重力波で
超対称性のスケールを探る

山田 將樹

東京大学 宇宙線研

Institute for Cosmic Ray Research
University of Tokyo

共同研究者: 鎌田歩樹

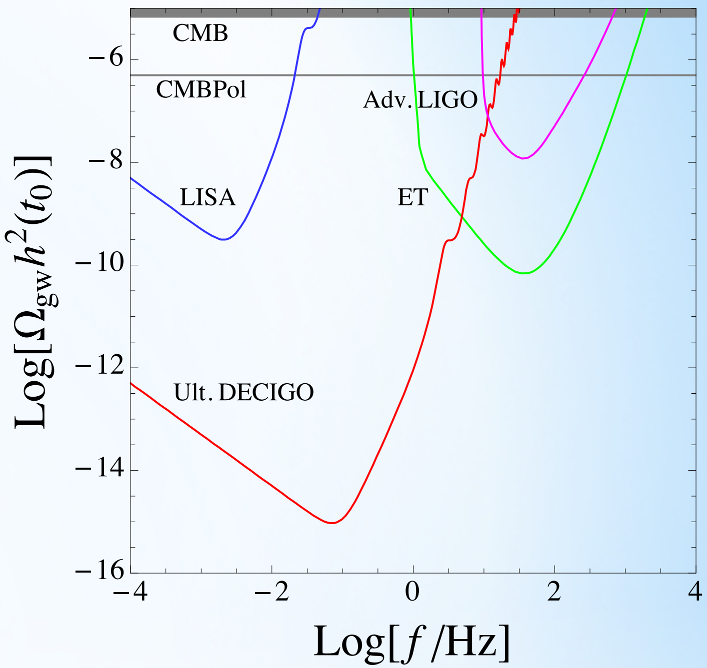
[arXiv:1407.2882]

PPP2014 @京大基研

Introduction: 重力波観測と初期宇宙

宇宙初期における様々な現象は
stochastic な重力波のソースとなる。

- topological defects (cosmic strings, domain walls)
- preheating
- 一次相転移
- inflation中の量子ゆらぎ



予言される重力波は、将来の重力波観測にかかる可能性がある

MSSMなどの超対称性理論のモデルを考えたときにも,
観測可能な重力波が出うることを示す。

目次

- 準備: 平坦方向、インフレーションとHubble-induced mass
- cosmic stringの形成
- cosmic stringの3+1 simulation
- 重力波のスペクトルの見積もりと観測可能性
- まとめ

準備: 平坦方向

Affleck, Dine, 85
Dine, Randall, Thomas, 96

超対称性理論では、
ポテンシャルが平坦 $(V_F(\phi) = V_D(\phi) = 0)$
なスカラー場が大量に存在する

インフレーション中やその後の宇宙の進化の中で、
非自明な動きをする可能性がある

cf) Affleck-Dine baryogenesis

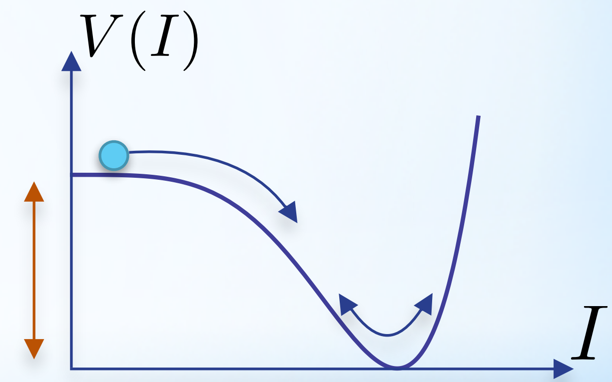
MSSMの平坦方向	B-L
LH_u	-1
H_uH_d	0
udd	-1
LLe	-1
QdL	-1
$QQQL$	0
$QuQd$	0
$QuLe$	0
$uude$	0
$dddLL$	-3
$uuuee$	1
$QuQue$	1
$QQQQu$	1
$(QQQ)_4LLLe$	-1
$udQdQd$	-1

Gherghetta, Kilda, Martin, 95

準備: インフレーション

- 平坦性問題の解決
- 地平線問題の解決
- 構造の種の生成
- …

などの理由から、宇宙初期に
インフレーションが起きたと考えられている



有限の真空のエネルギー

$$V_F = |F_X|^2$$

$$H^2 = \frac{V_F}{3M_{\rm Pl}^2}$$

準備: インフレーション

代表的なインフレーションモデル

- chaotic inflation in supergravity

inflaton (shift symmetryの方向)

$$W = mX\Phi \qquad K = \frac{1}{2}(\Phi + \Phi^*)^2 + XX^* + \dots$$

Kawasaki, Yamaguch, Yanagida, 00

$$|F_X|^2 = 3M_{\rm Pl}^2 H_I^2$$

- hybrid inflation

$$W = \lambda X(\Phi\bar{\Phi} - \mu^2)$$

water-fall field

Copeland, et.al. 94
Dvali, Shafi, Schaefer, 94

宇宙のエネルギーを支配しているのは

インフレーション中: X のF-term　$(F_X \neq 0)$

インフレーション後: インフラトン, water-fall field などの振動

Hubble-induced mass

Affleck, Dine, 85
Dine, Randall, Thomas, 96

適当な平坦方向 ϕ に注目する

ケーラーポテンシャル $K = |\phi|^2 + \frac{\tilde{c}_{H_I}}{M_{\mathrm{Pl}}^2} |X|^2 |\phi|^2 + \frac{\tilde{c}_H}{M_{\mathrm{Pl}}^2} |I|^2 |\phi|^2$

- インフレーション中 $c_{H_I} H_I^2 |\phi|^2$

Hubble-induced mass

Affleck, Dine, 85
Dine, Randall, Thomas, 96

適当な平坦方向 ϕ に注目する

ケーラーポテンシャル $K = |\phi|^2 + \frac{\tilde{c}_{H_I}}{M_{\rm Pl}^2}|X|^2|\phi|^2 + \underline{\frac{\tilde{c}_H}{M_{\rm Pl}^2}|I|^2|\phi|^2}$

