

Can we extract Λ - Λ interaction from (K^-, K^+) reaction ?

A. Ohnishi ^a, Y. Hirata ^a, Y. Nara ^b, S. Shinmura ^c, and Y. Akaishi ^d

a. Div. of Phys., Grad. Sch. of Sci., Hokkaido Univ.

b. Advanced Science Research Center, JAERI

c. Fac. of Eng., Gifu Univ.

d. IPNS, KEK (Tanashi Branch)

Abstract

We extract the information on the Λ - Λ interaction from the two particle invariant mass spectrum of Λ - Λ , which is recently measured in $^{12}\text{C}(K^-, K^+\Lambda\Lambda)$ reaction. By combining the classical source function calculated with the Intra Nuclear Cascade (INC) model and the correlation function formula, the enhancement at low-invariant masses of Λ - Λ can be reproduced by using the parametrized Λ - Λ interaction. The best fit strength parameters for given ranges gives negative scattering length (attractive), but there is no bound state of Λ - Λ with these parameters. However, we cannot reject the possibility that there exists a bound state, mainly because of the double-well structure of the enhancement factor.

1 Introduction

ハイペロン-ハイペロン (Y - Y) 相互作用を決めることは、理論的にはバリオン間相互作用においてフレーバー $SU(3)$ 対称性がどの程度成り立っているか知る上で重要であり、また中性子星内部などハイペロンを含む核物質の存在が期待されるため、その性質を決めることは、例えば中性子星の限界質量などにも影響を与えるであろう。しかしながら、これを実験的に決めようとなると大きな問題が生じる。これは、ハイペロンが (ビームとして衝突させることが将来的にもかなり厳しいぐらいに) 短い寿命しかもたない粒子であり、これらどうしの散乱実験は実質的に不可能だからである。唯一、直接的な情報が得られるのはダブル・ラムダ核の束縛エネルギーから得られる Λ - Λ 間の低エネルギーにおける 1S_0 相互作用の強さであるが、ダブル・ラムダ核はこの 35 年間で 3 例しか見つかっておらず [1, 2, 3]、また相互作用の符号を与える $\Delta B_{\Lambda\Lambda}$ の符号も完全には決まっていない。よって、「より様々な粒子の組合せ」の「様々な (相対) エネルギー領域」における Y - Y 相互作用を決定する方法が長い間望まれてきたのである。

さて、KEK-E224 実験における Ahn らの解析で引き出された $^{12}\text{C}(K^-, K^+)$ 反応における Λ - Λ 不変質量分布 [4] は、一般の Y - Y 相互作用を実験的に決めるという道を開いた重要なものであると考えられる。不変質量分布の別の見方をすれば 2 粒子運動量相関であるから、この分布には Λ - Λ 相互作用が終状態相互作用として影響し、「核内での Λ - Λ 散乱」を行っていることになるからである。

2 粒子運動量相関は、これまで「粒子源の大きさ」を決めるために多く利用されてきた [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]。しかしながら、例えば少数系の物理では完全な計算が可能であることも手伝って、粒子相関が終状態相互作用を決めるために利用されている [12]。この研究では、利用する枠組としては前者の方法— 粒子源関数にもとづく相関関数の方法 — を使い、考え方としては後者のもの— 相関から相互作用へ — に従って Λ - Λ 相互作用を引き出すことを試みる。

粒子源関数にもとづく相関関数の方法では、2 粒子運動量相関は粒子源関数と 2 粒子の相対波動関数によって表されるので、信頼できる粒子源関数があれば波動関数 (あるいは 2 粒子間の

相互作用)の情報が引き出せることとなる。問題は「信頼できる」粒子源関数を我々が知っているかどうかである。奈良らの核間カスケード (INC) 模型を用いた研究によって、 $P(K^-) = 1.65$ GeV/c における (K^-, K^+) 反応は詳しく調べられており [13]、提案された反応機構が後の実験で確かめられている、という意味で「信頼できる」といってもよかろう。よって、ここでは粒子源関数を INC をもちいて生成し、 Λ - Λ 相互作用としては2レンジのガウス型ポテンシャルを用いて Λ - Λ 不変質量分布を再現するようにパラメータを決めていくこととする。またこの結果を Nijmegen ポテンシャルの結果と比較して、どの程度相互作用の情報を「詰める」ことができるかを論ずることとする。

