

# Renormalization of two-dimensional XQCD



Hidenori Fukaya  
[ & Ryo Yamamura ]  
(Osaka Univ.)

arXiv:1507.02392 [hep-th]  
to appear in PTEP  
(Yamamura's master thesis)

# 自己紹介

- ふだんはJLQCD共同研究で格子QCDの数値計算使った研究をやっています。
- カイラル対称性にからんだ「そりゃそうでしょ」というものが多い。(カイラル凝縮を確認しましたとか。)
- でも今回は最近 **hep-th** に投稿した論文についてお話しします。

現象論へのヒントのようなものもあるので、(我慢して) 聞いてください。

arXiv:1507.02392 [hep-th] でやったこと  
= (2d) QCD のWilson流くりこみの“拡張”

階層性問題、

(3)世代の解釈、

理論の uniqueness …

へのヒントが隠されている気がする。

# Extended QCD (XQCD)とは？

[D. B. Kaplan 2013]

Extended QCD (XQCD) =  
QCD + auxiliary fields

$$Z_{QCD} = Z_{XQCD}$$

\* 補助場は重要な役割をはたしてきましたよね？

Nakanishi-Lautrap field,

Nambu-Goto action  $\rightarrow$  Polyakov action

NJL model...

# Contents

- ✓ 1. Introduction
- 2. XQCD のレビュー
- 3. (2d)XQCD の Wilson 流くりこみ
- 4. 何がおもしろいの？
- 5. まとめ



## 2. XQCDのレビュー

# Who is D. B. Kaplan ?

Professor at Washington Univ.  
giving **great impacts** on lattice :

1992 Domain-wall fermion:

**exact chiral symmetry** on lattice.

2003 SUSY on lattice:

Super symmetric cont. limit without fine tuning.

2011 Noise, sign problems:

not solved, yet. But interesting insight was shown.

\* many works on other subjects, too, such as  
Baryogenesis, nucleon EFT, composite higgs, etc. <sup>7</sup>



# What is XQCD ?

QCD分配関数:  $Z_{\text{QCD}} = \int e^{-S_{\text{QCD}}}$  (4d ユークリッド時空)

↓  $1 = \int e^{-S_{\text{aux}}}$  をかける

$$\underline{Z_{\text{QCD}}} = Z_{\text{XQCD}} = \int e^{-S_{\text{QCD}} - S_{\text{aux}}}$$

$$S_{\text{XQCD}} \equiv S_{\text{QCD}} + S_{\text{aux}}$$



# フィルツ恒等式 $\Rightarrow$ 4 フェルミの相殺

$$1 = \int e^{-S_{\text{aux}}} \quad \leftarrow S_{\text{aux}} \text{ はガウシアン}$$

$$S_{\text{aux}} \propto (\Phi^\dagger + \bar{\psi}P_+\psi)(\Phi + \bar{\psi}P_-\psi) \quad \text{くりこみ不可能}$$

$$= \Phi^\dagger\Phi + \bar{\psi}(\Phi P_+ + \Phi^\dagger P_-\psi) + \boxed{(\bar{\psi}P_+\psi)(\bar{\psi}P_-\psi)}$$

## フィルツ恒等式 $\Rightarrow$ 4フェルミの相殺

$$(\bar{\psi}P_+\psi)(\bar{\psi}P_-\psi) + \frac{1}{2}(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi) - \frac{1}{2}(\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi)(\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi) = 0$$

$$S_{\text{aux}} \propto (\Phi^\dagger + \bar{\psi}P_+\psi)(\Phi + \bar{\psi}P_-\psi)$$

$$+ \frac{1}{2}(\mathbf{v}_\mu + \bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2 + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_\mu + i\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi)^2$$

# XQCD の action

$\Phi$  : U(Nf)xU(Nf) bi-fundamental,  
color singlet.

$\mathbf{V}_\mu, \mathbf{a}_\mu$  : flavor singlet, color adjoint.

$$S_{\text{XQCD}} = N_c \int d^4x \left[ \bar{\psi}(\mathcal{D} + m)\psi + \frac{1}{4g^2} \text{Tr} \mathbf{F}_{\mu\nu} \mathbf{F}_{\mu\nu} + \lambda^2 \left( \text{Tr} \Phi^\dagger \Phi + \frac{1}{2} \text{Tr} [\mathbf{v}_\mu \mathbf{v}_\mu + \mathbf{a}_\mu \mathbf{a}_\mu] \right) \right],$$

$$\mathcal{D} \equiv \not{D} + \not{v} + i\not{a} \gamma_5 + 2(\Phi P_+ + \Phi^\dagger P_-),$$

注) XQCDはくりこみ可能な項だけで書けている。

# XQCDの補助場は何もしない

QCD部分の action は不変。  
なのにおもしろい！

large  $N_c$  近似による解析の結果  
[Kaplan]:  
XQCDは、ハドロン物理：**クォーク  
モデル、カイラル摂動論、バググモ  
デル**を定性的に説明できる！

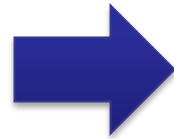
# 格子QCDへの(自己)批判

Lattice QCD simulations on supercomputers.

