

SU(3)非可換ゲージ理論におけるエンタングルメントエントロピー

永田桂太郎⁽¹⁾、伊藤悦子⁽¹⁾、中村純⁽²⁾、中川義之⁽²⁾、V. I. Zhakarov⁽³⁾

(1) 高エネルギー加速器研究機構(KEK), (2) 広島大学情報メディア教育研究センタ, (3) ITEP and Max-Planck-Institut für Physik

量子多体系の新しい潮流 - テンソルネットワーク・くりこみ群・エンタングルメント @ 京都大学基礎物理学研究所 (2014/12/15-17)



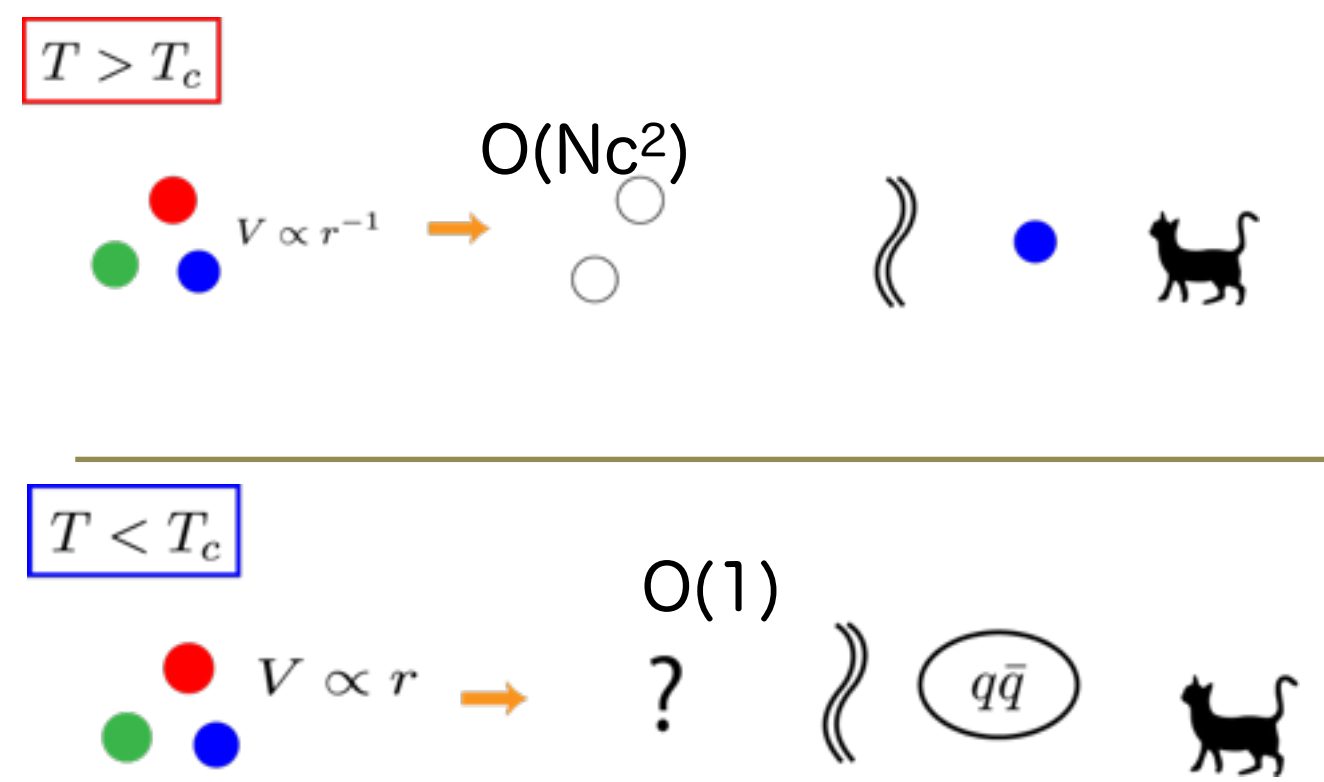
1. イントロダクション

量子エンタングルメント

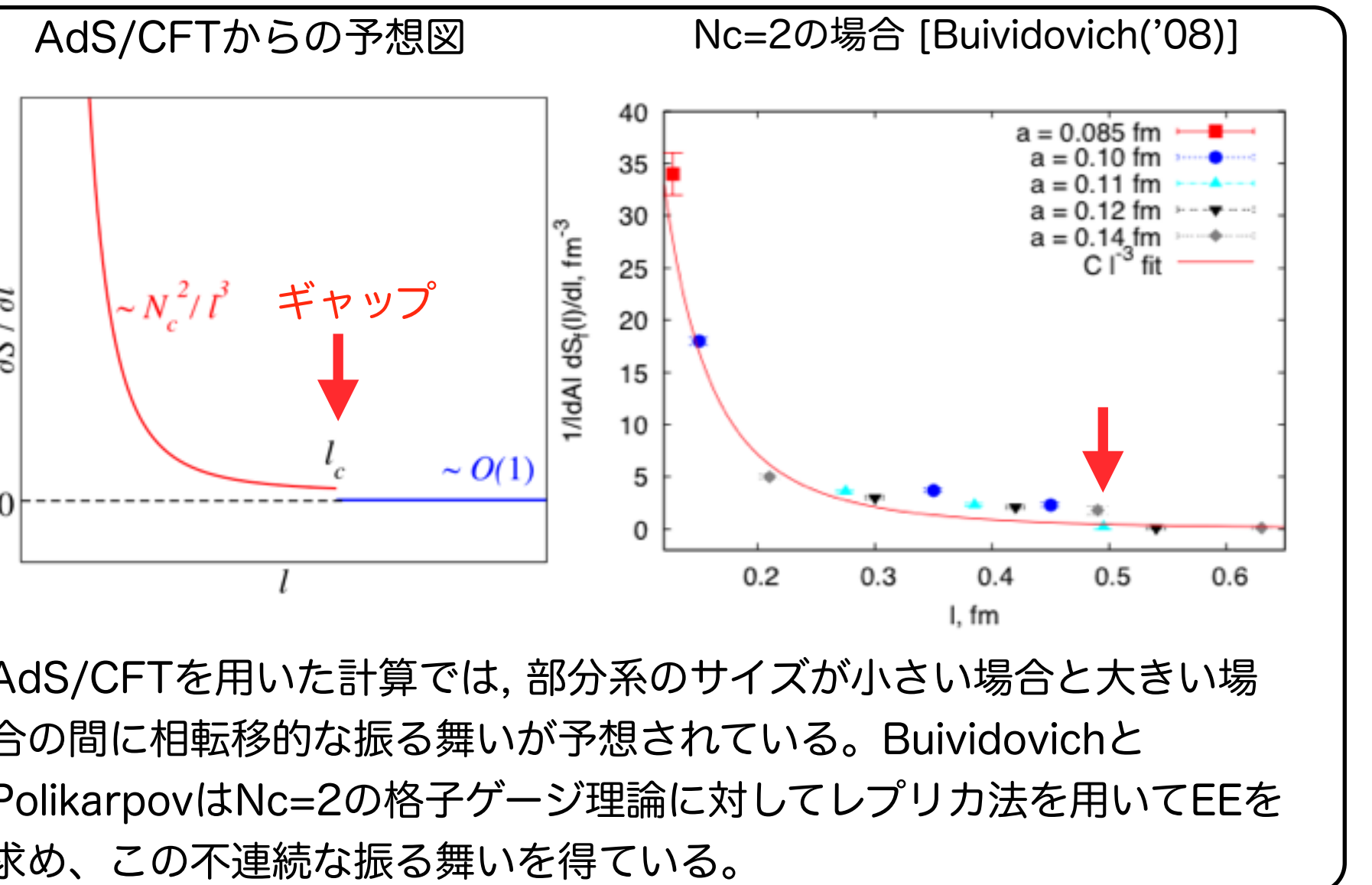
- 基底状態の波動関数の性質で、多様な量子系に応用されている。
- Holographic approach [Ryu-Takayanagi Phys.Rev.Lett.96,181602(2006)]
- 2次元CFTにおけるEE[Calabrese-Cardy('09), Casini-Huerta('09)]

非可換ゲージ理論/QCDは相関の強い量子系

- エンタングルメントの良い研究対象
- 基底状態の波動関数を扱うEEを用いることでQCDの性質はわかるか？
- SU(2)ゲージ理論 [Buividovich, Polikarpov, Nucl. Phys. B802, 458(2008)]
- SU(3)ゲージ理論 [Nakagawa et.al.PoS LATTICE2010 (2010) 281, PoS LAT2009 (2009) 188]