- インフレーション中 $c_{H_I} H_I^2 |\phi|^2$
- インフレーション後 (インフラトン振動期)

$$\left|\dot{I}\right|^2 \approx \frac{1}{2}\rho_I(t) \simeq \frac{3}{2}H^2(t)M_{\rm Pl}^2 \longrightarrow \frac{\tilde{c}_H}{M_{\rm Pl}^2}\left|\dot{I}\right|^2|\phi|^2 \approx c_H H^2(t)|\phi|^2$$

一般に、$c_{H_I} \neq c_H$

もし $c_{H_I} > 0,\ c_H < 0$ ⇒ インフレーション中: $\langle\phi\rangle = 0$
インフレーション後: $\langle\phi\rangle \neq 0$

cosmic strings

Kamada and M.Y., 14

インフレーション終了直後に相転移 $\langle \phi \rangle = 0 \;\Rightarrow\; \langle \phi \rangle \neq 0$ が起きる

$W = \dfrac{\lambda}{n M_{\rm Pl}^{n-3}} \phi^n$ によってstabilizeされたとすると、

$$V(\phi) = m_\phi^2 |\phi|^2 - |c_H| H^2 |\phi|^2 + \frac{\lambda^2}{M_{\rm Pl}^{2n-6}} |\phi|^{2(n-1)} \Rightarrow \langle \phi \rangle = \left(\sqrt{\frac{|c_H|}{n-1}} \frac{H M_{\rm Pl}^{n-3}}{\lambda} \right)^{1/(n-2)}$$

ex) $H_u L_i$ 平坦方向 $\quad H_u = \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad L_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi \end{pmatrix}$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{SU(2)} \times \text{U(1)}_{\text{L}} \text{ local symmetry} \rightarrow \text{U(1)}_{\text{EM}} \\ \underline{\text{U(1) global symmetry} \rightarrow \text{completely broken}} \end{array} \right.$

この相転移によって

global cosmic stringが形成される

cosmic strings

Kamada and M.Y., 14

インフレーション終了直後に相転移 $\langle\phi\rangle = 0 \;\Rightarrow\; \langle\phi\rangle \neq 0$ が起きる

$W = \dfrac{\lambda}{n M_{\rm Pl}^{n-3}} \phi^n$ によってstabilizeされたとすると、

$$V(\phi) = m_\phi^2 |\phi|^2 - |c_H| H^2 |\phi|^2 + \frac{\lambda^2}{M_{\rm Pl}^{2n-6}} |\phi|^{2(n-1)} \Rightarrow \langle\phi\rangle = \left(\sqrt{\frac{|c_H|}{n-1}} \frac{H M_{\rm Pl}^{n-3}}{\lambda} \right)^{1/(n-2)}$$

→ cosmic stringが形成される

$$H^2(t) = \frac{\rho_I(t)}{3M_{\rm Pl}^2} \propto a^{-3}$$

$|c_H| H^2(t) \simeq m_\phi^2$ となったときに

原点まわりに振動を始める

→ cosmic stringが消える

この間、

cosmic stringから

重力波が発生する

このシグナルを見ると

平坦方向の soft mass m_ϕ

の情報が得られる!

cosmic strings

Kamada and M.Y., 14

$$V(\phi) = m_\phi^2 \left|\phi\right|^2 - \left|c_H\right| H^2 \left|\phi\right|^2 + \frac{\lambda^2}{M_{\rm Pl}^{2n-6}} \left|\phi\right|^{2(n-1)}$$

この場合に形成されるcosmic stringの性質:

- c_H が小さすぎるとHubble frictionが効いてcosmic stringが形成されない

  ⇨ $|c_H| \gtrsim 5$ が必要

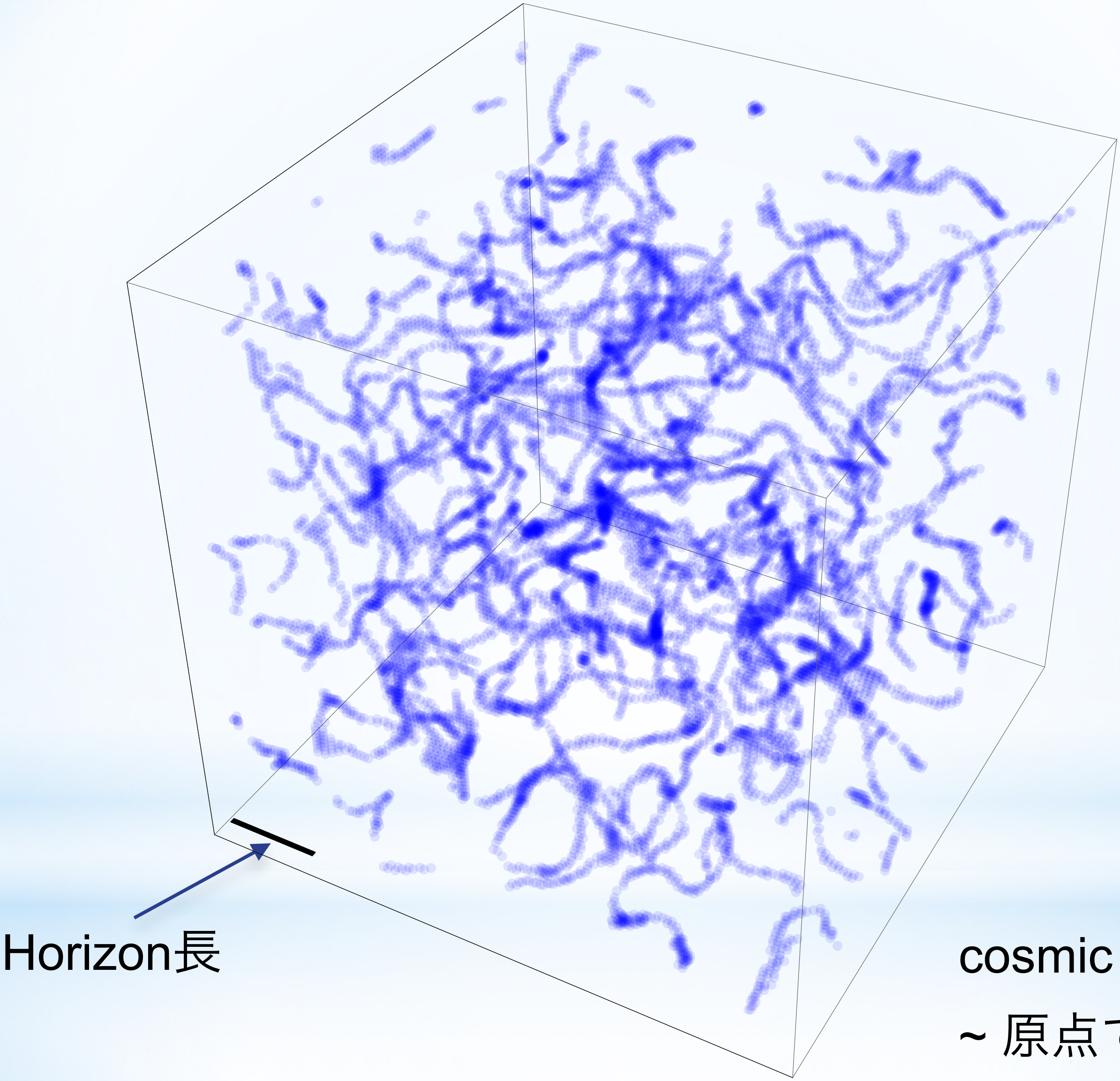
- horizon内にO(1)本 (scaling則)
- 単位長さあたりのエネルギー $\mu \sim \langle\phi\rangle^2$