2 カスケード 模型から得られる Λ の粒子源関数

まず、カスケード 模型からどのようなスペクトルが得られるか述べよう。これは (次節で述べる) 相関関数の方法からいえば粒子源関数を与えることとなり、また Λ - Λ 終状態相互作用がないとした場合にみえるスペクトルを意味するものでもある。

原子核標的における (K^-, K^+) 反応 ($P(K^-) = 1.65$ GeV/c) では、(1) 準自由 Ξ 生成反応、(2) 重い中間子生成とその K^-K^+ 対への崩壊 [19]、(3) 2 段階ストレンジネス交換・対生成反応、という3つの反応機構を考慮することにより、広い運動量領域にわたる K^+ スペクトルが説明できることが奈良らにより示されている [13]。ここでは、奈良らが用いた INC 模型に、Nijmegen model D [18] ($r_c = 0.5$ fm) で計算された断面積を用いた YN 衝突項とバリオンに対する平均場の効果を取り入れた模型を使った。これらの効果は K^+ 粒子のスペクトルを調べるだけであれば大きな影響を与えないが、ハイペロンの平均場と YN 衝突がそれぞれ光学ポテンシャルの実部と虚部に対応するのでハイペロンのスペクトルを調べる場合には必要である。平均場ポテンシャルの深さとしては、 N, Λ, Σ, Ξ にたいしてそれぞれ $-40, -30, -10, -16$ [20] MeV とした。

図 1 に $^{12}\text{C}(K^-, K^+)$ 反応の K^+ 運動量分布 [16] と $^{12}\text{C}(K^-, K^+\Lambda Y)$ 同時測定スペクトル [17] を示す。中間運動量領域に K^+ 運動量分布の若干の過小評価がみられ、また、高運動量領域で 2Λ との同時測定断面積の過小評価がみられる以外は良くあっているとみることができよう。 Λ - Λ の不変質量分布の実験値は $P(K^+) > 0.95$ GeV/c の領域で測っているため、今回は前者の過小評価は気にしない。また後者の過小評価分は約 $3 \mu\text{b}$ である。

さて、同じ計算結果を使って終状態相互作用が無い場合の Λ - Λ 不変質量分布 [4] を計算すると図 2 のようになる。これもまた過小評価なのであるが、面白いことにこの過小評価分はやはり $3 \mu\text{b}$ 程度であり、また低エネルギー領域に集中している。(例えば、 Λ - Λ の相対エネルギーが 50 MeV を超える領域では実験データをよく再現している。) つまり、この Λ - Λ の低エネルギー領域での不足分が Λ - Λ 相互作用の影響で埋められたとすると、 $K^+\Lambda\Lambda$ の同時測定断面積の不足分も補えることとなる。

ここで、重イオン反応などでみられる相関関数をよく見る方は、ちょっと不思議に思われるであろう。「もしも干渉によってこの低エネルギー領域の不変質量分布の増加が説明されるのであれば、増加の割合が大きすぎる。 $\pi\pi$ でも 2 倍までであるし、 pp では低相対運動量では 0 になっているではないか。そもそも Λ はフェルミオンなのだから、干渉によって低運動量で相関が小さくなるはずではないのか？」(少なくとも私は最初このように感じた。)

しかし、 $\pi\pi$ はその間の強い相互作用が (低エネルギーでは) 大きくないためボゾンであることからくる干渉のみがほぼ相関をきめるのであり、また pp の低運動量での抑制は主としてクーロン力である。例えば重イオン反応における nn の 2 粒子運動量相関は低相対エネルギーで大きく増大している。さらに、 (K^-, K^+) 反応では一つの Leading particle が 2 つの Λ 粒子を生成するため、 2Λ 間の距離が小さい領域で多く生成されるのである。(図 3 参照。) つまり、終状態相互作用の影響を受けやすい領域で 2 粒子が作られるため、増加率が重イオン反応などの場合よりもはるかに大きくなるのである。

