Planck scale boundary conditions in the standard model with singlet scalar dark matter

基研研究会 素粒子物理学の進展 2014 @ 京都大学 基礎物理学研究所
2014年7月28日－8月1日

高橋 亮 (島根大学)

参考文献

N. Haba, K. Kaneta, R. Takahashi, JHEP 1404 (2014) 029
N. Haba, H. Ishida, K. Kaneta, R. Takahashi, 1406.0158

目次

1. 導入

- 素粒子標準模型はこれまでの素粒子実験結果をほとんど矛盾無く説明することのできる極めて優れた有効理論

1. 導入

- 素粒子標準模型はこれまでの素粒子実験結果をほとんど矛盾無く説明することのできる極めて優れた有効理論
- そして、標準模型を構成する素粒子の中で唯一未発見であったヒッグス粒子がLHC実験で発見された

1. 導入

- 素粒子標準模型はこれまでの素粒子実験結果をほとんど矛盾無く説明することのできる極めて優れた有効理論
- そして、標準模型を構成する素粒子の中で唯一未発見であったヒッグス粒子がLHC実験で発見された
- これまでのところ、LHC実験の結果は標準模型とほとんどコンシステントで、新しい物理（超対称性や余剰次元）の存在の証拠は得られていない

1. 導入

- 素粒子標準模型はこれまでの素粒子実験結果をほとんど矛盾無く説明することのできる極めて優れた有効理論
- そして、標準模型を構成する素粒子の中で唯一未発見であったヒッグス粒子がLHC実験で発見された
- これまでのところ、LHC実験の結果は標準模型とほとんどコンシステントで、新しい物理（超対称性や余剰次元）の存在の証拠は得られていない

$$\Downarrow$$

♠ 126 GeVのヒッグス質量と173 GeVのトップクォーク質量を詳しく考えてみる

1. 導入

- 素粒子標準模型はこれまでの素粒子実験結果をほとんど矛盾無く説明することのできる極めて優れた有効理論
- そして、標準模型を構成する素粒子の中で唯一未発見であったヒッグス粒子がLHC実験で発見された
- これまでのところ、LHC実験の結果は標準模型とほとんどコンシステントで、新しい物理（超対称性や余剰次元）の存在の証拠は得られていない

$\Downarrow$

♠ 126 GeVのヒッグス質量と173 GeVのトップクォーク質量を詳しく考えてみる

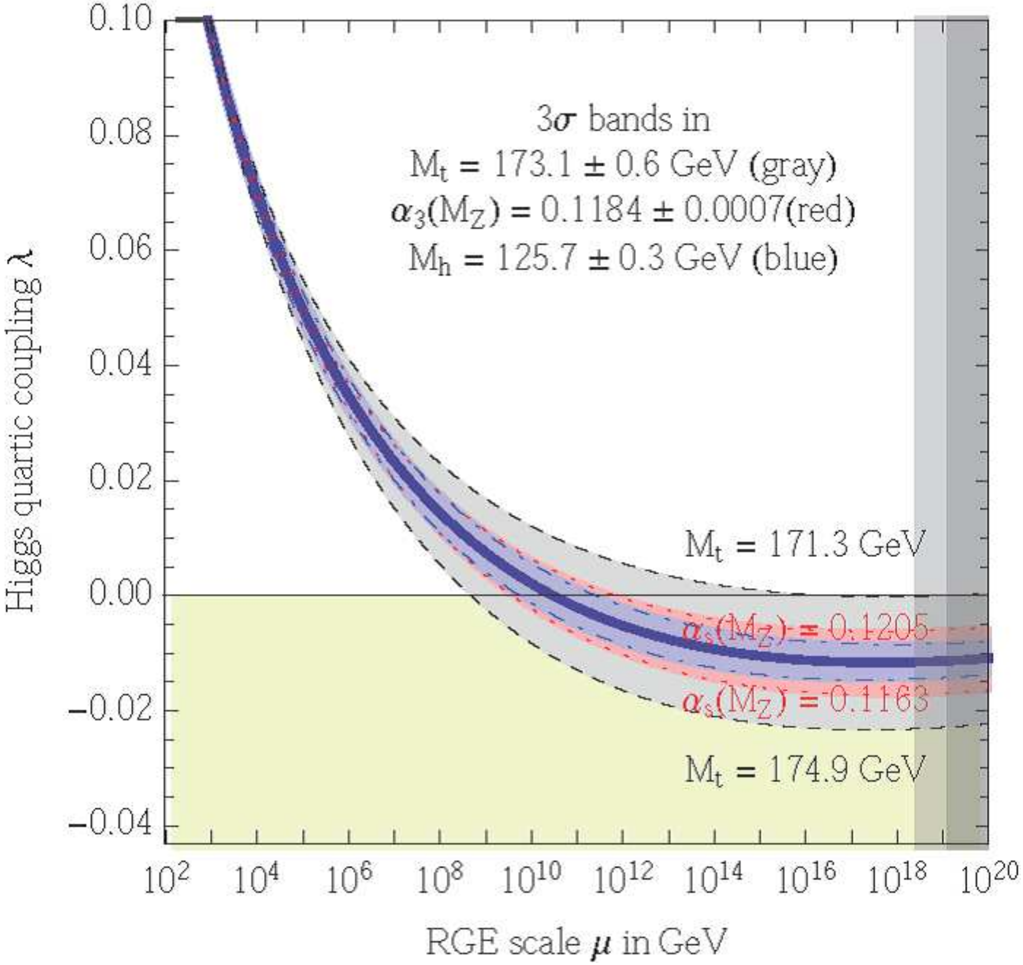
$\Downarrow$

♠ 繰り込み群方程式を解き、高エネルギー（プランク）スケールでのヒッグスセクターの振る舞いを探ってみる

1. 導入

$\boxed{\boldsymbol{\lambda}\text{の発展}:\mathcal{L}_{\rm SM}\supset-\boldsymbol{\lambda}(H^2-v^2/2)^2}$

Buttazo, et al., 1307.3536



$$171.3\ \mathrm{GeV} \le M_t \le 174.9\ \mathrm{GeV}$$
$$M_h = 125.7 \pm 0.3\ \mathrm{GeV}$$

の範囲内で、

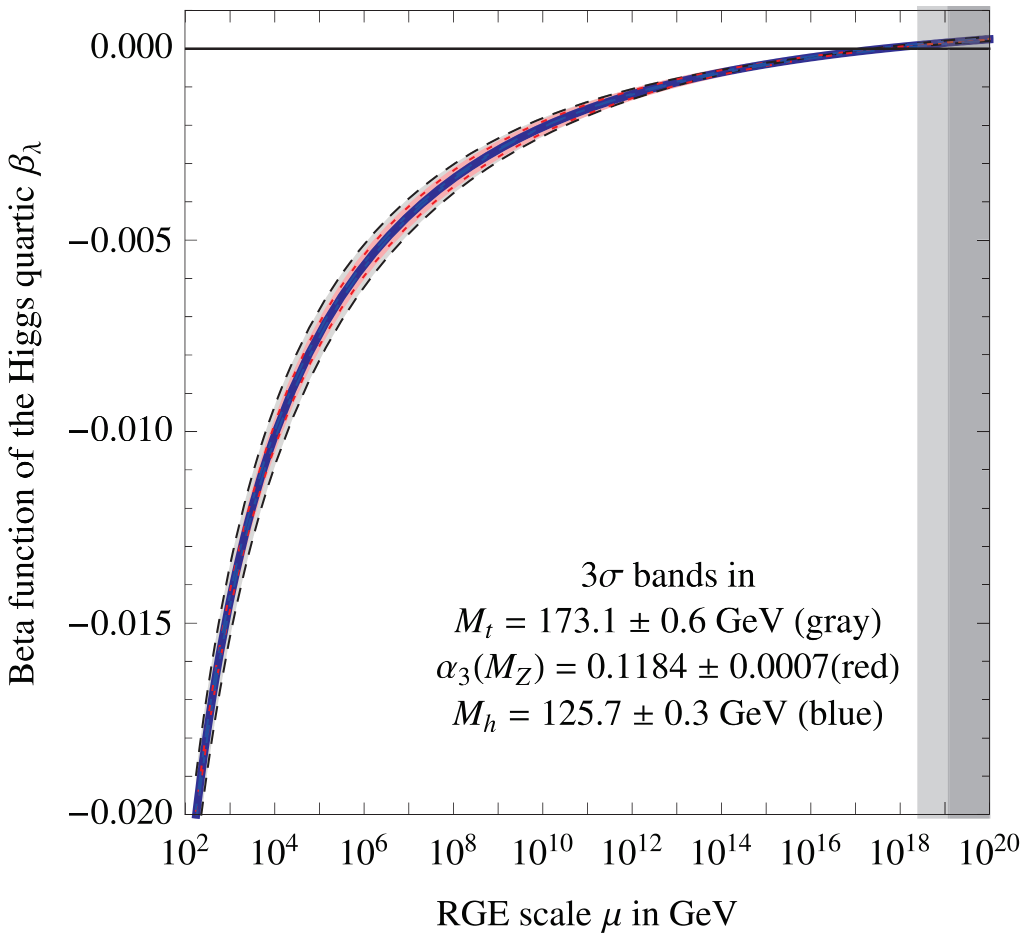
$$-0.02 \lesssim \boldsymbol{\lambda}(M_{\rm pl}) \lesssim 0$$

となる

1. 導入

$\boxed{\beta_\lambda \text{の発展}：d\lambda/d\ln\mu = \beta_\lambda}$

Buttazo, et al., 1307.3536



$$M_t = 173.1 \pm 0.6\ \mathrm{GeV}$$
$$M_h = 125.7 \pm 0.3\ \mathrm{GeV}$$

の範囲内で、

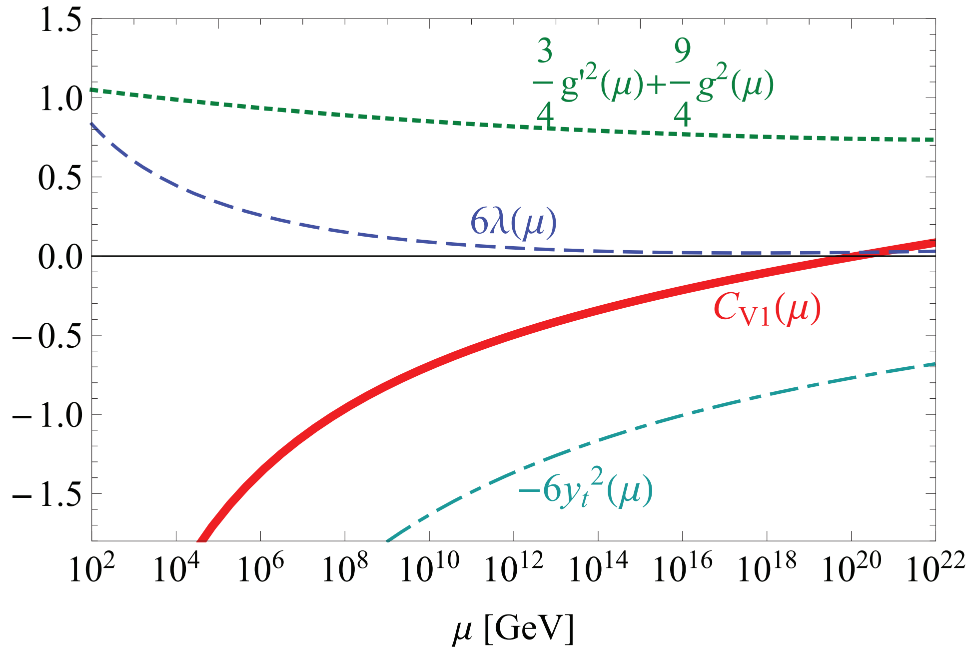
$$0 \lesssim \beta_\lambda(M_{\rm pl}) \lesssim 0.001$$

