Dブレーン模型における フレーバー構造と非摂動効果

京都大学素粒子論研究室　上村尚平
共同研究者：小林達夫(北大),濱田雄太(京大)

based on JHEP05(2014)116[arXiv:1402.2052] and [arXiv:1408.XXXX]

Introduction

◦ The Standard Model

- さまざまな予言を成功
- 実験とも今のところよく一致！！

しかし、問題点もある

- 量子重力
- 大量の任意パラメータ
- ファインチューニング etc.

Introduction

◦ The Standard Model

- さまざまな予言を成功
- 実験とも今のところよく一致！！

しかし、問題点もある

- 量子重力→超弦理論
- 大量の任意パラメータ
- ファインチューニング etc.

Introduction

◦ The Standard Model

- さまざまな予言を成功
- 実験とも今のところよく一致！！

しかし、問題点もある

- 量子重力→超弦理論
- 大量の任意パラメータ
- ファインチューニング etc.

超弦理論の有効理論として現象論を導き、これらの問題を回避する理論を探す→超弦理論現象論

特に今回の話ではDブレーン模型といわれるクラスについてみる

OUT LINE

■1　Dブレーン模型

■2　模型のフレーバー対称性

■3　Dブレーンインスタントン

■4　ゲージ結合、ストリングスケール

OUT LINE

■1　Dブレーン模型

■2　模型のフレーバー対称性

■3　Dブレーンインスタントン

■4　ゲージ結合、ストリングスケール

■1　Dブレーン模型

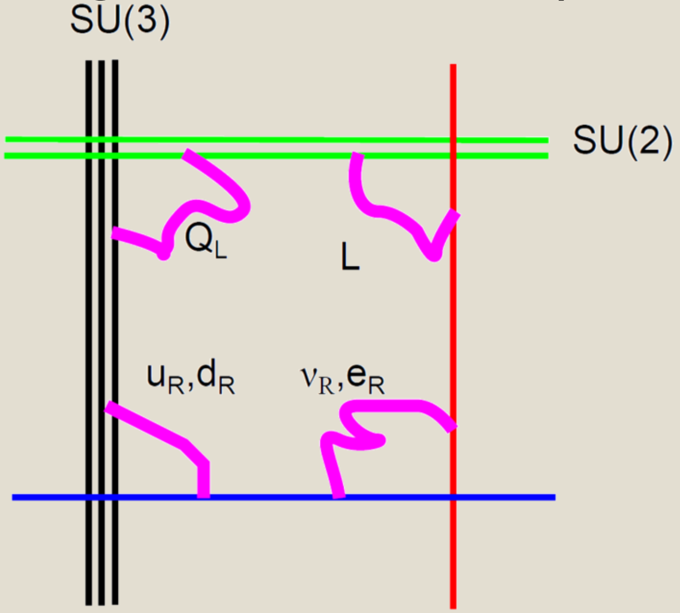
なんでDブレーンを考えるか？

- Dブレーンは BPS状態→SUSYを破る
  （超弦理論の10次元のN=2 SUSYでは多すぎる）
- Dブレーン上の有効理論＝(Super)Yang-Mills～標準模型
- Dブレーンに端点を持つ開弦=↑のゲージ場のチャージ持つ
  二枚のDブレーンの間の開弦→bi fundamental 表現
  →物質場

■1　Dブレーン模型

- ゲージ対称性
  =ブレーンの対称性
- 物質場=ブレーン間の開弦
- 世代=ブレーンの交差数(intersecting D-brane)
  =マグネティックフラックス(magnetized brane)

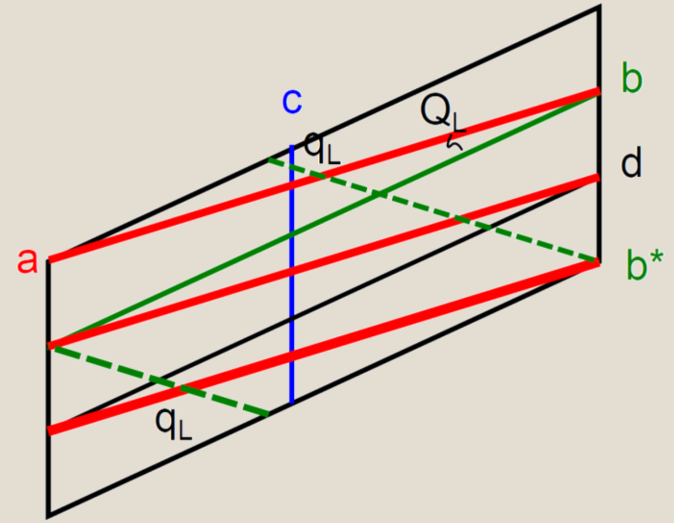
で実現するモデル



■1　具体例

- マスレススペクトルでSM物質場を再現した例[L. E. Ibanez, F. Marchesano and R. Rabadan, JHEP **0111**, 002 (2001) [hep-th/0105155]]