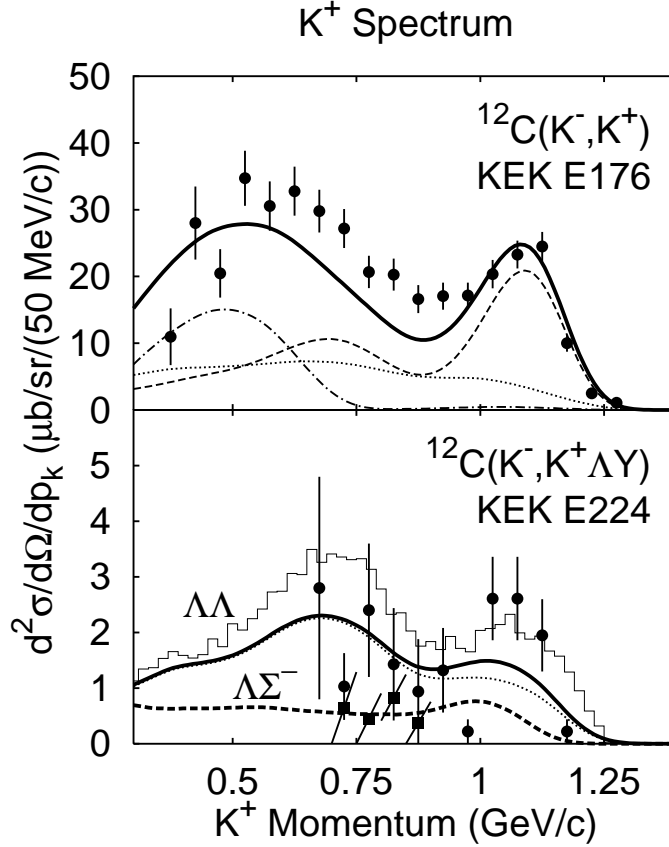


Figure 1: K^+ momentum spectrum in $^{12}\text{C}(K^-, K^+)$ and $^{12}\text{C}(K^-, K^+\Lambda Y)$ reactions. Upper panel: Inclusive (K^-, K^+) spectrum. Solid circles with error bars show the experimental data of KEK-E176 experiment [16]. The dashed, dash-dotted, and dotted lines show the INC results for (a) quasi-free, (b) heavy-meson decay, and (c) two-step processes, respectively, and the thick line is the sum of all the contributions. Lower panel: K^+ momentum spectrum in $(K^-, K^+\Lambda\Lambda)$ and $(K^-, K^+\Lambda\Sigma^-)$ reactions. Solid circles and squares with error bars show the experimental coincidence cross sections of KEK-E224 experiment for $(K^-, K^+\Lambda\Lambda)$ [4] and $(K^-, K^+\Lambda\Sigma^-)$ [17] reactions. Thick solid and thick dashed lines show the INC results for the above two reactions, respectively, The dotted line shows the contribution of two-step processes in $(K^-, K^+\Lambda\Lambda)$ channel. The thin histogram shows the results of coincidence cross section $(K^-, K^+\Lambda\Lambda)$ calculated by combining the INC model with correlation enhancement.

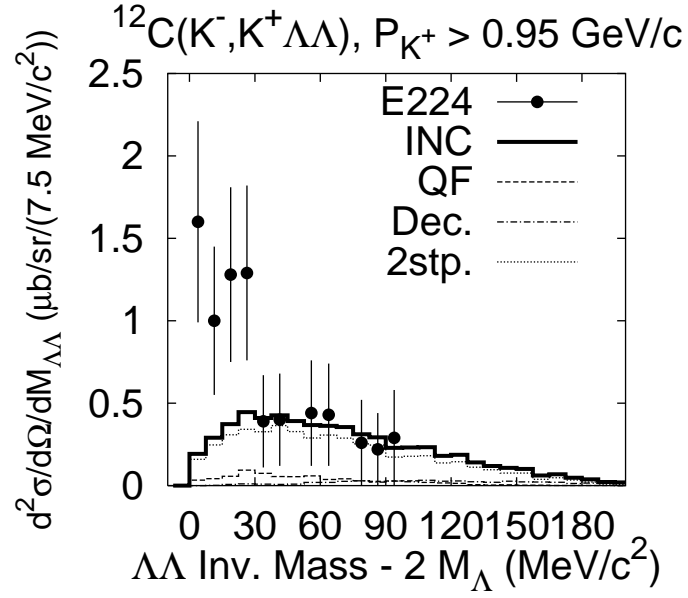


Figure 2: Λ - Λ invariant mass spectrum calculated in INC (solid line). Contributions of different Λ - Λ production mechanisms to the Λ - Λ invariant mass spectrum are shown by dashed (QF), dash-dotted (ϕ, a_0, f_0), and dotted (two-step) lines.

