

強結合格子 QCD と複素 Langevin QCD で迫る Phase Diagram

三浦光太郎

高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 理論センター

2024 年 3 月 3 日 (日)

故 大西明 京都大学教授 追悼研究会
クォーク ハドロン 原子核物理の潮流と展望

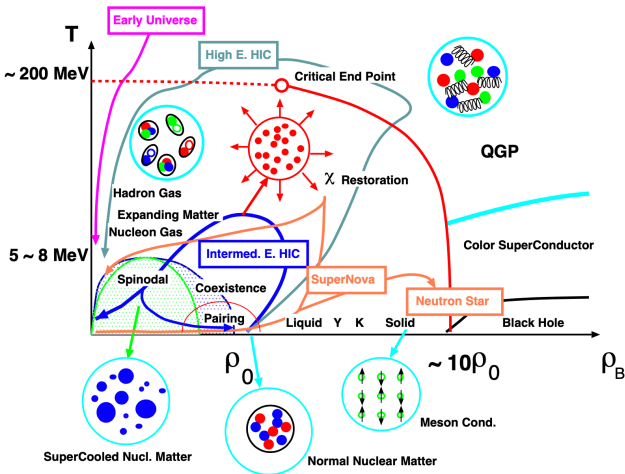
実質 2 人の指導教官:

- 大西明准教授 (当時): 核物理、天体核 (中性子星、超新星)、 QCD Phase Diagram
- 河本昇教授 (当時): 素粒子、強結合格子 QCD、量子 (格子) 重力、SUSY Lattice

葛藤: 素粒子論的 vs. 核理論的

- 第一原理主義 (格子 QCD) vs. 本質的自由度の見極め (平均場)
- 普遍主義 (統一理論) vs. 具体的で興味深い現象 (QGP、中性子星、超新星)
- 要素還元主義 (素過程の物理) vs. 自由度の創発 (相転移、臨界現象)

大西さんとの出会い: 北大にて



QCD Phase Diagram by Ohnishi-san (YONUPA-2003 講義録):

<https://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~akira.ohnishi/Src/Misc/Natsu03-Ohnishi.pdf>

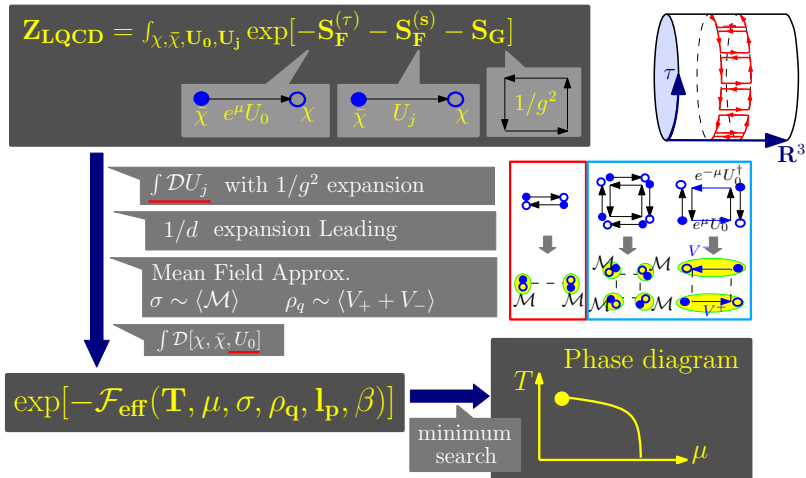


Figure: 強結合格子 QCD(SC-LQCD) を用いた phase diagram の解析的研究: 格子 QCD に基づきつつも、quark chemical potential 由来の符号問題を回避できる。

