

S_4 対称性による $\mu \rightarrow e \gamma$ と EDM の評価

2011年 3月 10日

基研研究会 素粒子物理学の進展2011

石森一（新潟大学→京都大学）

共同研究者：谷本、梶山、清水

Motivation

➤ レプトンとクォークの世代構造

レプトンには2つの大きな混合角

クォークは混合角の1つが比較的大きい

➤ これらを対称性による統一的な理解が望ましい

ここでは離散対称性 S_4 を使ったアプローチを紹介

対称性によりレプトンの質量行列を制限

この対称性により

スレプトンの質量行列も同時に制限される

レプトンの混合

ニュートリノ振動実験による結果

M.C. G-Garcia, M. Maltoni, J. Salvado, arXiv:1001.4524

parameter	best fit	1σ	3σ	tri-bi
θ_{12}	34.4°	$33.4^\circ - 35.4^\circ$	$31.5^\circ - 37.6^\circ$	35.3°
θ_{23}	42.3°	$39.5^\circ - 47.6^\circ$	$35.2^\circ - 53.7^\circ$	45°
θ_{13}	6.8°	$3.2^\circ - 9.4^\circ$	$< 13.2^\circ$	0°
$\Delta m_{\text{sol}}^2 [10^{-5} \text{eV}^2]$	7.59	7.39-7.79	6.90-8.20	*
$\Delta m_{\text{atm}}^2 [10^{-3} \text{eV}^2]_N$	2.51	2.39-2.63	2.15-2.90	*

Tri-bimaximal混合

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

ν_μ は ν_1, ν_2, ν_3 の tri-maximal 混合 ν_τ は ν_2, ν_3 の bi-maximal 混合

レプトンの混合

ニュートリノ振動実験による結果

M.C. G-Garcia, M. Maltoni, J. Salvado, arXiv:1001.4524

parameter	best fit	1σ	3σ	tri-bi
θ_{12}	34.4°	$33.4^\circ - 35.4^\circ$	$31.5^\circ - 37.6^\circ$	35.3°
θ_{23}	42.3°	$39.5^\circ - 47.6^\circ$	$35.2^\circ - 53.7^\circ$	45°
θ_{13}	6.8°	$3.2^\circ - 9.4^\circ$	$< 13.2^\circ$	0°
$\Delta m_{\text{sol}}^2 [10^{-5} \text{eV}^2]$	7.59	7.39-7.79	6.90-8.20	*
$\Delta m_{\text{atm}}^2 [10^{-3} \text{eV}^2]_N$	2.51	2.39-2.63	2.15-2.90	*

Best fit value の $\sin^2 \theta$ を計算すると

$$\sin^2 \theta_{12}^{\text{best}} \simeq 0.32, \sin^2 \theta_{23}^{\text{best}} \simeq 0.45, \sin^2 \theta_{13}^{\text{best}} \simeq 0.014,$$

これらは tri-bimaximal 混合

$$(\sin^2 \theta_{12}^{\text{tri-bi}} = 1/3, \sin^2 \theta_{23}^{\text{tri-bi}} = 1/2, \sin^2 \theta_{13}^{\text{tri-bi}} = 0) \text{ に近い}$$

クォークの混合

クォークの場合, 混合行列は精度良く測定されている
(PDG2008)

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 0.97419 \pm 0.00022 & 0.2257 \pm 0.0010 & 0.00359 \pm 0.00016 \\ 0.2256 \pm 0.0010 & 0.97334 \pm 0.00023 & 0.0415^{+0.0010}_{-0.0011} \\ 0.00874^{+0.00026}_{-0.00037} & 0.0407 \pm 0.0010 & 0.999133^{+0.000044}_{-0.000043} \end{pmatrix}$$

1-2世代の混合(Cabibbo角)は比較的大きい

$$\tan \theta_c = \frac{|V_{us}|}{|V_{ud}|} \simeq \frac{0.2257}{0.97419} \rightarrow \theta_c = 13.04^\circ$$

CP対称性の破れの大きさはJarlskog invariantで与えられ

$$|J_{CP}| = |\text{Im}(V_{us}V_{cs}^*V_{ub}V_{cb}^*)| = (3.05^{+0.19}_{-0.20}) \times 10^{-5}$$

レプトンとクォークの混合

レプトンは2つの
大きな混合角を持つ

$$V_{\text{MNS}} \simeq \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$(\theta_{12} \sim \underline{34.4^\circ}, \theta_{23} \sim \underline{42.3^\circ}, \theta_{13} \sim 6.8^\circ)$$

CKM行列は混合角の
1つが比較的大きい

$$|V_{\text{CKM}}| \simeq \begin{pmatrix} 0.974 & 0.226 & 0.004 \\ 0.226 & 1 & 0.04 \\ 0.009 & 0.04 & 1 \end{pmatrix}$$

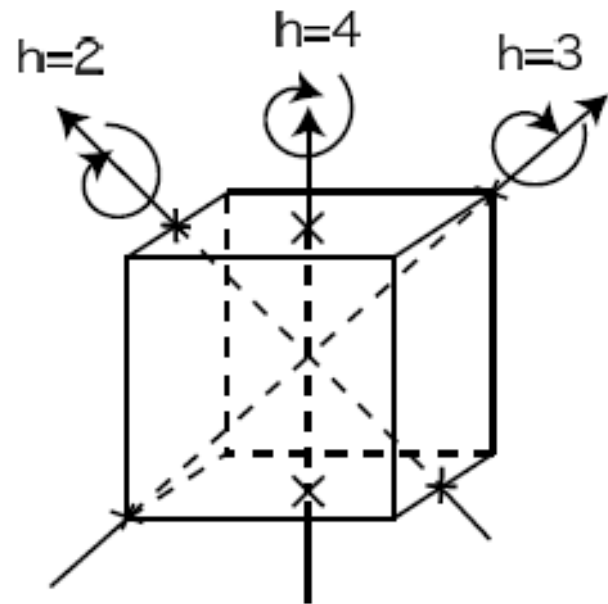
$$(\theta_{12} \simeq \underline{13^\circ}, \theta_{23} \simeq 2.4^\circ, \theta_{13} \simeq 0.2^\circ)$$

離散対称性により実験で測定された
レプトンとクォークの混合を導く

S₄対称性

S₄は4つの要素の置換、もしくは立方体の回転
既約表現は**1₁**, **1₂**, **2**, **3₁**, **3₂**

	<i>h</i>	1₁	1₂	2	3₁	3₂
<i>C</i> ₁	1	1	1	2	3	3
<i>C</i> ₃	2	1	1	2	-1	-1
<i>C</i> ₆	2	1	-1	0	1	-1
<i>C</i> _{6'}	4	1	-1	0	-1	1
<i>C</i> ₈	3	1	1	-1	0	0



Triplet を含むテンソル積は

$$\mathbf{3}_1 \times \mathbf{3}_1 = \mathbf{1}_1 + \mathbf{2} + \mathbf{3}_1 + \mathbf{3}_2, \quad \mathbf{3}_2 \times \mathbf{3}_2 = \mathbf{1}_1 + \mathbf{2} + \mathbf{3}_1 + \mathbf{3}_2$$

$$\mathbf{3}_1 \times \mathbf{3}_2 = \mathbf{1}_2 + \mathbf{2} + \mathbf{3}_1 + \mathbf{3}_2, \quad \mathbf{3}_1 \times \mathbf{2} = \mathbf{3}_1 + \mathbf{3}_2$$

$S_4 \times Z_4$ model

H. I., K. Saga, Y. Shimizu, M. Tanimoto
PRD 81, 115009, (2010)

SU(5) SUSY GUT

クォーク・レプトン

右巻きニュートリノ

	(F_1, F_2, F_3)	(T_1, T_2)	T_3	(N_e^c, N_μ^c)	N_τ^c
S_4	$\mathbf{3}_1$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}_1$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}_2$
Z_4	i	$-i$	-1	1	1
$U(1)_F$	0	1	0	1	0

ヒッグス

スカラー場

FN 場

	$H_{5,\bar{5}}$	H_{45}	χ_u	χ_N	χ_D	χ_ℓ	χ'_ℓ	χ	Φ
S_4	$\mathbf{1}_1$	$\mathbf{1}_1$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{3}_2$	$\mathbf{3}_1$	$\mathbf{3}_1$	$\mathbf{1}_1$	$\mathbf{1}_1$
Z_4	1	-1	$-i$	1	$-i$	-1	i	i	1
$U(1)_F$	0	0	-1	-2	0	0	0	-1	-1

