超対称SU(5)大統一理論の再検討

永田 夏海

東京大学・名古屋大学

2013年8月8日
基研研究会 PPP2013

J. Hisano, D. Kobayashi, N. Nagata, Phys. Lett. **B716** (2012) 406.
J. Hisano, T. Kuwahara, N. Nagata, Phys. Lett. **B723** (2013) 324.
J. Hisano, D. Kobayashi, T. Kuwahara, N. Nagata, JHEP **1307** (2013) 038.

Outline

1. Introduction
2. Proton decay with extra matters
3. SUSY GUT in high-scale SUSY
4. Summary

1. Introduction

大統一理論 (GUT)

標準模型ゲージ群 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ をある単純群に埋め込む。

例) H. Georgi and S. L. Glashow (1974) ··· SU(5) GUT

特徴

- ゲージ相互作用の統一
- クォークとレプトンの統一

$$\overline{\mathbf{5}} = \begin{pmatrix} d_1^c \\ d_2^c \\ d_3^c \\ e \\ -\nu \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{10} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & u^1 & d^1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & u^2 & d^2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & u^3 & d^3 \\ -u^1 & -u^2 & -u^3 & 0 & e^c \\ -d^1 & -d^2 & -d^3 & -e^c & 0 \end{pmatrix}$$

- 電荷の量子化

$$|Q_p + Q_e| < 1 \times 10^{-21}\ e$$

超対称大統一理論 (SUSY GUT)

大統一理論は，電弱スケール (～10^2 GeV) とGUTスケール(～10^{16} GeV) の２つのスケールでゲージ対称性の自発的破れが起こることを要請する。

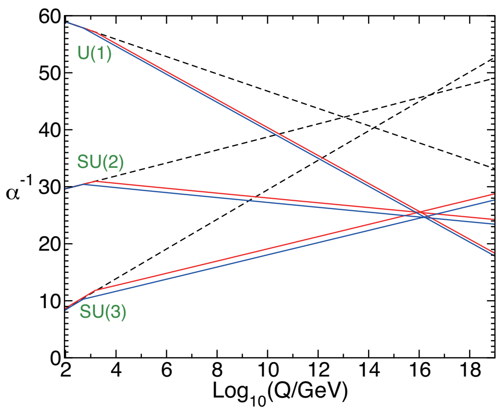
⇒ ゲージ階層性問題

超対称性を大統一理論に導入

⇒ 超対称大統一理論 (SUSY GUT)

N. Sakai (1981)
S. Dimopoulos and H. Georgi (1981)

ゲージ結合定数の統一



S. P. Martin, arXiv: 9709356

LHCとSUSY GUT

- **SUSY粒子直接探索**

  超対称性粒子，特にグルイーノ・スクォークの質量に対して厳しい制限が課されている。

- **ヒッグス粒子質量 (～126 GeV)**

  最小超対称標準模型 (MSSM) ＋ 電弱スケールの超対称性というシナリオに強い制限を与える。

- **ヒッグス機構と自発的対称性の破れ**

  大統一理論はこれらの枠組みに基づく

⇒ このような現状の下，SUSY GUTを再考したい。

126 GeV ヒッグスと超対称標準模型

以下では，次の２つのシナリオを議論する。

1. 新たな超対称多重項が存在する場合

超対称スケールが TeV付近であっても，126 GeVのヒッグス粒子を実現しうる。

T. Moroi and Y. Okada (1992)
M. Asano et.al., M. Endo et. al. (2011)

2. 超対称スケールが比較的高い場合

スカラー粒子がO(10$^{(2\text{-}3)}$) TeVの質量を持つとき，126 GeVのヒッグス粒子を実現しうる。

G. F. Giudice and A. Strumia (2012)
M. Ibe, S. Matsumoto, T. T. Yanagida (2012)

LHCにおけるSUSY探索の結果や，フレーバー/CP精密測定の結果とも無矛盾。

Minimal SUSY SU(5) GUT

S. Dimopoulos and H. Georgi (1981)
N. Sakai (1981)

MSSMの物質場は, $\bar{\mathbf{5}} \oplus \mathbf{10}$ 表現に埋め込まれる。

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bar{D}_1 \\ \bar{D}_2 \\ \bar{D}_3 \\ E \\ -N \end{pmatrix}, \qquad \Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \bar{U}_3 & -\bar{U}_2 & U^1 & D^1 \\ -\bar{U}_3 & 0 & \bar{U}_1 & U^2 & D^2 \\ \bar{U}_2 & -\bar{U}_1 & 0 & U^3 & D^3 \\ -U^1 & -U^2 & -U^3 & 0 & \bar{E} \\ -D^1 & -D^2 & -D^3 & -\bar{E} & 0 \end{pmatrix},$$

MSSMのヒッグス場は $\mathbf{5}$, $\bar{\mathbf{5}}$ 表現に埋め込まれる。

$$H = \begin{pmatrix} H_C^1 \\ H_C^2 \\ H_C^3 \\ H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}, \qquad \bar{H} = \begin{pmatrix} \bar{H}_{C1} \\ \bar{H}_{C2} \\ \bar{H}_{C3} \\ H_d^- \\ -H_d^0 \end{pmatrix},$$

カラー三重項ヒッグス

バリオン数を破る相互作用をもたらす。

MSSMヒッグス超場

(M_{HC} : カラー三重項ヒッグスの質量)