大西さんとの共同研究: 強結合格子 QCD を用いた Phase Diagram の研究

- [1] K. Miura, N. Kawamoto, T. Z. Nakano and A. Ohnishi, “Polyakov loop effects on the phase diagram in strong-coupling lattice QCD,” Phys. Rev. D **95**, no. 11, 114505 (2017) [arXiv:1610.09288 [hep-lat]].
- [2] T. Z. Nakano, K. Miura and A. Ohnishi, “Chiral and deconfinement transitions in strong coupling lattice QCD with finite coupling and Polyakov loop effects,” Phys. Rev. D **83**, 016014 (2011) [arXiv:1009.1518 [hep-lat]].
- [3] T. Z. Nakano, K. Miura and A. Ohnishi, “Effective Potential in the Strong-coupling Lattice QCD with Next-to-Next-to-Leading Order Effects,” Prog. Theor. Phys. **123**, 825-851 (2010) [arXiv:0911.3453 [hep-lat]].
- [4] K. Miura, T. Z. Nakano, A. Ohnishi and N. Kawamoto, “Phase diagram evolution at finite coupling in strong coupling lattice QCD,” Phys. Rev. D **80**, 074034 (2009) [arXiv:0907.4245 [hep-lat]].
- [5] K. Miura, T. Z. Nakano and A. Ohnishi, “Quarkyonic matter in lattice QCD at strong coupling,” Prog. Theor. Phys. **122**, 1045-1054 (2009) [arXiv:0806.3357 [nucl-th]].
- [6] N. Kawamoto, K. Miura, A. Ohnishi and T. Ohnuma, “Phase diagram at finite temperature and quark density in the strong coupling limit of lattice QCD for color SU(3),” Phys. Rev. D **75**, 014502 (2007) [arXiv:hep-lat/0512023 [hep-lat]].

大西さんとの共同研究: 強結合格子 QCD を用いた Phase Diagram の研究

- [1] K. Miura, N. Kawamoto, T. Z. Nakano and A. Ohnishi, “Polyakov loop effects on the phase diagram in strong-coupling lattice QCD,” Phys. Rev. D **95**, no. 11, 114505 (2017) [arXiv:1610.09288 [hep-lat]].
- [2] T. Z. Nakano, K. Miura and A. Ohnishi, “Chiral and deconfinement transitions in strong coupling lattice QCD with finite coupling and Polyakov loop effects,” Phys. Rev. D **83**, 016014 (2011) [arXiv:1009.1518 [hep-lat]].
- [3] T. Z. Nakano, K. Miura and A. Ohnishi, “Effective Potential in the Strong-coupling Lattice QCD with Next-to-Next-to-Leading Order Effects,” Prog. Theor. Phys. **123**, 825-851 (2010) [arXiv:0911.3453 [hep-lat]].
- [4] K. Miura, T. Z. Nakano, A. Ohnishi and N. Kawamoto, “Phase diagram evolution at finite coupling in strong coupling lattice QCD,” Phys. Rev. D **80**, 074034 (2009) [arXiv:0907.4245 [hep-lat]].
- [5] K. Miura, T. Z. Nakano and A. Ohnishi, “Quarkyonic matter in lattice QCD at strong coupling,” Prog. Theor. Phys. **122**, 1045-1054 (2009) [arXiv:0806.3357 [nucl-th]].
- [6] N. Kawamoto, K. Miura, A. Ohnishi and T. Ohnuma, “Phase diagram at finite temperature and quark density in the strong coupling limit of lattice QCD for color SU(3),” Phys. Rev. D **75**, 014502 (2007) [arXiv:hep-lat/0512023 [hep-lat]].