フレーバー対称性により
特定のYukawa couplingだけが許される

S4 × Z4対称なsuperpotential

- Up quark

$$w_u = \underline{y_1^u} (T_1, T_2) \otimes T_3 \otimes \chi_u \otimes H_5 / \Lambda + \underline{y_2^u} T_3 \otimes T_3 \otimes H_5 \quad 2$$

- Charged lepton and down quark

$$w_\ell = \underline{y_1} (F_1, F_2, F_3) \otimes (T_1, T_2) \otimes \chi_\ell \otimes H_{45} \otimes \Theta / (\Lambda \bar{\Lambda}) \quad 2 \\ + \underline{y_2} (F_1, F_2, F_3) \otimes T_3 \otimes \chi'_\ell \otimes H_{\bar{5}} / \Lambda,$$

- Dirac neutrino

$$w_D = \underline{y_1^D} (N_e^c, N_\mu^c) \otimes (F_1, F_2, F_3) \otimes \chi_D \otimes H_5 \otimes \Theta / (\Lambda \bar{\Lambda}) \quad 2 \\ + \underline{y_2^D} N_\tau^c \otimes (F_1, F_2, F_3) \otimes \chi_D \otimes H_5 / \Lambda$$

- Majorana neutrino

$$w = \underline{y_1^N} (N_e^c, N_\mu^c) \otimes (N_e^c, N_\mu^c) \otimes \Theta^2 / \bar{\Lambda} \quad 3 \\ + \underline{y_2^N} (N_e^c, N_\mu^c) \otimes (N_e^c, N_\mu^c) \otimes \chi_N + \underline{M} N_\tau^c \otimes N_\tau^c$$

クォークセクターのAlignment

- Down-type quark

$$\text{VEV} : \langle \chi_d \rangle = (\alpha_d(0, d_2, 0) \Lambda_{e_3}) \Lambda, \langle \chi \rangle = \alpha_d(\alpha_{e_1}, 0, \alpha_{e_2}) \Lambda_{e_3} \Lambda$$

$$M_{dd} \equiv y_1 \lambda v_{45} y_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \lambda \alpha_{e_2} \alpha_{e_1} \sqrt{2} & 0 & \alpha_{e_2} \\ -\alpha_{e_3} / \sqrt{2} & 2 v_d \alpha_{e_3} / \sqrt{6} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{12} / (\sqrt{6}/20) & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{6\sqrt{3}}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 1/2 v_d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{e_3} \\ 0 & 0 & \alpha_{e_3} \end{pmatrix}$$

$\theta_{12} = 60^\circ$
for CKM

- Up-type quark

$$\text{VEV} : \langle \chi_u \rangle = (\alpha_u(1, d_{u_2}) \Lambda) \Lambda, \langle \chi \rangle = \alpha_u \Lambda$$

$$M_{uu} \equiv v_u \begin{pmatrix} A & B & y_{\Delta_{a_2}}^u & y_{\Delta_{a_2}}^u & y_1^u \alpha_{u_1} \\ y_{\Delta_{a_3}}^u & \alpha_{u_1}^2 & \alpha_{u_2} A & -B & y_1^u \alpha_{u_2} \\ y_1^u \alpha_{u_1} & y_1^u \alpha_u & y_1^u \alpha_{u_2} & y_1^u \alpha_{u_2} & y_2^u \end{pmatrix}$$

$\theta_{12} = 45^\circ$

$$A = y_{\Delta_{a_1}}^u (\alpha_{u_1}^2 + y_{\Delta_{a_2}}^u)^2, y_{\Delta_b}^u \alpha_{u_2}^2, B = y_{\Delta_{a_2}}^u (\alpha_{u_1}^2 - \alpha_{u_2}^2)$$

カビボ角は15°

α の大きさ $(\alpha_i = \langle \chi_i \rangle / \Lambda)$

α の大きさは質量と関係する

$$\alpha_u \sim \sqrt{\frac{m_c}{2|y_\Delta^u|v_u}}, \quad \alpha_N \sim \frac{y_1^{D^2} \lambda^2 (m_{\nu_3} - m_{\nu_1}) m_{\nu_2} M}{6y_2^N y_2^{D^2} m_{\nu_1} m_{\nu_3} \Lambda},$$

$$\alpha_D \sim \frac{\sqrt{m_{\nu_2} M}}{\sqrt{3}y_2^D v_u}, \quad \alpha_\ell \sim \frac{m_\mu}{\sqrt{6}|\bar{y}_1| \lambda v_d}, \quad \alpha_{\ell'} \sim \frac{m_\tau}{y_2 v_d}$$

$$y_i \sim \mathcal{O}(1)$$

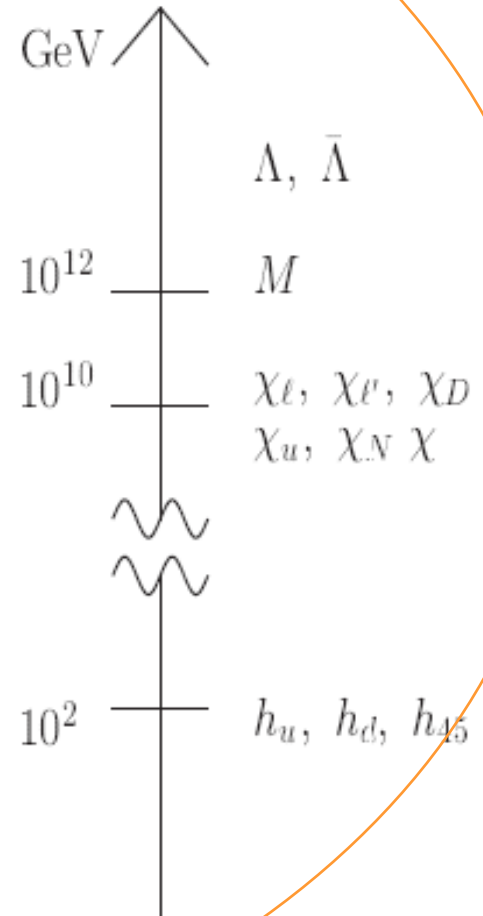
$$M \sim y^N \Lambda \sim 10^{12} \text{ GeV}, \quad \lambda = 0.1, \quad \tan \beta = 5$$

の場合

$$\alpha_u \sim 3 \times 10^{-2}, \quad \alpha_N \sim 10^{-2}, \quad \alpha_D \sim 10^{-2},$$

$$\alpha_\ell \sim 5 \times 10^{-3}, \quad \alpha_{\ell'} \sim 2 \times 10^{-2}$$

α は同じオーダー



ここまで

- S_4 対称性とVEVのalignmentにより
レプトンはtri-bimaximal混合
クォークはカビボ角が 15°
- 対称性と真空構造により混合角が決定する

m_e, m_d やCKMの混合については
高次元演算子を導入することでfitできる

この対称性はSUSY sectorも制限する

Slepton (leading)

SUGRAによるsleptonのsoft massは

$$m_{\bar{I}J}^2 K_{\bar{I}J} = m_{3/2}^2 K_{\bar{I}J} + |F^{\Phi_k}|^2 \partial_{\Phi_k} \partial_{\bar{\Phi}_k} K_{\bar{I}J} - |F^{\Phi_k}|^2 \partial_{\bar{\Phi}_k} K_{\bar{I}L} \partial_{\Phi_k} K_{\bar{M}J} K^{L\bar{M}}$$

Flavor対称性より

$$K = a(\Phi_k)(\tilde{l}_e^\dagger \tilde{l}_e + \tilde{l}_\mu^\dagger \tilde{l}_\mu + \tilde{l}_\tau^\dagger \tilde{l}_\tau) \\ + b(\Phi_k)(\tilde{e}_R^\dagger \tilde{e}_R + \tilde{\mu}_R^\dagger \tilde{\mu}_R) + b'(\Phi_k) \tilde{\tau}_R^\dagger \tilde{\tau}_R$$

よってleadingでは

$$m_L^2 = \begin{pmatrix} m_L^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_L^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_L^2 \end{pmatrix} \quad m_R^2 = \begin{pmatrix} m_R^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_R^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_R'^2 \end{pmatrix}$$