となる

1. 導入

ヒッグス質量の２次発散部分の係数の発展

Masina and Quiros, PRD 88 (2013) 093003



$$\delta M_h^2 = \frac{\Lambda^2}{16\pi^2} C_V$$

$$C_V = \sum_{n\geq 1} C_{V_n}$$

標準模型の１ループでは、

$$C_{V1} \equiv \frac{3}{v^2}(M_h^2 + M_Z^2 + 2M_W^2 - 4M_t^2)$$
$$= 6\lambda + \frac{9}{4}g^2 + \frac{3}{4}g'^2 - 6y_t^2$$

$$M_h = 126 \text{ GeV}$$
$$M_t \simeq 172 \text{ GeV}$$

ととると、

$$C_{V1}(M_{\rm pl}) \simeq -0.1$$

ベルトマン条件： $C_{V1} = 0$

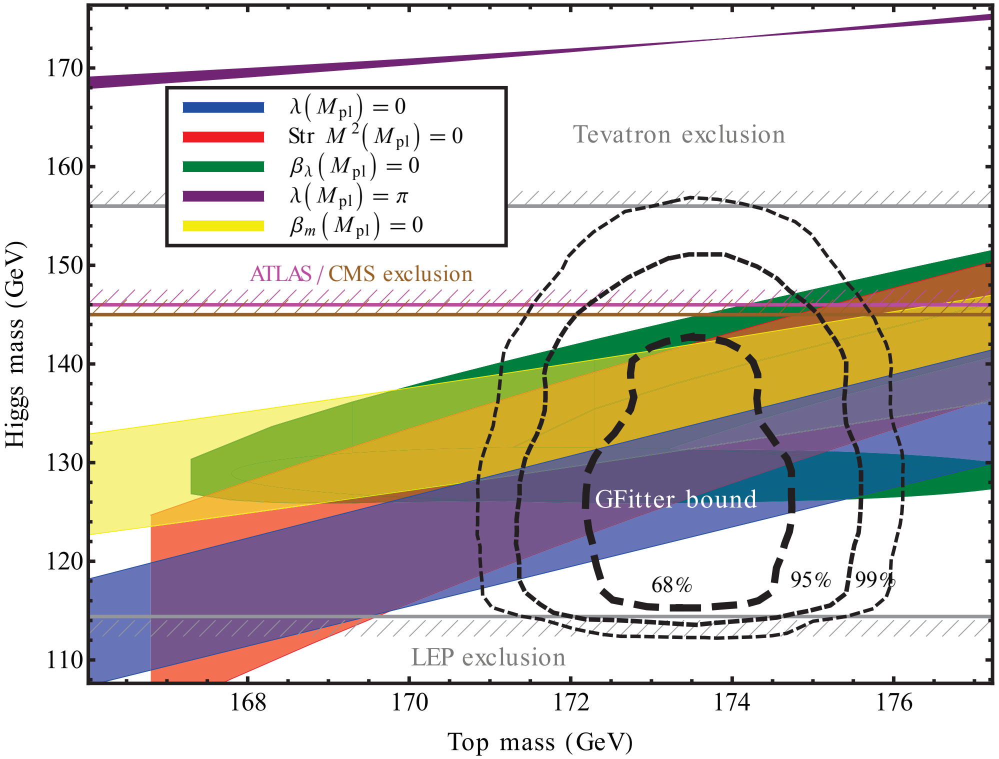
標準模型の２ループ

⇒ Hamada, Kawai, Oda,
PRD 87 (2013) 053009

1. 導入

プランクスケールでの境界条件とヒッグス質量の予言

Holthausen, Lim, Lindner, JHEP 1202 (2012) 037



$\mu=$プランクスケールでの

$$\lambda = 0 \quad \text{or} \quad \pi$$

$$\beta_\lambda = 0$$

$$C_{V1} = \frac{\mathrm{Str}\mathcal{M}^2}{v^2} = 0$$

$$\gamma_{M_h} \equiv (4\pi)^2 \frac{dM_h^2}{dt} = 0$$

の境界条件は、

$$127\ \mathrm{GeV} \lesssim M_h \lesssim 142\ \mathrm{GeV}$$

の範囲を予言する

1．導入

境界条件の物理的意味

- $\boldsymbol{\lambda = 0}$（$\boldsymbol{V = \lambda(H^2 - v^2/2)^2}$）：
  ヒッグスの自己相互作用無し
  – 高エネルギー（$\boldsymbol{\mu \sim \mathcal{O}(10^{17-18})}$ **GeV**）で、$\boldsymbol{0 < \lambda \ll 1}$：
  ヒッグスインフレーション？

Bezrukov and Shaposhnikov, PLB 659 (2008) 703; 1403.6078
Hamada, Kawai, Oda, Park, PRL 112 (2014) 241301
Haba, RT, PRD 89 (2014) 115009; Haba, Ishida, RT, 1405.5738

- $\boldsymbol{\lambda(M_{\rm pl}) = 0}$と$\boldsymbol{\beta_\lambda(M_{\rm pl}) = 0}$：
  $\boldsymbol{V(v) \simeq V(M_{\rm pl}) \simeq 0}$（**Multiple Point Criticality Principle**）？
  $\boldsymbol{\Rightarrow M_h = 135}$ **GeV** & $\boldsymbol{M_t = 173}$ **GeV**

Froggatt and Nielsen, PLB 368 (1996) 96
Hamada, Kawai, Oda, JHEP 1407 (2014) 026
Haba, Ishida, Kaneta, RT, 1406.0158

- $\boldsymbol{C_{V1} = \mathrm{Str}\mathcal{M}^2/v^2 = 0}$や$\boldsymbol{\gamma_{M_h} \equiv (4\pi)^2 dM_h^2/dt = 0}$：
  ヒッグス質量に対する二次発散と対数発散が消える
  Exact (unbroken) (conformal？) 対称性？

1. 導入

ここまでのまとめと研究の動機

- 標準模型（$M_h \simeq 126$ GeV & $M_t \simeq 173$ GeV）の枠組みで、正確に$\lambda(M_{\rm pl}) = \beta_\lambda(M_{\rm pl}) = C_V(M_{\rm pl}) = \gamma_{M_h}(M_{\rm pl}) = 0$（Multi-conincindence）ではないが、$\lambda(M_{\rm pl}) \simeq \beta_\lambda(M_{\rm pl}) \simeq C_V(M_{\rm pl}) \simeq \gamma_{M_h}(M_{\rm pl}) \simeq 0$
- これらの境界条件は、高エネルギーの理論の何らかのヒントになっているかもしれない
  - 標準模型はプランクスケールまで有効か？（重力の効果？）
  - カットオフスケール＜プランクスケールで、そこならもっと良い精度で境界条件が満たされるのか？
  - 電弱スケールとプランクスケールの間に新しい（物理や粒子の質量）スケールはないのか？
- 新しい（物理や粒子の質量）スケールの導入したら、$M_h \simeq 126$ GeV & $M_t \simeq 173$ GeV でも、標準模型よりも高い精度で境界条件が満たされている可能性はないか？

1. 導入

新しい（物理や粒子の質量）スケールを導入する方針

- 標準模型の枠組みでは説明できない問題を解決する：
  - ダークマター（DM）
  - バリオン非対称性（BAU）
  - 強いCP問題
  - インフレーション
  - 有限のニュートリノ質量
  - ゲージ階層性問題
  - ダークエネルギー（DE）

ダークマター（ゲージ一重項実スカラー）

$$\mathcal{L}_S = -\frac{\bar{m}_S^2}{2}S^2 - \frac{k}{2}|H|^2 S^2 - \frac{\lambda_S}{4!}S^4 \quad (S : \text{DM},\ Z_2\text{-odd})$$

有限のニュートリノ質量（タイプ I シーソー（右巻きニュートリノ））

$$\mathcal{L}_N = -\left(\frac{M_R}{2}\overline{N^c}N + y_N \overline{L}\tilde{H}N + c.c.\right) \quad (N : \text{右巻き}\nu)$$