図：閉じ込めは有効な自由度の数に影響する。
このような違いがEEによって識別できるか？
相関長や相転移の次数などが判別できるか？



AdS/CFTを用いた計算では、部分系のサイズが小さい場合と大きい場合の間に相転移的な振舞いが予想されている。BuividovichとPolikarpovはNc=2の格子ゲージ理論に対してレプリカ法を用いてEEを求め、この不連続な振舞いを得ている。

2. エンタングルメントエントロピー(EE)

全系をAとBに分割し、系のヒルベルト空間が二つの部分空間の直積でかけるとする

$$\mathcal{H}_{\text{tot}} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

EE: Aに対する縮約密度行列に対するvon Neumann型エントロピー

$$\rho_A = \text{Tr}_B[\rho_{\text{tot}}]$$

$$\rho_{\text{tot}} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$$

$$S_A = -\text{Tr}_A[\rho_A \log \rho_A]$$

基底状態の波動関数

例) EPRペア

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} [|\uparrow\rangle_A + |\downarrow\rangle_A] \otimes [|\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_B]$$

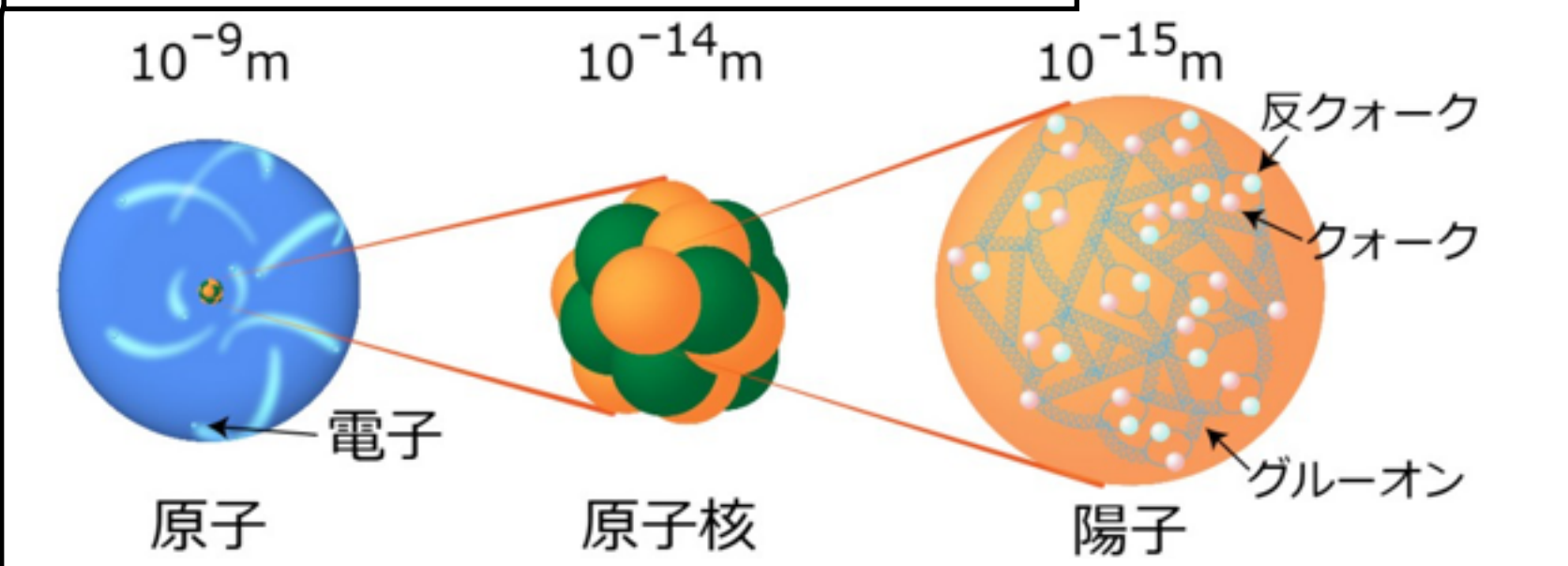
$$S_A = 0$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_B]$$

$$S_A = \log 2$$

EEは量子もつれの指標

量子色力学(QCD)と閉じ込め



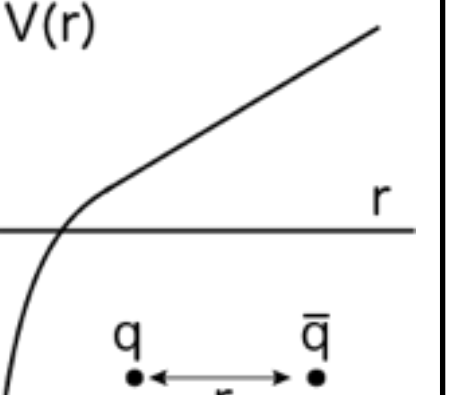
量子色力学(QCD)