左巻きは3世代、右巻きは2世代が縮退

Slepton (next leading)

高次元演算子
を導入

$$\begin{aligned} \Delta K_L = & \sum_{i=u,N} Z_{\Delta_{a_i}}^{(L)}(\Phi) L \otimes L^c \otimes (\chi_{i_1}, \chi_{i_2}) \otimes (\chi_{i_1}^c, \chi_{i_2}^c) / \Lambda^2 \\ & + \sum_{i=D,\ell,\ell'} Z_{\Delta_{b_i}}^{(L)}(\Phi) L \otimes L^c \otimes (\chi_{i_1}, \chi_{i_2}, \chi_{i_3}) \otimes (\chi_{i_1}^c, \chi_{i_2}^c, \chi_{i_3}^c) / \Lambda^2 \\ & + Z_{\Delta_c}^{(L)}(\Phi) L \otimes L^c \otimes \chi \otimes \chi^c / \Lambda^2 \\ & + Z_{\Delta_d}^{(L)}(\Phi) L \otimes L^c \otimes \Theta \otimes \Theta^c / \bar{\Lambda}^2 \end{aligned}$$

Charged leptonが対角化のbase

$\tilde{\alpha}$ は $\alpha_{u,N,D,\ell,\ell'}$ の線形結合

$$\begin{aligned} (\tilde{m}_L^2)_{IJ} = & \begin{pmatrix} m_L^2 + \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2 / \lambda^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) \\ \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) & m_L^2 + \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2 / \lambda^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) \\ \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) & m_L^2 + \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) \end{pmatrix} \\ (\tilde{m}_R^2)_{IJ} = & \begin{pmatrix} m_R^2 + \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) & \mathcal{O}(\alpha_u m_{3/2}^2) \\ \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) & m_R^2 + \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 m_{3/2}^2) & \mathcal{O}(\alpha_u m_{3/2}^2) \\ \mathcal{O}(\alpha_u m_{3/2}^2) & \mathcal{O}(\alpha_u m_{3/2}^2) & m_R'^2 + \mathcal{O}(\alpha_N^2) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

A-term

レプトンとヒッグスのtrilinear coupling

$$h_{IJ}L_J R_I H_K = \sum_{K=\bar{5}, 45} h_{IJK}^{(Y)} L_J R_I H_K + h_{IJK}^{(K)} L_J R_I H_K$$

$$h_{IJK}^{(Y)} = F^{\Phi_k} \langle \partial_{\Phi_k} \tilde{y}_{IJK} \rangle$$

$$\begin{aligned} h_{IJK}^{(K)} L_J R_I H_K &= -\langle \tilde{y}_{LJK} \rangle L_J R_I H_K F^{\Phi_k} K^{L\bar{L}} \partial_{\Phi_k} K_{\bar{L}I} \\ &\quad -\langle \tilde{y}_{IMK} \rangle L_J R_I H_d F^{\Phi_k} K^{M\bar{M}} \partial_{\Phi_k} K_{\bar{M}J} \\ &\quad -\langle \tilde{y}_{IJK} \rangle L_J R_I H_K F^{\Phi_k} K^{H_d} \partial_{\Phi_k} K_{HK} \end{aligned}$$

Charged leptonが対角的のbase

$$(m_{LR}^2)_{ij}^{SCKM} \simeq m_{3/2} \begin{pmatrix} \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) \\ \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) & \mathcal{O}(m_\mu) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) \\ \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) & \mathcal{O}(m_\tau) \end{pmatrix}$$

Renormalization group

くりこみ群の効果

$$M_1(m_{\text{GUT}}) = M_2(m_{\text{GUT}}) = m_{1/2}$$

$$M_1(m_W) \simeq \frac{\alpha_1(m_W)}{\alpha_1(m_{\text{GUT}})} M_1(m_{\text{GUT}}), \quad M_2(m_W) \simeq \frac{\alpha_2(m_W)}{\alpha_2(m_{\text{GUT}})} M_2(m_{\text{GUT}})$$

$$|\mu|^2 \simeq -\frac{m_Z^2}{2} + m_{\text{SUSY}}^2 \frac{1 + 0.5 \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1} + m_{1/2}^2 \frac{0.5 + 3.5 \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1}$$

Weak scaleでのslepton, A-term

$$m_L^2(m_W) \simeq m_{\text{SUSY}}^2 + 0.54 m_{1/2}^2$$

$$m_R^2(m_W) \simeq m_{\text{SUSY}}^2 + 0.15 m_{1/2}^2$$

$$A_{e_{ij}}(m_W) \simeq 1.5 \times A_{e_{ij}}(m_{\text{GUT}})$$

パラメータは
 $\tan \beta, m_{1/2}, m_{\text{SUSY}}$

Modelの特徴

Mass insertion parameter

$$m_{\tilde{\ell}}^2 \begin{pmatrix} \delta_{\ell}^{LL} & \delta_{\ell}^{LR} \\ \delta_{\ell}^{RL} & \delta_e^{RR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{\tilde{L}}^2 & m_{LR}^2 \\ m_{RL}^2 & m_{\tilde{R}}^2 \end{pmatrix} - \text{diag}(m_{\tilde{\ell}}^2)$$

我々のモデルでは

$$\delta_{\ell}^{LL} = \begin{pmatrix} \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) \\ \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) \\ \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) \end{pmatrix} \quad \delta_e^{RR} = \begin{pmatrix} \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) & \mathcal{O}(\alpha_u) \\ \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2) & \mathcal{O}(\alpha_u) \\ \mathcal{O}(\alpha_u) & \mathcal{O}(\alpha_u) & \mathcal{O}(\alpha^2) \end{pmatrix}$$

$$\delta_{\ell}^{LR} = \frac{1}{m_{\tilde{\ell}}} \begin{pmatrix} \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2(1 + \frac{\mu \tan \beta}{m_{\tilde{\ell}}})v_d) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) \\ \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) & \mathcal{O}(m_{\mu}(1 + \frac{\mu \tan \beta}{m_{\tilde{\ell}}})) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) \\ \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) & \mathcal{O}(\tilde{\alpha}^2 v_d) & \mathcal{O}(m_{\tau}(1 + \frac{\mu \tan \beta}{m_{\tilde{\ell}}})) \end{pmatrix}$$

数値を代入しLFV, EDMを評価

LFV

$\mu \rightarrow e\gamma, \tau \rightarrow e\gamma, \tau \rightarrow \mu\gamma$ の分岐比

Hisano et al

PLB 391 (1997) 341

$$\frac{\text{BR}(l_i \rightarrow l_j \gamma)}{\text{BR}(l_i \rightarrow l_j \nu_i \bar{\nu}_j)} = \frac{48\pi^3 \alpha}{G_F^2} (|A_L^{ij}|^2 + |A_R^{ij}|^2)$$

$$A_L^{ij} \simeq \frac{\alpha_2}{4\pi} \frac{(\delta_\ell^{LL})_{ij}}{m_\ell^2} \tan \beta \left[\frac{\mu M_2}{(M_2^2 - \mu^2)} \left(f_{2n}\left(\frac{M_2^2}{m_\ell^2}, \frac{\mu^2}{m_\ell^2}\right) + f_{2c}\left(\frac{M_2^2}{m_\ell^2}, \frac{\mu^2}{m_\ell^2}\right) \right) \right. \\ \left. + \tan^2 \theta_W \mu M_1 \left(\frac{f_{3n}\left(\frac{M_1^2}{m_\ell^2}\right)}{m_\ell^2} + \frac{f_{2n}\left(\frac{M_1^2}{m_\ell^2}, \frac{\mu^2}{m_\ell^2}\right)}{(\mu^2 - M_1^2)} \right) \right] + \frac{\alpha_1}{4\pi} \frac{(\delta_\ell^{RL})_{ij}}{m_\ell^2} \left(\frac{M_1}{m_{\ell_i}} \right) 2 f_{2n}\left(\frac{M_1^2}{m_\ell^2}\right)$$
$$A_R^{ij} \simeq \frac{\alpha_1}{4\pi} \left[\frac{(\delta_e^{RR})_{ij}}{m_\ell^2} \mu M_1 \tan \beta \left(\frac{f_{3n}\left(\frac{M_1^2}{m_\ell^2}\right)}{m_\ell^2} - \frac{2f_{2n}\left(\frac{M_1^2}{m_\ell^2}, \frac{\mu^2}{m_\ell^2}\right)}{(\mu^2 - M_1^2)} \right) + 2 \frac{(\delta_e^{LR})_{ij}}{m_\ell^2} \left(\frac{M_1}{m_{\ell_i}} \right) f_{2n}\left(\frac{M_1^2}{m_\ell^2}\right) \right]$$