2. プランクスケールでの境界条件

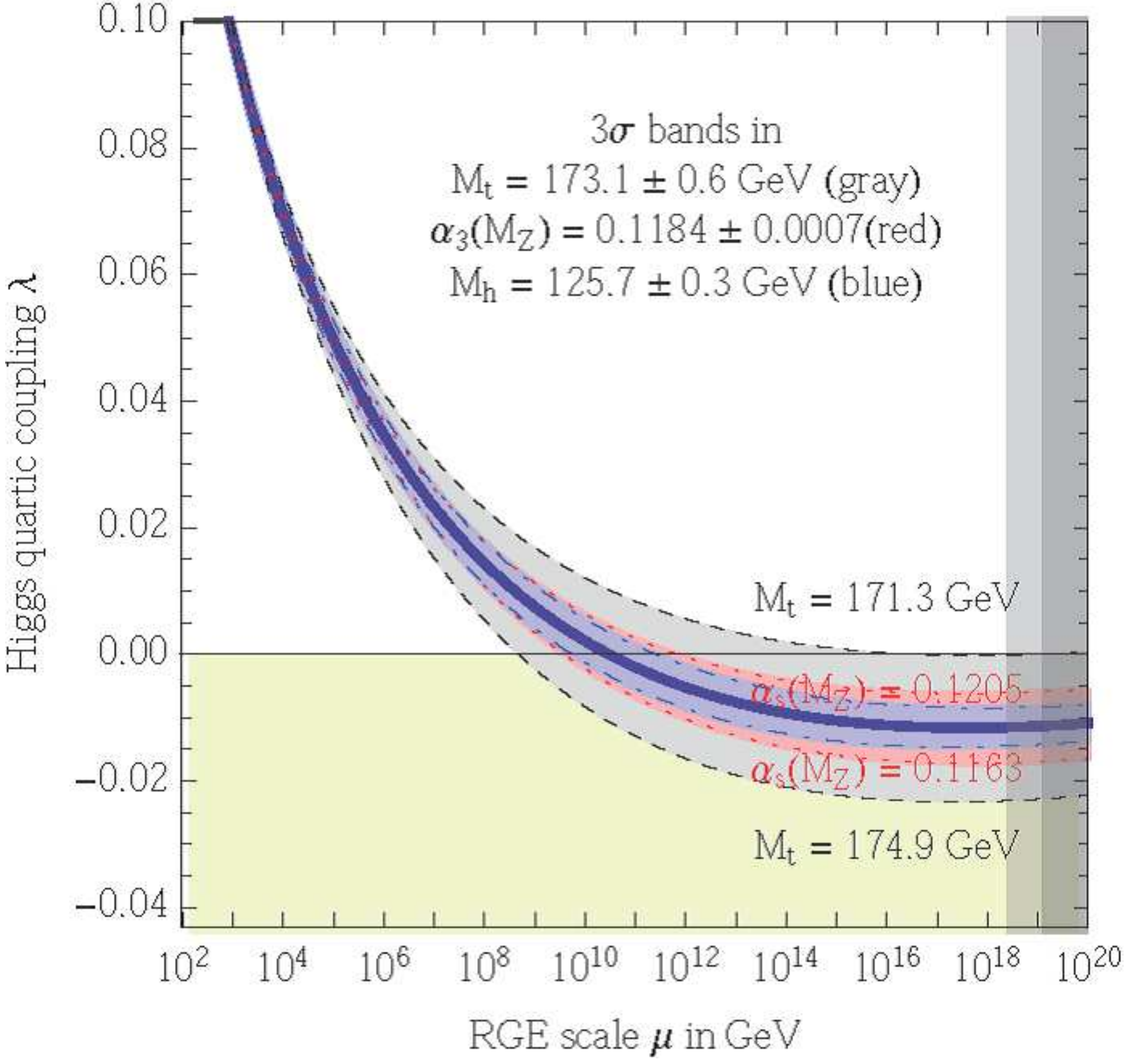
$\boxed{\mathrm{SM}+S}$ N. Haba, K. Kaneta, RT, JHEP 1404 (2014) 029

- $\lambda(M_{\rm pl})=0$:
  $kS^2|H|^2$の相互作用の影響で、$\lambda(\mu)$のランニングを持ち上げることができる $\Rightarrow$ M_tを重めにしても$\lambda(M_{\rm pl})=0$を実現できる

$$\beta_\lambda = 24\lambda^2+12\lambda y_t^2-6y_t^4-3\lambda(g'^2+3g^2) + \frac{3}{8}\left[2g^4+(g'^2+g^2)^2\right]+\frac{k^2}{2}$$

- $\beta_\lambda(M_{\rm pl})=0$:
  $\beta_\lambda^{\rm SM}>0$なので、$k^2/2$の寄与により$\beta_\lambda(M_{\rm pl})>\beta_\lambda^{\rm SM}(M_{\rm pl})>0$

2. プランクスケールでの境界条件



2. プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\mathrm{SM}+S}$ N. Haba, K. Kaneta, RT, JHEP 1404 (2014) 029

- $\lambda(M_{\rm pl})=0$:

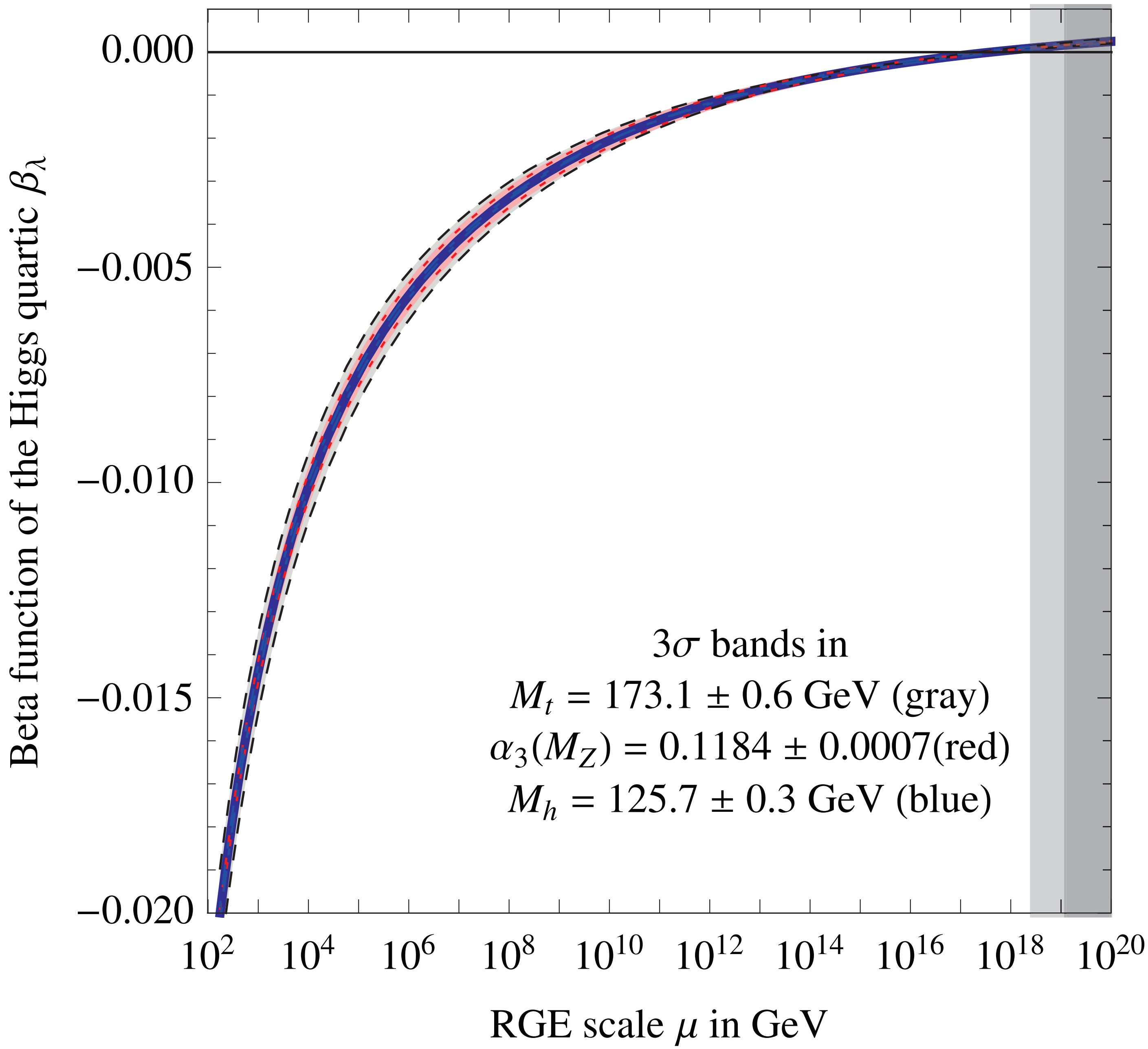
  $kS^2|H|^2$の相互作用の影響で、$\lambda(\mu)$のランニングを持ち上げることができる $\Rightarrow$ M_tを重めにしても$\lambda(M_{\rm pl})=0$を実現できる

$$\beta_\lambda = 24\lambda^2 + 12\lambda y_t^2 - 6y_t^4 - 3\lambda(g'^2+3g^2) + \frac{3}{8}\left[2g^4+(g'^2+g^2)^2\right] + \frac{k^2}{2}$$

- $\beta_\lambda(M_{\rm pl})=0$:

  $\beta_\lambda^{\rm SM}>0$なので、$k^2/2$の寄与により$\beta_\lambda(M_{\rm pl})>\beta_\lambda^{\rm SM}(M_{\rm pl})>0$

2. プランクスケールでの境界条件



2．プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\mathrm{SM}+S}$ **N. Haba, K. Kaneta, RT, JHEP 1404 (2014) 029**

- $\lambda(M_{\rm pl}) = 0$:

  $kS^2|H|^2$の相互作用の影響で、$\lambda(\mu)$のランニングを持ち上げることができる $\Rightarrow$ M_tを重めにしても$\lambda(M_{\rm pl}) = 0$を実現できる

$$\beta_\lambda = 24\lambda^2 + 12\lambda y_t^2 - 6y_t^4 - 3\lambda(g'^2 + 3g^2) + \frac{3}{8}\left[2g^4 + (g'^2 + g^2)^2\right] + \frac{k^2}{2}$$

- $\beta_\lambda(M_{\rm pl}) = 0$:

  $\beta_\lambda^{\rm SM} > 0$なので、$k^2/2$の寄与により$\beta_\lambda(M_{\rm pl}) > \beta_\lambda^{\rm SM}(M_{\rm pl}) > 0$

2. プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\mathrm{SM}+S}$ N. Haba, K. Kaneta, RT, JHEP 1404 (2014) 029

- $C_{V1}(M_{\rm pl}) = 0$:

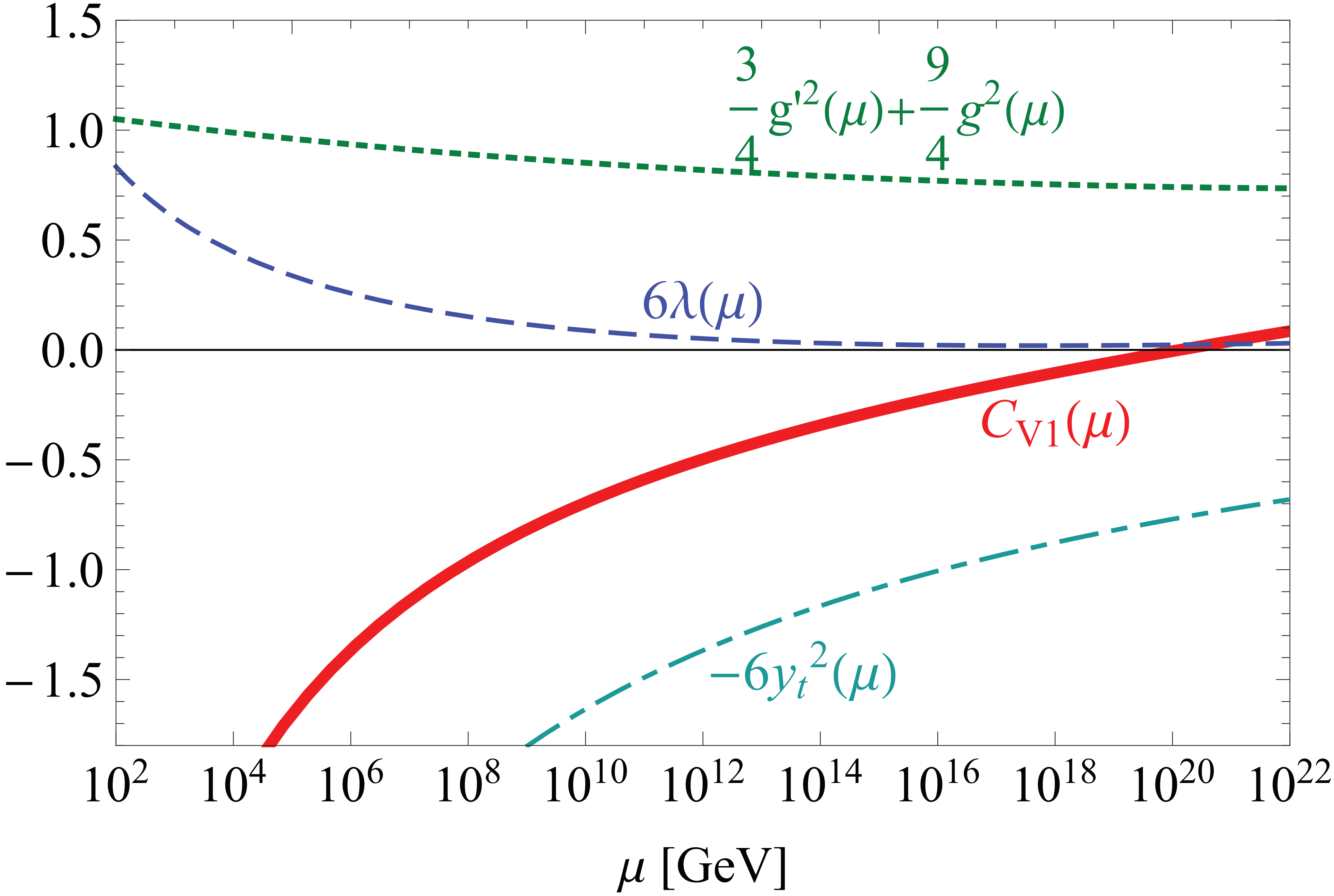
  $C_{V1}^{\rm SM}(M_{\rm pl}) < 0$ なので、M_t を重めにしても $C_{V1}(M_{\rm pl}) = 0$ を実現できる

$$C_{V1} = \frac{\mathrm{Str}\mathcal{M}^2}{v^2} = 6\lambda + \frac{9}{4}g^2 + \frac{3}{4}g'^2 - 6y_t^2 + \frac{k}{2}$$

- $\gamma_{M_h}(M_{\rm pl}) = 0$:

  $\gamma_{M_h}^{\rm SM}(M_{\rm pl})M < 0$ なので、$2km_S^2$ の寄与で $\gamma_{M_h}(M_{\rm pl}) = 0$ を実現できる

$$\gamma_{M_h} = M_h^2\left(12\lambda + 6y_t^2 - \frac{9}{2}g^2 - \frac{3}{2}g'^2\right) + 2km_S^2$$



1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
$\frac{3}{4}g'^2(\mu)+\frac{9}{4}g^2(\mu)$
$6\lambda(\mu)$
$C_{V1}(\mu)$
$-6{y_t}^2(\mu)$
10^2 10^4 10^6 10^8 10^{10} 10^{12} 10^{14} 10^{16} 10^{18} 10^{20} 10^{22}
μ [GeV]

2. プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\mathrm{SM}+S}$ N. Haba, K. Kaneta, RT, JHEP 1404 (2014) 029

- $C_{V1}(M_{\mathrm{pl}}) = 0$:
  $C_{V1}^{\mathrm{SM}}(M_{\mathrm{pl}}) < 0$なので、$M_t$を重めにしても$C_{V1}(M_{\mathrm{pl}}) = 0$を実現できる

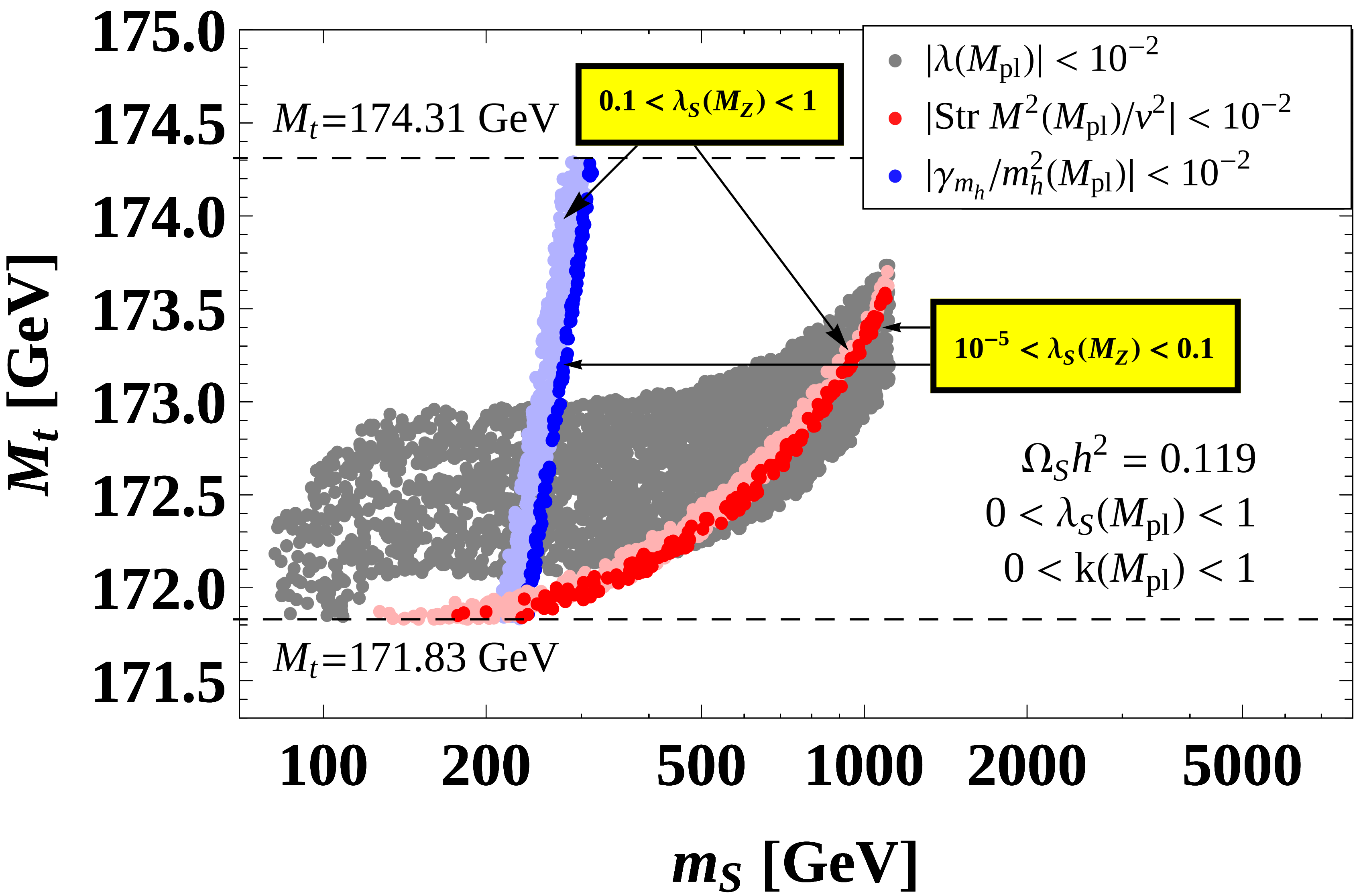
$$C_{V1} = \frac{\mathrm{Str}\mathcal{M}^2}{v^2} = 6\lambda + \frac{9}{4}g^2 + \frac{3}{4}g'^2 - 6y_t^2 + \frac{k}{2}$$

- $\gamma_{M_h}(M_{\mathrm{pl}}) = 0$:
  $\gamma_{M_h}^{\mathrm{SM}}(M_{\mathrm{pl}}) < 0$なので、$2km_S^2$の寄与で$\gamma_{M_h}(M_{\mathrm{pl}}) = 0$を実現できる

$$\gamma_{M_h} = M_h^2\left(12\lambda + 6y_t^2 - \frac{9}{2}g^2 - \frac{3}{2}g'^2\right) + 2km_S^2$$

2. プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\mathrm{SM}+S}$ N. Haba, K. Kaneta, RT, JHEP 1404 (2014) 029



2．プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\mathrm{SM}+S}$ N. Haba, K. Kaneta, RT, JHEP 1404 (2014) 029

- Multi coincidenceの実現：

$-\ \lambda(M_{\rm pl}) = \mathrm{Str}\mathcal{M}^2(M_{\rm pl})/v^2 = 0$

$$300\ \mathrm{GeV} \lesssim m_S \lesssim 1\ \mathrm{TeV},\ \ 172\ \mathrm{GeV} \lesssim M_t \lesssim 173.6\ \mathrm{GeV}$$