Minimal SUSY SU(5) GUT

ゲージ超場

$$\mathcal{V} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \boxed{G - \frac{2}{\sqrt{30}} B} & \boxed{\begin{matrix} X^{\dagger 1} & Y^{\dagger 1} \\ X^{\dagger 2} & Y^{\dagger 2} \\ X^{\dagger 3} & Y^{\dagger 3} \end{matrix}} \\ \boxed{\begin{matrix} X_1 & X_2 & X_3 \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} \frac{1}{\sqrt{2}} W^3 + \frac{3}{\sqrt{30}} B & W^+ \\ W^- & -\frac{1}{\sqrt{2}} W^3 + \frac{3}{\sqrt{30}} B \end{matrix}} \end{pmatrix} .$$

Xボソン (質量: M_X)

MSSMゲージ超場

バリオン数を破る相互作用を誘導する

随伴表現のヒッグス超場 SU(5) → $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ $\langle \Sigma \rangle = V \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_8 & \Sigma_{(3,2)} \\ \Sigma_{(3^*,2)} & \Sigma_3 \end{pmatrix} + \frac{1}{2\sqrt{15}} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \Sigma_{24} .$$

SMシングレット

随伴表現ヒッグス(質量: M_Σ)

Xボソンの縦波成分になる

2. Proton decay with extra matters

新たな超対称多重項

- 126 GeV ヒッグス質量
- ゲージ媒介機構 (GMSB)
- 大きな統一群に含まれる多重項 (E_6, …)

新たに加わった超対称多重項がSU(5)の多重項をなす場合,
ゲージ結合定数の統一は保たれる。

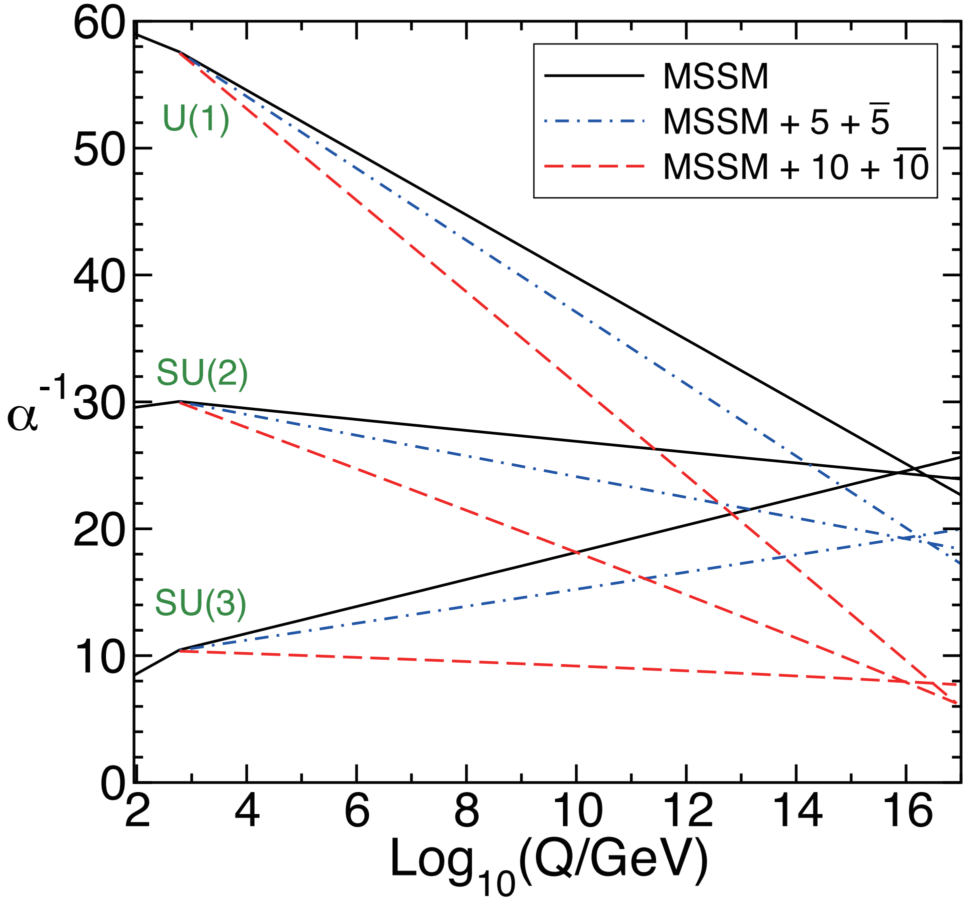
ゲージ結合定数の1-loopくりこみ群方程式

$$\mu\frac{\partial g_a}{\partial \mu} = \frac{1}{16\pi^2} b_a g_a^3 \quad \text{(a = 1,2,3)} \qquad \delta b_a = \begin{pmatrix} n_5 + 3n_{10} + \cdots \\ n_5 + 3n_{10} + \cdots \\ n_5 + 3n_{10} + \cdots \end{pmatrix}$$

