

P17 時間依存密度行列繰り込み群による 幂的相互作用系のクエンチダイナミクス 手塚真樹 (京都大学)

共同研究者: Antonio M. García-García (Cavendish Lab., Cambridge & CFIF, IST, Lisbon),
Alejandro M. Lobos (JQI, Maryland), and Miguel A. Cazalilla (NTHU, Hsinchu).

Introduction

超伝導・超流動の生成/崩壊のダイナミクス

- 銅酸化物のストライプ相での光誘起超伝導の実現
– [D. Fausti *et al.*: Science **331**, 189 (2011)]
- 光励起後の超伝導ギャップの時間発展の観測
– [C. L. Smallwood *et al.*: Science **336**, 1137 (2012)]
- 擬1次元冷却ボースガスを2分した系の時間発展
– [J. Schmiedmayer and coworkers: Nature **449**, 324 (2007);
Science **337**, 1318 (2012); ...]

など最近多くの実験、非平衡量子系のダイナミクスとして注目

DMRGで
調べられる
系?

1D: “連続対称性は破れない”

“基底状態で(超伝導のような)非対角長距離秩序は無い”

→ 短距離相互作用が前提 (Mermin & Wagner; Hohenberg; ...)

Q: 距離の(小さな)幂で減衰する相互作用があると?

(cf. スピン系で r^α ($1 < \alpha < 2$) の相互作用: 相転移がある

[Dyson: Comm. Math. Phys. 1969][Fröhlich et al. Comm. Math. Phys. 1978])

→ 基底状態およびクエンチ後の時間発展を計算する。

冷却イオン系での、相互作用の距離の幂の制御

Britton *et al.*: Nature **484**, 489 (2012)

S=1/2 $^9\text{Be}^+$ イオン、2D Paul trap
イジング的相互作用 $\sim r^\alpha$
 r : 距離, $0 \leq \alpha \leq 3$

クーロン相互作用による三角格子:
垂直なフォノンモード

ω_1 : 位相の揃ったフォノンモード

μ_R : レーザーの角周波数差

$\mu_R - \omega_1$ の大小 $\Leftrightarrow$ 距離依存性の幂の大小を制御

スピンに依存した
optical dipole force

$$J_{ij} = \frac{F_0^2 N}{2\hbar m} \sum_{m=1}^N \frac{b_{i,m} b_{j,m}}{\mu_R^2 - \omega_m^2}$$

cf. Islam *et al.*: Science **340**, 583 (2013) では

$^{171}\text{Yb}^+$ イオンを1次元的に閉じ込め、幂的相互作用を
導入して、各状態の生成率を測定 → 長距離相関の確認

引カハバード模型+幂的相互作用: 非対角長距離秩序

$$t_{lm} = \frac{t}{|l-m|^\alpha}$$
$$\mathcal{H} = - \sum_{l \neq m, \sigma} \left(t_{lm} \hat{c}_{l,\sigma}^\dagger \hat{c}_{m,\sigma} + \text{H.c.} \right) - \mu \sum_{l=1}^L \left(\hat{n}_{l,\sigma} - \frac{1}{2} \right) - |U| \sum_{l=1}^L \left(\hat{n}_{l,\uparrow} - \frac{1}{2} \right) \left(\hat{n}_{l,\downarrow} - \frac{1}{2} \right)$$

1. ボソン化 + 自己無撞着調和近似(SCHA):

一重占有を project out

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{|U|L}{4} - \mu \sum_l (\hat{n}_l - 1) + \frac{4t^2}{|U|} \sum_{l \neq m} \left[\frac{(\hat{n}_l - 1) \hat{n}_m - \hat{\Delta}_l^\dagger \hat{\Delta}_m}{|l-m|^{2\alpha}} + \text{H.c.} \right]$$