$-\ \lambda(M_{\rm pl}) = \gamma_{M_h}(M_{\rm pl}) = 0$

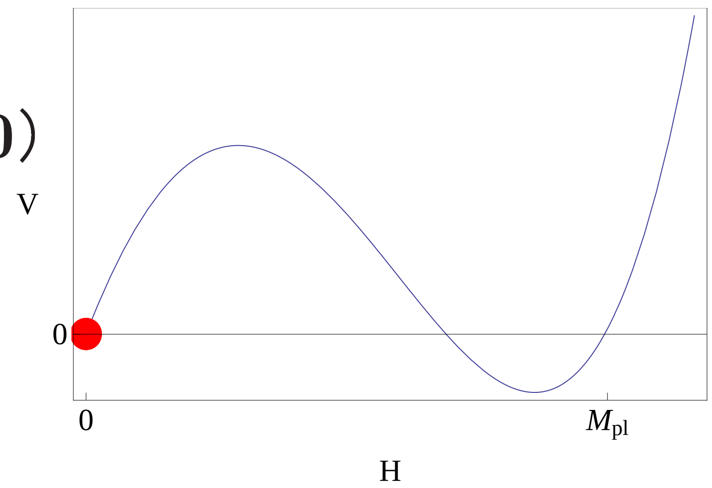
$$200\ \mathrm{GeV} \lesssim m_S \lesssim 300\ \mathrm{GeV},\ \ 172\ \mathrm{GeV} \lesssim M_t \lesssim 173\ \mathrm{GeV}$$

$$\Downarrow$$

ポテンシャルは、量子補正によって与えられる

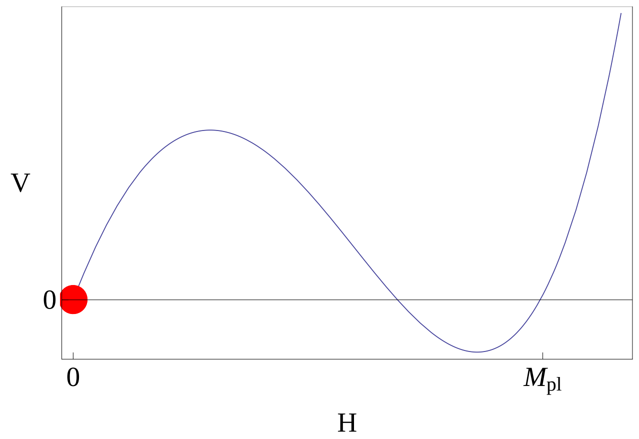
- 真空の構造：

準安定な真空（$\lambda(M_{\rm pl}) = 0$、$\beta_\lambda(M_{\rm pl}) > 0$）

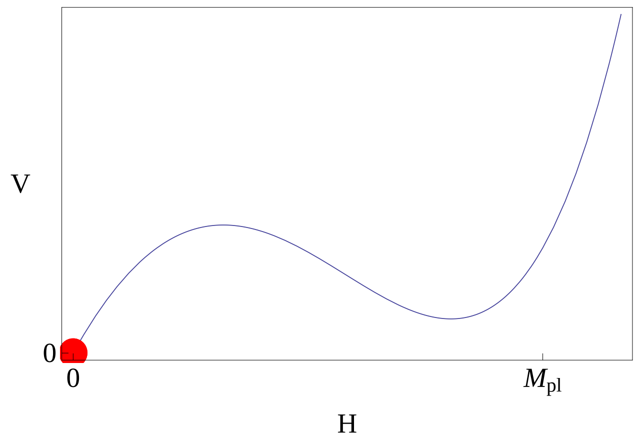


2. プランクスケールでの境界条件

● 準安定な真空（$\boldsymbol{\lambda}(M_{\mathrm{pl}}) = 0$、$\beta_{\boldsymbol{\lambda}}(M_{\mathrm{pl}}) > 0$）

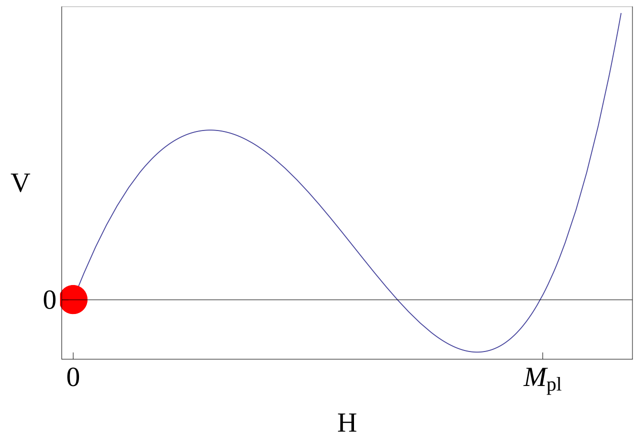


● 安定な真空（$\boldsymbol{\lambda}(M_{\mathrm{pl}}) > 0$、$\beta_{\boldsymbol{\lambda}}(M_{\mathrm{pl}}) \geq 0$）



2. プランクスケールでの境界条件

- 準安定な真空（$\lambda(M_{\rm pl}) = 0$、$\beta_\lambda(M_{\rm pl}) > 0$）

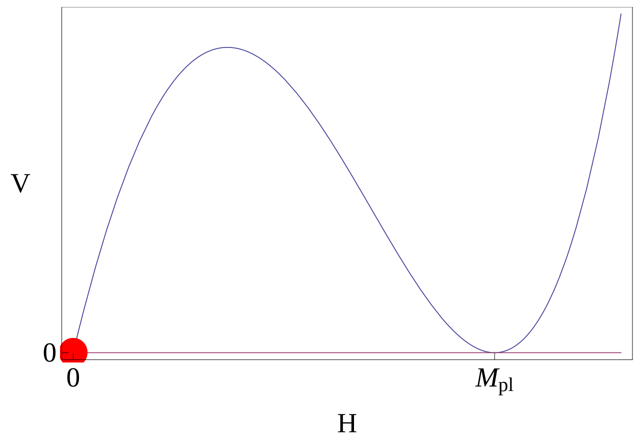


- 縮退した真空（$\lambda(M_{\rm pl}) = 0$、$\beta_\lambda(M_{\rm pl}) = 0$）

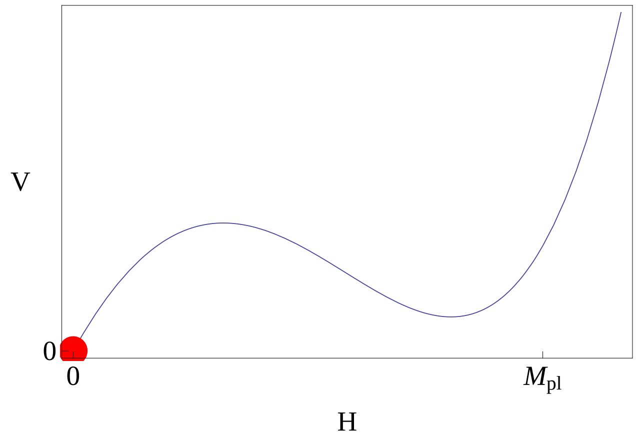
Multiple Point Criticality Principle

Froggatt and Nielsen (1996)

$\Rightarrow M_h = 135$ GeV, $M_t = 173$ GeV



- 安定な真空（$\lambda(M_{\rm pl}) > 0$、$\beta_\lambda(M_{\rm pl}) \geq 0$）



2. プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\mathrm{SM}+S+N}$ N. Haba, H. Ishida, K. Kaneta, RT, 1406.0158

ダークマター（ゲージー重項実スカラー）

$$\mathcal{L}_S = -\frac{\bar{m}_S^2}{2}S^2 - \frac{k}{2}|H|^2 S^2 - \frac{\lambda_S}{4!}S^4 \quad (S: \mathrm{DM},\ Z_2\text{-odd})$$

有限のニュートリノ質量（タイプ I シーソー（右巻きニュートリノ））

$$\mathcal{L}_N = -\left(\frac{M_R}{2}\overline{N^c}N + y_N \bar{L}\tilde{H}N + c.c.\right) \quad (N: 右巻き\nu)$$

β関数

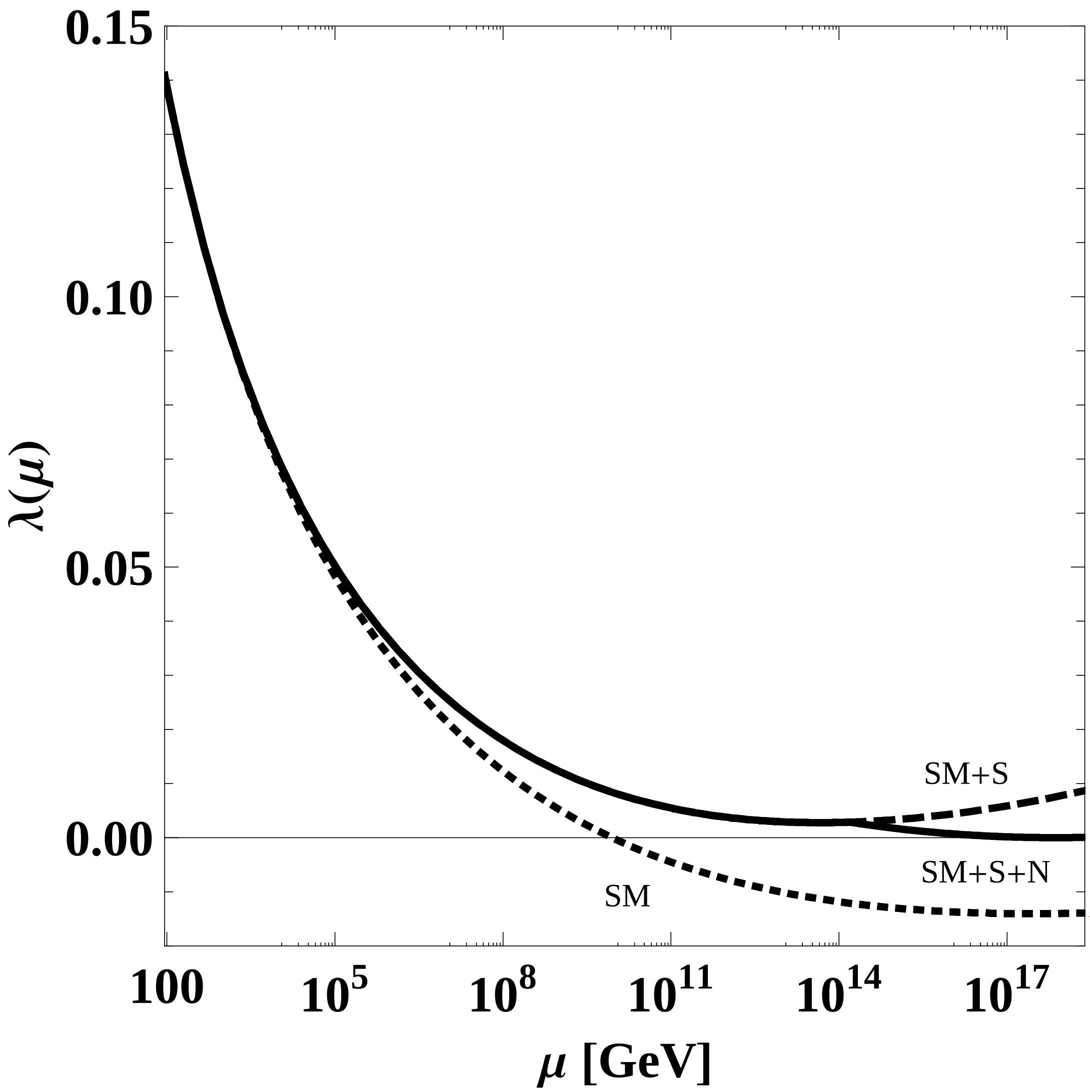
$$\beta_\lambda = 24\lambda^2 - 2(3y_t^4 + y_N^4) + 4\lambda\left(3y_t^2 + y_N^2\right) - 3\lambda\left(g'^2 + 3g^2\right) + \frac{3}{8}\left[2g^4 + (g'^2 + g^2)^2\right] + \frac{1}{2}k^2$$