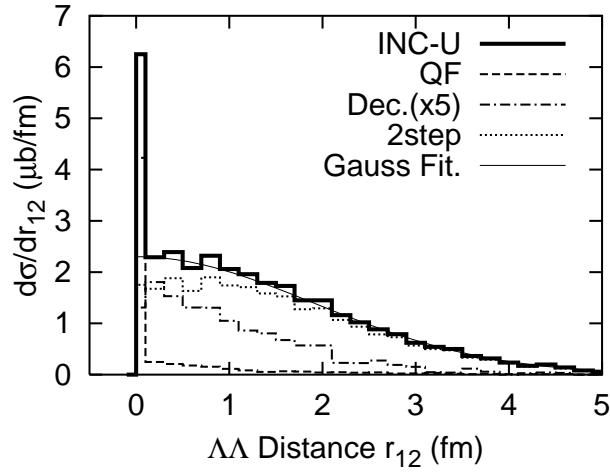


Figure 3: Relative distance distribution at the second particle creation.

3 終状態相互作用による2粒子運動量相関

2粒子の運動量相関は、重イオン反応では反応の空間・時間分布を調べる目的で、また少数系の反応では終状態相互作用を調べるために利用されてきた。これらの利用方法は、2粒子同時測定確率が次のように与えられることをもとにしている [5]。

$$P(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \int d^4x_1 d^4x_2 S(\vec{p}_1, x_1, \vec{p}_2, x_2) \left| \psi^{(-)}(\vec{q}, \vec{r}_{12}) \right|^2, \quad (1)$$

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{P}(t_2 - t_1)/2m, \quad (2)$$

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2, \quad \vec{q} = \frac{1}{2}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2), \quad (3)$$

ここで S は粒子源関数で、終状態相互作用を無視した場合の2粒子同時測定確率、 ψ は2粒子間相対波動関数である。重イオン反応では通常、粒子が独立に生成されるとして S を1粒子粒子源関数の積でファクトライズした形で表すことが多い。実際、上の式の導出は、(1) 相関には終状態の2粒子間相互作用が主としてきく、(2) 粒子源は運動量の滑らかな関数である、という2つの仮定のもと、粒子生成機構が独立である場合になされている。

さて、ここではまだ実験データの点数も少ないのでパラメータを減らすためにもうすこし仮定をしておく。図3から分かるように、2つの Λ 粒子は空間的に近い点で作られるので、spin-singlet 状態で作られることが多いと考えられる。また、興味のある低エネルギー領域では s-wave の波動関数しかポテンシャルの影響を受けないであろう。こうした仮定のもと、相対波動関数は次のように非常に簡単に与えられる。

$$\psi^{(-)}(\vec{r}) = \sqrt{2} \sum_{l=\text{even}} (2l+1) i^l P_l(\cos\theta) e^{-i\delta_l} u_l(r; k) \quad (4)$$

$$\simeq \sqrt{2} \left[\cos(kr \cos\theta) - j_0(kr) + e^{-i\delta_0} u_0(r; k) \right]. \quad (5)$$

ここで、 z 軸は $\vec{k} = \vec{q}/\hbar$ の方向にとった。また u_0, δ_0 は s-wave の波動関数と位相差である。

我々は、 Λ - Λ 相互作用として2レンジのガウス型相互作用を用い、不変質量分布データを再現するようにパラメータを決めた。こうしたパラメータを Table 1 に、また計算された不変質量分布の1例を Fig. 4 に示す。

Table 1: Λ - Λ potential parameters

	μ_l	μ_s	v_l	v_s	a	r_{eff}	χ^2/DOF	B.E.
	(fm)	(fm)	(MeV)	(MeV)	(fm)	(fm)		(MeV)
TRG06	0.6	0.45	-900	1440	-4.4	1.6	.32	U.B.
TRG07	0.7	0.45	-400	750	-4.6	1.7	.33	U.B.
TRG08	0.8	0.45	-230	470	-5.0	1.8	.34	U.B.
TRG09	0.9	0.45	-150	310	-5.6	1.9	.36	U.B.
TRG10a	1.0	0.45	-110	240	-6.3	2.0	.38	U.B.
TRG10b	1.0	0.45	-140	260	13.1	1.7	.40	0.22