$$\langle\phi\rangle = \left(\sqrt{\frac{|c_H|}{n-1}} \frac{H M_{\rm Pl}^{n-3}}{\lambda}\right)^{1/(n-2)}$$

- cosmic stringの太さ ~ 原点まわりの曲率$^{-1}$ ~ H^{-1}

3+1 simulation

Calculations: 3+1 次元シミュレーション

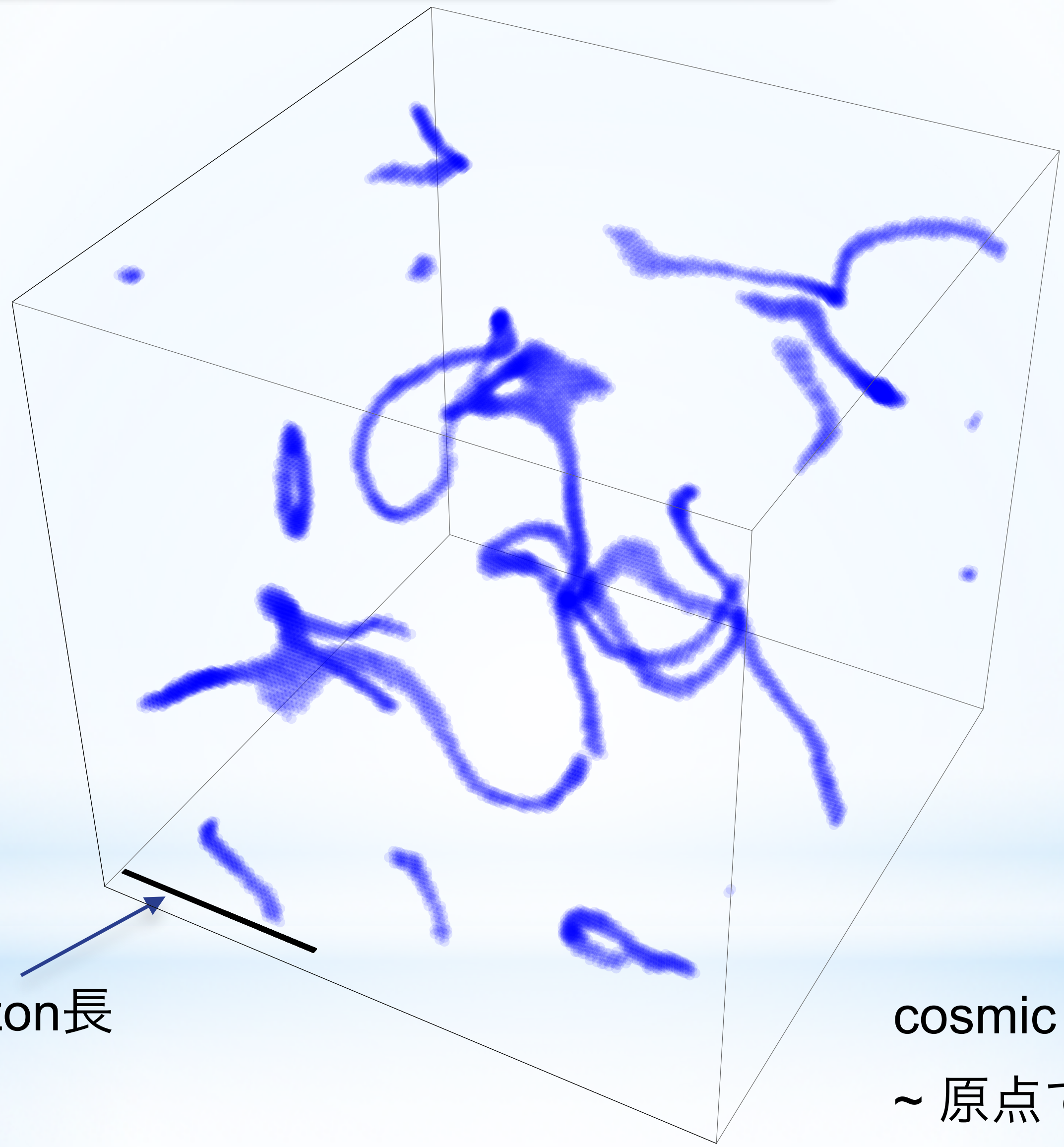


conformal time
$\tau = 32\ H_i^{-1}$

cosmic stringの太さ
~ 原点での曲率$^{-1} \propto H^{-1}$

M. Yamada

Calculations: 3+1 次元シミュレーション



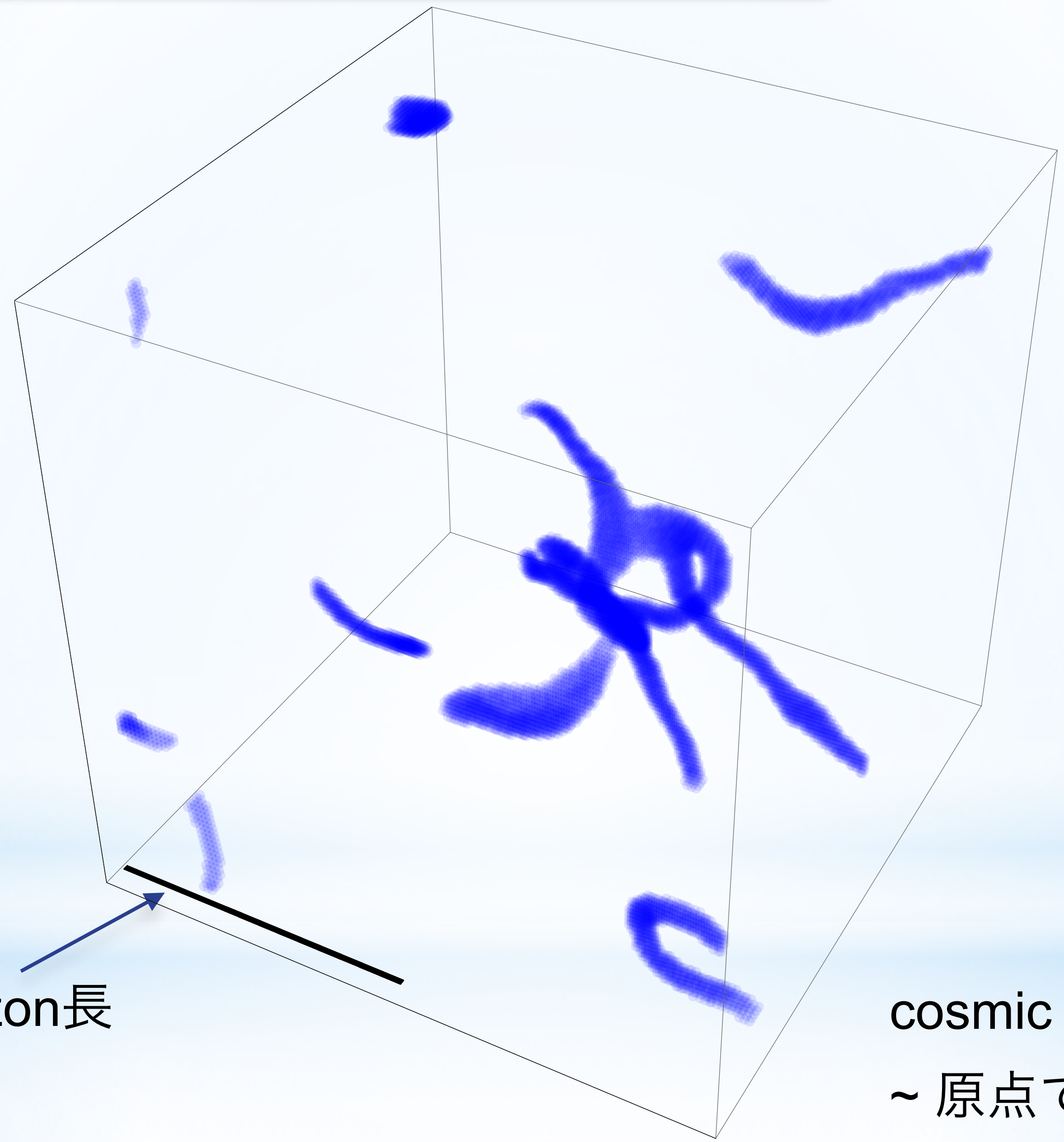
Horizon長

conformal time
$\tau = 70\ H_i^{-1}$

cosmic stringの太さ
~ 原点での曲率$^{-1} \propto H^{-1}$

M. Yamada

Calculations: 3+1 次元シミュレーション



conformal time

$\tau = 100\ H_i^{-1}$

Horizon長

cosmic stringの太さ

~ 原点での曲率$^{-1} \propto H^{-1}$

cosmic stringからの
重力波のスペクトル

Calculations: 重力波のスペクトルの形

Kamada and M.Y., 14

- cosmic stringはホライズン内に$\mathcal{O}(1)$本で、 太さもHorizon程度
  → ホライズン長程度の波長$(k_{\rm peak} \simeq aH(t))$の重力波を出し続ける

- naiveには:
  horizon sizeの物体(M)のquadrupole moment: $Q \sim H^{-2}M \sim H^{-3}\mu$
  重力波のエネルギー: $\Delta E_{\rm gw} \sim H^{-1} \times ({\rm Luminosity}) \sim H^{-1} M_{\rm Pl}^{-2} \dddot{Q}^2$

$$\Rightarrow \Delta\Omega_{\rm gw} \sim \frac{H^3 \Delta E_{\rm gw}}{H^2 M_{\rm Pl}^2} \sim \left(\frac{\langle\phi\rangle}{M_{\rm Pl}}\right)^4$$

$$\Omega_{\rm gw}(\tau) \equiv \frac{1}{\rho_{\rm tot}(\tau)} \frac{{\rm d}\rho_{\rm gw}(\tau)}{{\rm d}\log k}$$