物質: クォーク
ゲージ粒子: グルーオン
色荷のSU(3)ゲージ理論

量子電磁気学(QED)

物質: 電子
ゲージ粒子: 光子
電荷のU(1)ゲージ理論

クォークグルーオンは単独では観測されない。これは、クォーク-反クォーク間には距離に比例する線形ポテンシャルが働くためである。



「閉じ込め」をどう定義するかは非自明な問題。従来の研究では線形ポテンシャルの存在が閉じ込めの判定によく用いられてきたが、EEによる有効自由度を用いて閉じ込め/非閉じ込めの判別ができるかもしれない。

3. 格子QCDでのEEの計算

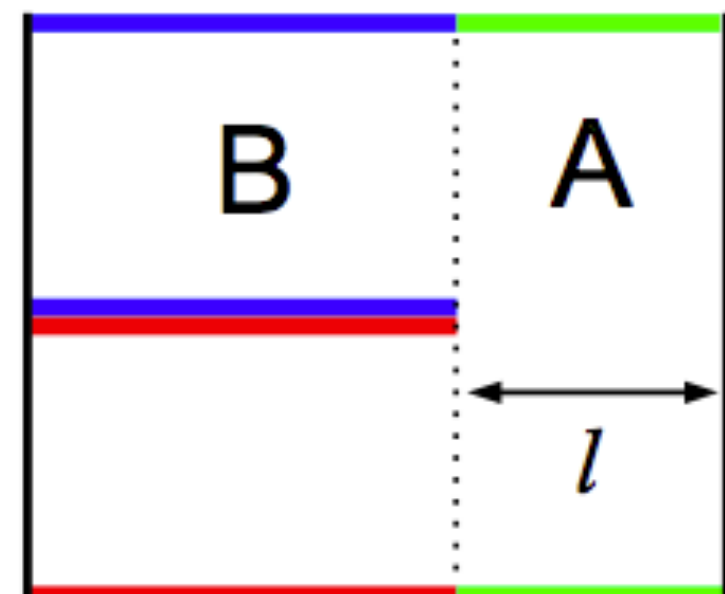
レプリカ法を用いて格子QCDにおけるEEを求める。格子理論をモンテカルロ法で扱うために、レプリカ数などに関する離散化などの変形を行う。EEの部分系のサイズ依存性を計算する。

[Buividovich('08), Nakagawa('09), Nakagawa('10)]

レプリカ法を用いたEEの定義

$$S_A = -\lim_{n \rightarrow 1} \frac{\partial}{\partial n} \ln \left(\text{Tr}_A[\rho_A^n] \right)$$