n_5: $5+\overline{5}$の数, n_{10}: $10+\overline{10}$の数

各ゲージ結合定数のβ関数の係数を同じ値だけ増やす。

新たな超対称多重項

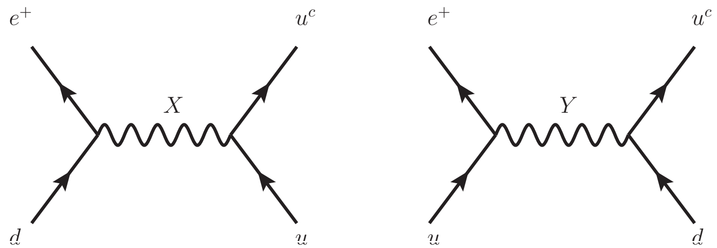


GUTスケールでのゲージ結合定数の値が大きくなる

S. P. Martin, Phys. Rev. **D81**, 035004 (2010)

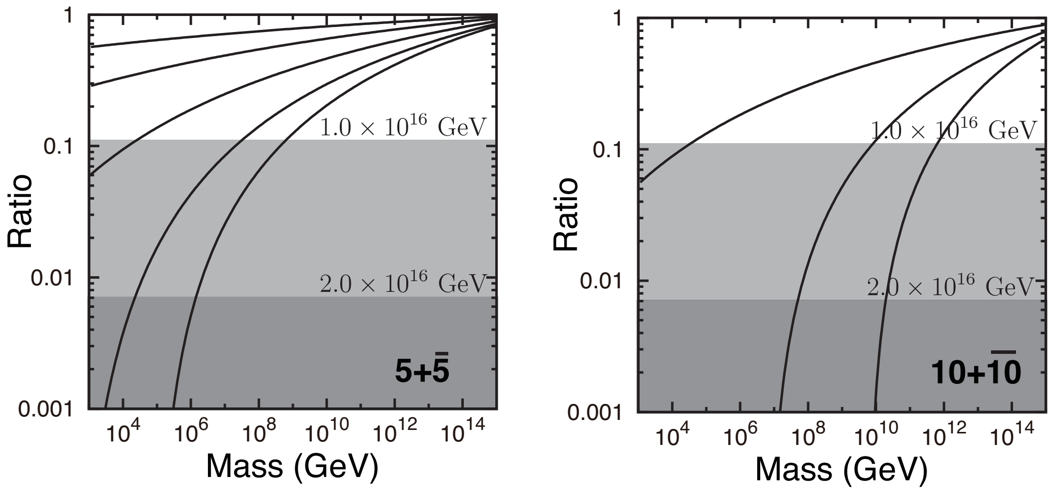
陽子崩壊 (次元6)

大統一群のゲージ結合定数の値が大きくなると，ゲージ相互作用による陽子崩壊の寿命が短くなる。



$$\Gamma(p \to \pi^0 e^+) \propto \frac{\alpha_G^2}{M_X^4}$$

陽子崩壊の寿命



$$\tau(p \to \pi^0 e^+) > 1.29 \times 10^{34} \text{ yrs}$$

Super-Kamiokande: 1203.4030

J. Hisano, D. Kobayashi, N. Nagata, Phys. Lett **B716** (2012) 406.

くりこみ因子（次元6の演算子）

前述のダイアグラムの寄与は，次元６有効演算子で表される：

$$\mathcal{O}^{(1)} = \int d^2\theta d^2\bar{\theta}\epsilon_{abc}\epsilon_{ij}(\overline{U}^\dagger)^a(\overline{D}^\dagger)^b e^{-\frac{2}{3}g_Y V_1}(e^{2g_3 V_3}Q_i)^c L_j \ ,$$

$$\mathcal{O}^{(2)} = \int d^2\theta d^2\bar{\theta}\epsilon_{abc}\epsilon_{ij}\overline{E}^\dagger e^{\frac{2}{3}g_Y V_1}(e^{-2g_3 V_3}\overline{U}^\dagger)^a Q_i^b Q_j^c \ ,$$

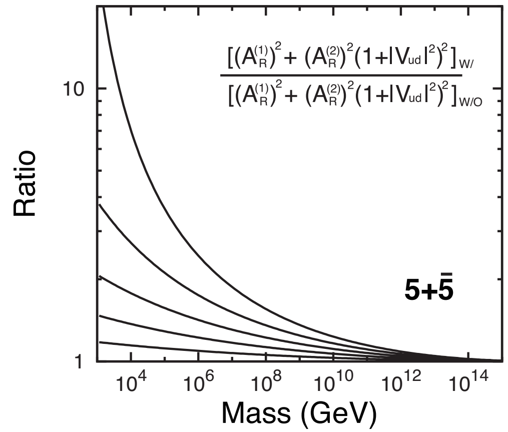
ケーラー・ポテンシャル型の演算子 ⟶ くりこみを受ける

大統一スケールとハドロン・スケールとの間に大きなスケール差があることから，くりこみ因子が重要になる。

1-loopのくりこみ因子

$$[(A_R^{(1)})^2 + (A_R^{(2)})^2(1+|V_{ud}|^2)2]_{\mathrm{W/O}} \simeq 40$$

C. Munoz (1986)



閑話休題

有効ケーラー・ポテンシャルの方法

一般のケーラー・ポテンシャルに対する1-loopの補正

$$\Delta K = -\frac{1}{16\pi^2}\mathtt{Tr}M_C^2(2-\ln\frac{M_C^2}{\mu^2})$$

$$(M_C^2)_{AB} \equiv 2g^2\bar{\phi}_i(t_A)^i{}_j\left(\frac{\partial^2}{\partial\bar{\phi}_j\partial\phi^k}K\right)(t_B)^k{}_l\phi^l \ ,$$

A. Brignole (2000)

この結果を用いることで，任意の有効演算子に関して1-loopのくりこみ群方程式を導出することができる。

$$K = \bar{\phi}_i\phi^i + C\mathcal{O} + C\mathcal{O}^\dagger$$

$$\Rightarrow \quad \mu\frac{\partial}{\partial\mu}\Delta K = -4C\frac{g^2}{16\pi^2}(\bar{\phi}t_A)_i\mathcal{O}^i{}_j(t_A\phi)^j + \mathrm{h.c.}$$