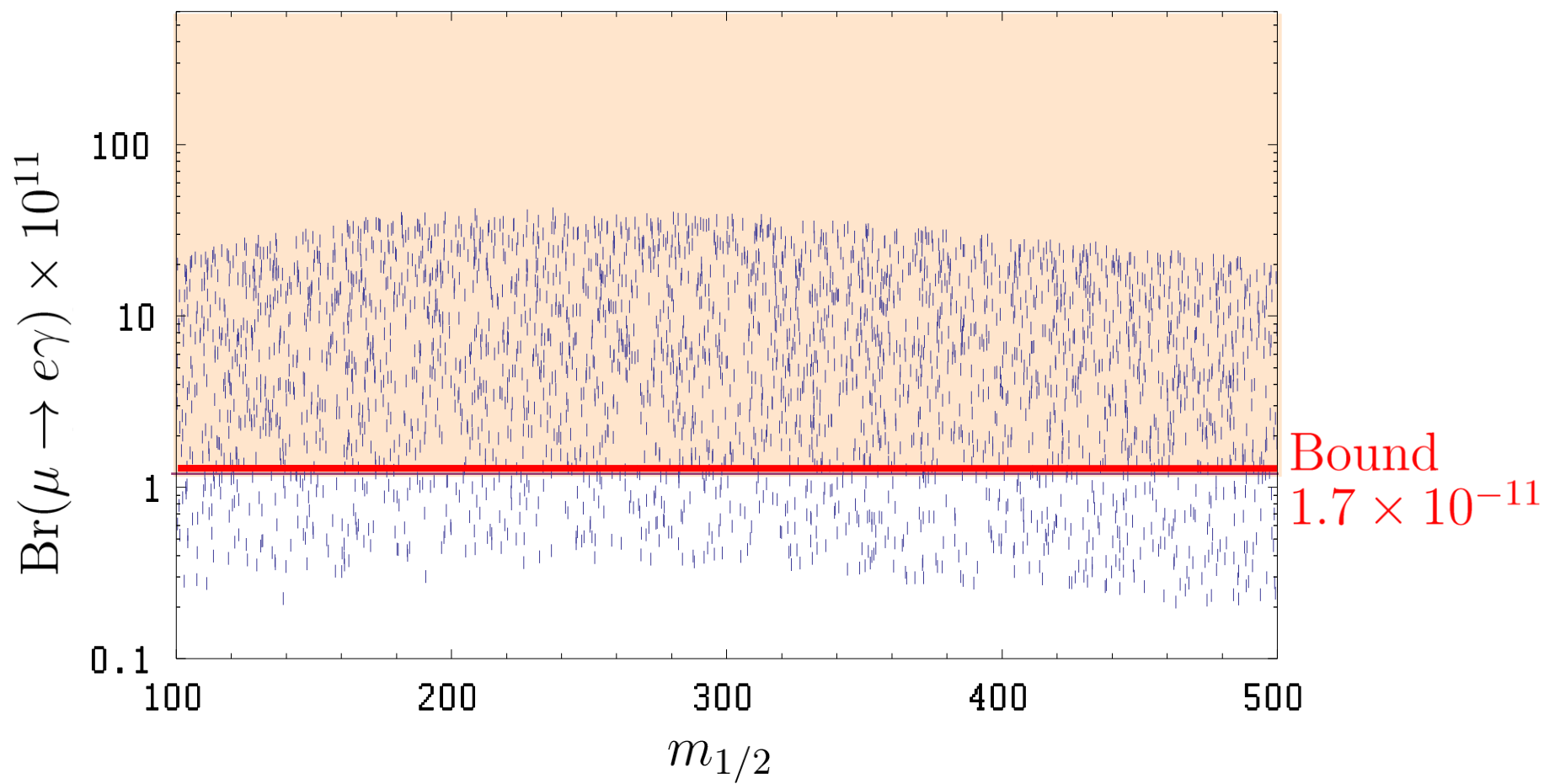
パラメータは

$\tan \beta, m_{1/2}, m_{\text{SUSY}}, \delta_\ell^{LL}, \delta_\ell^{LR}, \delta_e^{RR}$

$\mu \rightarrow e\gamma$ の分岐比

$\tilde{\alpha}=0.01$, coupling constant=0.1~1で計算

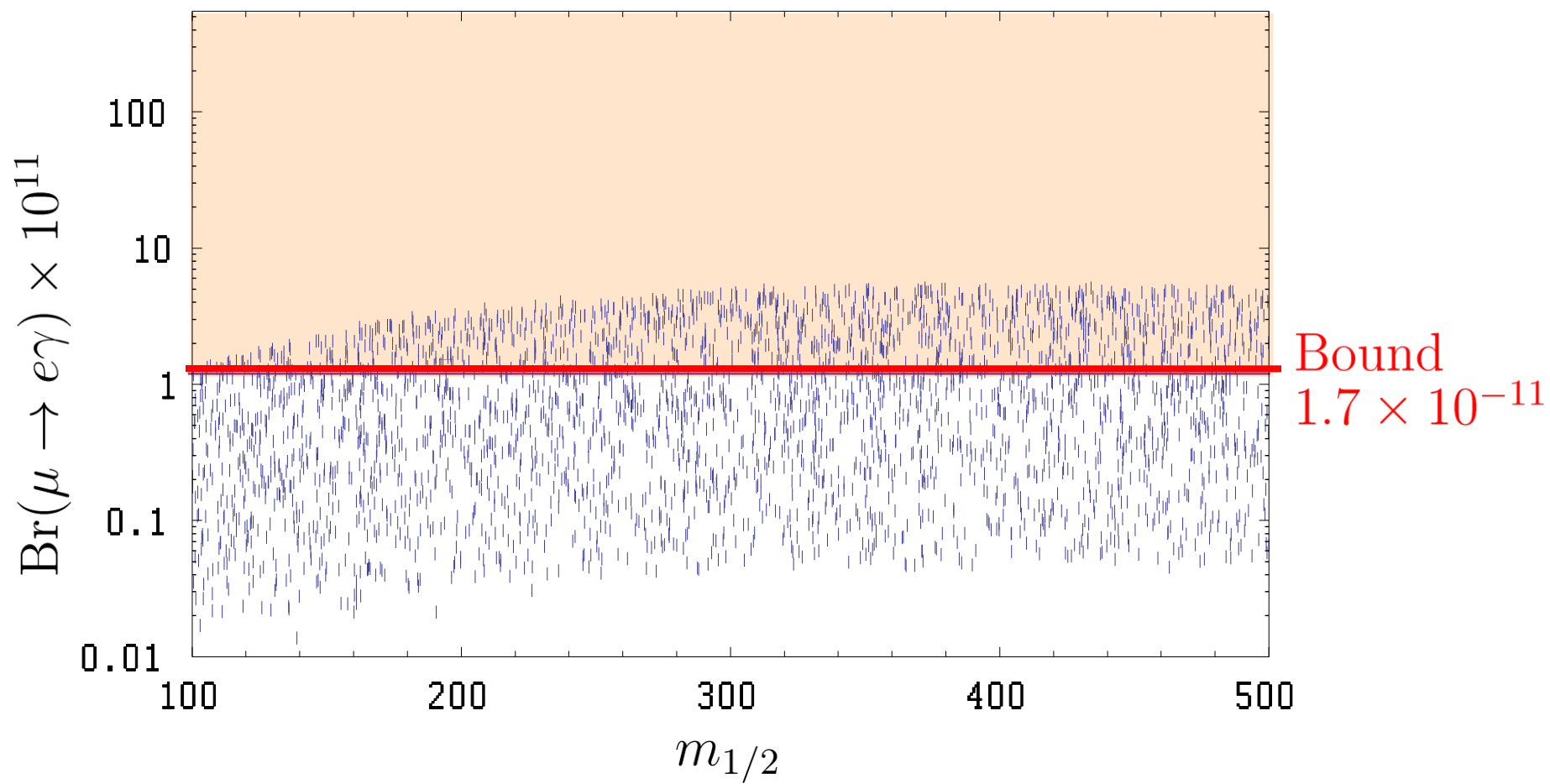
$\tan\beta = 5$, $m_{\text{SUSY}} = 300\text{GeV}$