$\Rightarrow \lambda(M_{\mathrm{pl}}) = 0$、$\beta_\lambda(M_{\mathrm{pl}}) = 0$

see also Hamada, Kawai, Oda, JHEP 1407 (2014) 026

2. プランクスケールでの境界条件

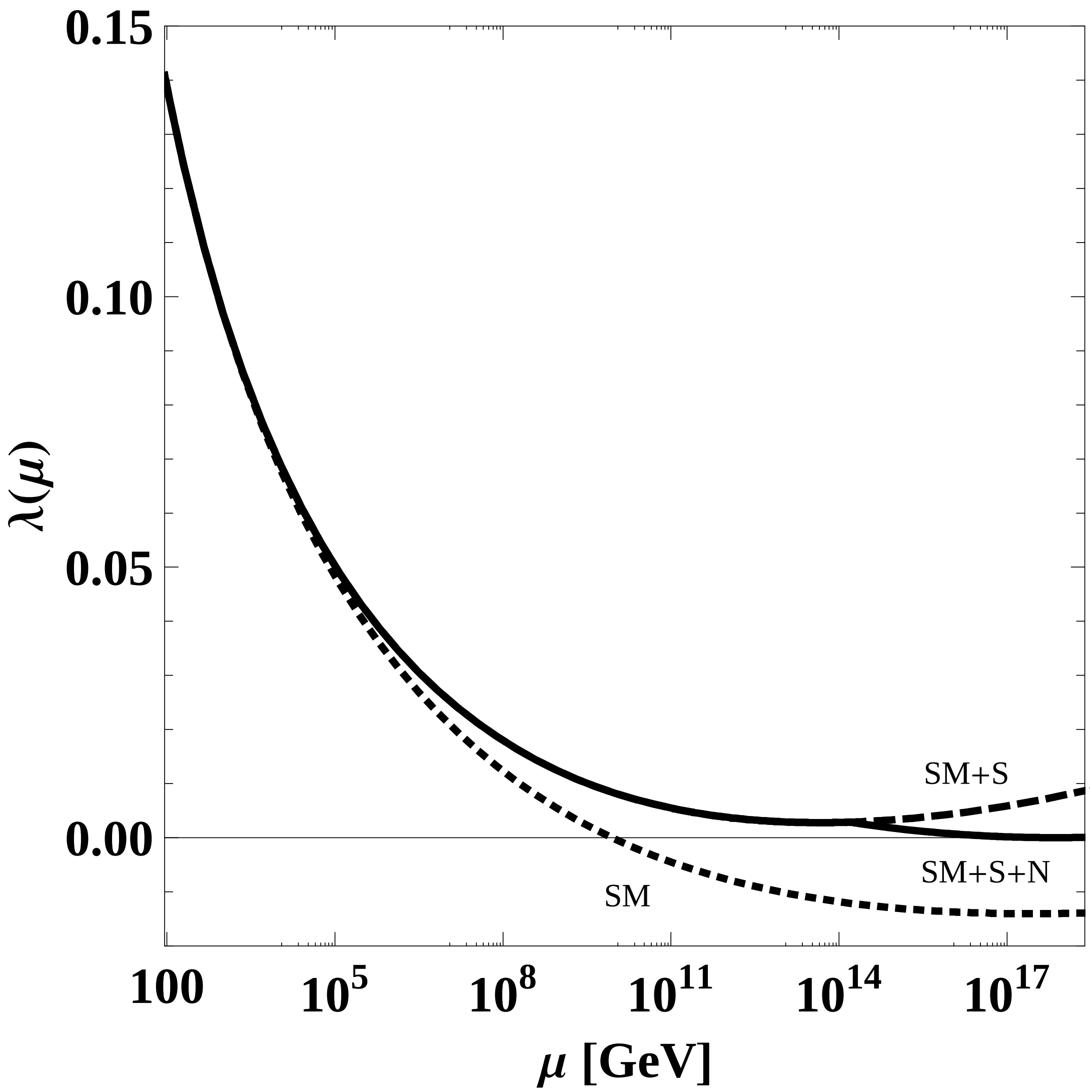
$\boxed{\mathrm{SM}+S+N}$ N. Haba, H. Ishida, K. Kaneta, RT, 1406.0158



$\Leftarrow$ SM with $M_t \simeq 173$ GeV and $M_h \simeq 125.6$ GeV

2. プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\mathrm{SM}+S+N}$ N. Haba, H. Ishida, K. Kaneta, RT, 1406.0158



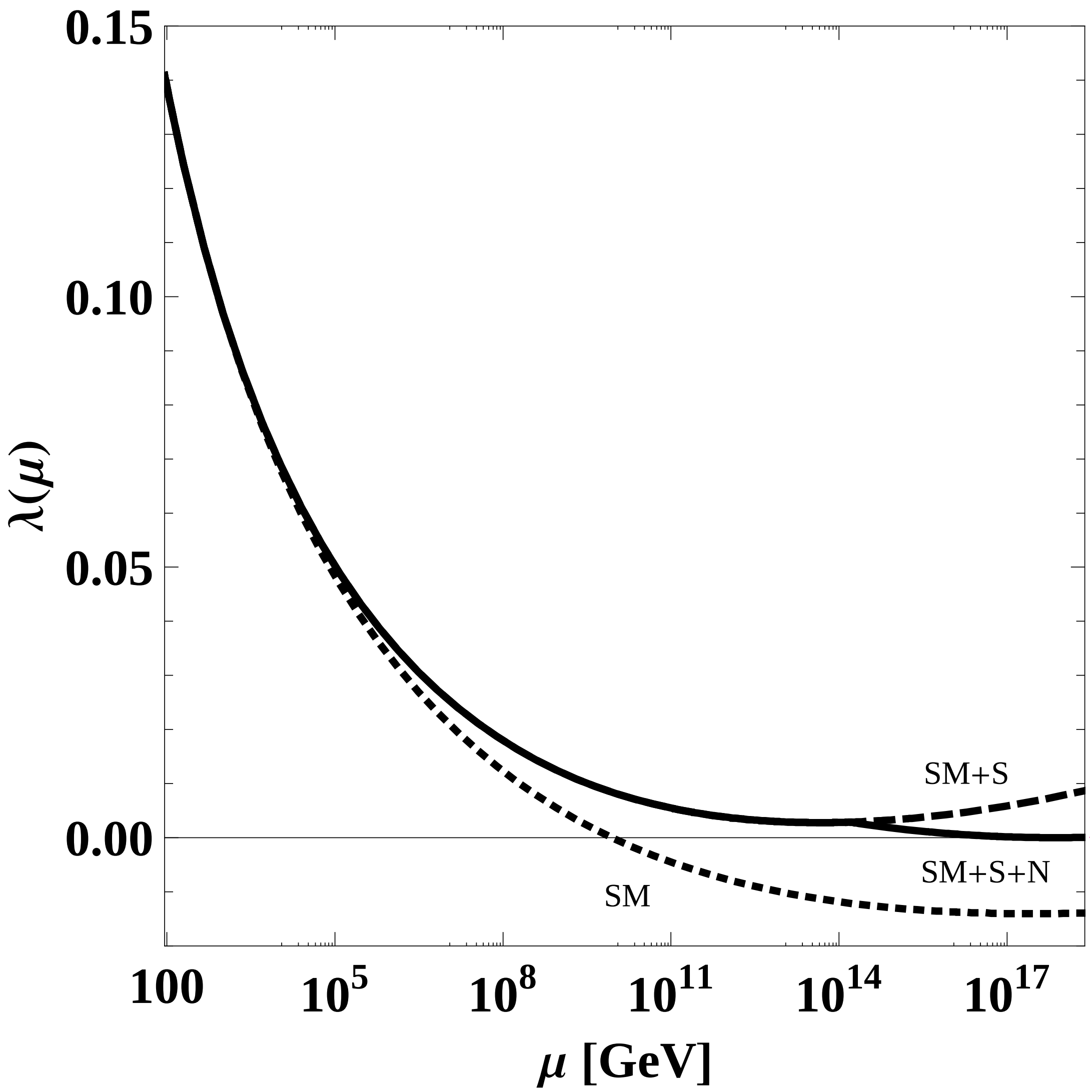
$\Leftarrow$ **SM+S ($M_t \simeq 173$ GeV and $m_H \simeq 125.6$ GeV):**

$\mathcal{L} \supset k|H|^2 S^2/2$

$\beta_\lambda \supset +k^2/2$

2. プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\text{SM}+S+N}$ N. Haba, H. Ishida, K. Kaneta, RT, 1406.0158



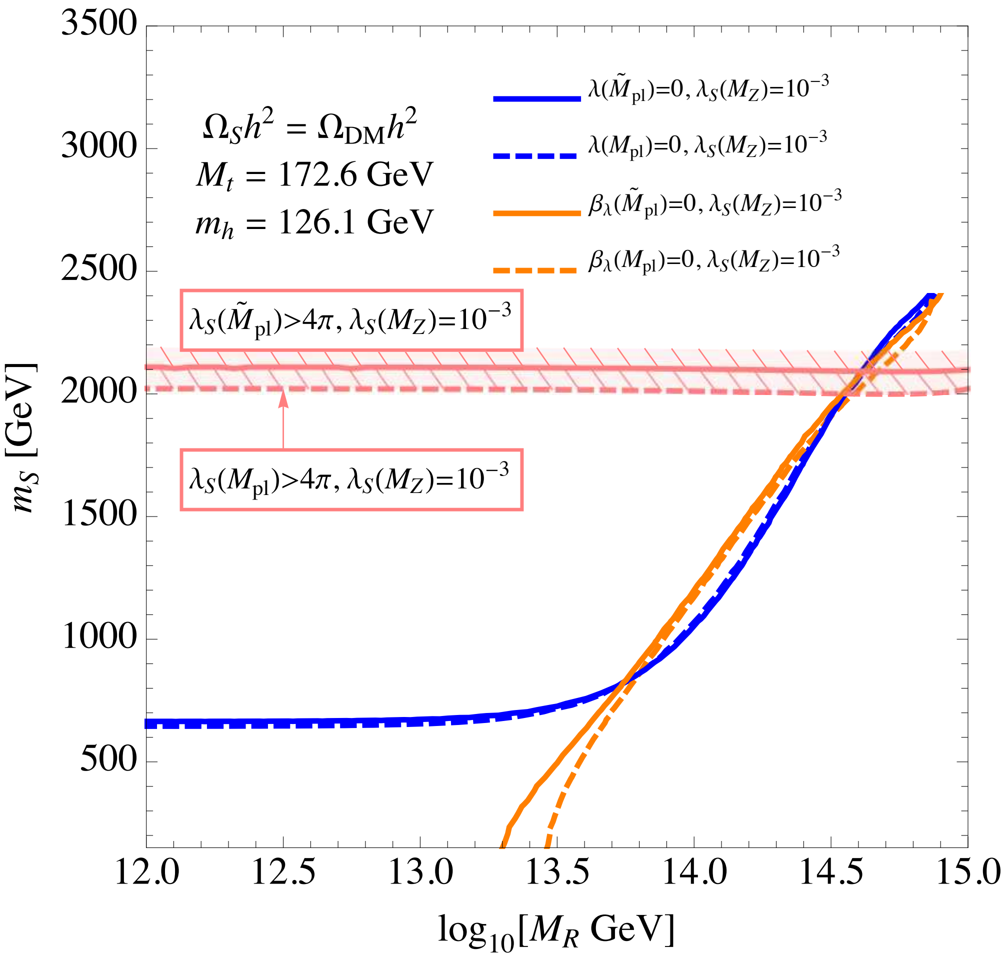
⇐ SM+S+N ($M_t \simeq 173$ GeV and $m_H \simeq 125.6$ GeV):