Calculations: 重力波のスペクトルの形

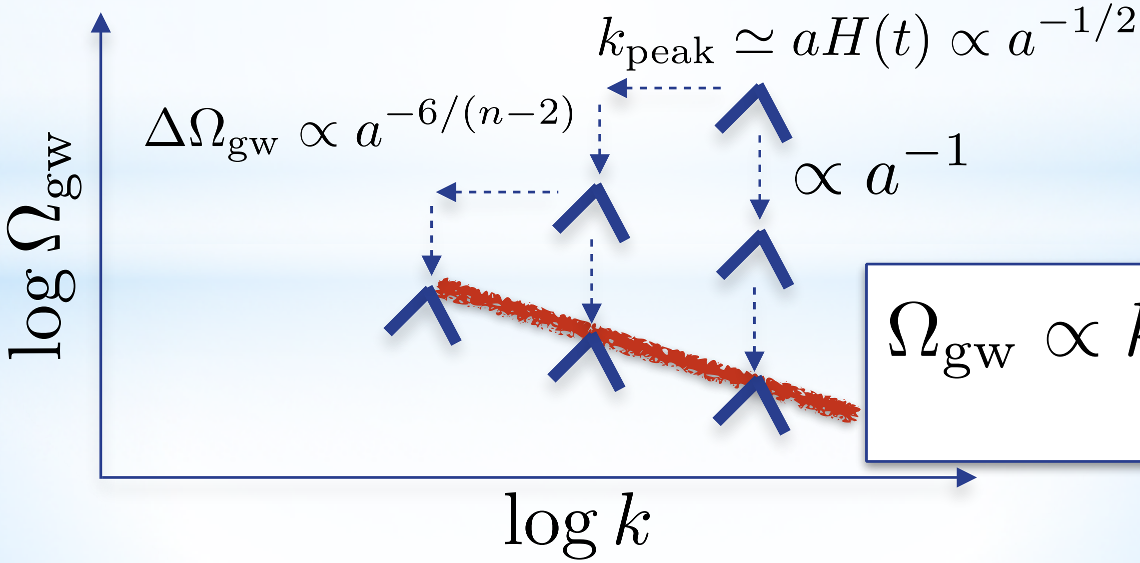
Kamada and M.Y., 14

- cosmic stringはホライズン内に$\mathcal{O}(1)$本で、 太さもHorizon程度
  → ホライズン長程度の波長$(k_{\rm peak} \simeq aH(t))$の重力波を出し続ける

$$\Delta\Omega_{\rm gw}\big|_{\rm peak} \sim \left(\frac{\langle\phi\rangle}{M_{\rm Pl}}\right)^4 \propto H^{4/(n-2)} \propto a^{-6/(n-2)}$$

$$\langle\phi\rangle = \left(\sqrt{\frac{|c_H|}{n-1}}\frac{HM_{\rm Pl}^{n-3}}{\lambda}\right)^{1/(n-2)}$$

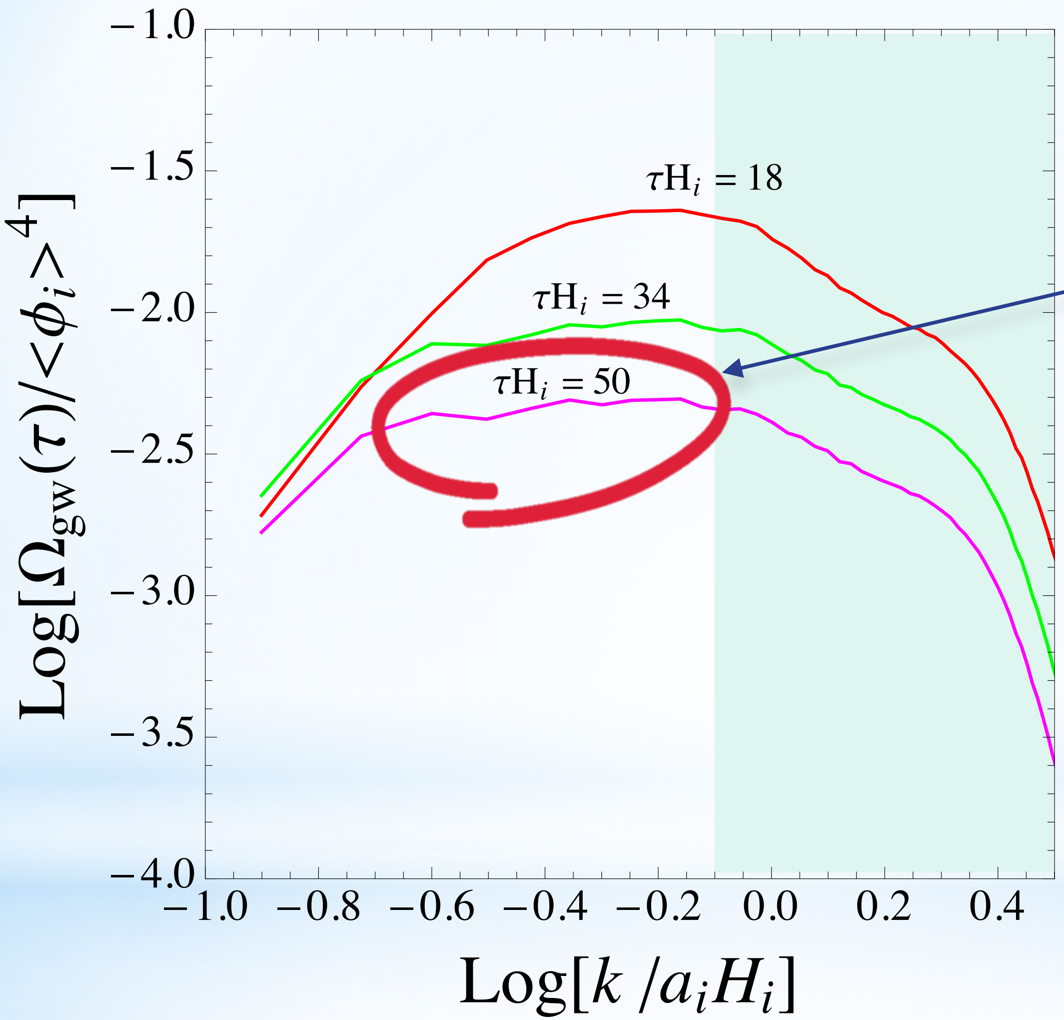
- インフラトン振動期 (物質優勢期)なので
  ソースがなければ $\Omega_{\rm gw} \propto a^{-1}$



$$\boxed{\Omega_{\rm gw} \propto k^{-2(1-6/(n-2))} \quad \text{for} \quad k \gtrsim k_{\rm peak}}$$

