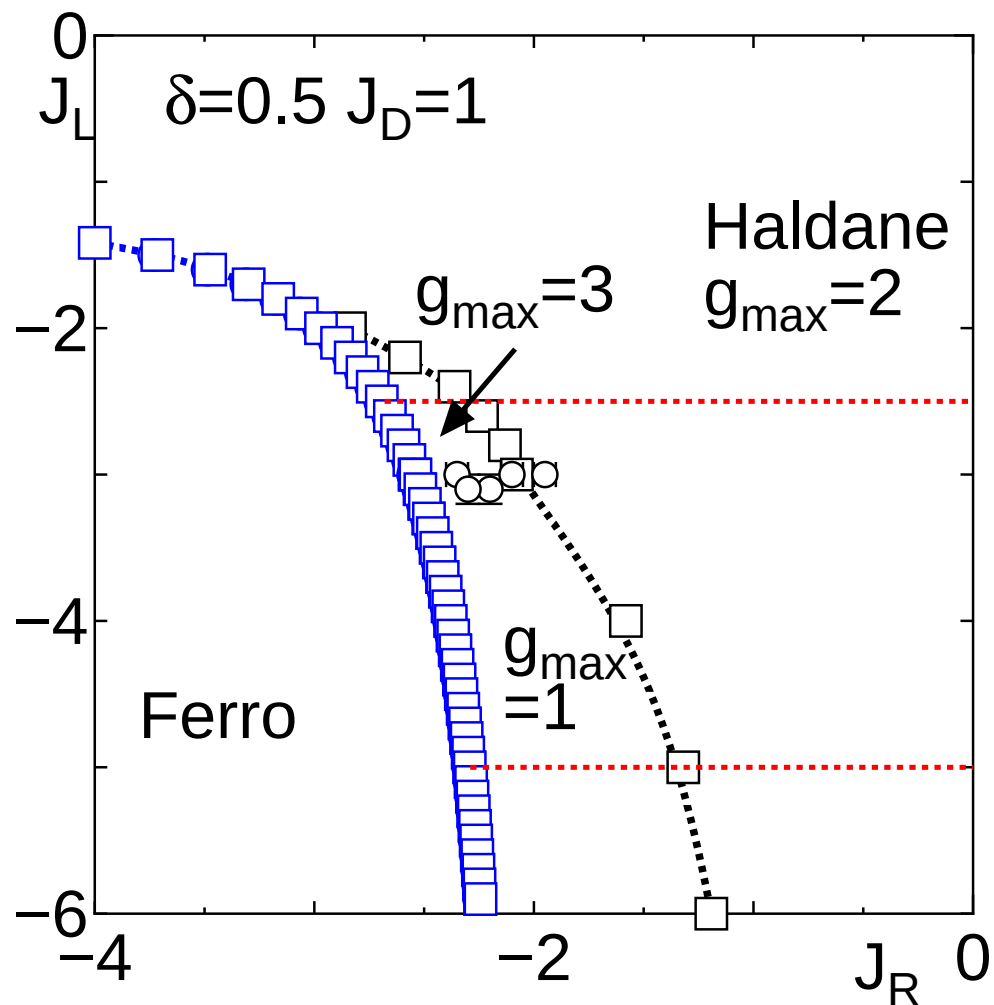
6.  $g_{\max}$ : 密度行列の最大固有値の縮退度:

# 部分密度行列の最大固有値の縮退度: $g_{\max}$

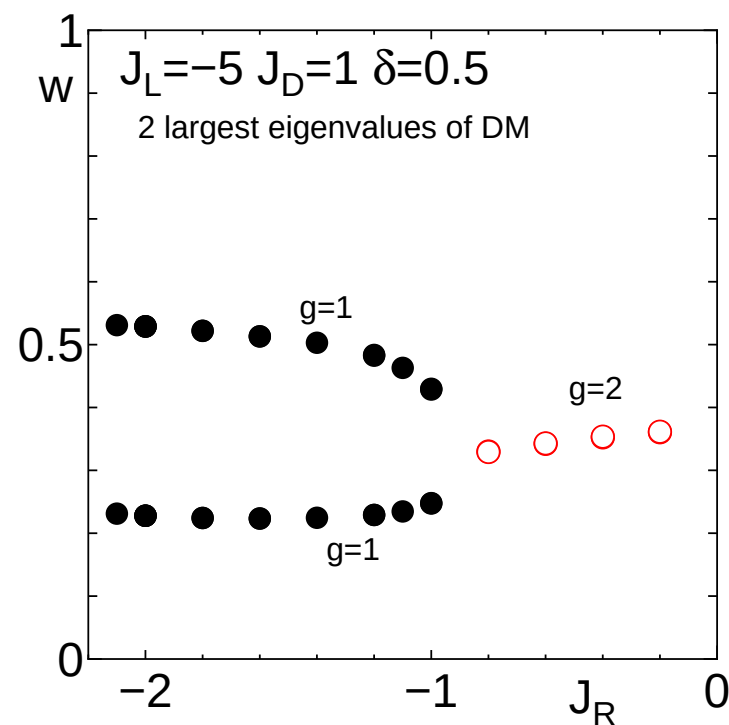
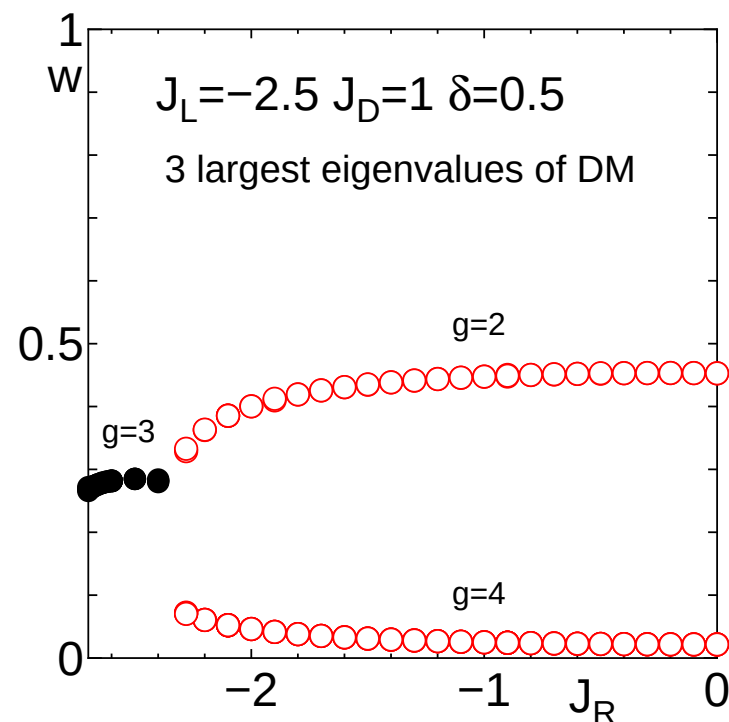




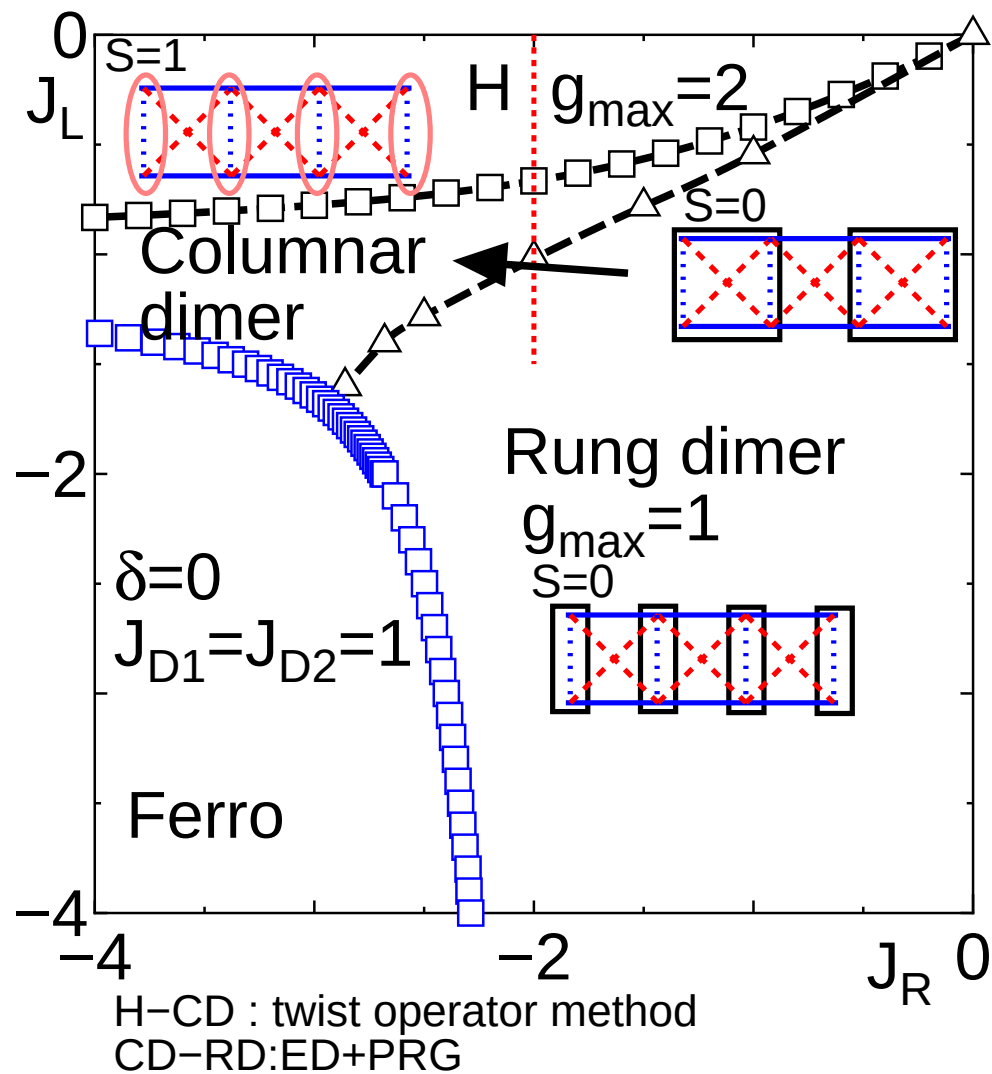
# [基底状態相図 ( $\delta = 0.5$ )]