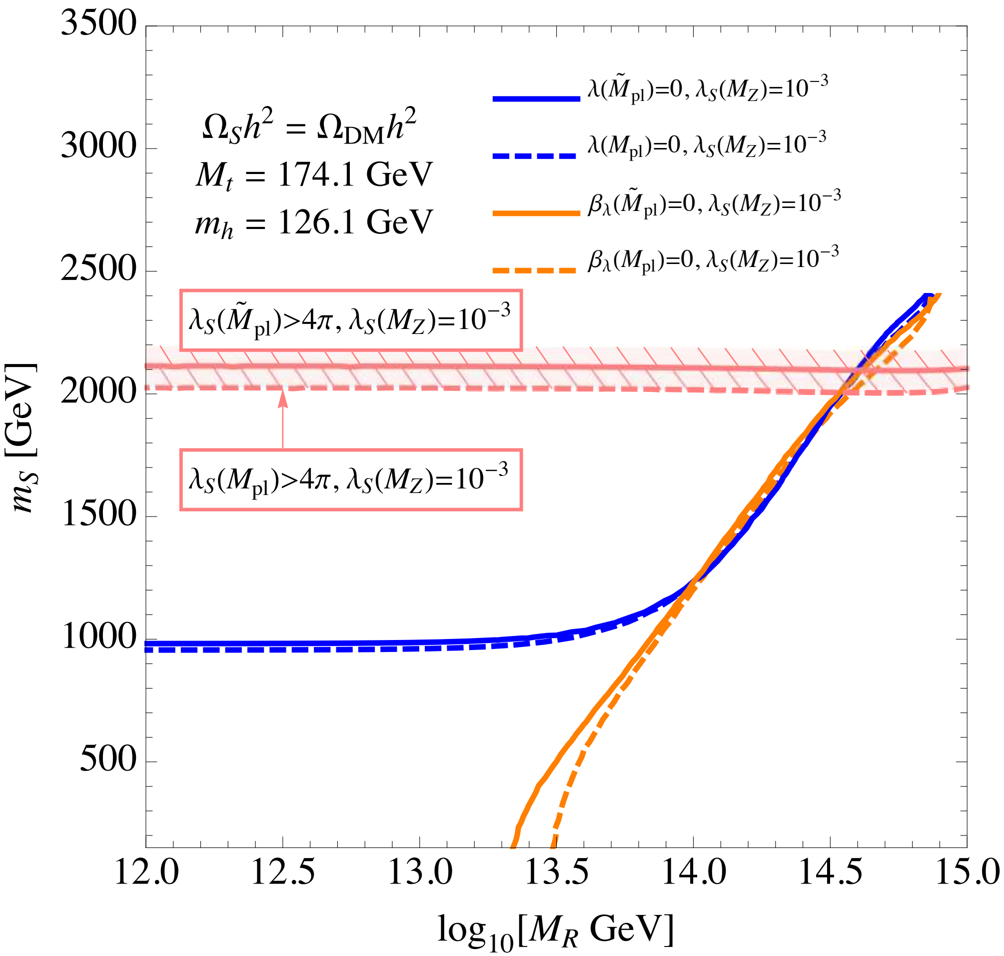
$\mathcal{L} \supset k|H|^2 S^2/2 + y_N \overline{L}\tilde{H}N$

$\beta_\lambda \supset +k^2/2 - 2y_N^4$

2. プランクスケールでの境界条件

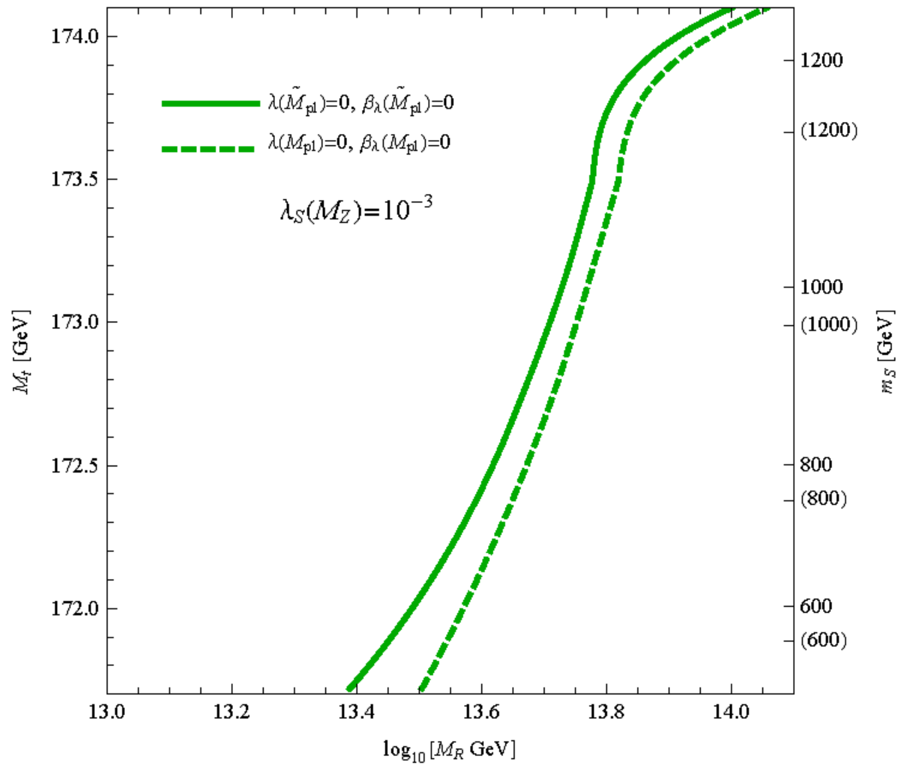
$\boxed{\mathrm{SM}+S+N}$ **N. Haba, H. Ishida, K. Kaneta, RT, 1406.0158**





2. プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\text{SM}+S+N}$ N. Haba, H. Ishida, K. Kaneta, RT, 1406.0158



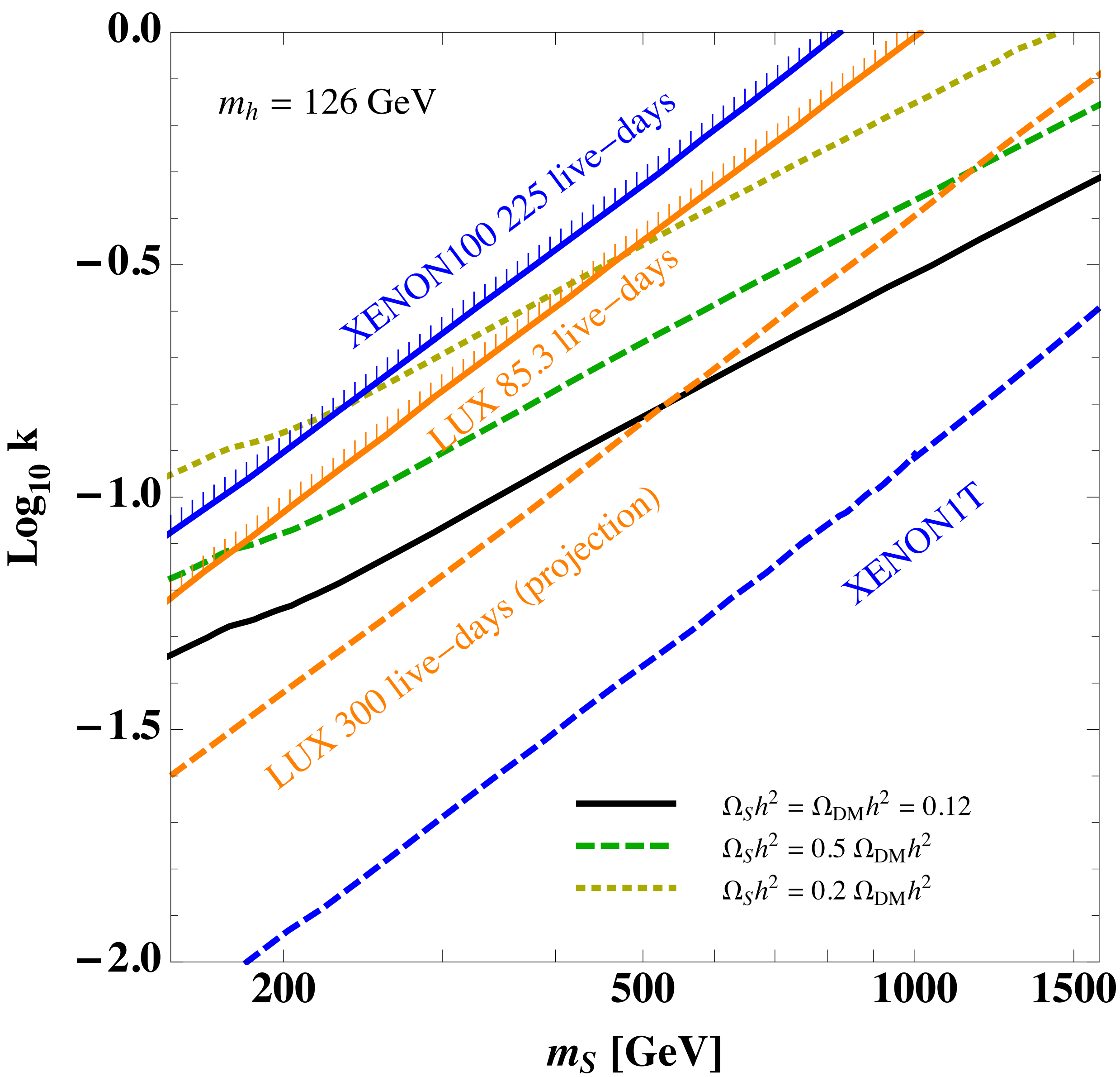
$M_t = (172.6 - 174.1)$ GeVと$10^{-3} \leq \lambda_S(M_Z) \leq 0.5$の範囲内で

$$8.5\ (8.0) \times 10^2 \text{ GeV} \leq m_S \leq 1.4\ (1.2) \times 10^3 \text{ GeV},$$
$$6.3\ (5.5) \times 10^{13} \text{ GeV} \leq M_R \leq 1.6\ (1.2) \times 10^{14} \text{ GeV},$$