Calculations: 重力波のスペクトルの形

Kamada and M.Y., 14



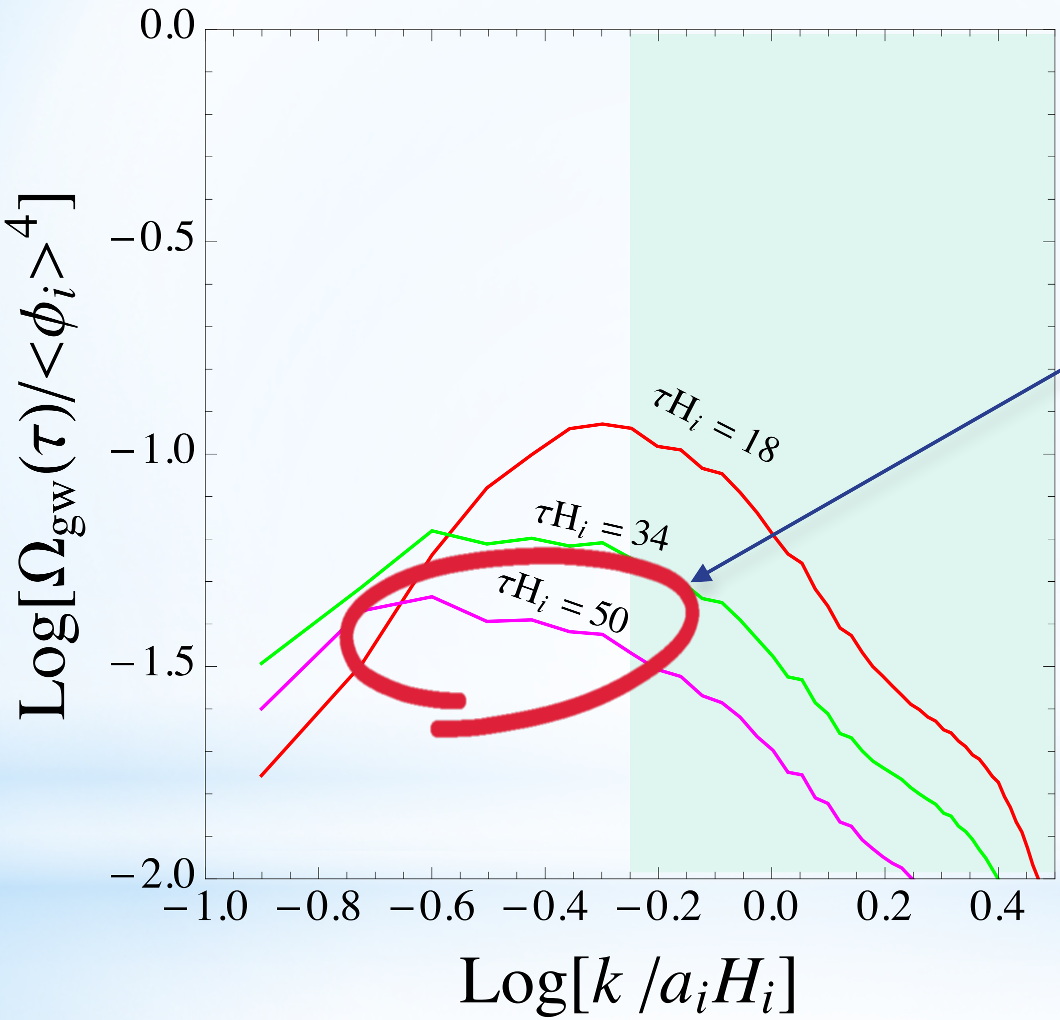
n=8

$$\Omega_{\rm gw} \propto k^0$$

for $k \gtrsim k_{\rm peak}$

Calculations: 重力波のスペクトルの形

Kamada and M.Y., 14



n=14

$$\Omega_{\mathrm{gw}} \propto k^{-1}$$

for $k \gtrsim k_{\mathrm{peak}}$

Calculations: 重力波のスペクトルの形

Kamada and M.Y., 14

- 重力波の計算:

$$h''_{ij} + 2\frac{a'}{a}h'_{ij} + k^2 h_{ij} = 16\pi G T^{TT}_{ij}$$

$$\rho_{\rm gw} = \frac{1}{32\pi G}\left\langle \dot{h}_{ij}(t,x)\dot{h}_{ij}(t,x)\right\rangle$$

$$\Omega_{\rm gw}(\tau) \equiv \frac{1}{\rho_{\rm tot}(\tau)}\frac{{\rm d}\rho_{\rm gw}(\tau)}{{\rm d}\log k}$$

- Horizonを超えたスケールに相関がないことから、
large scaleでの k 依存性は T^{TT}_{ij} の詳細によらず決まる

Dufaux, et.al. 07
Kawasaki, Saikawa, 11

$$\begin{cases} \text{物質優勢期にホライズンに入るモードは } \Omega_{\rm gw} \propto k \\ \text{輻射優勢期にホライズンに入るモードは } \Omega_{\rm gw} \propto k^3 \end{cases}$$