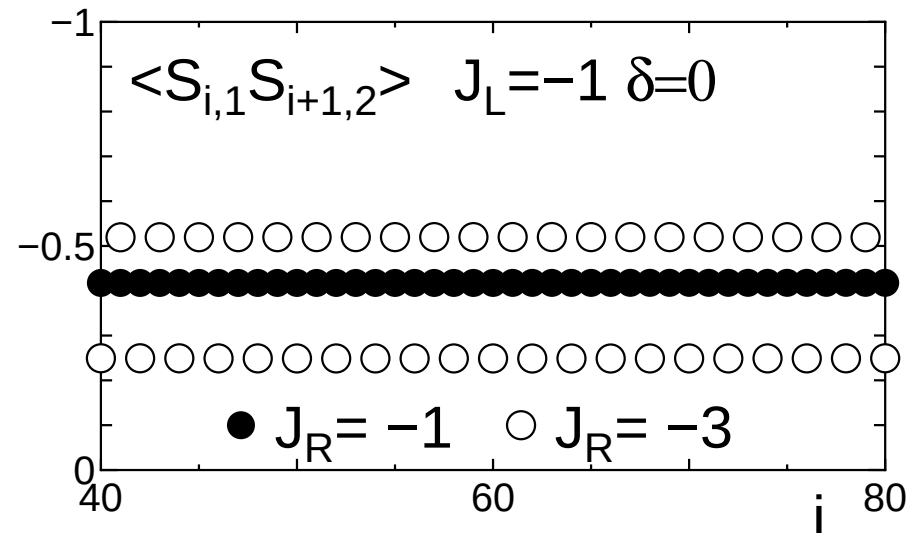
$J_L$  (solid blue line)  
 $J_{D1}=J_D(1+\delta)$  (dashed red line)  
 $J_R$  (dotted blue line)  
 $J_{D2}=J_D(1-\delta)$  (dotted red line)



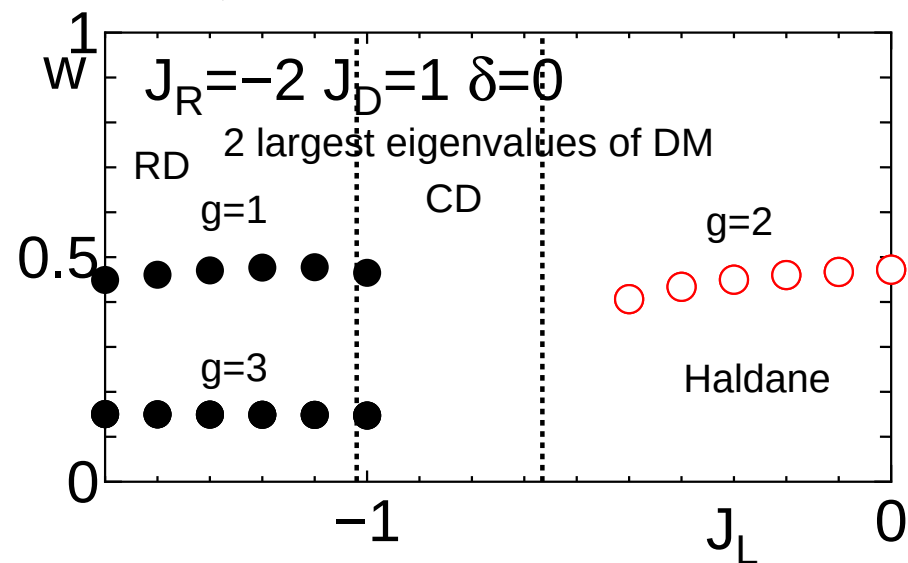
# [基底状態相図 ( $\delta = 0$ )]