ケーラー・ポテンシャル型の演算子は，一般に次の形をしている：

$$\mathcal{O} = \int d^2\theta d^2\bar{\theta} (\bar{\lambda}_a^{i_1 \cdots i_m} \overline{\Phi}_{i_1} \ldots \overline{\Phi}_{i_m})(\lambda^a_{j_1 \cdots j_n} \Phi^{j_1} \ldots \Phi^{j_n})$$

反カイラル部　　　カイラル部

<u>ゲージ変換</u>

$$\Phi^j \to (e^{ig\Lambda_A t_A})^j{}_{j'} \Phi^{j'}$$

$$(\lambda^a_{j_1 \cdots j_n} \Phi^{j_1} \ldots \Phi^{j_n}) \to (e^{ig\Lambda_A T_A})^a{}_b (\lambda^b_{j_1 \cdots j_n} \Phi^{j_1} \ldots \Phi^{j_n})$$

<u>ゲージ不変条件</u>

$$(T_A)^a{}_b \lambda^b_{j_1 \ldots j_n} = \lambda^a_{j'_1 j_2 \ldots j_n} (t_A)^{j'_1}{}_{j_1} + \cdots + \lambda^a_{j_1 \ldots j_{n-1} j'_n} (t_A)^{j'_n}{}_{j_n}$$

など

このとき,

$$(\bar{\phi} t_A)_i \mathcal{O}^i{}_j (t_A \phi)^j = C_{\mathrm{comp}} \mathcal{O} \qquad C_{\mathrm{comp}} \equiv T_A T_A$$

以上の結果を用いると，任意のケーラー・ポテンシャル型有効演算子について異常次元の一般公式を導出することができる：

$$\gamma_{\mathcal{O}} = \frac{g^2}{16\pi^2}\left[4C_{\rm comp} - 2\sum_i C(i)\right]$$

[C(i): 演算子中の各場に関する２次のカシミア]

ケーラー・ポテンシャルに対する２-ループの補正も計算されている

S. Nibbelink Groot and T. S. Nyawelo (2006)

↓

同様の手法で，陽子崩壊をもたらす次元６の演算子に対するくりこみの効果を，２-ループ・レベルで求めることができる。

[小林大輝君（名大）のポスター参照]

$$A_S^{(1)}(1\text{loop}) = 1.959 \qquad A_S^{(1)}(2\text{loop}) = 1.961$$

$$A_S^{(2)}(1\text{loop}) = 2.058 \qquad A_S^{(2)}(2\text{loop}) = 2.052$$

J. Hisano, D. Kobayashi, Y. Muramatsu, and N. Nagata, Phys. Lett. **B724** (2013) 283.

3. SUSY GUT in high-scale SUSY

特徴

超対称性のスケールが高い場合の超対称標準模型も現象論的に魅力的な性質を持っている.

- 126 GeVのヒッグス粒子質量が説明できる

  (重いstopによる輻射補正の効果)

- CP・フレーバー問題を回避できる

  (超対称性粒子の質量で抑制される)

- グラビティーノ問題を回避できる

  (グラビティーノが重いため)

- 暗黒物質候補を含む　w/ 軽い超対称フェルミオン

  (カイラル対称性)

⇒ 柳田さん，白井さんのトーク

質量スペクトル

一般的なケーラー・ポテンシャルと，超対称性を破る場が何らかの対称性の下で量子数を持つことを仮定

Scalar Particles　Gravitino　Higgsinos

$10^{(2\text{-}3)}$ TeV

Gauginos (ループ因子の分軽くなる)

Gluino

Bino

Wino

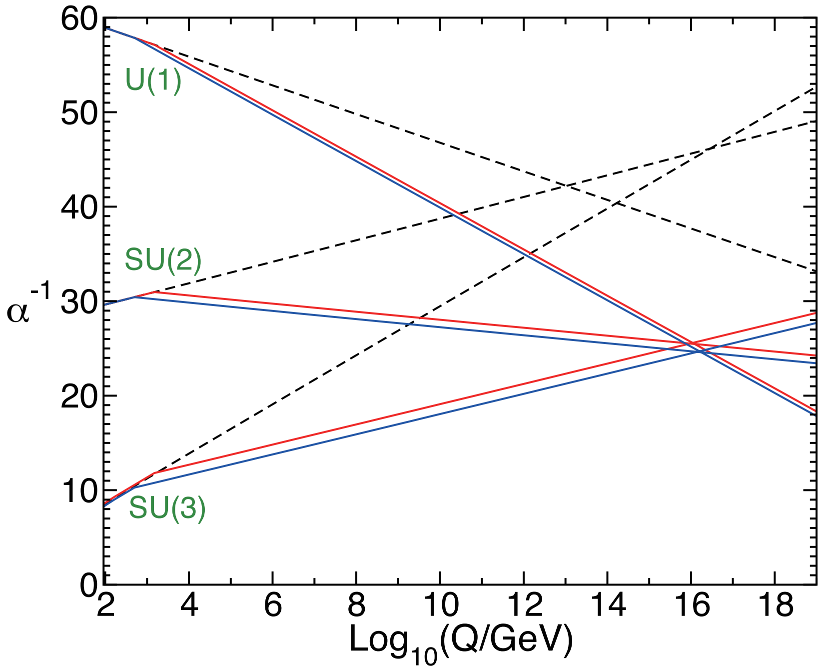
アノマリー媒介機構

L. Randall and R. Sundrum (1998)

G.F. Giudice, M.A. Luty, H. Murayama, R. Rattazzi (1998)