$\rightarrow k \simeq aH(t_{\rm RH})$でスペクトルが折れ曲がる

Calculations: 重力波のスペクトルの形

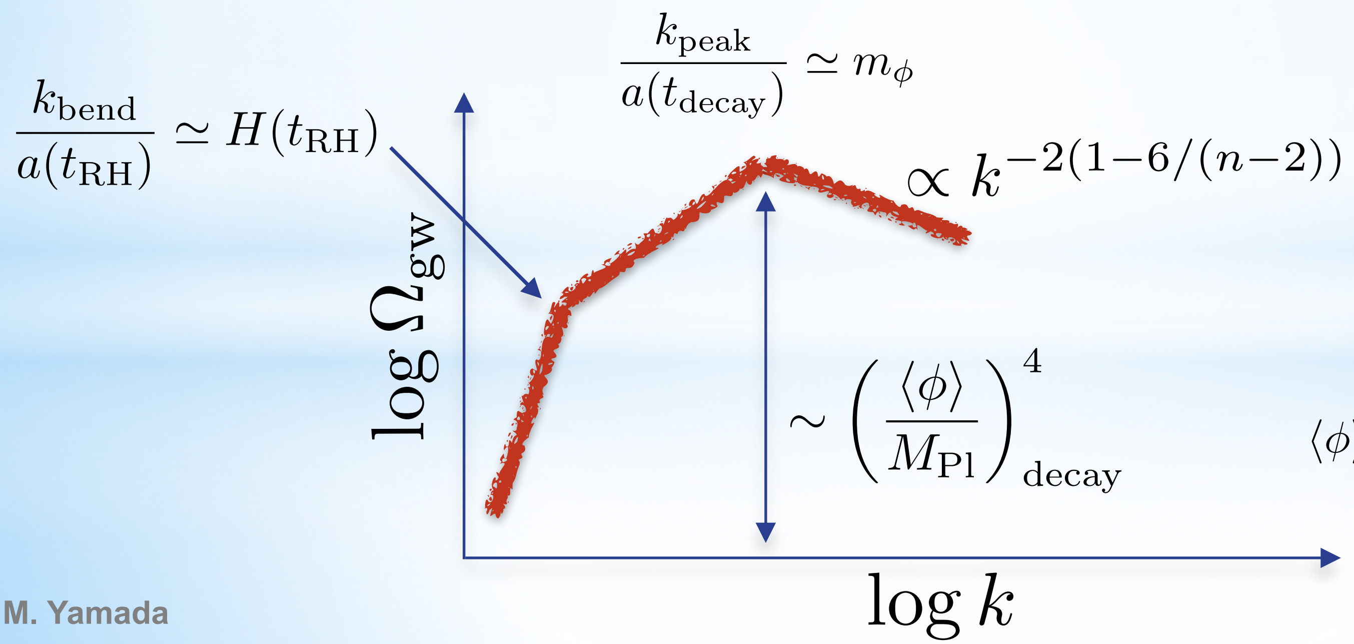
Kamada and M.Y., 14

$$V(\phi) = m_\phi^2 |\phi|^2 - |c_H| H^2 |\phi|^2 + \frac{\lambda^2}{M_{\rm Pl}^{2n-6}} |\phi|^{2(n-1)}$$

- cosmic stringsは $H(t) \simeq m_\phi$ となったときに消滅する

このときに重力波のスペクトルが”固定”される

⇒ peakの波数はredshiftしていく
物質優勢期の間は $\Omega_{\rm gw} \propto a^{-1}$



$$\langle\phi\rangle = \left(\sqrt{\frac{|c_H|}{n-1}} \frac{m_\phi M_{\rm Pl}^{n-3}}{\lambda}\right)^{1/(n-2)}$$

Calculations: 重力波の観測可能性

Kamada and M.Y., 14

現在でのenergy density:

$$\Omega_{gw}h^2(t_0) \simeq \Omega_r h^2 \left(\frac{g_s(t_0)}{g_s(t_{RH})}\right)^{4/3} \left(\frac{g_*(t_{RH})}{g_*(t_0)}\right) \left(\frac{H_{RH}}{H_{decay}}\right)^{2/3} \Omega_{gw}(t_{decay})$$

$$\sim 10^{-7} \left(\frac{m_\phi}{10^3 GeV}\right)^{-2/3} \left(\frac{T_{RH}}{10^9 GeV}\right)^{4/3} \left(\frac{\langle\phi\rangle}{M_{Pl}}\right)^4$$

$$H_{decay} \simeq m_\phi$$

$$\langle\phi\rangle = \left(\sqrt{\frac{|c_H|}{n-1}}\frac{m_\phi M_{Pl}^{n-3}}{\lambda}\right)^{1/(n-2)}$$

現在でのpeak frequency:

$$f_0 \simeq \left(\frac{g_s(t_0)}{g_s(t_{RH})}\right)^{1/3} \left(\frac{T_0}{T_{RH}}\right) \left(\frac{H_{RH}}{H_{decay}}\right)^{2/3} \frac{k_{peak}}{2\pi a(t_{decay})}$$

$$\sim 10^3 \text{ Hz} \left(\frac{m_\phi}{10^3 \text{ GeV}}\right)^{1/3} \left(\frac{T_{RH}}{10^9 \text{ GeV}}\right)^{1/3}$$

現在でのbend frequency:

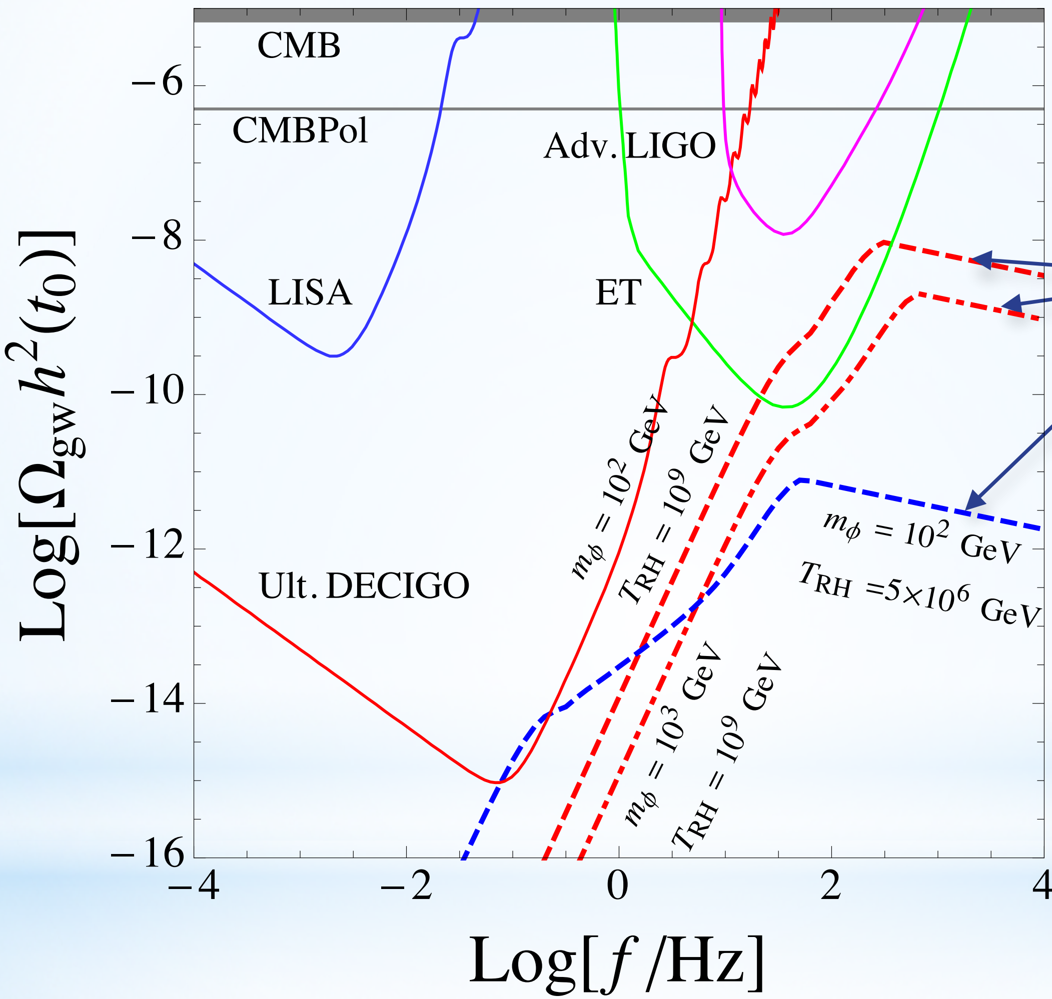
$$f_{bend} = \left(\frac{g_s(t_0)}{g_s(t_{RH})}\right)^{1/3} \left(\frac{T_0}{T_{RH}}\right) \frac{k_{bend}}{2\pi a(t_{RH})}$$