D brane	torus 1	torus 2	torus 3
$N_a = 3$	$(1/\beta^1, 0)$	$(n_a^2, \epsilon\beta^2)$	$(1/\rho, \frac{1}{2})$
$N_b = 2$	$(n_b^1, -\epsilon\beta^1)$	$(1/\beta^2, 0)$	$(1, 3\rho/2)$
$N_c = 1$	$(n_c^1, 3\rho\epsilon\beta^1)$	$(1/\beta^2, 0)$	$(0, 1)$
$N_d = 1$	$(1/\beta^1, 0)$	$(n_d^2, -\beta^2\epsilon/\rho)$	$(1, 3\rho/2)$



OUT LINE

■1　Dブレーン模型

■2　模型のフレーバー対称性

■3　Dブレーンインスタントン

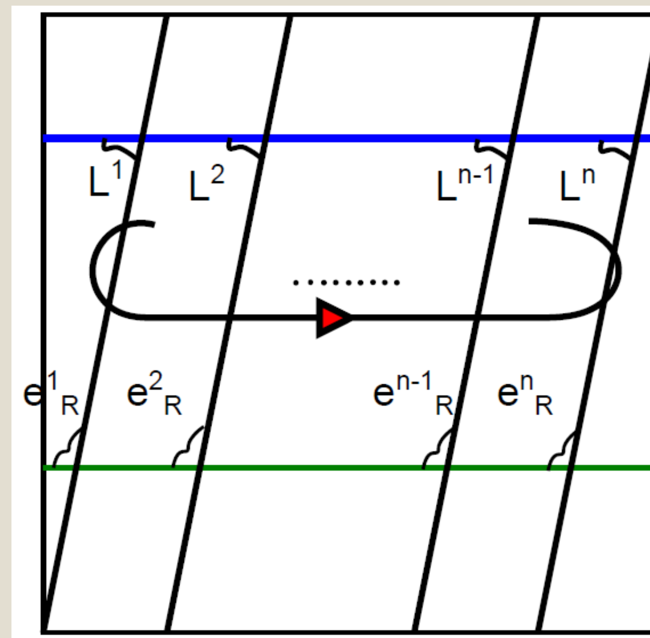
■4　ゲージ結合、ストリングスケール

■2 Dブレーン模型のフレーバー

- 幾何の対称性→フレーバー対称性
- 例) トーラスコンパクト化

　　　巡回置換対称性（1→2,2→3・・・n-1→n,n→1)

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & & \\ & & 0 & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ 1 & & & & 0 \end{pmatrix}$$



もう一つZnチャージ(湯川結合の選択則から)

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \rho & & & \\ & & \rho^2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \rho^{n-1} \end{pmatrix}$$ $\rho=\exp(2\pi i/n)$

◦ Ｚ、Ｃは非可換離散群をなす

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & & \\ & & 0 & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ 1 & & & & 0 \end{pmatrix} \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \rho & & & \\ & & \rho^2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \rho^{n-1} \end{pmatrix}$$

◦ 離散対称性→D4,Δ(27),Δ(54) etc.

現象論的に面白い

◦ 実験値

例） レプトンの混合行列(ＰＭＮＳ行列) [M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, J. Salvado and T. Schwetz, JHEP **1212**, 123 (2012)]

$$|U| = \begin{pmatrix} 0.795 - 0.846 & 0.513 - 0.585 & 0.126 - 0.278 \\ 0.205 - 0.543 & 0.416 - 0.730 & 0.579 - 0.808 \\ 0.215 - 0.549 & 0.409 - 0.725 & 0.567 - 0.800 \end{pmatrix}$$