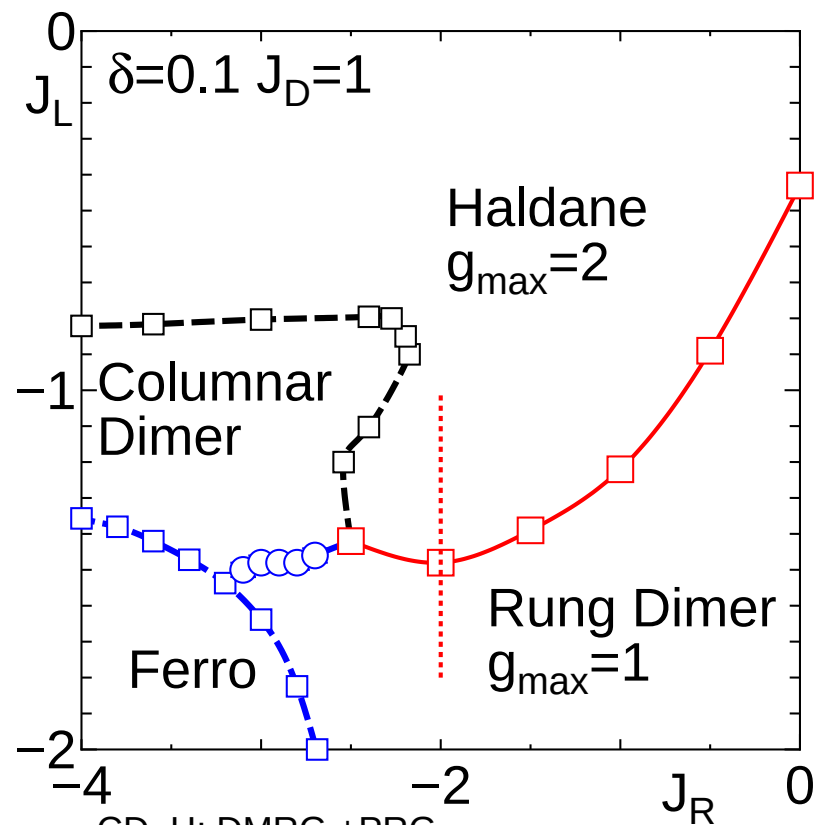
Columnar dimer 相：対角線ボンド上のスピン相関が交替



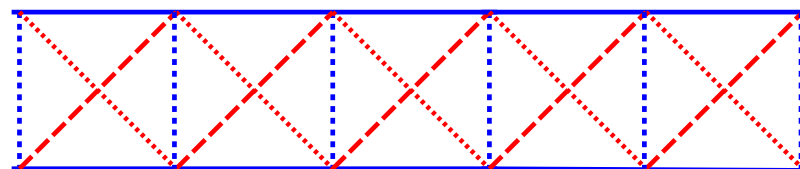
## エンタングルメントスペクトル



# [基底状態相図 $\delta = 0.1$ ]

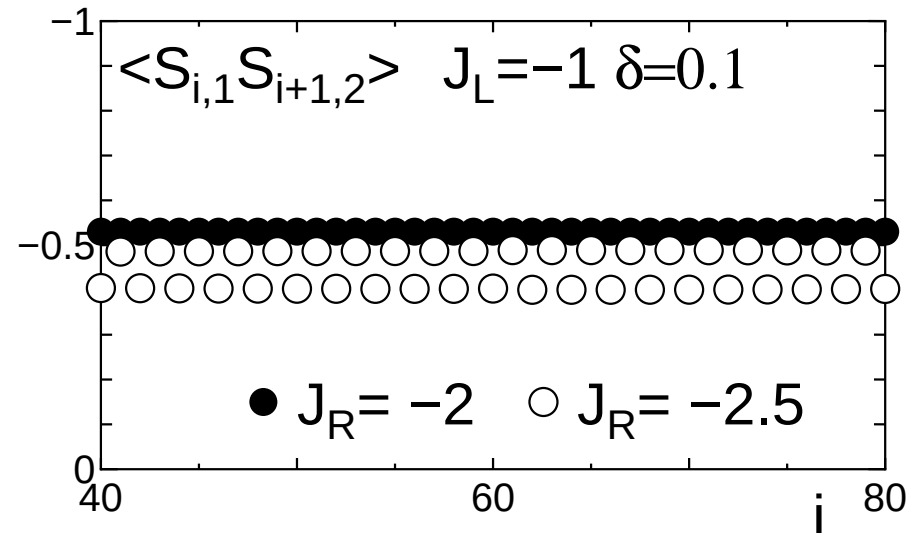


CD-H: DMRG + PRG  
RD-H: entanglement spectrum  
CD-RD: alternation of diagonal correlation

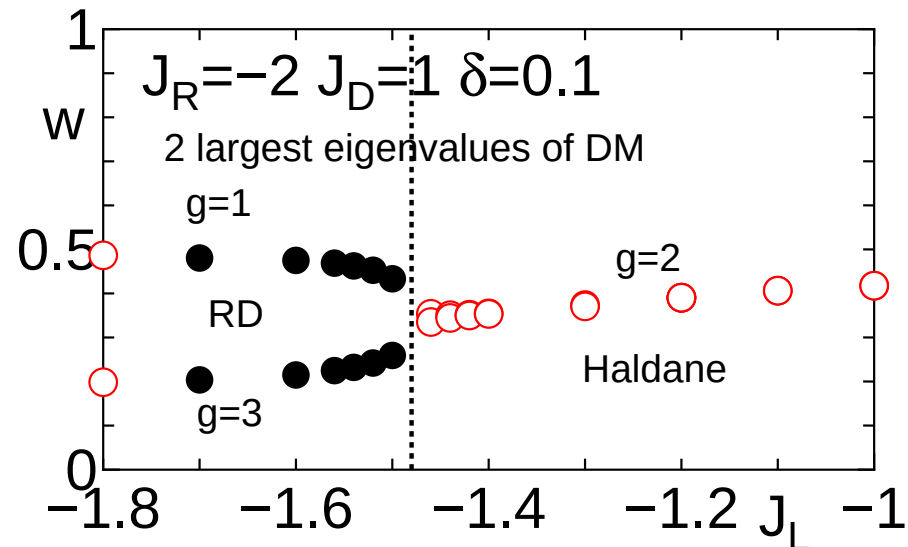