Quark Sec.	w.o. PLoop	w. PLoop, Weiss MFA.	w. PLoop, Haar-Meas. MFA.
LO. ($1/g^0$)	Damgaard et.al. [42] Fukushima [20] Nishida [22] Kawamoto et.al. [24]	Fukushima [36]	Gocksch et.al. [34] Ilgenfritz et.al. [35] Fukushima [36]
NLO. ($1/g^2$)	Miura et.al. [25]	$\mu=0$: Nakano et.al. [28] $\mu \geq 0$: Miura et.al. (Present Work)	$\mu=0$: Nakano et.al. [28] $\mu \geq 0$: Miura et.al. (Present Work)
NNLO. ($1/g^4$)	Nakano et.al. [27]	$\mu=0$: Nakano et.al. [28]	$\mu=0$: Nakano et.al. [28] $\mu \geq 0$: Miura et.al. (Present Work)

Study of PLoop Effects (between LO and NLO, w.o. PLoop and w. PLoop, Weiss MFA.)
 Study of PLoop-Fluctuation (between NLO, w. PLoop, Weiss MFA. and NLO, w. PLoop, Haar-Meas. MFA.)
 Study of NNLO Effects (between NNLO, w. PLoop, Haar-Meas. MFA. and NLO, w. PLoop, Haar-Meas. MFA.)

Table of Contents

- 1 大西さんとの出会い/研究: 北大/京大にて
- 2 Polyakov Loops in Weiss SC-LQCD
- 3 大西さんに導かれて帰国、KEK へ
- 4 大西さんの意思を受け継いで

Table of Contents

- 1 大西さんとの出会い/研究: 北大/京大にて
- 2 Polyakov Loops in Weiss SC-LQCD
- 3 大西さんに導かれて帰国、KEK へ
- 4 大西さんの意思を受け継いで

Polyakov Loops

- Polyakov Loop:

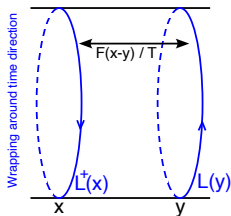
$$L(\vec{x}) = \prod_{t=0}^{N_t=T-1} U_0(\vec{x}, t), \quad U_0(\vec{x}, t) = e^{i\hat{A}_0(\vec{x}, t)} \in SU(3)_c. \quad (1)$$

- Order Parameter of Z_3 Symmetry in Heavy-Quark QCD
- 有限温度 QCD における、Heavy Quark (De)Confinement の指標:

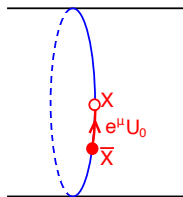
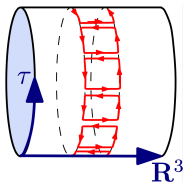
$$\ell = \langle L \rangle = \begin{cases} \text{zero} & (T < T_c, \text{ confined}) \\ \text{finite} & (T \geq T_c, \text{ deconfined}) \end{cases}. \quad (2)$$

c.f. $S_{LQCD} \ni \bar{\chi}(x) e^{\mu} U_0(x) \chi(x + \hat{0})$.

c.f. $\langle \text{Tr}[L^\dagger(\vec{x})L(\vec{y})] \rangle = e^{-F(|\vec{x}-\vec{y}|)/T}$.



Polyakov Loops in LQCD



- Effective Action after Spatial Link (U_j) Integrals:

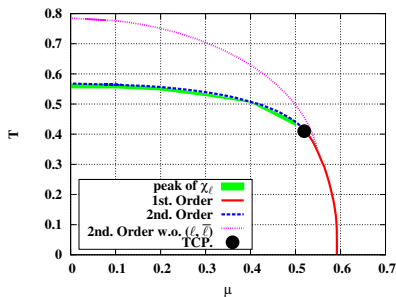
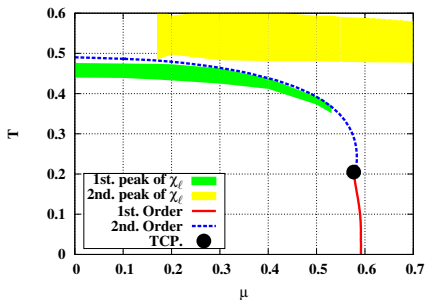
$$Z_{\text{LQCD}} \xrightarrow{\int DU_j} \int D[U_0, \chi, \bar{\chi}] \exp \left[-C \sum_{\vec{x}, \hat{j}} [\bar{L}(\vec{x}) L(\vec{x} + \hat{j}) + h.c.] + S_F^{\text{eff}}[\chi, \bar{\chi}, U_0] \right]. \quad (3)$$