◦ 離散対称性（の一部）は破れるべき

（スカラー場,非摂動効果等）

OUT LINE

- ■1　Dブレーン模型
- ■2　模型のフレーバー対称性
- ■3　Dブレーンインスタントン
- ■4　ゲージ結合、ストリングスケール

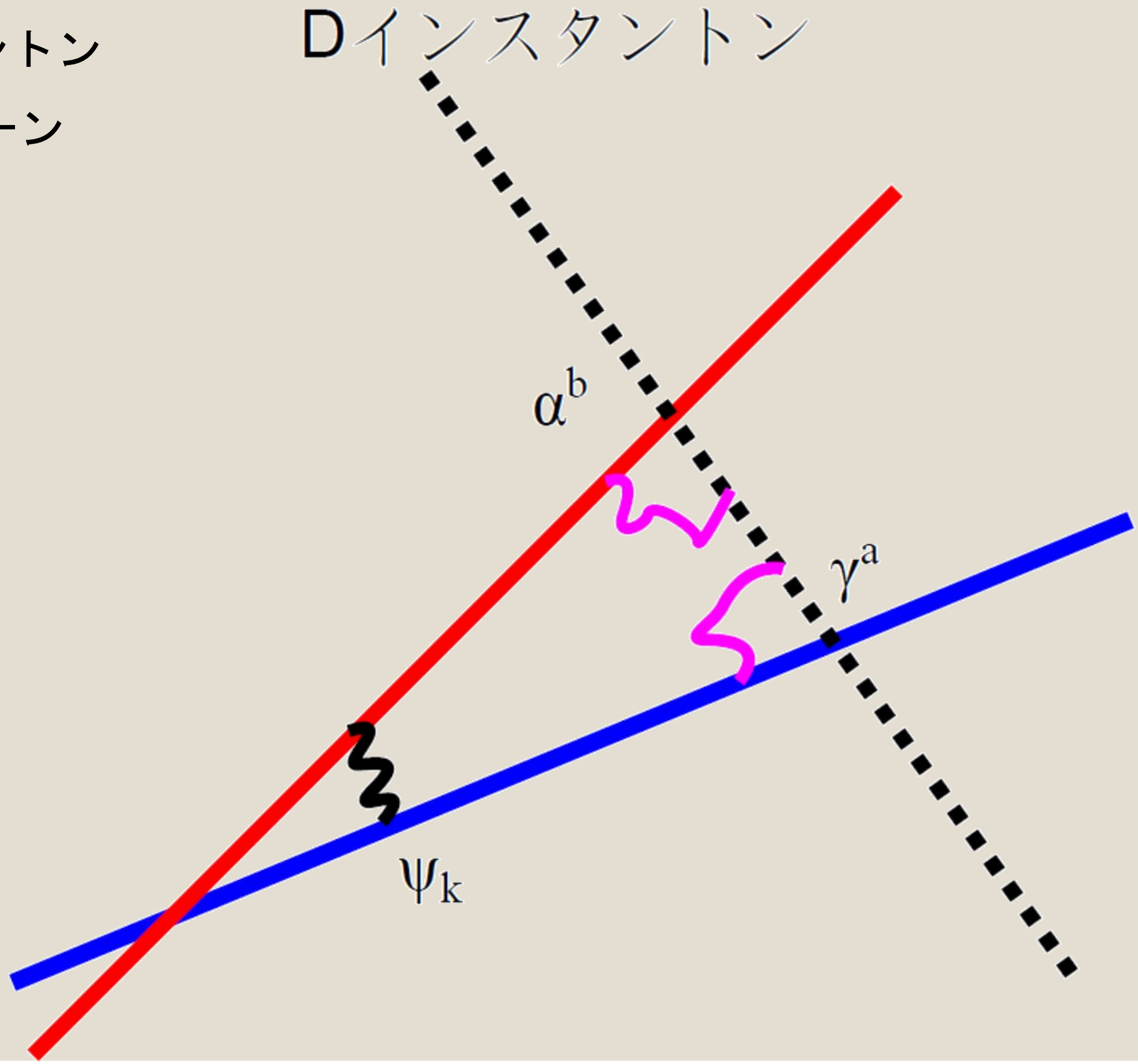
■3　Ｄブレーンインスタントン

- Ｄブレーンのインスタントン

＝時間的に局在したブレーン

- Ｄブレーンが入る

　→ゼロモード(α,γ)



Ｄブレーンインスタントンの効果

- ゼロモードが現れる→積分
- Ｄインスタントンの典型的な寄与は、

$$\int \mathcal{D}\alpha_1 \cdots \mathcal{D}\alpha_k \mathcal{D}\gamma_1 \cdots \mathcal{D}\gamma_k e^{-S_{cl}} \prod_k e^{d_k^{ij}\alpha_i \psi_k \gamma_j},$$