$\mu \rightarrow e\gamma$ の分岐比

$\tilde{\alpha}=0.01$, coupling constant=0.1~1で計算

$\tan \beta = 5$, $m_{\text{SUSY}} = 500\text{GeV}$

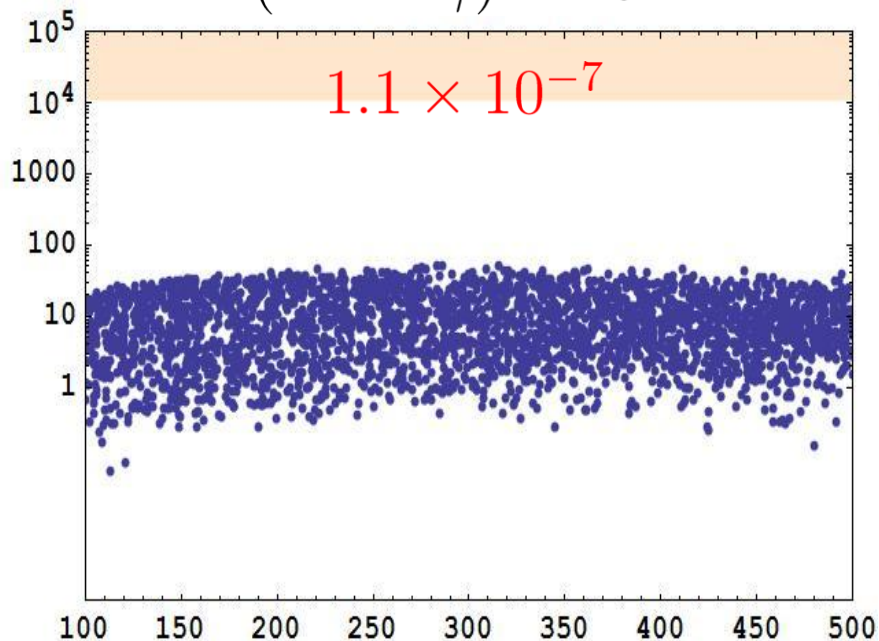


$\tau \rightarrow e\gamma$ と $\tau \rightarrow \mu\gamma$

$\mu \rightarrow e\gamma$ のときと同じ計算

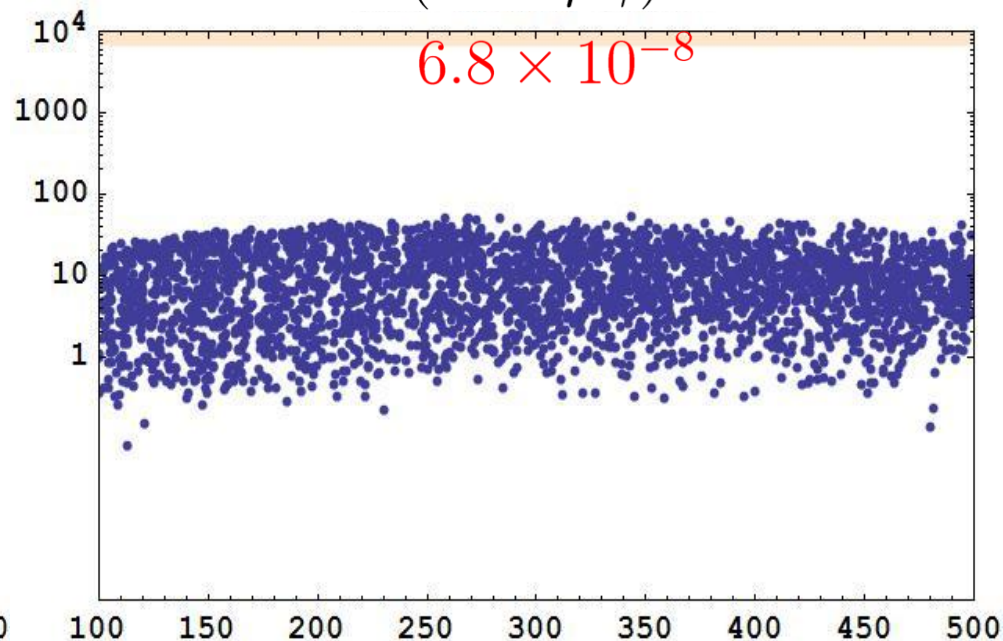
$$\tan \beta = 5, m_{\text{SUSY}} = 300 \text{ GeV}$$