- Haar Measure Method ($\not\approx$ Fluctuations): $L(x) \rightarrow \ell$.

$$\prod_t \int dU_0(\vec{x}, t) \rightarrow \int d\ell d\bar{\ell} 27 [1 - 6\ell\bar{\ell} + 4(\ell^3 + \bar{\ell}^3) - 3(\ell\bar{\ell})^3]. \quad (4)$$

- Weiss Approximation Method (\ni Fluctuations): Hubbard Stratonovich for $L(\vec{x})$ & Exact $\int dU_0$ Integral.

Phase Diagram w.r.t. Polyakov Loop Fluctuations



Red/Blue:

Chiral phase boundary (order param. = $\langle \bar{\chi}\chi \rangle$) in the chiral limit for $\beta = 4.0$, $a_{lat}^{-1} \sim 1.87$ (GeV).

Left: Haar Measure Method. Yellow band = Z_3 Origin.

Right: Weiss Approx. Method. Z_3 footprint disappeared.

Phase Diagram Evolution

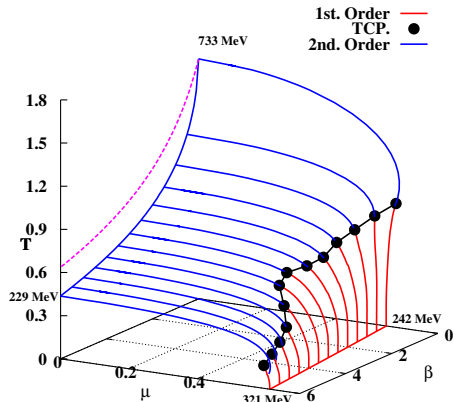


Fig: Evolution of chiral-phase-boundary in NLO-SC-LQCD at chiral limit. Ref. [1] より引用。向こう側 ($\beta = 6/g^2 = 0$) が強結合極限: この極限で phase diagram が定性的にでも得られた点は興味深いが相転移温度が高すぎる。問題を緩和する主要機構: (1) 有限結合定数の効果 (手前側への発展)、(2) Polyakov loop の自由度 (magenta 点線から blue 実線)。

Interaction-Measure (Pressure/Internal-Energy)

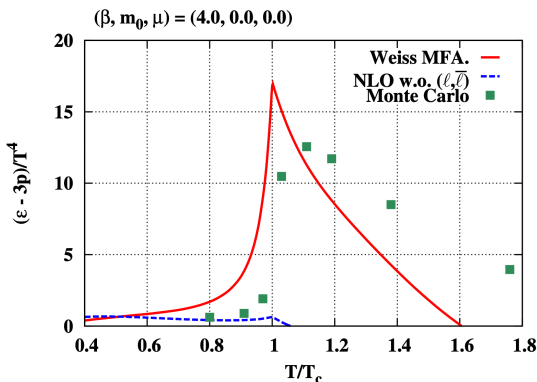


Fig: Interaction Measure in NLO-SC-LQCD at chiral limit and at zero chemical potential. Ref. [1] より引用。図の Weiss 近似 (赤実線) は、Polyakov loop の揺らぎを取り入れた計算。Polyakov loop dynamics を取り入れない場合 (青点線) に比べ、定性的ではあるが、Monte Carlo 第一原理計算 (緑点) に近づく。熱力学的内部エネルギー (ϵ) や圧力 (p) を生み出す主要自由度は Polyakov loop。

From SC-LQCD to Chiral Effective Model?