- α、γはＤブレーンインスタントンとＤブレーンの間のゼロモード
- d^{ij}_kはゼロモードとψの結合定数

- この効果は非摂動的な効果＝摂動的な対称性を破る

マヨラナ質量

- Dブレーンモデルには右巻きニュートリノが存在

　→マヨラナ質量,シーソー機構

- マヨラナ質量項は、摂動論的には作れない

　（グローバルな対称性を破るため）

　　　↑

　非摂動的に破れる

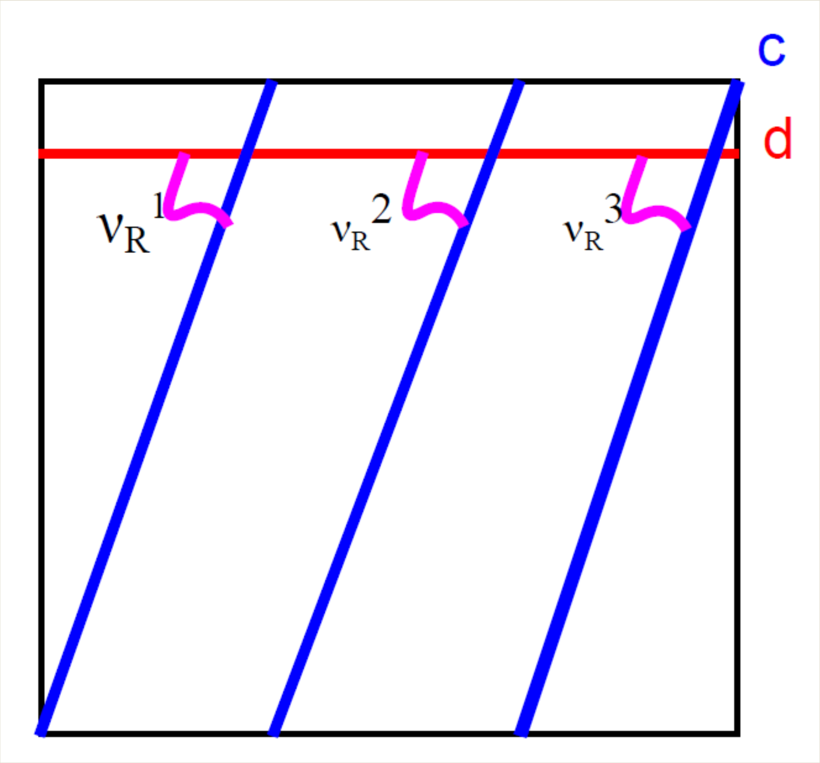
- 非摂動効果で質量が与えられる？

　→Dインスタントンの効果で与えられる

[R. Blumenhagen, M. Cvetic and T. Weigand, Nucl. Phys. B **771**, 113 (2007) [hep-th/0609191]]

Set Up

- コンパクト化のうち、ニュートリノの世代が出ている場所はトーラス
- ニュートリノはDブレーンc,dに端点を持つ開弦



Dインスタントンの条件

◦ マヨラナマス項＝フェルミオンの2次の項

$$\int \mathcal{D}\alpha_1 \cdots \mathcal{D}\alpha_k \mathcal{D}\gamma_1 \cdots \mathcal{D}\gamma_k e^{-S_{cl}} \prod_k e^{d_k^{ij} \alpha_i \psi_k \gamma_j},$$

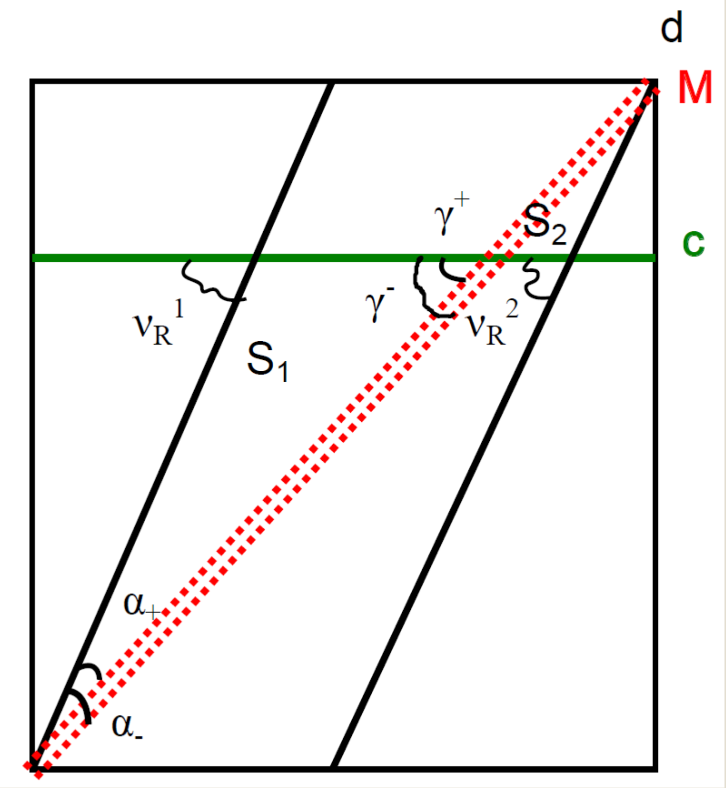
◦ Dブレーンc,dとの間に2個のゼロモードが必要

$$\int d^2\alpha d^2\gamma e^{-d_a^{ij}(\alpha_i \nu_R^a \gamma_j)} = \nu_R^a \nu_R^b (\epsilon_{ij}\epsilon_{kl} d_a^{ik} d_b^{jl})$$

2世代マヨラナ質量（予想）

◦ マヨラナ質量に寄与しうるDブレーンインスタントンの例

$$M_{\rm Majo} \sim \begin{pmatrix} e^{-S_1}e^{-S_1} & e^{-S_1}e^{-S_2} \\ e^{-S_1}e^{-S_2} & e^{-S_2}e^{-S_2} \end{pmatrix}$$



$$= \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix}$$

Mの位置積分

$$\to \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}$$

3世代マヨラナ質量（予想）

◦ あり得るパターンは、$M_{\mathrm{Majo}} \sim \begin{pmatrix} d_1 d_1 & d_1 d_2 & d_1 d_3 \\ d_2 d_1 & d_2 d_2 & d_2 d_3 \\ d_3 d_1 & d_3 d_2 & d_3 d_3 \end{pmatrix}$