$$\simeq 30 \text{ Hz} \left(\frac{T_{RH}}{10^9 \text{ GeV}}\right)$$

全て観測できれば、
m_ϕ, T_{RH}, λ, n
の全てがわかる!

Calculations: 重力波の観測可能性

Kamada and M.Y., 14



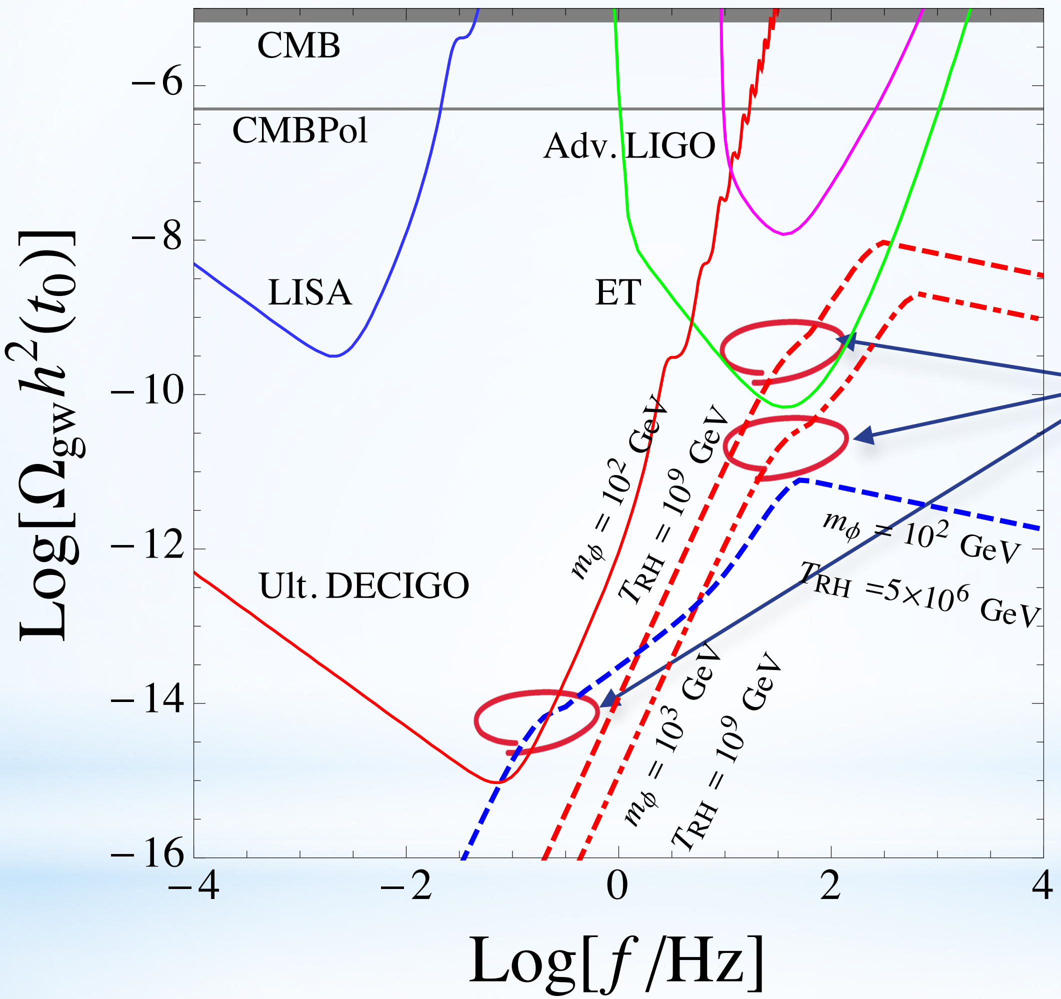
$\propto k^{2/7}$ for n=9

$$\left(\frac{\langle\phi\rangle}{M_{\rm Pl}}\right)^2_{\rm decay} = 0.1$$

$$\Leftrightarrow \quad \lambda \sim 10^{-12}$$

Calculations: 重力波の観測可能性

Kamada and M.Y., 14



$k \simeq aH(t_{\mathrm{RH}})$
での折れ曲がり

$$\left(\frac{\langle\phi\rangle}{M_{\mathrm{Pl}}}\right)^2_{\mathrm{decay}} = 0.1$$
$$\Leftrightarrow \quad \lambda \sim 10^{-12}$$

Summary

Kamada and M.Y., 14

- 超対称性理論に一般的に現れるスカラー場の平坦方向に注目すると、
Hubble-induced massの符号が逆転することによって、
インフレーション直後にcosmic stringが形成されうる。

- このcosmic stringは $H(t) \simeq \frac{m_\phi}{\sqrt{c_H}}$ となったときに自然に消滅する。

- cosmic stringが出す重力波のスペクトルを観測することによって、
平坦方向の質量 m_ϕ ，宇宙の再加熱温度 T_{RH}
などを得ることができる。