Excitation (I)	N'_Q	$\mathcal{Q}^I(\Phi)$	$\mathcal{P}_n^I(\sqrt{\ell}\bar{\ell})$
MMM	0	$(2 \cosh(E_q/T))^{N_c}$	$\mathcal{P}_n^{\text{MMM}} = I_n^3 - I_{n-2}I_nI_{n+2} - 2I_{n-1}I_nI_{n+1} + I_{n-2}I_{n+1}^2 + I_{n-1}^2I_{n+2}$
MQ \bar{Q}	0	$2 \cosh(E_q/T)$	$\mathcal{P}_n^{\text{MQ}\bar{Q}} = -2(I_n^3 - I_{n-2}I_nI_{n+2}) + 5I_{n-1}I_nI_{n+1} - 3(I_{n-2}I_{n+1}^2 + I_{n-1}^2I_{n+2}) - I_{n-3}I_nI_{n+3} + I_{n-1}I_{n-2}I_{n+3} + I_{n-3}I_{n+1}I_{n+2}$
B	3	$e^{N_c\bar{\mu}/T}$	$\mathcal{P}_n^{\text{B}} = \mathcal{P}_{n-1}^{\text{MMM}}$
\bar{B}	-3	$e^{-N_c\bar{\mu}/T}$	$\mathcal{P}_n^{\bar{B}} = \mathcal{P}_{n+1}^{\text{MMM}}$
MMQ	1	$e^{\bar{\mu}/T} (2 \cosh(E_q/T))^2$	$\mathcal{P}_n^{\text{MMQ}} = I_{n-1}I_n^2 + I_{n-3}I_{n+1}^2 - I_{n-1}^2I_{n+1} + I_{n-2}I_{n-1}I_{n+2} - I_{n-3}I_nI_{n+2} - I_{n-2}I_nI_{n+1}$
MM \bar{Q}	-1	$e^{-\bar{\mu}/T} (2 \cosh(E_q/T))^2$	$\mathcal{P}_n^{\text{MM}\bar{Q}} = I_{n+1}I_n^2 + I_{n+3}I_{n-1}^2 - I_{n+1}^2I_{n-1} + I_{n-2}I_{n+1}I_{n+2} - I_{n+3}I_nI_{n-2} - I_{n+2}I_nI_{n-1}$
MD	2	$e^{2\bar{\mu}/T} 2 \cosh(E_q/T)$	$\mathcal{P}_n^{\text{MD}} = \mathcal{P}_{n-1}^{\text{MM}\bar{Q}}$
$\bar{M}\bar{D}$	-2	$e^{-2\bar{\mu}/T} 2 \cosh(E_q/T)$	$\mathcal{P}_n^{\bar{M}\bar{D}} = \mathcal{P}_{n+1}^{\text{MMQ}}$
D \bar{Q}	1	$e^{\bar{\mu}/T}$	$\mathcal{P}_n^{\text{D}\bar{Q}} = 2(I_{n-1}^2I_{n+1} - I_{n-2}I_{n-1}I_{n+2} + I_{n-3}I_nI_{n+2}) + I_{n-2}^2I_{n+3} - I_{n-1}I_n^2 - I_{n-3}I_{n+1}^2 - I_{n-3}I_{n-1}I_{n+3}$
Q \bar{D}	-1	$e^{-\bar{\mu}/T}$	$\mathcal{P}_n^{\text{Q}\bar{D}} = 2(I_{n+1}^2I_{n-1} - I_{n-2}I_{n+1}I_{n+2} + I_{n-2}I_nI_{n+3}) + I_{n+2}^2I_{n-3} - I_{n+1}I_n^2 - I_{n+3}I_{n-1}^2 - I_{n-3}I_{n+1}I_{n+3}$

$M \sim \bar{\chi}\chi$: Meson, $B \sim \chi\chi\chi$: Baryon, $D \sim \chi\chi$: Diquark, $Q \sim \chi$: Quark,
 $E_q(\langle M \rangle)$: Quark Excitation Energy, $\bar{\mu}(\langle M \rangle)$: Modified Quark Chemical Potential,
 I_n : Modified Bessel.