最終的には、 $\begin{pmatrix} A & B & B \\ B & A & B \\ B & B & A \end{pmatrix}$ の形になるだろう

計算結果

$$A_{ii} = \sqrt{\frac{2\pi^2\alpha'}{3A}}\left(\vartheta\left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}\right]\left(0, \frac{3iA}{2\pi^2\alpha'}\right) + \vartheta\left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ 0 \end{array}\right]\left(0, \frac{3iA}{2\pi^2\alpha'}\right)\right)$$

$$B_{12} = \sqrt{\frac{2\pi^2\alpha'}{3A}}\left(\vartheta\left[\begin{array}{c} \frac{1}{6} \\ 0 \end{array}\right]\left(0, \frac{3iA}{2\pi^2\alpha'}\right) + \vartheta\left[\begin{array}{c} \frac{2}{3} \\ 0 \end{array}\right]\left(0, \frac{3iA}{2\pi^2\alpha'}\right)\right)$$

$$B_{13} = \sqrt{\frac{2\pi^2\alpha'}{3A}}\left(\vartheta\left[\begin{array}{c} \frac{1}{3} \\ 0 \end{array}\right]\left(0, \frac{3iA}{2\pi^2\alpha'}\right) + \vartheta\left[\begin{array}{c} \frac{5}{6} \\ 0 \end{array}\right]\left(0, \frac{3iA}{2\pi^2\alpha'}\right)\right)$$

$$B_{23} = \sqrt{\frac{2\pi^2\alpha'}{3A}}\left(\vartheta\left[\begin{array}{c} \frac{1}{6} \\ 0 \end{array}\right]\left(0, \frac{3iA}{2\pi^2\alpha'}\right) + \vartheta\left[\begin{array}{c} \frac{2}{3} \\ 0 \end{array}\right]\left(0, \frac{3iA}{2\pi^2\alpha'}\right)\right)$$

テータ関数の公式使えば、確かにすべてのBは等しい

$$\begin{pmatrix} A_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & A_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} A & B & B \\ B & A & B \\ B & B & A \end{pmatrix}$$

結果

- マヨラナ質量行列, $M_{\mathrm{Majo}} = \begin{pmatrix} A & B & B \\ B & A & B \\ B & B & A \end{pmatrix}$
- 混合行列（レプトンのディラック質量が対角的仮定）

$$\begin{bmatrix} \cos\theta\sqrt{2/3} & 1/\sqrt{3} & -\sin\theta\sqrt{2/3} \\ -\cos\theta/\sqrt{6} - \sin\theta/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} & \sin\theta/\sqrt{6} - \cos\theta/\sqrt{2} \\ -\cos\theta/\sqrt{6} + \sin\theta/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} & \sin\theta/\sqrt{6} + \cos\theta/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Trimaximal mixing matrix→Tri-Bimaximal(θ=0)

- 固有値 A+2B,A-B×2

結果

◦ マヨラナ質量行列, $M_{\mathrm{Majo}} = \begin{pmatrix} A & B & B \\ B & A & B \\ B & B & A \end{pmatrix}$

◦ 混合行列（レプトンのディラック質量が対角的仮定）

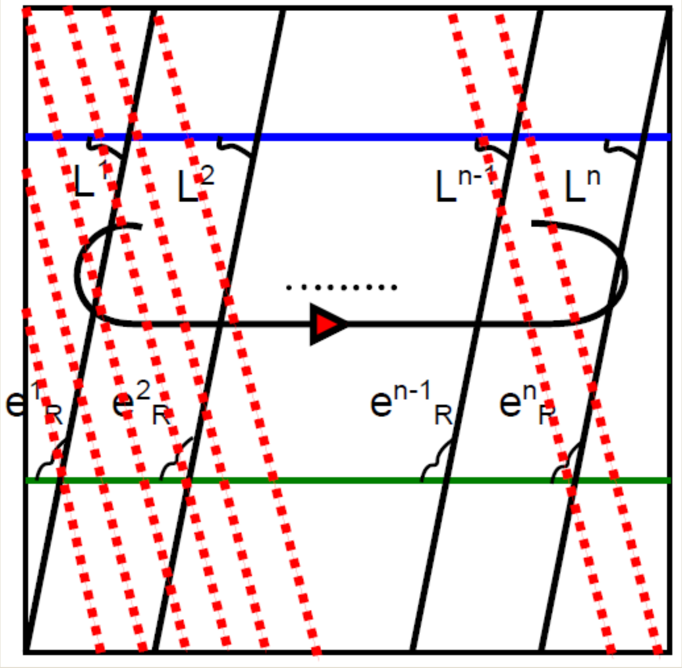
$$\begin{bmatrix} \cos\theta\sqrt{2/3} & 1/\sqrt{3} & -\sin\theta\sqrt{2/3} \\ -\cos\theta/\sqrt{6} - \sin\theta/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} & \sin\theta/\sqrt{6} - \cos\theta/\sqrt{2} \\ -\cos\theta/\sqrt{6} + \sin\theta/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} & \sin\theta/\sqrt{6} + \cos\theta/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$|U| = \begin{pmatrix} 0.795 - 0.846 & 0.513 - 0.585 & 0.126 - 0.278 \\ 0.205 - 0.543 & 0.416 - 0.730 & 0.579 - 0.808 \\ 0.215 - 0.549 & 0.409 - 0.725 & 0.567 - 0.800 \end{pmatrix}$$