連続極限でボソン化: $r^{-\alpha}$ 型相互作用による付加項の出現

$$\rho(x) = \left[\rho_0 - \frac{\nabla \phi(x)}{\pi} \right] \sum_p e^{2ip(\pi \rho_0 x - \phi(x))} \quad \mathcal{H}_{\text{eff}} = \int dx \left[\mu \frac{\nabla \phi(x)}{\pi} + \frac{uK}{2\pi} (\nabla \theta(x))^2 + \frac{u}{2\pi K} (\nabla \phi(x))^2 \right]$$

$$\Delta(x) = \rho_0 e^{-i\theta(x)} \sum_p e^{2ip(\pi \rho_0 x - \phi(x))}, \quad -g \frac{\pi u \rho_0^2}{4K\alpha^{1-2\alpha}} \int_{|x-x'| > a} dx dx' \frac{\cos[\theta(x) - \theta(x')]}{|x-x'|^{2\alpha}}$$

K : Luttinger パラメータ ($\langle e^{i\theta(x)} e^{-i\theta(x')} \rangle \sim |x-x'|^{-1/K}$)

u : 1D 音響フォノンの速度 uK : superfluid stiffness, K/u : compressibility

g : 幂的相互作用の強さ

自己無撞着調和近似 (SCHA)

• Gaussian ansatz $S_0 = \frac{1}{2\beta L} \sum_q g_0^{-1}(q) \theta_q^* \theta_q$

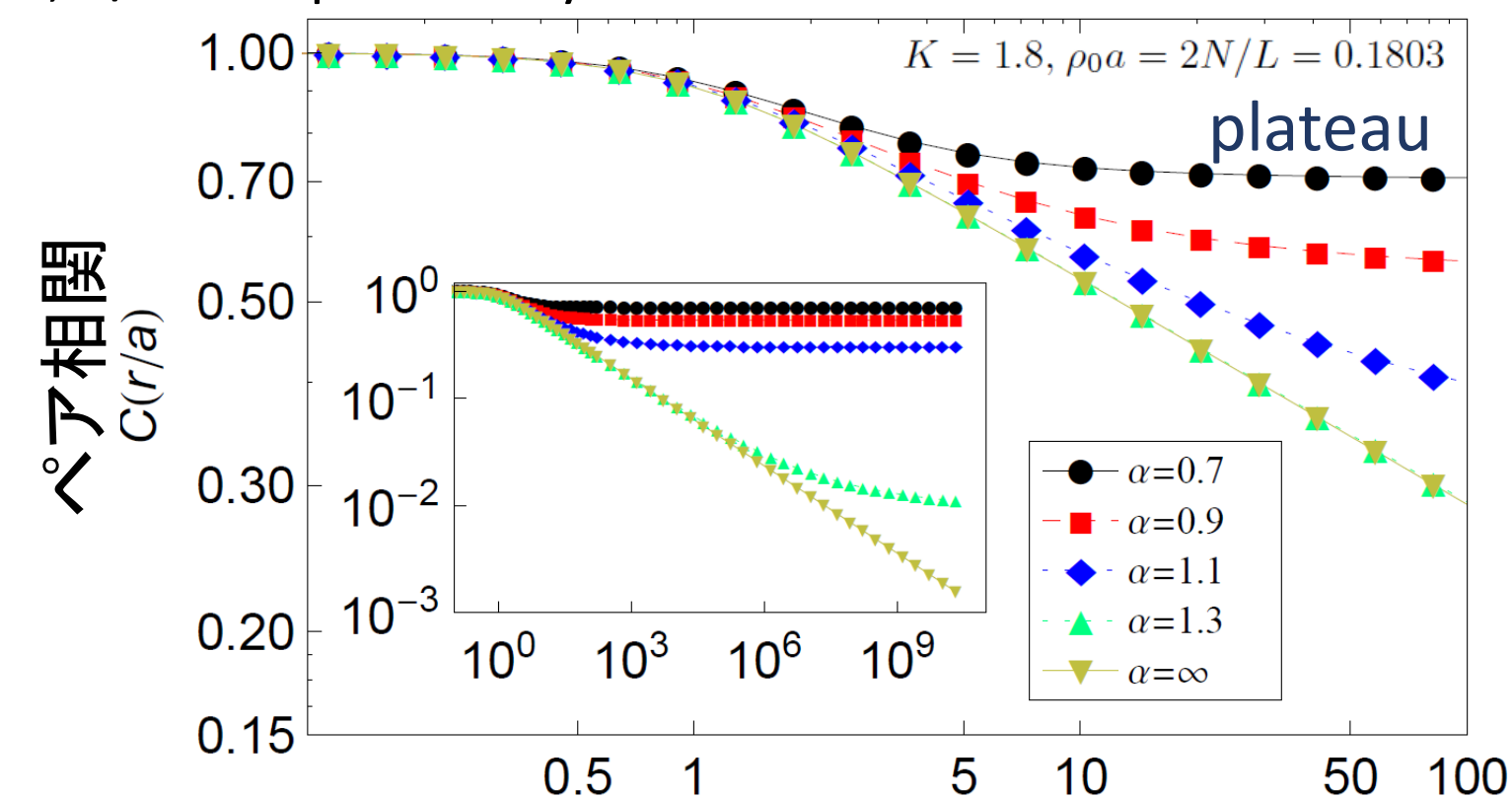
• 変分パラメータ $g_0(q)$: $F_0 + T \langle S - S_0 \rangle_0$ を最小化するよう自己無撞着に決定