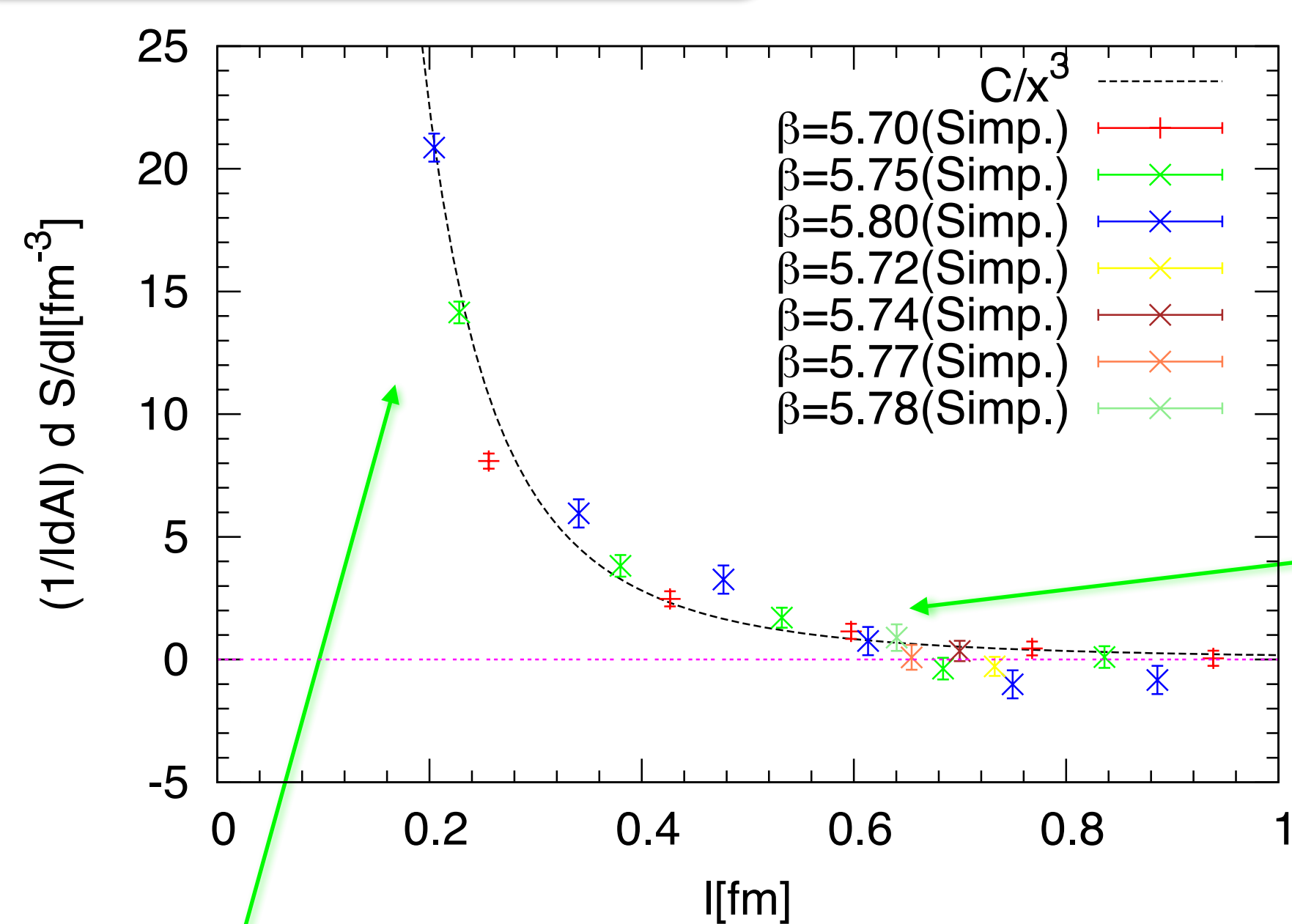
$$\text{Tr}_A \rho_A^n = \frac{Z(l, n)}{Z^n}$$



レプリカ法による領域分割の概略図 (n=2の場合)。縦が時間方向、横が空間方向。同色の領域が境界条件でつながっている。

$$\frac{\partial S_A(l)}{\partial l} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{\partial}{\partial l} \frac{\partial}{\partial n} F[l, n], \quad (F[l, n] = -\ln Z(l, n))$$

4. シミュレーション



セットアップ(SU(3) pure Yang Mills)

- 格子サイズ 16^4
- レプリカ数 2 (全体の格子サイズは 16^3 x 32)
- パラメータ beta = 6/g^2 (g: ゲージ結合定数)
- 統計数 ~ 400, 000 sweep, (100sweep毎に測定)

部分系Aが大きい場合

AdS/CFTで予想され、Nc=2で報告されている不連続な変化は現在のところ観測されない。統計数や離散化誤差などの問題か？QCDとCFTの違いか？(今後の課題)

4次元共形場の理論の場合、発散の先頭項は $S_A = \frac{\gamma |\partial A|}{\epsilon^2} + \dots$

部分系Aが小さい場合

近距離は1/l^3に従う。
AdS/CFT対応からの予想。
C~O(Nc^2)