直感的理解

◦ トーラスの対称性のうち、
Ｃといっていたものだけは生き残る。

$$
\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & & \\ & & 0 & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ 1 & & & & 0 \end{pmatrix}
$$



OUT LINE

■1　Dブレーン模型

■2　模型のフレーバー対称性

■3　Dブレーンインスタントン

■4　ゲージ結合、ストリングスケール

■4 ゲージ結合、ストリングスケール

◦ レプトンの質量はどのくらいが自然か？

$$M_{\mathrm{majo}} \sim M_s e^{-S_{cl}} \sim M_s \mathrm{exp}\left(-\frac{(\alpha')^{-(p+1)/2} V_{\mathrm{inst}}}{(2\pi)^p g_s}\right),$$

◦ ストリングスケール、ストリングカップリング、
Dブレーンインスタントンの体積に依存。

◦ この数字は模型の中では自由なパラメータ。
→何もいえない？

ゲージ結合定数

- 模型として標準模型の物質場以外の軽いモードを持たない模型を考える[L. E. Ibanez, F. Marchesano and R. Rabadan, JHEP **0111**, 002 (2001) [hep-th/0105155]] など
- ツリーレベルのゲージ結合を考える。

$$\frac{1}{\alpha_a} = \frac{M_s^3 V_a}{(2\pi)^3 g_s \kappa_a},$$

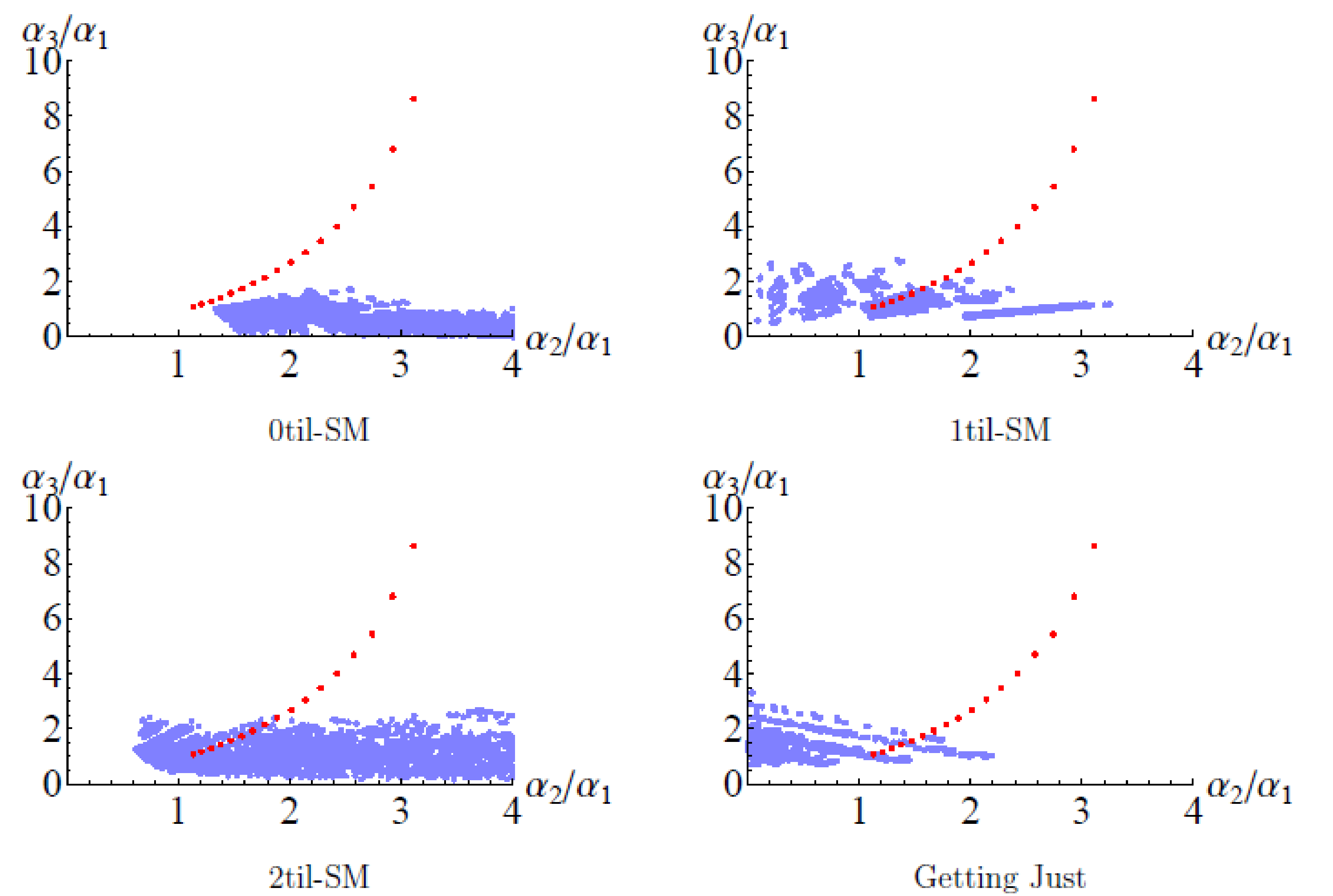
- ゲージ結合は体積の比によってのみ定まる。
- ここで、

  ①開弦のNSセクターにタキオンを出さない。

  ②ストリングカップリングが十分小さい
- という条件課すと。ゲージ結合の比は強く制限される

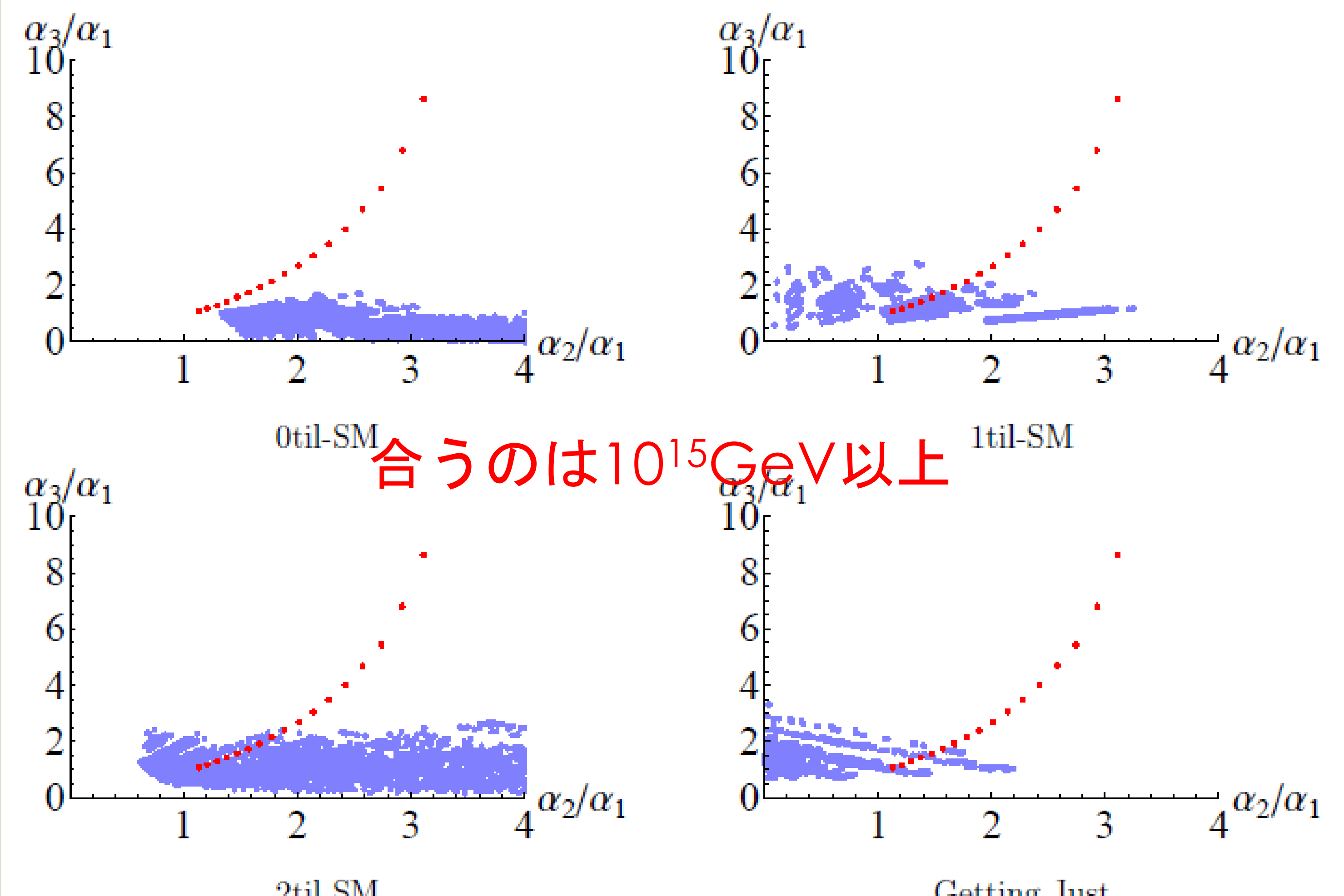
ゲージ結合の比

- 青い点・・・Dブレーン模型のゲージ結合
- 赤い点・・・SMの繰り込み群で走らせたゲージ結合



ゲージ結合の比

- 青い点・・・Dブレーン模型のゲージ結合
- 赤い点・・・SMの繰り込み群で走らせたゲージ結合



合うのは10^{15}GeV以上

ストリングスケール