$$\text{Br}(\tau \rightarrow e\gamma) \times 10^{11}$$



$m_{1/2}$

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma) \times 10^{11}$$



$m_{1/2}$

領域はほぼ同じ

EDM

Electric dipole momentの計算

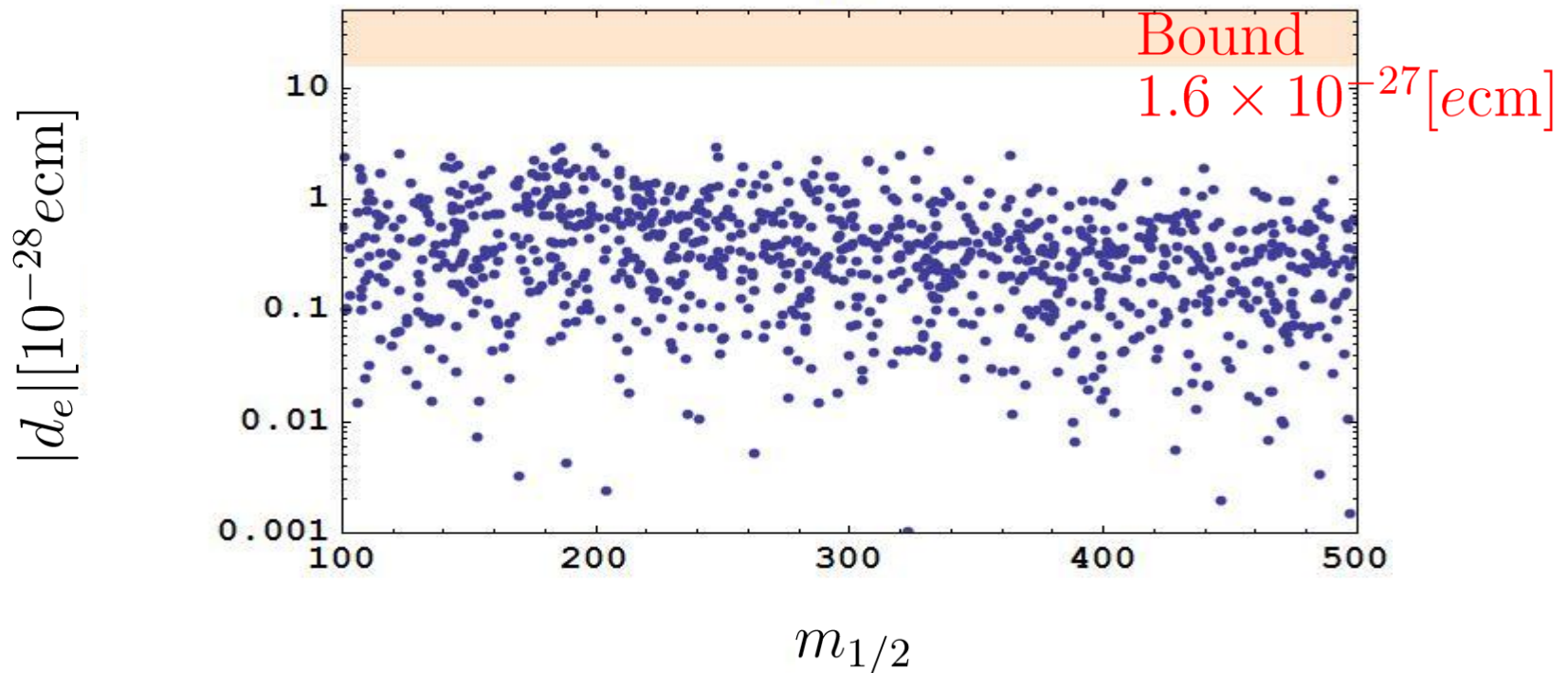
Hisano et al

PRD 53 (1996) 2442

$$\frac{d_e}{e} = -\frac{\alpha_1 M_1}{4\pi m_{\tilde{\ell}}^2} \left\{ \text{Im}[(\delta_{\ell}^{LR})_{1k}(\delta_e^{RR})_{k1}] + (\delta_{\ell}^{LL})_{1k}(\delta_{\ell}^{LR})_{k1}] f_{3n}\left(\frac{M_1^2}{m_{\tilde{\ell}}^2}\right) + \text{Im}[(\delta_{\ell}^{LL})_{1k}(\delta_{\ell}^{LR})_{kl}(\delta_e^{RR})_{l1}] \right. \\ \left. + (\delta_{\ell}^{LR})_{1k}(\delta_e^{RR})_{kl}(\delta_e^{RR})_{l1} + (\delta_{\ell}^{LL})_{1k}(\delta_{\ell}^{LL})_{kl}(\delta_{\ell}^{LR})_{l1}] f_{4n}\left(\frac{M_1^2}{m_{\tilde{\ell}}^2}\right) \right\}$$

$$k, \ell = 2, 3$$

$$\tan \beta = 5, m_{\text{SUSY}} = 300 \text{ GeV}$$



まとめ

- S_4 フレーバー対称性で混合角が定まる(leading)
レプトンはtri-bimaximal混合
カビボ角は 15°
- フレーバー対称性を課したことで
スレプトン質量行列の構造が定まる
- EDMとLFVがある程度予言可能
 - 特に $\mu \rightarrow e\gamma$ の制限が強い
 $m_{1/2} \leq 500\text{GeV}$, $m_{\text{SUSY}} \leq 500\text{GeV}$ では
 $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma) > 10^{-13}$
 - EDM は $|d_e|/e < \mathcal{O}(10^{-28})\text{cm}$

CKM行列

$$U_u \simeq \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & \sin 45^\circ & 0 \\ -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\rho} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r_t & r_c \\ 0 & -r_c & r_t \end{pmatrix}$$

$$U_d \simeq \begin{pmatrix} \cos 60^\circ & \sin 60^\circ & 0 \\ -\sin 60^\circ & \cos 60^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & & \theta_{12}^d & \theta_{13}^d \\ -\theta_{12}^d & -\theta_{13}^d \theta_{23}^d & 1 & \theta_{23}^d \\ -\theta_{13}^d + \theta_{12}^d \theta_{23}^d & -\theta_{23}^d - \theta_{12}^d \theta_{13}^d & \theta_{23}^d & 1 \end{pmatrix}$$

$$r_t = \sqrt{m_t/(m_c + m_t)} \text{ and } r_c = \sqrt{m_c/(m_c + m_t)}$$

CKM行列は

$$V^0 = U_u^\dagger U_d \simeq \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r_t & -r_c \\ 0 & r_c & r_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\rho} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ & 0 \\ -\sin 15^\circ & \cos 15^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 1 & & \theta_{12}^d & \theta_{13}^d \\ -\theta_{12}^d & -\theta_{13}^d \theta_{23}^d & 1 & \theta_{23}^d \\ -\theta_{13}^d + \theta_{12}^d \theta_{23}^d & -\theta_{23}^d - \theta_{12}^d \theta_{13}^d & \theta_{23}^d & 1 \end{pmatrix}$$

CKM行列

$$\begin{aligned}V_{us}^0 &\simeq \theta_{12}^d \cos 15^\circ + \sin 15^\circ, \\V_{ub}^0 &\simeq \theta_{13}^d \cos 15^\circ + \theta_{23}^d \sin 15^\circ, \\&\quad + r_c(\theta_{23}^d + \theta_{12}^d \theta_{13}^d), \\V_{cb}^0 &\simeq -r_t \theta_{13}^d e^{i\rho} \sin 15^\circ \\&\quad + r_t \theta_{23}^d e^{i\rho} \cos 15^\circ - r_c,\end{aligned}$$

$$r_t \simeq 1, r_c \simeq 0.048$$

$$V_{\text{CKM}} \simeq \begin{pmatrix} V_{ud}^0 & V_{us}^0 & V_{ub}^0/h(t) \\ V_{cd}^0 & V_{cs}^0 & V_{cb}^0/h(t) \\ V_{td}^0/h(t) & V_{ts}^0/h(t) & V_{tb}^0 \end{pmatrix}_{\text{EW}}$$
$$h(t) \simeq 1.05$$

Electroweak scaleでの
CKM行列は

$$\rho = 123^\circ, \theta_{12}^d = -0.0340, \theta_{13}^d = 0.00626, \theta_{23}^d = -0.00880,$$

の場合

$$\arg\left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right) = 89.4^\circ \quad \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right) = 21.9^\circ \quad \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right) = 68.7^\circ$$

$$|J_{CP}| \simeq 3.06 \times 10^{-5}$$

実験値を再現

ポテンシャル解析

Matterにcoupleしないスカラー場を導入

	$(\chi_{15}, \chi_{16}, \chi_{17})$	χ_1^0	χ_2^0	χ_3^0	(χ_4^0, χ_5^0)
$SU(5)$	1	1	1	1	1
S_4	3	1	1	1	2
Z_4	-1	-1	i	-1	$-i$
$U(1)_{FN}$	$-z$	$2\ell + n$	0	2ℓ	z
$U(1)_R$	0	2	2	2	2

対称性より

$$\begin{aligned} w = & \kappa_1 (\chi_{u_1}, \chi_{u_2}) \otimes (\chi_{u_1}, \chi_{u_2}) \otimes (\chi_{N_1}, \chi_{N_2}) \otimes \chi_1^0 / \Lambda \\ & + \eta_1 (\chi_{l_1}, \chi_{l_2}, \chi_{l_3}) \otimes (\chi_{l'_1}, \chi_{l'_2}, \chi_{l'_3}) \otimes \chi_2^0 \\ & + \eta_2 (\chi_{u_1}, \chi_{u_2}) \otimes (\chi_{u_1}, \chi_{u_2}) \otimes \chi_3^0 + \eta_3 \chi \otimes \chi \otimes \chi_3^0 \\ & + \eta_4 (\chi_{D_1}, \chi_{D_2}, \chi_{D_3}) \otimes (\chi_{15}, \chi_{16}, \chi_{17}) \otimes (\chi_4^0, \chi_5^0), \end{aligned}$$

ポテンシャル解析

ポテンシャルが極値を取る条件から

$$\kappa_1 [2\chi_{u_1}\chi_{u_2}\chi_{N_1} + (\chi_{u_1}^2 - \chi_{u_2}^2)\chi_{N_2}] / \Lambda = 0$$

$$\eta_1 (\chi_{l_1}\chi_{l'_1} + \chi_{l_2}\chi_{l'_2} + \chi_{l_3}\chi_{l'_3}) = 0$$

$$\eta_2(\chi_{u_1}^2 + \chi_{u_2}^2) + \eta_3\chi^2 = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\eta_4 (\chi_{D_2}\chi_{16} - \chi_{D_3}\chi_{17}) = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}}\eta_4 (-2\chi_{D_1}\chi_{15} + \chi_{D_2}\chi_{16} + \chi_{D_3}\chi_{17}) = 0$$