$$F_{\text{Weiss}} \ni -T \log \left[\sum_I \mathcal{Q}^I(\langle M \rangle) \mathcal{P}^I(\ell, \bar{\ell}) \right], \quad \text{See Table} \quad (5)$$

Table of Contents

- 1 大西さんとの出会い/研究: 北大/京大にて
- 2 Polyakov Loops in Weiss SC-LQCD
- 3 大西さんに導かれて帰国、KEK へ**
- 4 大西さんの意思を受け継いで

The Long and Winding Road: 欧州 10 年

大西さんとの研究で培った知見をもとに、**伊仏独**で 10 年余り (& KMI2 年):

- 1 From QCD Phase Diagram to Particle Cosmology:
電弱相転移と Neutrino 集団運動 (PRD-2013 1306.1701),
初期宇宙の相転移と重力波 (JHEP-2019 1811.05670).
- 2 Conformal Window in Lattice Gauge Theory:
Many-Flavor QCD の相転移, Frascati Collab. (NPB-2013 1212.0955),
Walking Technicolor, LatKMI Collab. (PRD-2017, 1610.07011).
- 3 Lattice QCD for Muon $g-2$ Precision Science:
BMW-Collab. (PRL-2018, 1711.04980 / Nature-2020),
Mainz/CLS-Collab. (JHEP-2022, 2203.08676 / PRD-2022, 2206.06582).

大西さんに導かれて帰国、KEK へ

大西さんに導かれてドイツから帰国。

西村淳教授 (KEK) の複素 Langevin 格子 QCD Project に参加 (大西さんは分担者)。

複素 Langevin 大発展 × 中性子星合体重力波観測 → QCD Phase Diagram の新展開!

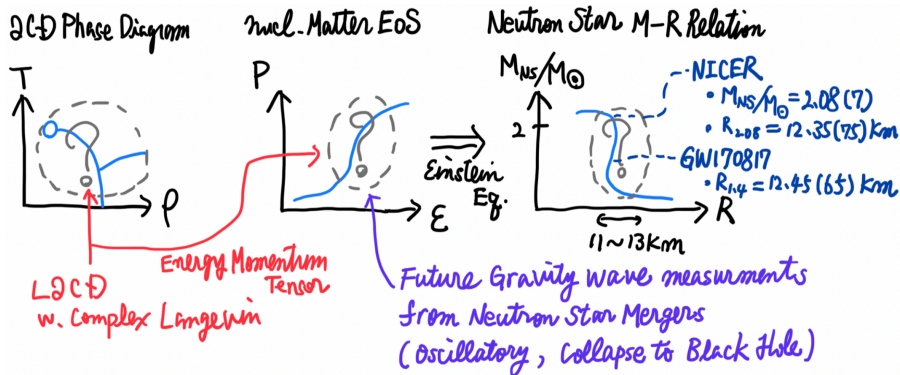


Table of Contents

- 1 大西さんとの出会い/研究: 北大/京大にて
- 2 Polyakov Loops in Weiss SC-LQCD
- 3 大西さんに導かれて帰国、KEK へ
- 4 大西さんの意思を受け継いで**

大西さんの意思を受け継いで

大西明先生:
熱い物理で導いてくれる人。



写真:

[https://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/](https://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~akira.ohnishi/)

~akira.ohnishi/より引用

大西さんの意思を受け継いで

大西先生、ありがとうございました。

先生の意思を引き継いで:

中性子星/重力波/相転移を主題とした
物理連合!



写真:

<https://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/>

~akira.ohnishi/より引用

大西さんの意思を受け継いで

大西先生、ありがとうございました。

先生の意思を引き継いで:

中性子星/重力波/相転移を主題とした
物理連合!

- ① EoS of Quark Matter based on High-Density SC-LQCD.
- ② Complex Langevin LQCD.
(Source-Term Method (Diquarks in LQCD), Energy Momentum Tensor).



写真:

[https://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/](https://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~akira.ohnishi/)

~akira.ohnishi/より引用