- 軽い場として標準模型以外の場が存在しない模型を考えているので低エネルギーでの繰り込み群は標準模型と同じ。

  ⇒現実的なゲージ結合を得るためには

  ストリングスケールが10^{15}GeV以上

- ストリングカップリング

$$g_s = \frac{\alpha_a^4}{8^{3/2}(2\pi)^3\kappa_a^4}\left(\frac{V_a^2}{V_6}\right)^2 V_6^{1/2}M_p^3.$$

$$\sim 2\times 10^{-4}\frac{\alpha_a(M_s)^4}{\kappa_a^4}\left(\frac{V_a^2}{V_6}\right)^2\left(\frac{M_p}{M_s}\right)^3.$$

Explicit value of Majorana 1

	T_1^2 ($\mathrm{Im}\tau = 10^{2/3}$)	T_2^2 ($\mathrm{Im}\tau = 10^{14/9}$)	T_3^2 ($\mathrm{Im}\tau = 10^{2/3}$)
a	(1,0)	$(3, 1/2)$	$(-3, 1/2)$
b	(0,1)	(2,0)	(0,1)
c	$(-4, 1)$	$(2, 0)$	$(0, -1)$
d	$(1, 0)$	$(13, 3/2)$	$(-1, -1/2)$

Table 6: The explicit example of winding numbers and moduli realizing SM gauge coupling ratio in 2til-SM model

$$\alpha_3/\alpha_Y = 1.18, \quad \alpha_2/\alpha_Y = 1.24. \quad \Leftrightarrow \quad \alpha_{3,\mathrm{ren}}/\alpha_{Y,\mathrm{ren}} = 1.18, \quad \alpha_{2,\mathrm{ren}}/\alpha_{Y,\mathrm{ren}} = 1.21.$$

- at 10^{18} GeV $\quad g_s \sim 5 \times 10^{-3}$

Explicit value of Majorana 2

$$M_{\rm majo} \sim M_s e^{-S_{cl}} \sim M_s \exp\left(-\frac{(\alpha')^{-(p+1)/2} V_{\rm inst}}{(2\pi)^p g_s}\right),$$