SUSY GUT in high-scale SUSY

TeVスケールの超対称性を伴う超対称大統一理論の魅力の一つに，ゲージ結合定数の統一が高い精度で実現されることがあった。



超対称スケールが$10^{(2\text{-}3)}$ TeVの場合はどうなっているだろうか？

S. P. Martin, arXiv: 9709356

大統一スケールにおける敷居補正の効果も考慮にいれて調べてみる。

くりこみ群の方法

大統一理論に含まれる重い粒子は，ゲージ結合定数に対し
大統一スケール(μ_{GUT})で敷居補正をもたらす。

$$\alpha_i^{-1}(\mu_{GUT}) = \alpha_G^{-1}(\mu_{GUT}) + \text{敷居補正の効果}$$

統一されたゲージ結合定数

GUTスケールの粒子の
質量に依存

くりこみ群方程式を用いて求めることができる。

この関係式を用いて，大統一スケールの粒子の質量を
間接的に評価することができる。

J. Hisano, H. Murayama, T. Yanagida (1992).

GUTスケールでの敷居補正

敷居補正 (1-loop in $\overline{\text{DR}}$ scheme)

$$\frac{1}{g_1^2(\mu)} = \frac{1}{g_G^2(\mu)} + \frac{1}{8\pi^2}\left[\frac{2}{5}\ln\frac{\mu}{M_{H_C}} - 10\ln\frac{\mu}{M_X}\right] ,$$
$$\frac{1}{g_2^2(\mu)} = \frac{1}{g_G^2(\mu)} + \frac{1}{8\pi^2}\left[2\ln\frac{\mu}{M_\Sigma} - 6\ln\frac{\mu}{M_X}\right] ,$$
$$\frac{1}{g_3^2(\mu)} = \frac{1}{g_G^2(\mu)} + \frac{1}{8\pi^2}\left[\ln\frac{\mu}{M_{H_C}} + 3\ln\frac{\mu}{M_\Sigma} - 4\ln\frac{\mu}{M_X}\right] .$$

この時，次の２つの関係式を得る：

$$\frac{3}{g_2^2(\mu)} - \frac{2}{g_3^2(\mu)} - \frac{1}{g_1^2(\mu)} = -\frac{3}{10\pi^2}\ln\frac{\mu}{M_{H_C}} ,$$
$$\frac{5}{g_1^2(\mu)} - \frac{3}{g_2^2(\mu)} - \frac{2}{g_3^2(\mu)} = -\frac{3}{2\pi^2}\ln\frac{\mu^3}{M_X^2 M_\Sigma} .$$

大統一スケール

$$\boxed{M_{\text{GUT}} \equiv (M_X^2 M_\Sigma)^{1/3}}$$

これらの関係式を用いて，M_{HC} および M_{GUT} を評価する。

1-ループの解析

定性的な振る舞いを見るため,

- ゲージ結合定数に対する1-ループのくりこみ群方程式
- 1-ループの敷居補正

を用いて関係式を求める。

結果

$$\frac{3}{\alpha_2(m_Z)} - \frac{2}{\alpha_3(m_Z)} - \frac{1}{\alpha_1(m_Z)} = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{12}{5}\ln\left(\frac{M_{H_C}}{m_Z}\right) - 2\ln\left(\frac{M_S}{m_Z}\right) + 4\ln\left(\frac{M_3}{M_2}\right)\right],$$

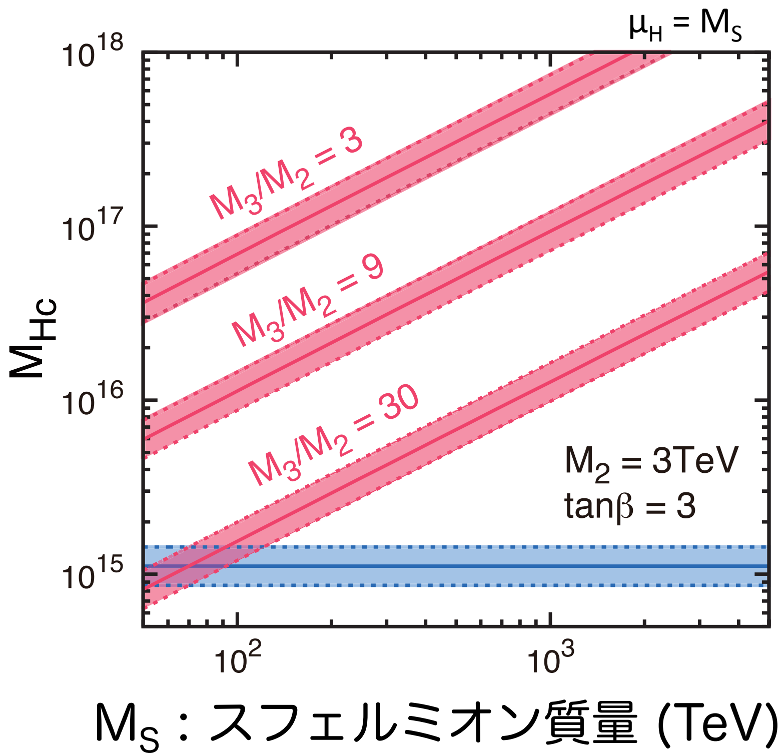
$$\frac{5}{\alpha_1(m_Z)} - \frac{3}{\alpha_2(m_Z)} - \frac{2}{\alpha_3(m_Z)} = \frac{1}{2\pi}\left[12\ln\left(\frac{M_{\mathrm{GUT}}^3}{m_Z^3}\right) + 4\ln\left(\frac{M_2}{m_Z}\right) + 4\ln\left(\frac{M_3}{m_Z}\right)\right].$$