さて、こうした「フィット」により与えられたガウスのレンジのそれぞれにおいて χ^2 最小となる点として得られた相互作用は、有効レンジ r_{eff} が 1.5 ~ 2.0 fm 程度、散乱長が $-4 \sim -6.5$ fm という比較的「まとも」な相互作用である。しかしながら、 χ^2 の極小点としては、表にある TRG10b のように、束縛状態をもつ相互作用もある。

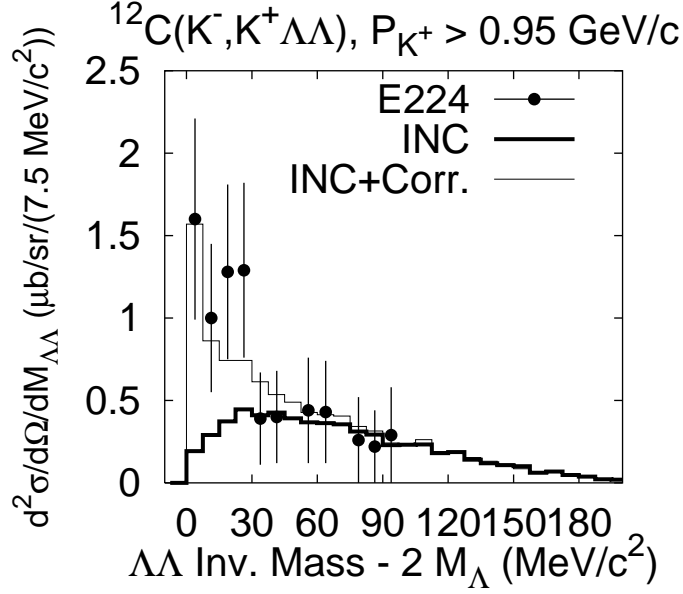


Figure 4: Final state interaction effects on the Λ - Λ invariant mass spectrum.

なぜこのように「束縛状態をもたない相互作用」と「束縛状態をもつ相互作用」がともに同様の enhancement factor をあたえるのであろうか？ 実は (赤石さんによると) この答えはかなり前から知られている有名な事実のようである。長波長近似を用いると、低エネルギー領域では (内部レンジ b よりも) 内側の波動関数は

$$u_0(r; k) = u_0(b; k) f(r) = \frac{\sin(kb + \delta_0)}{kb} f(r) \quad (r \leq b), \quad (6)$$

のようにエネルギーにほぼよらない関数 $f(r)$ と内部レンジ b での波動関数の値の積で表せるので、2 粒子同時測定確率が Enhancement Factor の形で表せるようになる。

$$P(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = 2 F(k) P_c(\vec{p}_1, \vec{p}_2), \quad (7)$$

$$P_c(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \int d^4x_1 d^4x_2 S(\vec{p}_1, x_1, \vec{p}_2, x_2), \quad (8)$$

$$F(k) = \left| \frac{\sin(kb + \delta_0)}{\sin kb} \right|_{k \rightarrow 0}^2 \left(1 - \frac{a}{b} \right)^2 - ck^2. \quad (9)$$

この場合、次の2つの散乱長を与えるポテンシャルは、低エネルギーで同じ Enhancement factor $F(0)$ を与えることとなる。

$$a = b \left(1 \pm \sqrt{F(0)} \right). \quad (10)$$

この離散的不定性は、結局「波動関数の絶対値の2乗」が相関を与える公式に現われるということからきているのである。こうした χ^2 の2重井戸構造を Fig. 5 に示す。実際には長波長近似がスペクトル全領域で使えるわけではないが、上で分析したように極小点が2つある構造がみとれる。

この研究で現象との比較により引き出した Λ - Λ 相互作用を、Nijmegen models と比較しておく。ただし、Nijmegen models では $S = -1$ バリオン対ではハードコア半径などまで与え

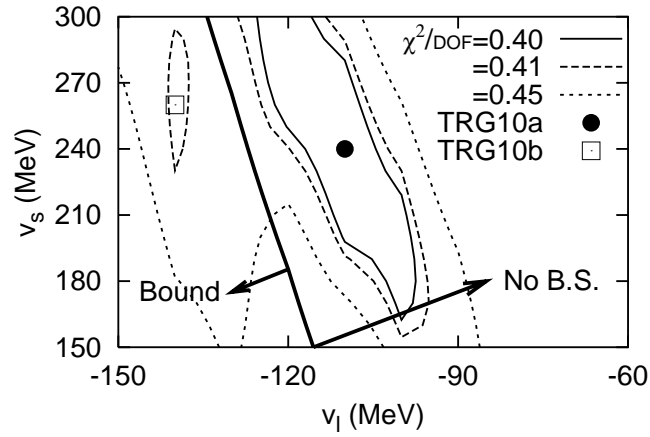


Figure 5: χ^2 distribution in the potential strength parameter plane.