これらは仮定した真空期待値の構造と矛盾しない

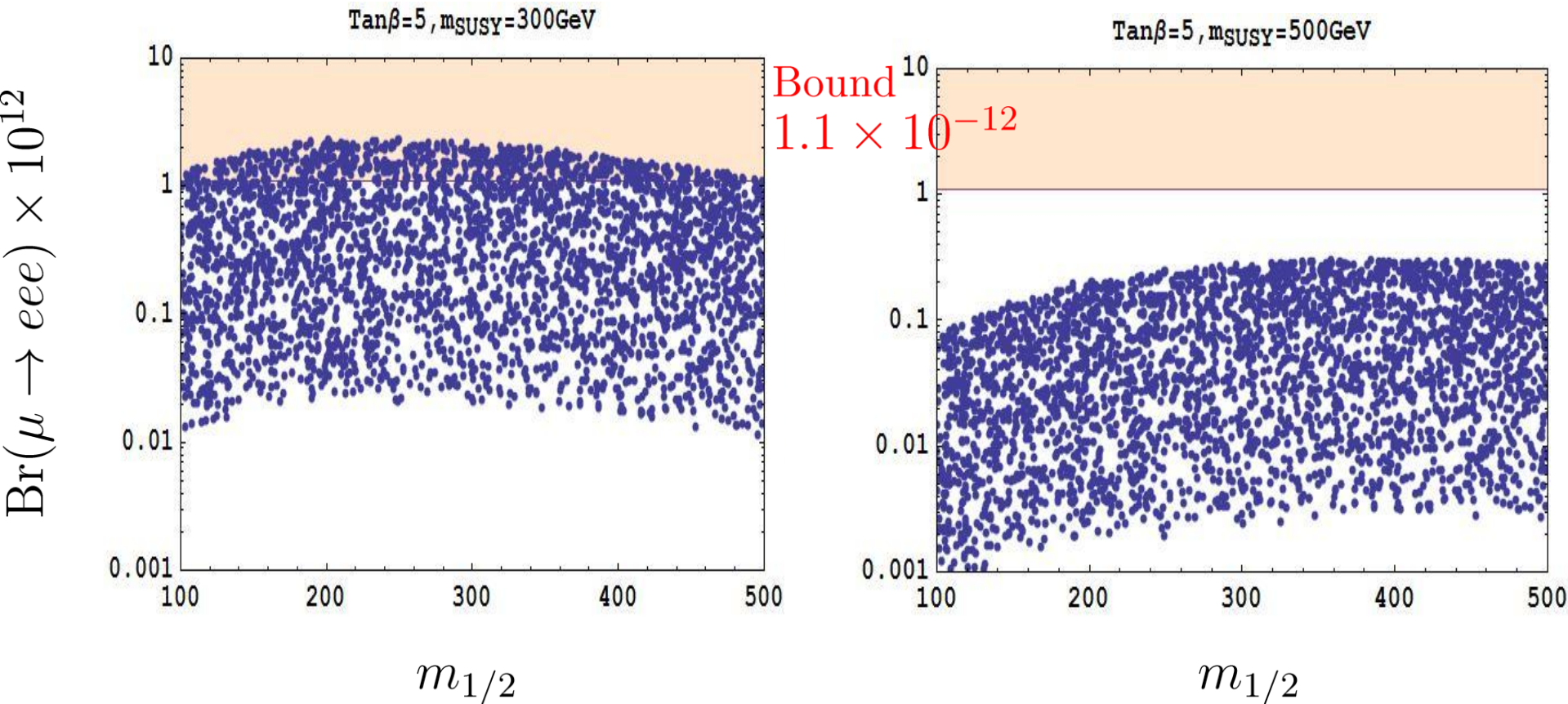
$$\chi_{u_1} = \chi_{u_2} \quad \chi_{N_1} = 0 \quad \chi_{l_1} = \chi_{l_3} = \chi_{l'_1} = \chi_{l'_2} = 0$$

$$\chi_{D_1} = \chi_{D_2} = \chi_{D_3} \quad \chi^2 = -\frac{2\eta_2}{\eta_3}\chi_{u_1}^2 \quad \chi_{15} = \chi_{16} = \chi_{17}$$

$\mu \rightarrow eee$

$\mu \rightarrow eee$ の分岐比

$$\text{BR}(\mu \rightarrow eee) \simeq \frac{\alpha_{el}}{3\pi} \left(\log \frac{m_\mu^2}{m_e^2} - 3 \right) \text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma)$$



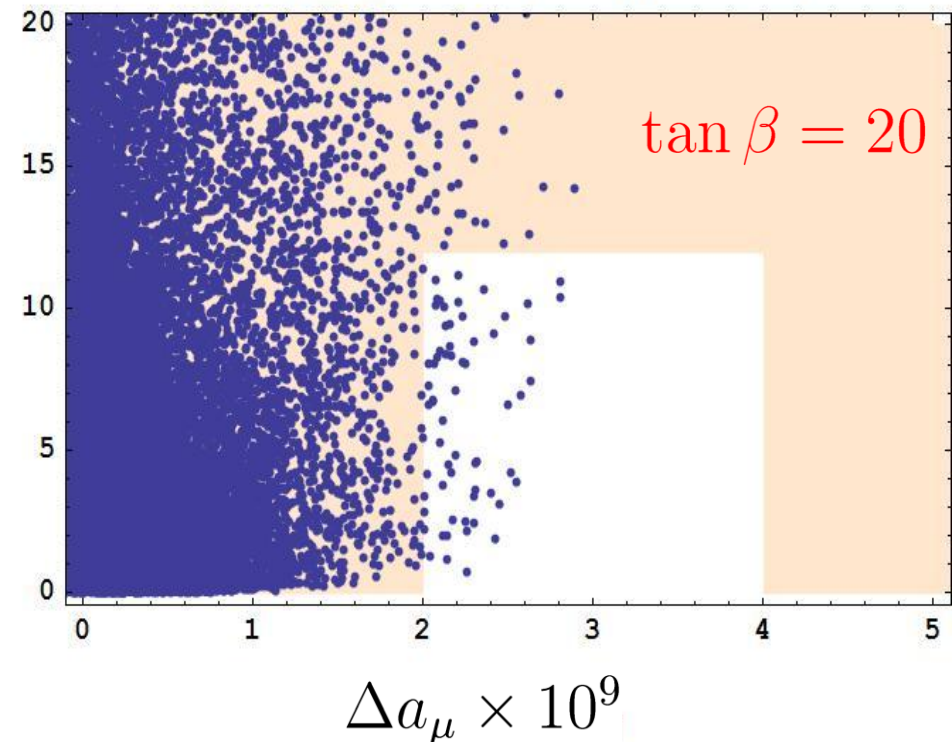
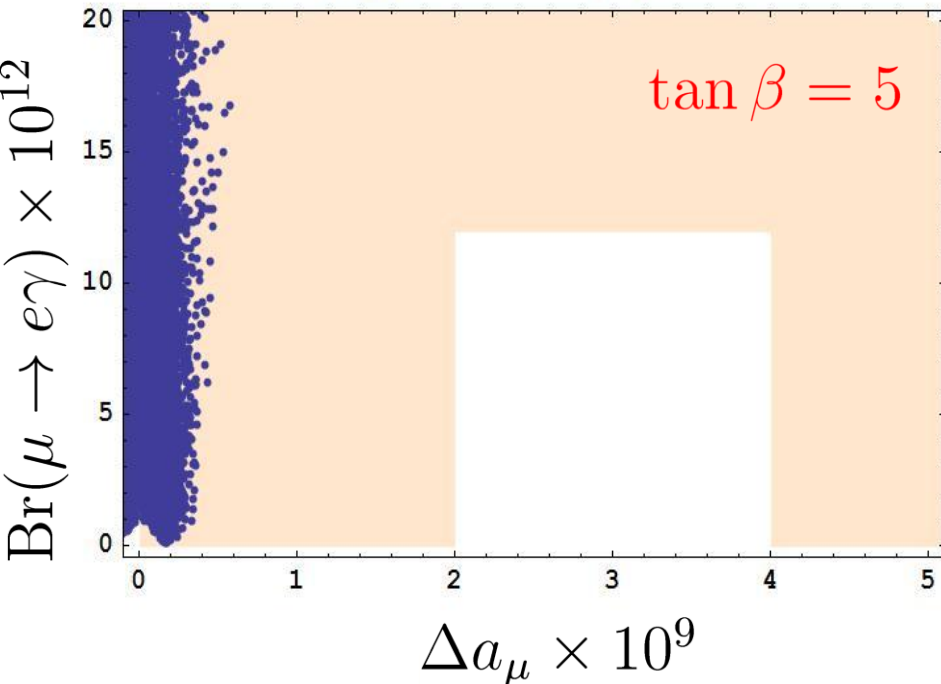
Muon g-2