$$g_0^{-1}(q) = \frac{K}{\pi u} \omega_m^2 + \frac{uK}{\pi} k^2 + \frac{2\pi u \rho_0^2}{K\alpha^{2-2\alpha}} \int_a^L dr \frac{1 - \cos kr}{r^{2\alpha}}$$
$$\times \exp \left[-\frac{1}{\beta L} \sum_{q'} (1 - \cos k'r) g_0(q') \right]$$

self-consistent solution, long wavelength limit

$$g_0^{-1}(q) = \frac{K}{\pi u} \omega_m^2 + \frac{uK}{\pi} k^2 + \eta |k|^{2\alpha-1}$$

ペア相関
 $C(r/a)$

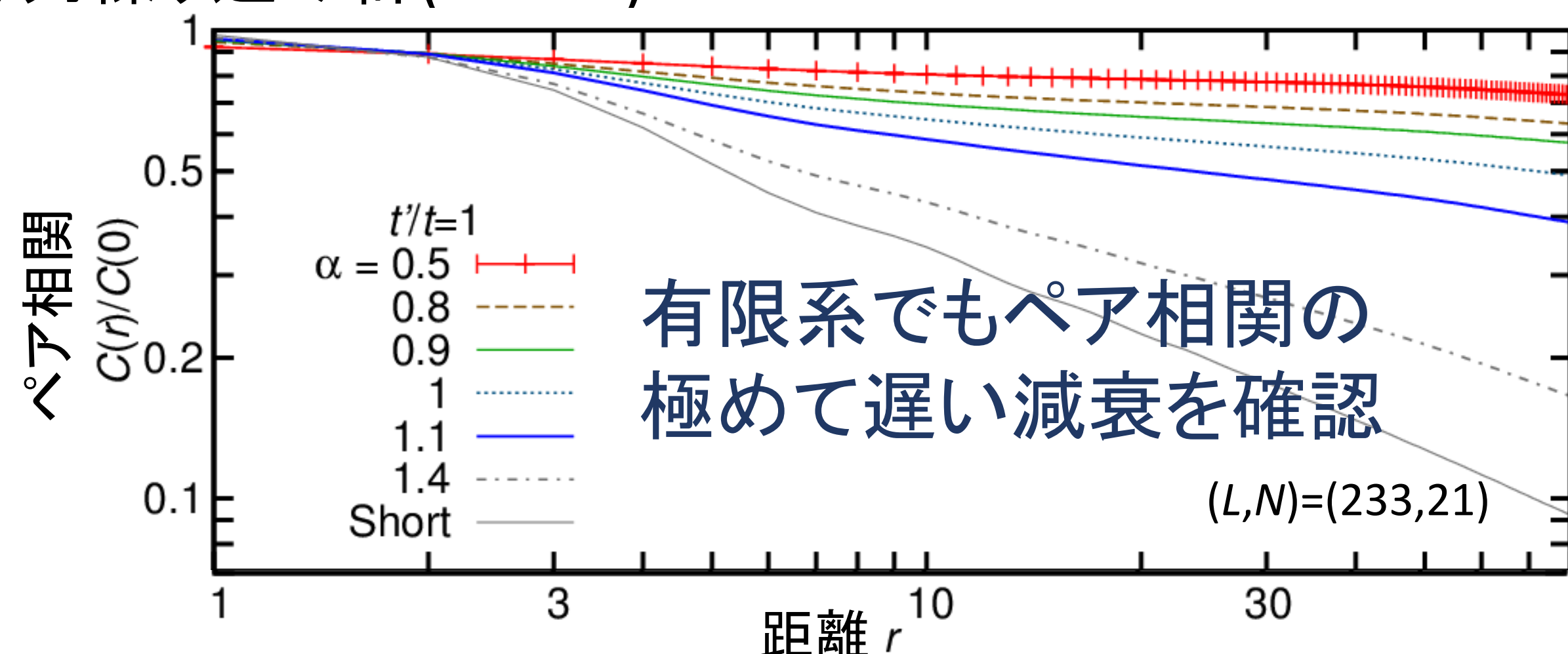


$\xi \sim (uK/\pi\eta)^{1/(3-2\alpha)}$ 程度で有限値に収束

η は $1/2 < \alpha < 3/2 - \delta$, $0 \leq \delta \leq (4K)^{-1/2}$ で有限、有限の秩序変数有効次元: $d = 2/(2\alpha-1)$ (cf. [Mirlin *et al.* PRE **54**, 3221 (1996)] for $U=0$)

$|U| \gg t_1$ かつ 1.3 程度までの α に対して長距離秩序を期待

2. 密度行列繰り込み群(DMRG):



有限系でもペア相関の
極めて遅い減衰を確認

[A. M. Lobos, M. Tezuka, and A. M. García-García: PRB **88**, 134506 (2013)]