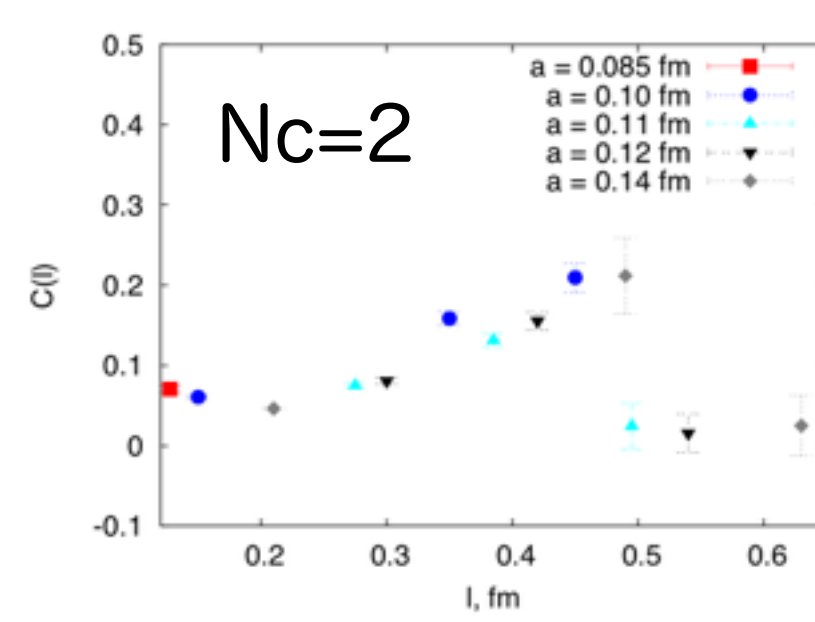
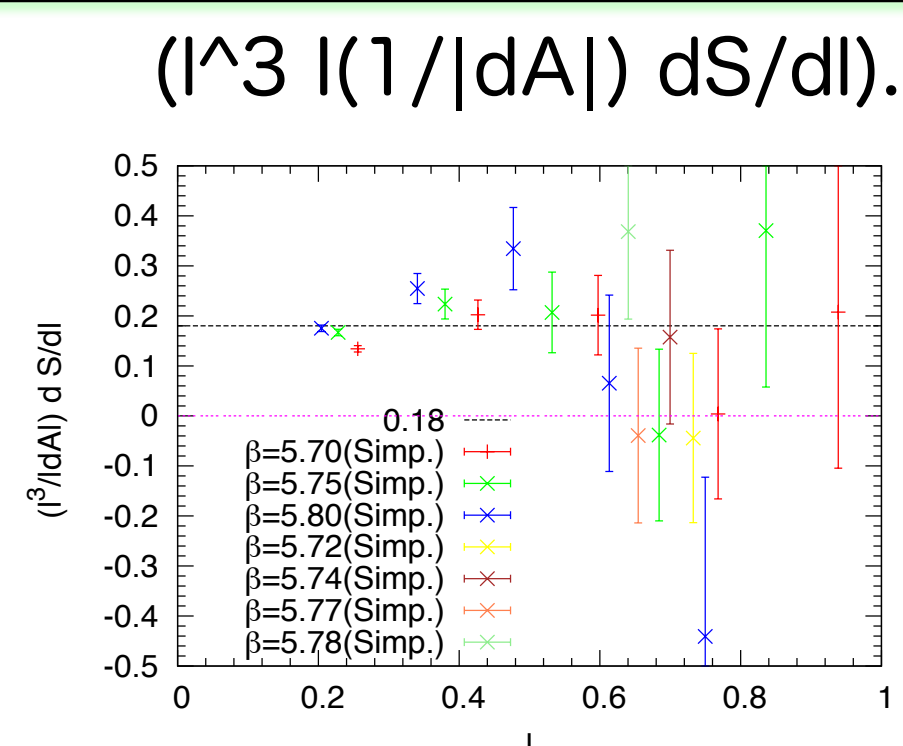


FIG. 6: Entropic C-function $C(l) = \frac{l^3}{|\partial A|} \frac{\partial}{\partial l} S(l)$.

$$\frac{C_{SU(3)}}{C_{SU(2)}} \sim \frac{0.18}{0.08} \sim \frac{9}{4}$$
$$\rightarrow C \sim N_c^2$$

まとめと今後の展望

- レプリカ法を用いて、SU(3)非可換ゲージ理論(QCD)におけるエンタングルメントエントロピーを調べた。
- SU(2)に対する先行研究と比較すると、部分系のサイズが小さい場合のNc^2則が見えた。これはグルーオンの自由度が見えているものと考えられる。
- AdS/CFT対応から予測されるギャップは、今のところ観測されていない。
- 統計数の増加、有限体積効果の検証などを行い、定量的に結果を確定することが今後の課題