$$\sim 10^{18} \exp\left(-\frac{(\alpha')^{-(p+1)/2} V_{\rm inst}}{0.197}\right) \mathrm{GeV}$$

$$\sim 10^{12} \sim 10^{16} \mathrm{GeV}$$

- Type1 see-saw $= 10^{10} \sim 10^{14}$GeV

まとめ

- Dブレーンモデルで Dインスタントンの効果を計算し、
  レプトンの混合行列を導出した
- その結果、巡回置換対称性のある行列が得られた

今後の目標

- もっと現実的なミキシングを起こせるモデルは？
  （幾何やディラック質量行列が変化したらどうなるか？）
- 非摂動効果で現れるほかの項の計算、現れ方の分類
  (湯川、ヒッグス質量 etc.)
- インフレーション、ダークマター、バリオン数生成etc.
  最終的には超弦理論からのまだわからない現象の理解、予言をしたい

例２：2til-SM

◦ マスレススペクトルで3世代SMの物質場のみが軽く出るを模型

	T_1^2	T_2^2	T_3^2
a	(1,0)	(n_a^2, m_a^2)	$(-\epsilon 3/2 m_a^2, m_a^3)$
b	$(0,\epsilon)$	(2,0)	(0,1)
c	$\left(-\epsilon m_c^1 m_a^3 \left(\frac{1}{2} n_a^2 + \frac{3}{2}\frac{n_d^2 m_a^2}{m_d^2}\right), m_c^1\right)$	$(2\epsilon_2, 0)$	$(0, -\epsilon\epsilon_2/m_c^1)$
d	$(\epsilon_1, 0)$	(n_d^2, m_d^2)	$(-\epsilon\epsilon_1 3/2 m_d^2, -3\epsilon_1 \frac{m_a^2}{m_d^2} m_a^3)$

Table 5: 2til-SM class, $T_{2,3}^2$ are tilted torus and the other is rigid. $|m_c^1| = 1$, $|m_a^2|, |m_d^2| \in \{1/2, 3/2\}$, n_a^2, n_d^2 are arbitrary odd number. $m_a^3 \in \mathbf{Z} + \frac{1}{2}$,$\epsilon_x = \pm 1$.