スピン1/2の系: ハードコアボソン系と対応

ハードコアボソン系: 凝縮体からのクエンチダイナミクス

当初: 幂的ホッピング + 隣接サイト間引力相互作用

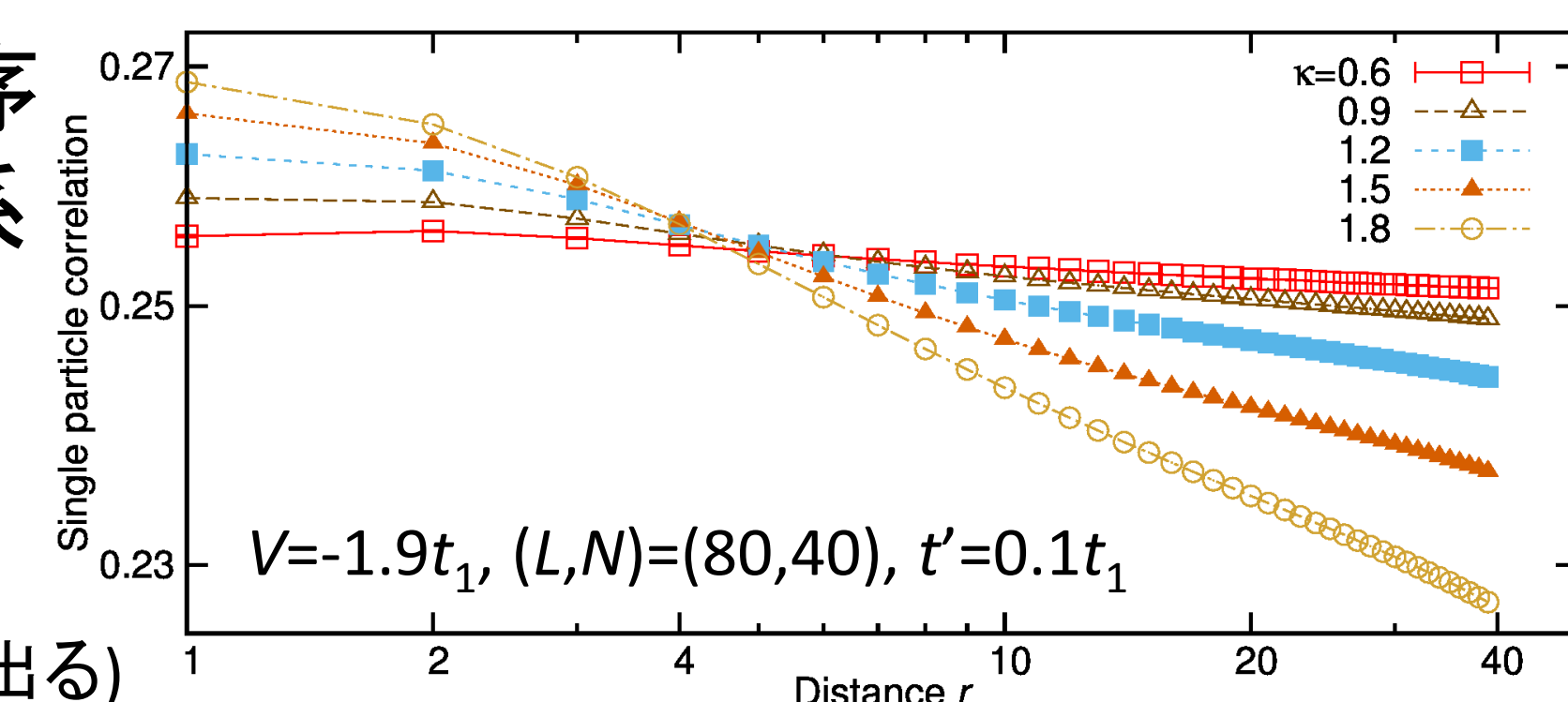
$$\hat{H} = - \sum_{l \neq m} \frac{t_{|l-m|}}{|l-m|^\kappa} (\hat{b}_l^\dagger \hat{b}_m + \text{H.c.}) - \mu \sum_{l=1}^L \hat{n}_l + V \sum_{l=1}^{L-1} \hat{n}_l \hat{n}_{l+1} \quad t_{lm} = \frac{t}{|l-m|^\kappa} \text{ for } |l-m| \geq 2$$

$\tau = 0$ で $t' \rightarrow 0$ にクエンチ

初期状態: 非対角長距離秩序
($\kappa = 2\alpha$ とするとフェルミオン系に似た模型)

→ 有限系でも、 $H_>$ に比べ
大きな凝縮体比率

(有限系では短距離相互作用でも有限に出る)



崩壊のダイナミクス($\tau > 0$)

A. ボソン化+SCHAから予測:

• 短時間: $\rho(t) \sim \exp(-\gamma t^2)$

• より長時間:

$$\rho(t) \sim \exp(-\gamma t^{(3-\kappa)/2})$$

($\kappa > 1$ では指数関数より遅い)