(M_S : スカラー質量, $\mu_H = M_S$)

特徴

- M_{HC} は, M_S が大きくなるにつれて増加する
- GUTスケールはゲージーノ質量の増加に伴い低くなる

M_{HC} vs. 超対称スケール



誤差は強い相互作用の結合定数に由来

$$\alpha_s(m_Z) = 0.1184(7)$$

超対称スケールが低い場合

$$M_S = 1\ \mathrm{TeV}$$
$$M_2 = 200\ \mathrm{GeV}$$
$$M_3/M_2 = 3.5$$

- M_{HC} はM_S が大きくなるにつれ増大し，またM_3/M_2 の比が大きくなるにつれ減少する
- 超対称性のスケールが高い場合，M_{HC} は10^{16} GeV 程度の質量をとりうる

J. Hisano, T. Kuwahara, N. Nagata, Phys. Lett. **B723** (2013) 324.

ゲージ結合定数の統一

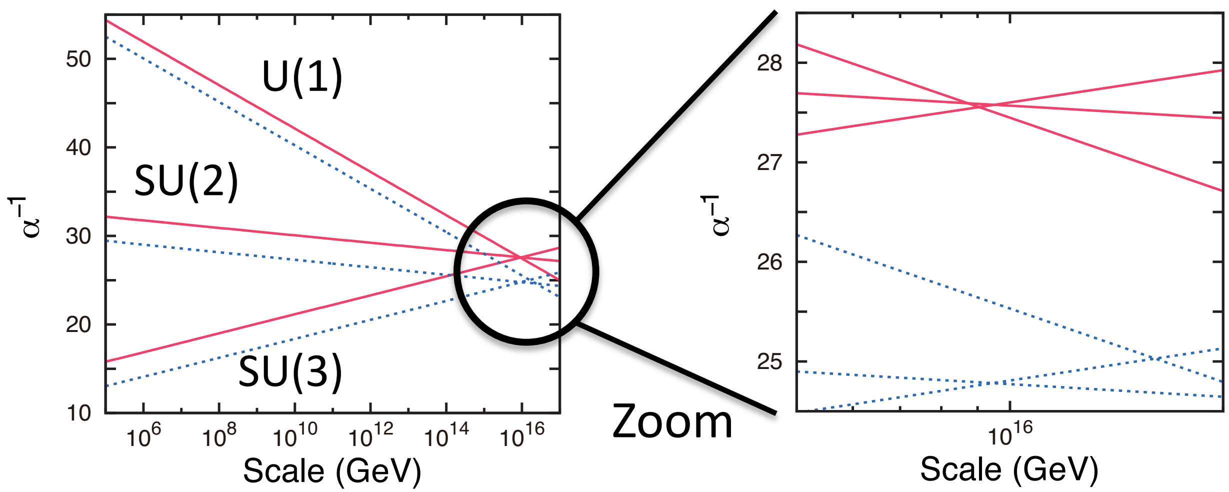
超対称スケールが高い場合，M_{HC} がGUTスケールの値を取りうる。

↓

ゲージ結合定数の統一に必要な敷居補正の量が少なくて良い。

↓

ゲージ結合定数の統一がさらに良くなりうる



High-scale SUSY

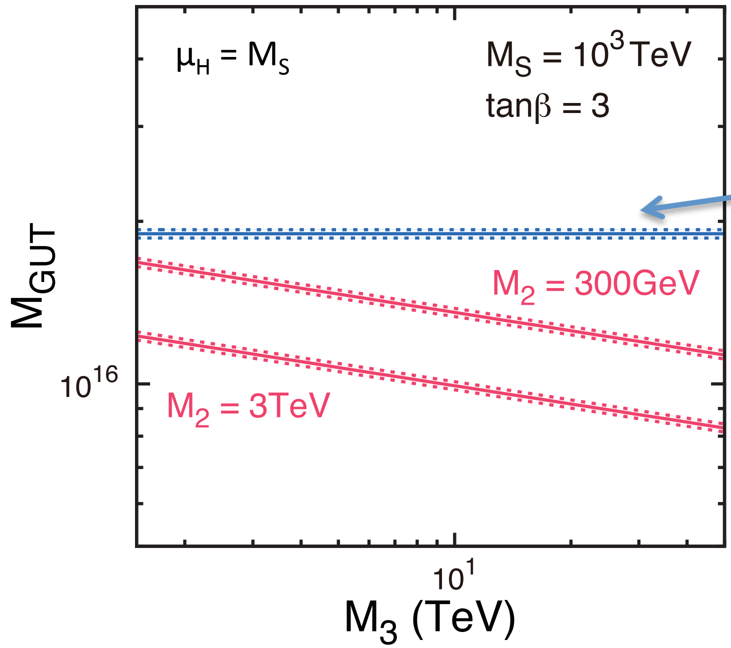
$M_S = 10^2$ TeV
$M_2 = 3$ TeV
$M_3/M_2 = 9$