Muonの異常磁気モーメント

$$a_\mu = (g - 2)_\mu / 2 \quad a_\mu^{\text{MSSM}} = \frac{\alpha_2}{4\pi} \frac{m_\mu^2}{m_{\tilde{\ell}}^2} \tan \beta \left[\frac{\mu M_2}{M_2^2 - \mu^2} \left(\frac{1}{2} f_{2n} \left(\frac{M_2^2}{m_{\tilde{\ell}}^2}, \frac{\mu^2}{m_{\tilde{\ell}}^2} \right) - f_{2c} \left(\frac{M_2^2}{m_{\tilde{\ell}}^2}, \frac{\mu^2}{m_{\tilde{\ell}}^2} \right) \right) \right. \\ \left. + \tan^2 \theta_W \left(\frac{\mu M_1}{m_{\tilde{\ell}}^2} f_{3n} \left(\frac{M_1^2}{m_{\tilde{\ell}}^2} \right) + \frac{\mu M_1}{2(M_1^2 - \mu^2)} f_{2n} \left(\frac{M_1^2}{m_{\tilde{\ell}}^2}, \frac{\mu^2}{m_{\tilde{\ell}}^2} \right) \right) \right]$$

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} \simeq (3 \pm 1) \times 10^{-9}$$

$m_{\text{SUSY}}, m_{1/2} = 100 - 300 \text{ GeV}$

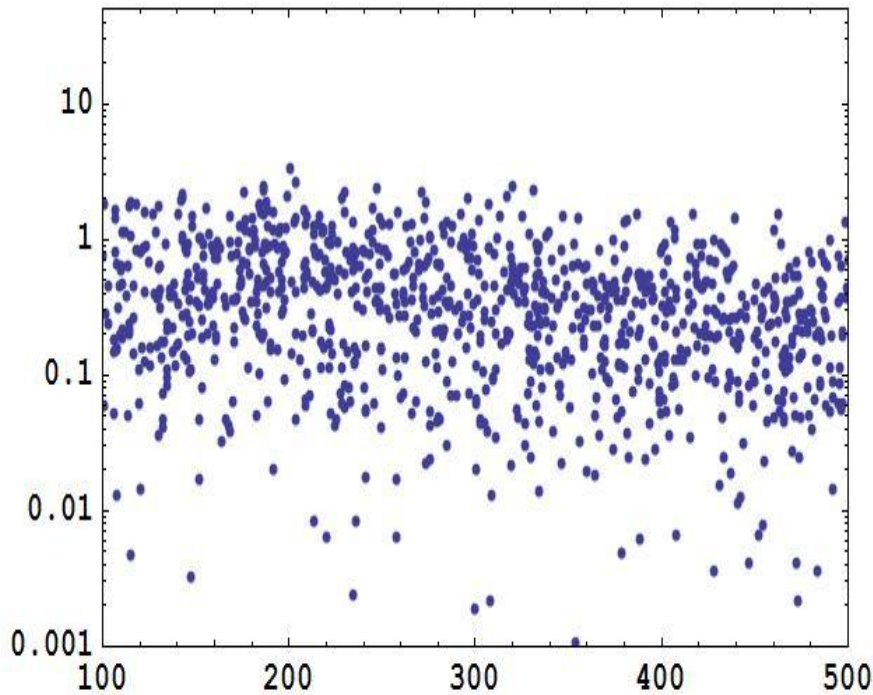


Leptonic EDM

EDM for μ and τ

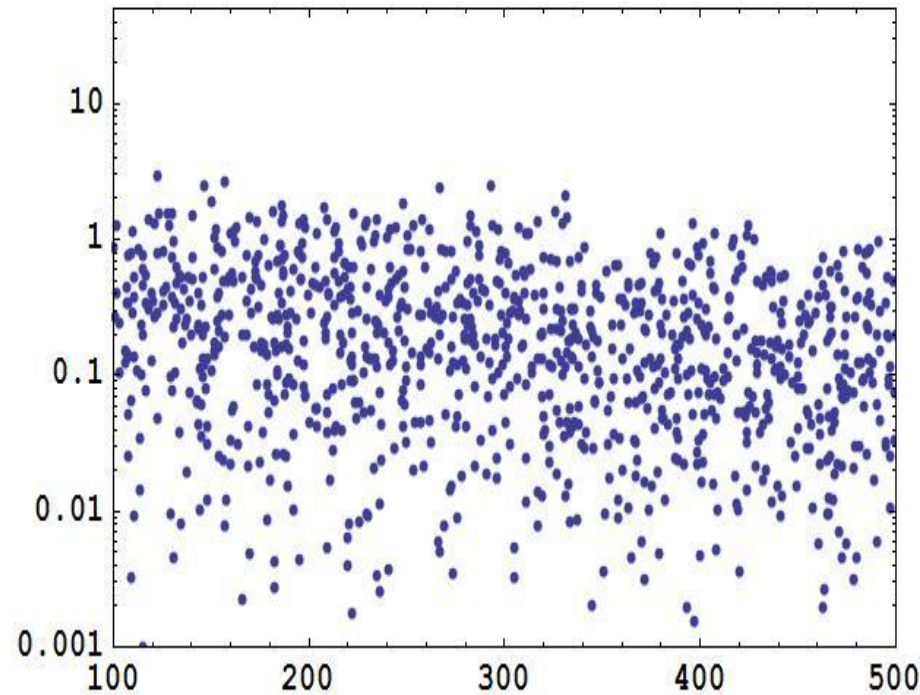
$$\tan \beta = 5, m_{\text{SUSY}} = 300 \text{ GeV}$$

$|d_\mu| [10^{-28} \text{ ecm}]$



$m_{1/2}$

$|d_\tau| [10^{-28} \text{ ecm}]$



$m_{1/2}$

FCNC from neutrino sector

Dirac neutrinoより

$$Y_D^\dagger Y_D = \frac{\alpha_D^2}{3} \begin{pmatrix} 3y_2^{D^2} + 2y_1^{D^2} \lambda^2 & 3y_2^{D^2} - y_1^{D^2} \lambda^2 & 3y_2^{D^2} - y_1^{D^2} \lambda^2 \\ 3y_2^{D^2} - y_1^{D^2} \lambda^2 & 3y_2^{D^2} + 2y_1^{D^2} \lambda^2 & 3y_2^{D^2} - y_1^{D^2} \lambda^2 \\ 3y_2^{D^2} - y_1^{D^2} \lambda^2 & 3y_2^{D^2} - y_1^{D^2} \lambda^2 & 3y_2^{D^2} + 2y_1^{D^2} \lambda^2 \end{pmatrix}$$
$$\simeq y_2^{D^2} \begin{pmatrix} \alpha_D^2 & \alpha_D^2 & \alpha_D^2 \\ \alpha_D^2 & \alpha_D^2 & \alpha_D^2 \\ \alpha_D^2 & \alpha_D^2 & \alpha_D^2 \end{pmatrix}$$

Mass insertion parameterの寄与は

$$(\Delta_{LL})_{12} \equiv \frac{(\Delta m)_{12}^2}{m_{\text{SUSY}}^2} = \frac{6m_0^2}{16\pi^2 m_{\text{SUSY}}^2} (Y_D^\dagger Y_D)_{12} \ln \frac{\Lambda}{M}$$
$$\simeq \frac{3}{8\pi^2} y_2^{D^2} \alpha_D^2 \ln \frac{\Lambda}{M} \simeq 6 \times 10^{-5}$$

SUSYの寄与より少し小さい

RGE

Low energyでのmass

GUTで300GeV

$m_{\text{SUSY}} = m_{1/2} = 300\text{GeV}$ のとき
 m_W のスケールで

$M_1 \sim 130\text{GeV}$, $M_2 \sim 220\text{GeV}$, $M_3 \sim 720\text{GeV}$,
 $m_{\tilde{\ell}}^L \sim 370\text{GeV}$, $m_{\tilde{\ell}}^R \sim 320\text{GeV}$, $m_{\tilde{q}} \sim 720\text{GeV}$

GUTで500GeV

$m_{\text{SUSY}} = m_{1/2} = 500\text{GeV}$ のとき
 m_W のスケールで

$M_1 \sim 220\text{GeV}$, $M_2 \sim 420\text{GeV}$, $M_3 \sim 1200\text{GeV}$,
 $m_{\tilde{\ell}}^L \sim 610\text{GeV}$, $m_{\tilde{\ell}}^R \sim 540\text{GeV}$, $m_{\tilde{q}} \sim 1200\text{GeV}$