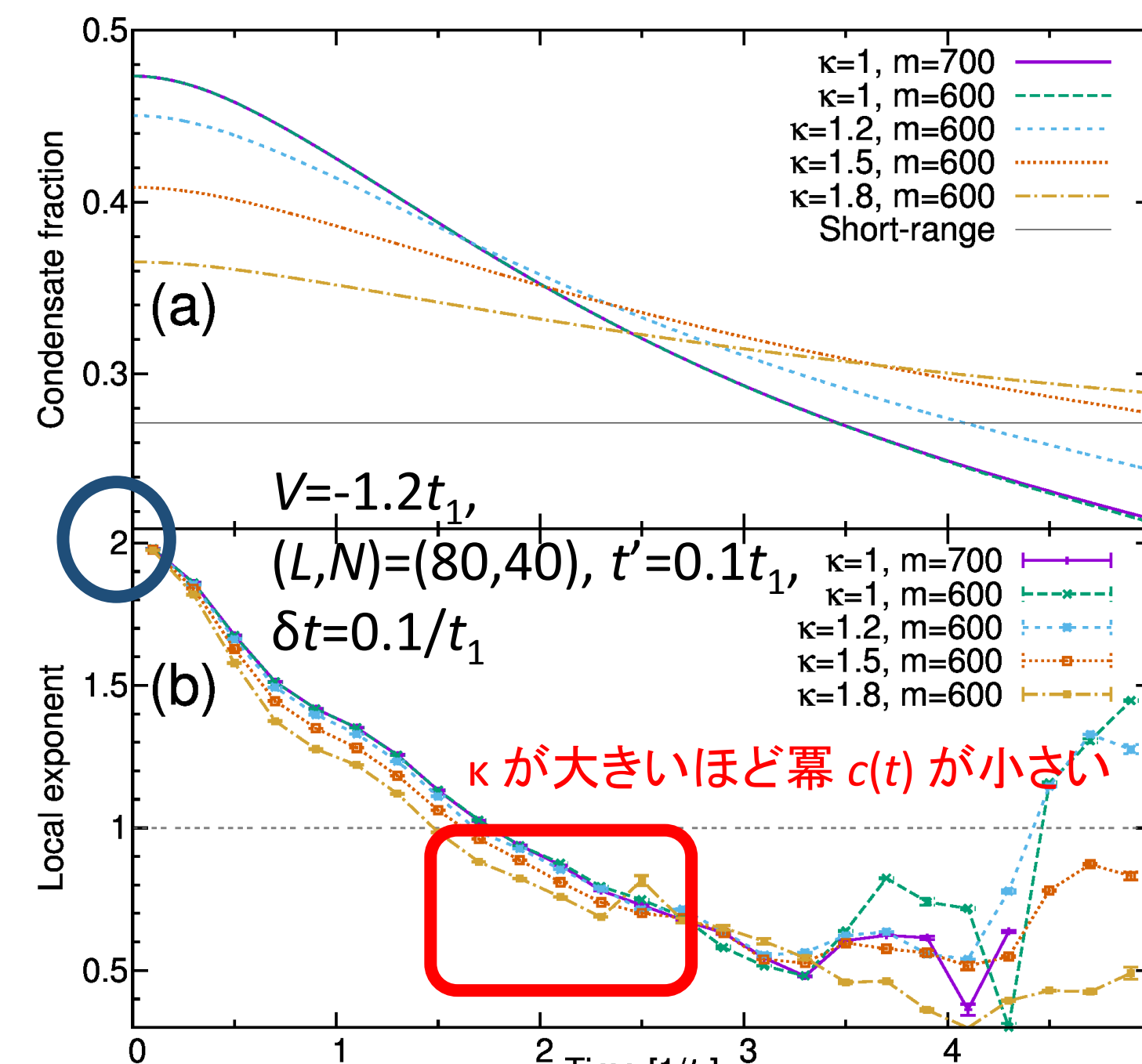
Qualitative agreement

B. 時間依存DMRGの結果:

(a) 凝縮体比率 $\rho(t)$

(b) 局所的な幂 $c(t)$

($\rho(t)$ を $\rho_0 \exp(-\gamma t^{c(t)})$, $t \in [t-\delta t, t+\delta t]$ で fit)



stretched exponential

[M. Tezuka, A. M. García-García, and M. A. Cazalilla: PRB **90**, 053618 (2014)]

Summary

低次元系での幂的相互作用の効果を DMRG およびボソン化法により調べた。

➢ フェルミオン引カハバード模型+幂的相互作用: 基底状態で長距離非対角秩序

➢ ハードコアボソン系のクエンチ: 凝縮体成分比率の減衰が stretched exponential となる

→ 冷却イオントラップ系の実験で検証可能