られているが、 $S = -2$ 対では与えられていないため、不定性の残るパラメータを自由に動かしてみたものとの比較である。相互作用の強さの連続関数となるように、横軸は $1/a$ と散乱長の逆数をとってある。引き出された Λ - Λ 相互作用は、例えば best fit のグループを NN 相互作用と比べると引力は弱く、有効レンジも短い。しかしながら、位相差をみても 50° 程度まで上昇しており、通常期待されるよりは強い引力となっているようである。

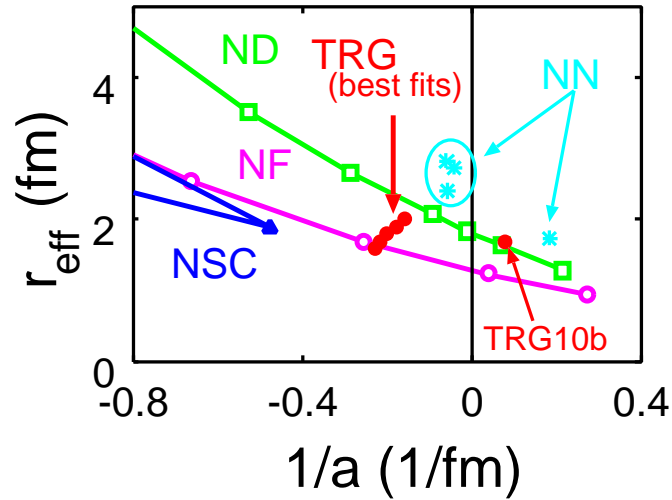


Figure 6: Comparison with the Nijmegen models.

4 Summary and Discussion

この研究では、 $^{12}\text{C}(K^-, K^+)$ 反応での Λ - Λ 不変質量分布の分析を通じて Λ - Λ 相互作用の情報を引き出そうと試みた。この分析から示唆される Λ - Λ 相互作用は散乱長が $-4 \sim -6.5$ fm、有効レンジ r_{eff} が $1.5 \sim 2.0$ fm 程度である。しかしながら、相関の Enhancement factor に関する

る2重井戸構造のため、残念ながら束縛状態をもつ相互作用も否定できない。さてこうなると、この違いが実験で見られるのかどうか、が問題となる。我々は見ることが可能であると考え。一つの例は、この研究会で平田君の talk であった、重イオンを使う方法である。Enhancement factor の2重井戸構造は「長波長近似」を使っているが、束縛状態をもつポテンシャルの場合には、散乱長付近で波動関数が必ず node をもつことに着目すると、大きなサイズをもつ粒子源を用いると差が見られる、というのがポイントとなる。

一方、このような離散的不定性ではなく、より精密に散乱長や有効レンジを決めるためには当然ながら統計の高い実験データを手にいれることが必要となる。残念ながら、現在のデータでは多くの様々な Λ - Λ 相互作用が $\chi^2/\text{DOF} < 1$ を与え、ある特定の模型を rule out する力はあまり無い。よりよい実験データを期待するとともに、ここで大きな問題とはしなかった INC 模型の様々な inputs をチェックする必要もあろう。例えば、本当はまず相関を見る前に single のスペクトルが再現できているかどうかを調べるのがすじであろう (Fig. 7 参照)。

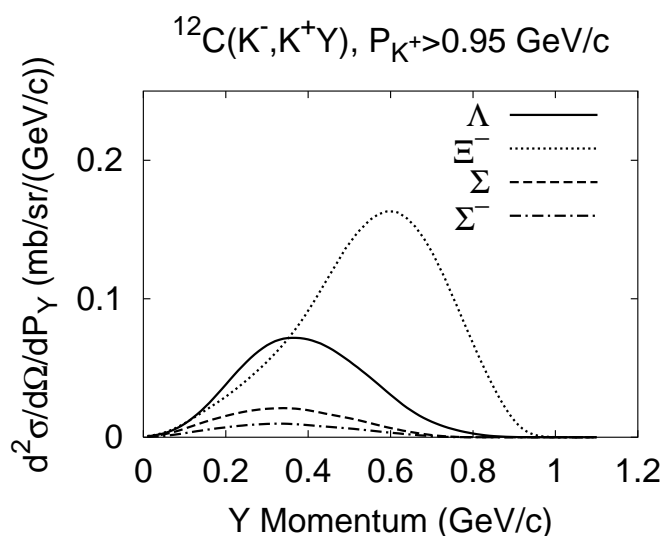


Figure 7: Hyperon momentum spectrum in $^{12}\text{C}(K^-, K^+Y)$ reaction with the condition $P(K^+) > 0.95 \text{ GeV}/c$.