であれば、$\lambda(M_{pl}) = 0$、$\beta_\lambda(M_{pl}) = 0$が実現できる

2. プランクスケールでの境界条件

$\boxed{\mathrm{SM}+S+N}$ N. Haba, H. Ishida, K. Kaneta, RT, 1406.0158



3. まとめ

- 標準模型（$M_h \simeq 126$ GeV & $M_t \simeq 173$ GeV）の枠組みで、正確に $\lambda(M_{\rm pl}) = \beta_\lambda(M_{\rm pl}) = C_V(M_{\rm pl}) = \gamma_{M_h}(M_{\rm pl}) = 0$（Multi-conincindence）ではないが、$\lambda(M_{\rm pl}) \simeq \beta_\lambda(M_{\rm pl}) \simeq C_V(M_{\rm pl}) \simeq \gamma_{M_h}(M_{\rm pl}) \simeq 0$
- これらの境界条件は、高エネルギーの理論の何らかのヒントになっているかもしれない
  - 標準模型はプランクスケールまで有効か？（重力の効果？）
  - カットオフスケール $<$ プランクスケールで、そこならもっと良い精度で境界条件が満たされるのか？
  - 電弱スケールとプランクスケールの間に新しい（物理や粒子の質量）スケールはないのか？
- 新しい（物理や粒子の質量）スケールの導入したら、$M_h \simeq 126$ GeV & $M_t \simeq 173$ GeV でも、標準模型よりも高い精度で境界条件が満たされている可能性はないか？

3. まとめ

新しい（物理や粒子の質量）スケールを導入

- 標準模型の枠組みでは説明できない問題を解決する：
  - ダークマター（DM）　　- 有限のニュートリノ質量

ダークマター（ゲージー重項実スカラー）

$$\mathcal{L}_S = -\frac{\bar{m}_S^2}{2}S^2 - \frac{k}{2}|H|^2 S^2 - \frac{\lambda_S}{4!}S^4 \quad (S : \mathrm{DM},\ Z_2\text{-odd})$$

有限のニュートリノ質量（タイプ I シーソー（右巻きニュートリノ））

$$\mathcal{L}_N = -\left(\frac{M_R}{2}\overline{N^c}N + y_N \overline{L}\tilde{H}N + c.c.\right) \quad (N : \text{右巻き}\nu)$$

♠ $\lambda(M_{\rm pl})$、$\beta_\lambda(M_{\rm pl})$、$C_V(M_{\rm pl})$、$\gamma_{M_h}(M_{\rm pl})$

♠ $\lambda(M_{\rm pl}) = \beta_\lambda(M_{\rm pl}) = 0$

3. まとめ

$\boxed{\mathrm{SM}+S}$ N. Haba, K. Kaneta, RT, JHEP 1404 (2014) 029

- Multi coincidenceの実現：

 $-\lambda(M_{\rm pl}) = \mathrm{Str}\mathcal{M}^2(M_{\rm pl})/v^2 = 0$

$$300\ \mathrm{GeV} \lesssim m_S \lesssim 1\ \mathrm{TeV},\ 172\ \mathrm{GeV} \lesssim M_t \lesssim 173.6\ \mathrm{GeV}$$

 $-\lambda(M_{\rm pl}) = \gamma_{M_h}(M_{\rm pl}) = 0$

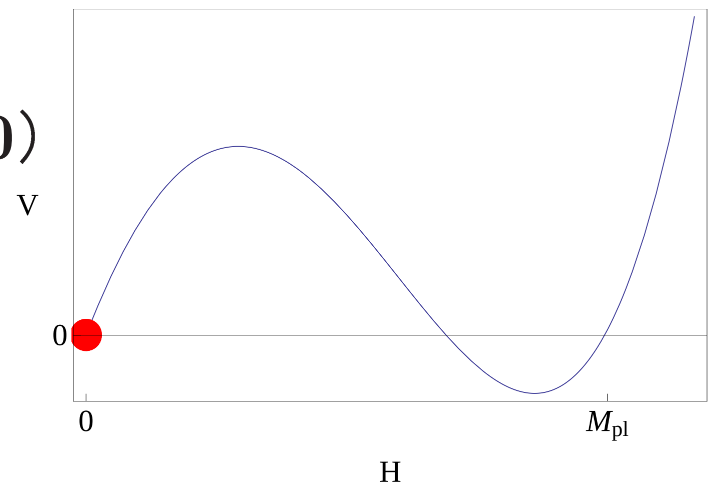
$$200\ \mathrm{GeV} \lesssim m_S \lesssim 300\ \mathrm{GeV},\ 172\ \mathrm{GeV} \lesssim M_t \lesssim 173\ \mathrm{GeV}$$

$$\Downarrow$$

ポテンシャルは、量子補正によって与えられる

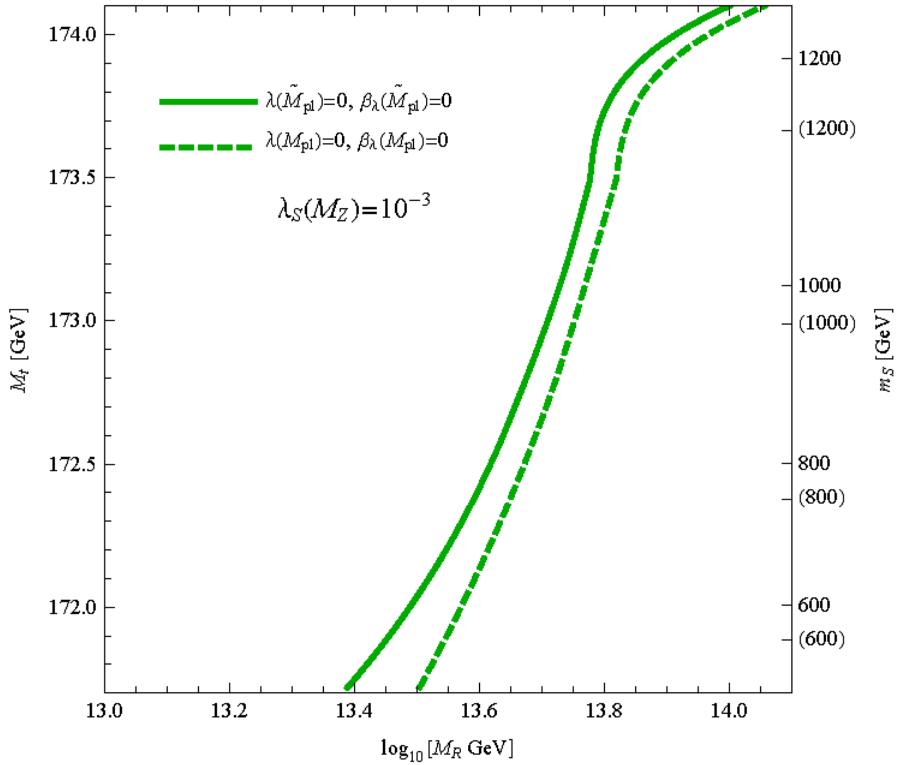
- 真空の構造：

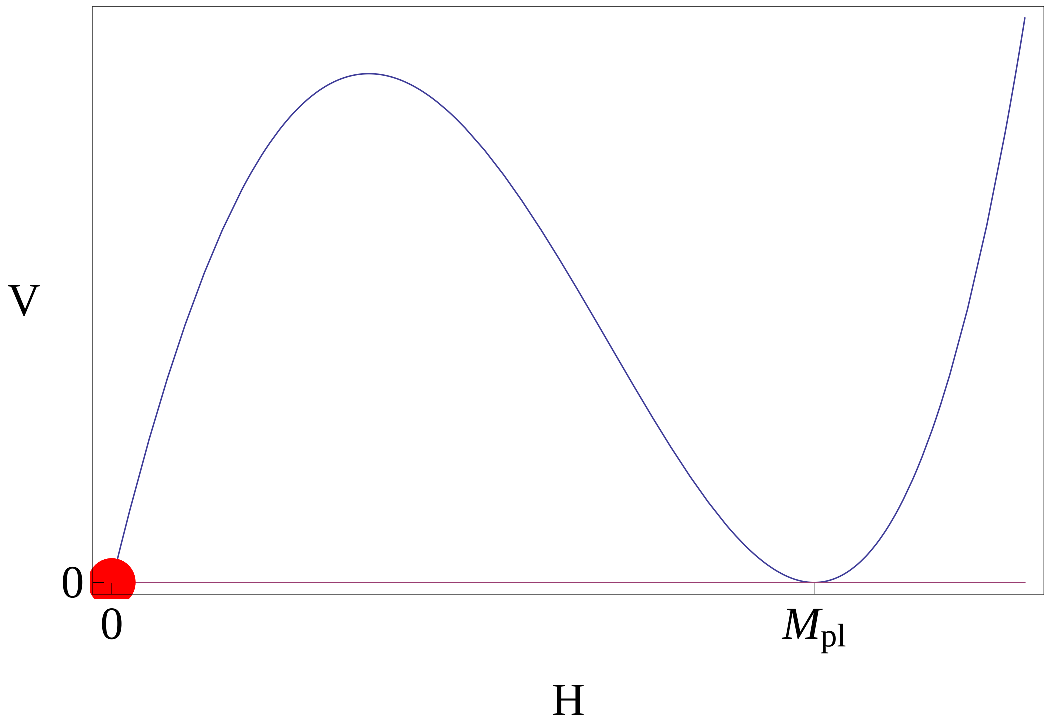
 準安定な真空（$\lambda(M_{\rm pl}) = 0$、$\beta_\lambda(M_{\rm pl}) > 0$）



3. まとめ

$\boxed{\text{SM}+S+N}$ N. Haba, H. Ishida, K. Kaneta, RT, 1406.0158





$M_t = (172.6 - 174.1)$ GeV と $10^{-3} \leq \lambda_S(M_Z) \leq 0.5$ の範囲内で

$$8.5\ (8.0) \times 10^2\ \text{GeV} \leq m_S \leq 1.4\ (1.2) \times 10^3\ \text{GeV},$$
$$6.3\ (5.5) \times 10^{13}\ \text{GeV} \leq M_R \leq 1.6\ (1.2) \times 10^{14}\ \text{GeV},$$

であれば、$\lambda(M_{\rm pl}) = 0$、$\beta_\lambda(M_{\rm pl}) = 0$ が実現できる