Low-scale SUSY

$M_S = 1$ TeV
$M_2 = 200$ GeV
$M_3/M_2 = 3.5$

M_{GUT} vs. グルイーノ質量

$$M_{\rm GUT} \equiv (M_X^2 M_\Sigma)^{1/3}$$



超対称スケールが低い場合

$$M_S = 1 \text{ TeV}$$
$$M_2 = 200 \text{ GeV}$$
$$M_3/M_2 = 3.5$$

誤差

$$\alpha_s(m_Z) = 0.1184(7)$$

大統一スケールM_{GUT}は，ゲージーノ質量が増加するにつれ緩やかに減少する。

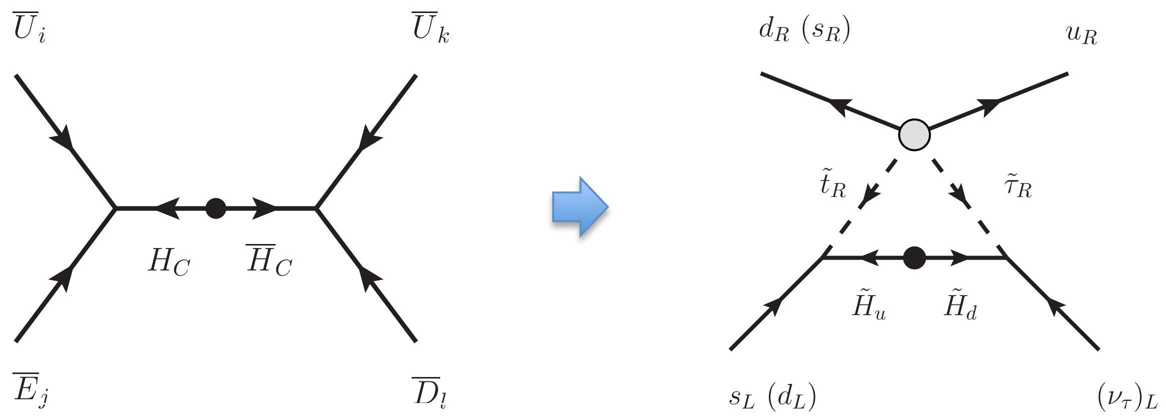
$$M_{\rm GUT} \propto (M_3 M_2)^{-1/9}$$

Xボソン交換による陽子崩壊率が増大する傾向

J. Hisano, T. Kuwahara, N. Nagata, Phys. Lett. **B723** (2013) 324.

おまけ 次元５演算子による陽子崩壊

カラー三重項ヒッグス粒子交換により次元５の演算子が誘導される



T. Goto and T. Nihei (1999)
V. Lucas and S. Raby (1997)

演算子の次元が低いことから陽子崩壊の寿命が短くなりすぎてしまい,
実験制限に抵触すると考えられてきた。

H. Murayama and A. Pierce (2002)

$$\boxed{\tau(p \to K^+\bar{\nu}) > 4.0 \times 10^{33} \quad \text{yrs}}$$

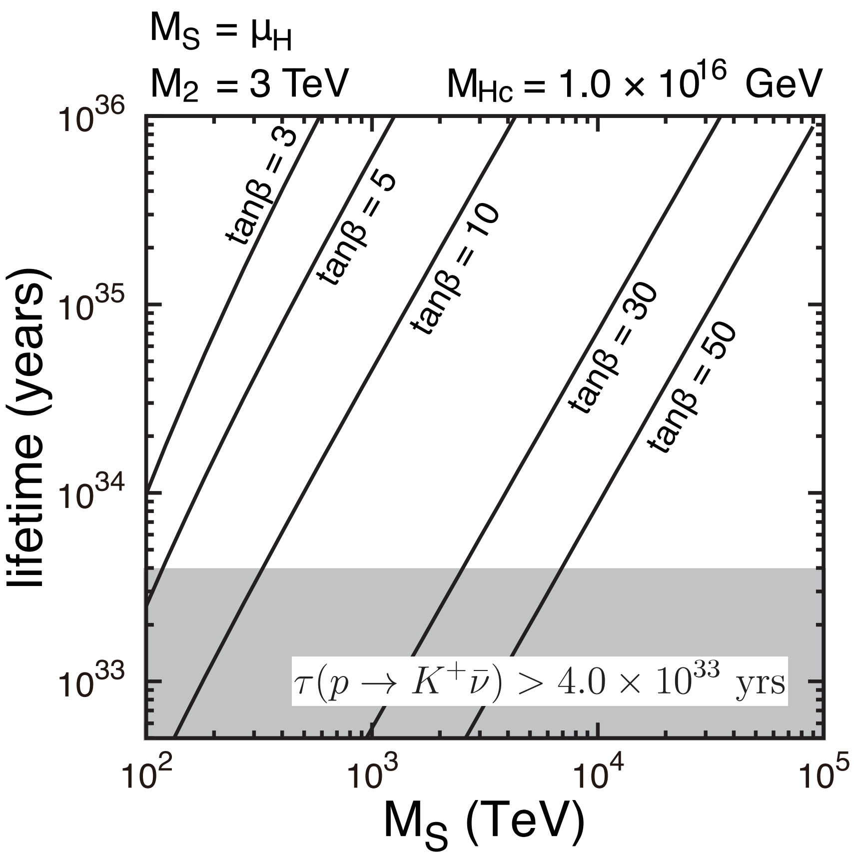
Super-Kamiokande: 1109.3262

超対称スケールが高い場合にこの制限を逃れうる

$$\tau(p \to K^+\bar{\nu}) \simeq 4 \times 10^{35} \times \sin^4 2\beta \left(\frac{0.1}{\underline{A_R}}\right)^2 \left(\frac{M_S}{10^2\ \text{TeV}}\right)^2 \left(\frac{M_{H_C}}{10^{16}\ \text{GeV}}\right)^2 \quad \text{yrs} \ ,$$