ともあれ、ダブル Λ 核の束縛エネルギー以外で Λ - Λ 相互作用を調べる道ができた (できそうな) ことはたいへん喜ばしいことである。KEK-E224 グループの努力に敬意を表したい。今後、例えば BNL-E906 等でより統計の高い Λ - Λ 相関データや、もしかしたら測れるかも知れない Σ - Σ 、 Λ - Σ 相関のデータが出れば、全く未知の相互作用を核反応から決めるということも可能となるであろう。

Acknowledgement

The authors would like to thank Mr. J. K. Ahn for providing us of their data and for useful discussions, and Professor J. Randrup for suggesting the possibility to measure Λ - Λ interaction from momentum correlations in 1996. This work was supported in part by the Grant-in-Aid for Scientific Research (Nos. 07640365, 08239104 and 09640329) from the

Ministry of Education, Science and Culture, Japan,

References

- [1] M. Danyz *et al.*, Nucl. Phys. **49** (1963), 121.
- [2] D. J. Prowse, Phys. Rev. Lett. **17** (1966), 782.
- [3] S. Aoki *et al.* (KEK-E176 collaboration), Prog. Theor. Phys. **85** (1991), 1287.
- [4] Ahn et al. (KEK-E224 collaboration), KEK preprint 98-24, April 1998; Phys. Rev. Lett., in press.
- [5] W. Bauer, C.K. Gelbke, and S. Pratt, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **42**, 77-100 (1992).
- [6] R. Hanbury Brown and R.Q. Twiss, Philos. Mag. **45** (1954), 663; Nature **177** (1956), 27; Nature **178** (1956), 1046.
- [7] G. Goldhaber et al., Phys. Rev. Lett. **3** (1959), 181; Phys. Rev. **120** (1960), 300.
- [8] E. V. Shuryak, Phys. Lett. **B44** (1973), 387.
- [9] S. Pratt, Phys. Rev. Lett. **53** (1984), 1219.
- [10] S. E. Koonin, Phys. Lett. **B70** (1977), 43.
- [11] W. G. Gong et al., Phys. Rev. C **43**, 781 (1991).
- [12] I. Slaus, Y. Akaishi and H. Tanaka, Phys. Rep. **173**, 257-300 (1989).
- [13] Y. Nara, A. Ohnishi, T. Harada, and A. Engel, Nucl. Phys. **A614**, 433 (1997).
- [14] Y. Nara, A. Ohnishi, T. Harada and A. Engel, *Proc. of of the 23rd INS International Symposium on Nuclear and Particle Physics with Meson Beams in the 1 GeV/c Region*, Tokyo, Japan, Mar. 15-18, 1995, eds. S.Sugimoto and O.Hashimoto, (Universal Academy Press, Inc., Tokyo, Japan, 1995), 205.
- [15] Y. Nara, A. Ohnishi and T. Harada and S. Shinmura, *Proc. of of the 25th INS International Symposium on Nuclear and Particle Physics with High-Intensity Proton Accelerators*, Tokyo, Japan, Dec. 3-6, 1996, eds. T.K.Komatsubara, T.Shibata and T.Nomura, (World Scientific, Singapore, 1998), 324.
- [16] T. Iijima *et al.* (KEK-E176 collaboration), Nucl. Phys. **A546** (1992) 588.
- [17] Ahn et al. (KEK-E224 collaboration), Nucl. Phys. **A625**, 231 (1997).
- [18] M. M. Nagels, T. A. Rijken, and J. J. de Swart, Phys. Rev. **D15** (1977), 2547.
- [19] C. Gobbi, C. B. Dover and A. Gal, Phys. Rev. **C50** (1994) 1594.
- [20] T. Fukuda et al. (KEK-E224 collaboration), Phys. Rev. **C58** (1998), 1306.