—  $J_L$     - - -  $J_{D1}=J_D(1+\delta)$   
 .....  $J_R$     .....  $J_{D2}=J_D(1-\delta)$

## Columnar dimer 相：対角線ボンド上のスピン相関が交替

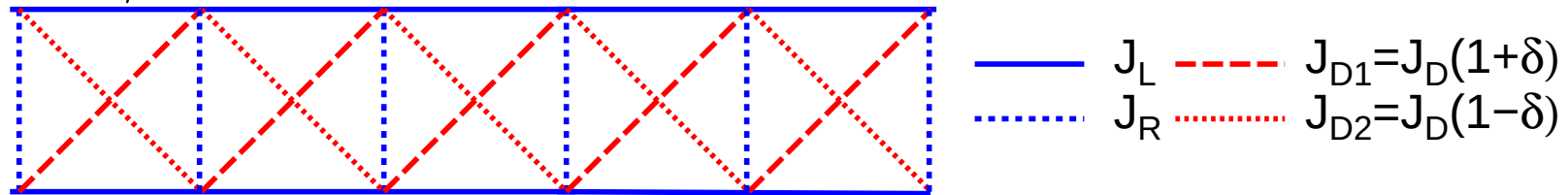


## エンタングルメントスペクトル



## 4 まとめ

### 1. スピン 1/2 非対称フラストレート強磁性梯子ハイゼンベルグ模型



の基底状態相図を明らかにし、各相のエンタングルメントスペクトルによる特徴付けを行った。

2. Haldane 相、強磁性相、Rung dimer 相、Columnar dimer 相に加え、エンタングルメントスペクトルの縮退度の異なる中間スピンギャップ相が現れる事が分かった。