くりこみ因子

おまけ 次元５演算子による陽子崩壊



← 実験制限

超対称スケールが高い場合実験制限を逃れうる

[桑原拓巳君（名大）のポスター参照]

J. Hisano, D. Kobayashi, T. Kuwahara, N. Nagata JHEP **1307** (2013) 038.

5. Summary

Summary

- 現在の状況，特に126 GeV ヒッグス粒子を踏まえて，超対称大統一理論を再考した
- 中間スケールに新たな粒子が加えられる場合，大統一群のゲージ結合定数が大きくなることから，次元６の陽子崩壊による制限が重要となりうる
- 超対称スケールが高い場合，ゲージ結合定数の統一が単に保たれるばかりでなく，改善しうる
- 次元５の演算子による陽子崩壊についても，超対称粒子が重い場合，余分な機構を考えることなく実験制限を避ける事ができる

Backup

Superheavy masses

Superpotential of Higgs sector

$$W_{\rm Higgs} = \frac{1}{3}\lambda_\Sigma {\rm Tr}\Sigma^3 + \frac{1}{2} m_\Sigma {\rm Tr}\Sigma^2 + \lambda_H \bar{H}\Sigma H + m_H \bar{H} H \ .$$

VEV of adjoint Higgs

$$\langle \Sigma \rangle = V \cdot {\rm diag}(2,2,2,-3,-3) \qquad (V = m_\Sigma / \lambda_\Sigma)$$

Doublet-triplet mass splitting

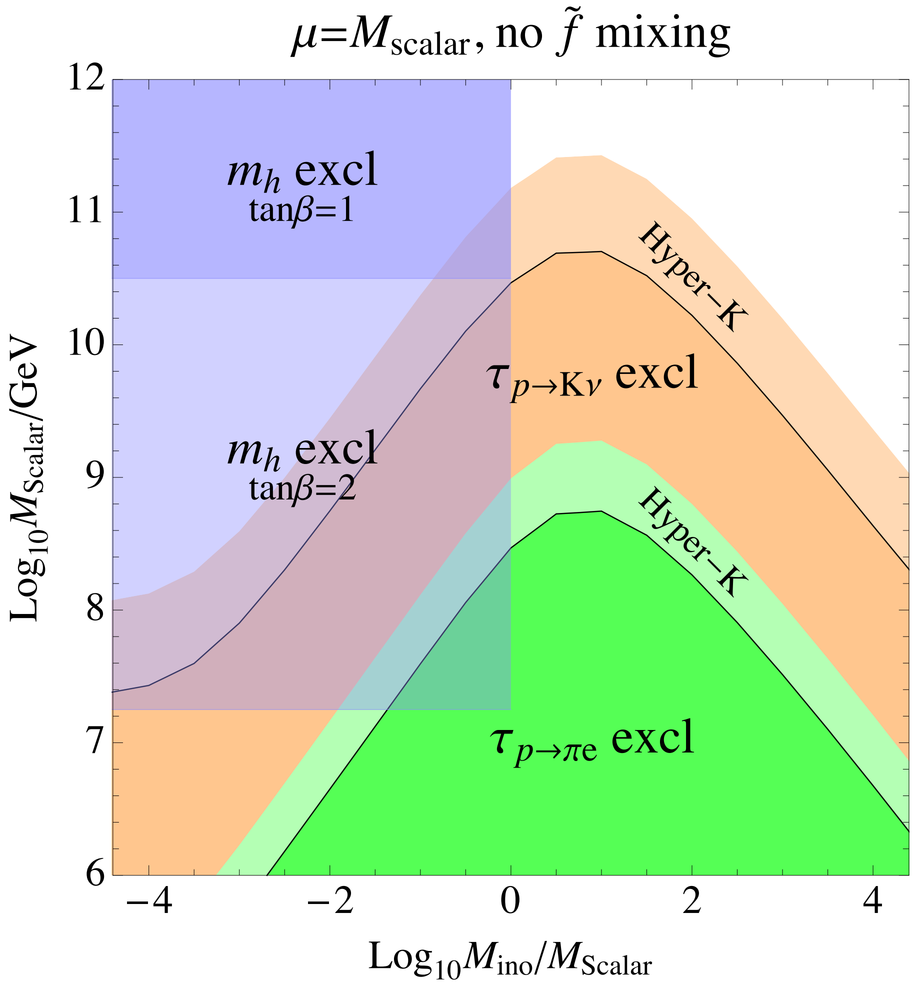
m_H is fine-tuned as $m_H = 3\lambda_H V$

Superheavy masses

$$M_{H_C} = M_{\bar{H}_C} = 5\lambda_H V \qquad M_X = 5\sqrt{2} g_5 V$$

$$M_\Sigma \equiv M_{\Sigma_8} = M_{\Sigma_3} = \frac{5}{2}\lambda_\Sigma V \qquad M_{\Sigma_{24}} = \frac{1}{2}\lambda_\Sigma V$$

Dim-5 proton decay via Planck suppressed operators



M. Dine, P. Draper, W. Shepherd, arXiv: 1308.0274.