QCD inputs

$$\beta = 1/g^2$$

$m_u, m_d, m_s, \dots$



Hitachi SR16000 at KEK



Answers :

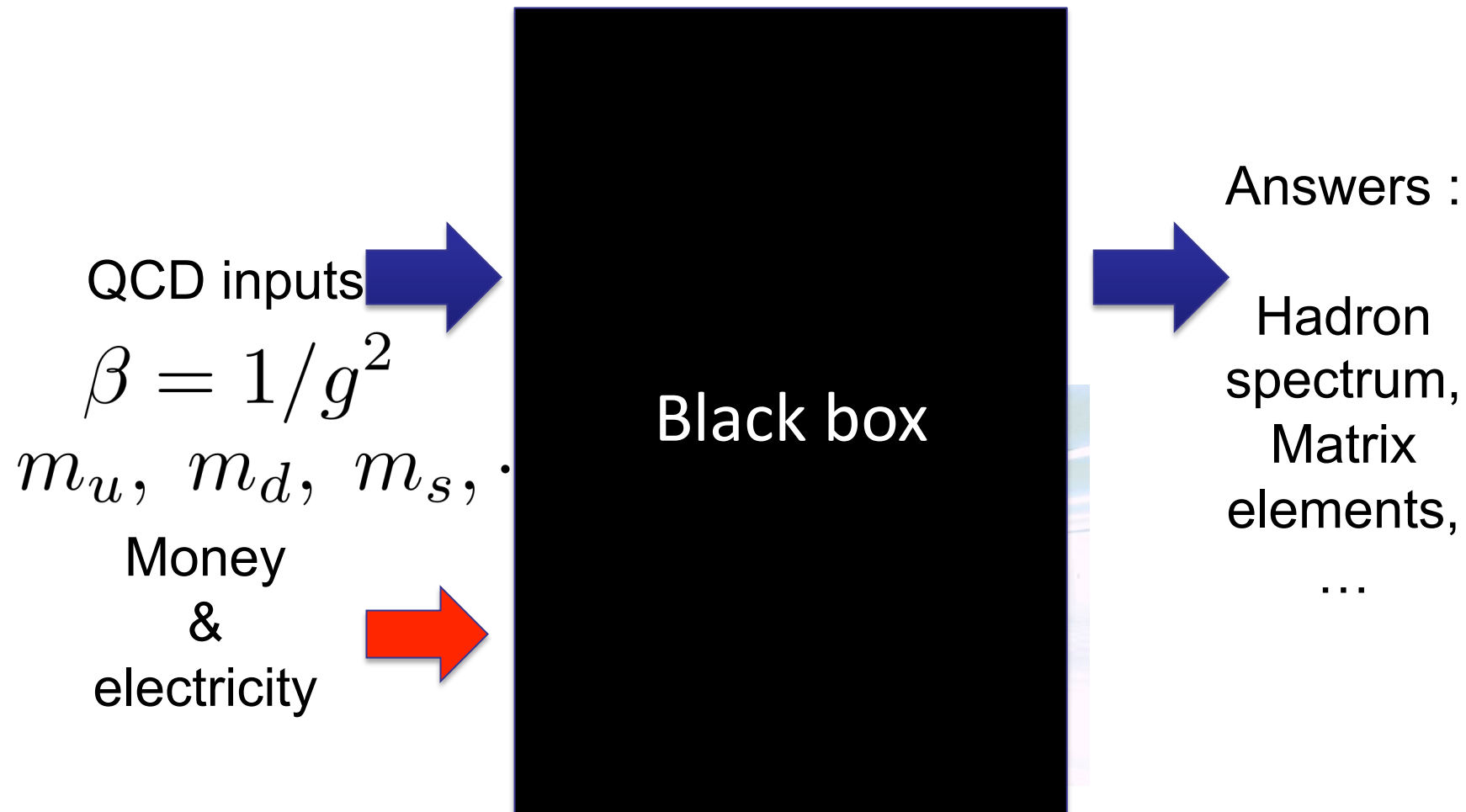
Hadron  
spectrum,  
Matrix  
elements,  
...



IBM Blue Gene/Q at KEK

# 格子QCDへの(自己)批判

Lattice QCD is sometimes criticized as...



# XQCD は新しいアプローチになるかも

	Precise ?	Physical view or insight ?
Theory (lattice) QCD	○	×
XQCD (NEW)	○	○
Models or EFT <div style="border: 2px solid red; padding: 2px; display: inline-block;">                     quark model                      chiral perturbation                      bag model                 </div> NJL model strings ...	×	○

# XQCD は クォークモデルを説明できる！

Kaplan  
2013

$$\bar{\psi} (i\not{A} + \Phi P_+ + \Phi^\dagger P_- + \not{v} + i\not{a}\gamma_5) \psi$$

①  $v_\mu$  の交換は斥力

新しい相互作用

⇒ゲージ相互作用(引力)を弱める

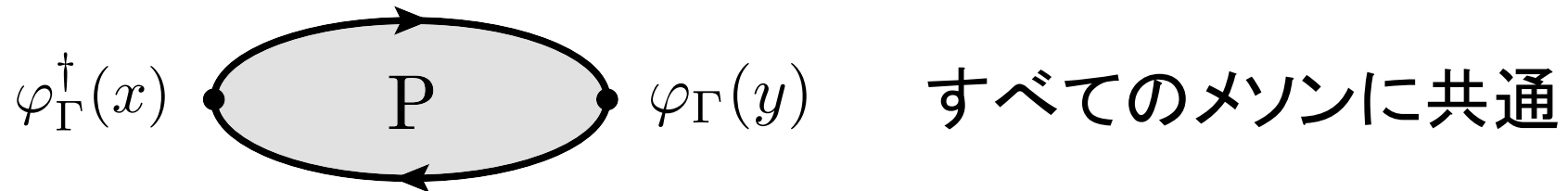
②  $\langle \Phi \rangle$  が構成子クォーク質量を与える

$$(\Phi P_+ + \Phi^\dagger P_-) \bar{\psi} \psi \rightarrow \langle \Phi \rangle (P_+ + P_-) \bar{\psi} \psi = M \bar{\psi} \psi$$

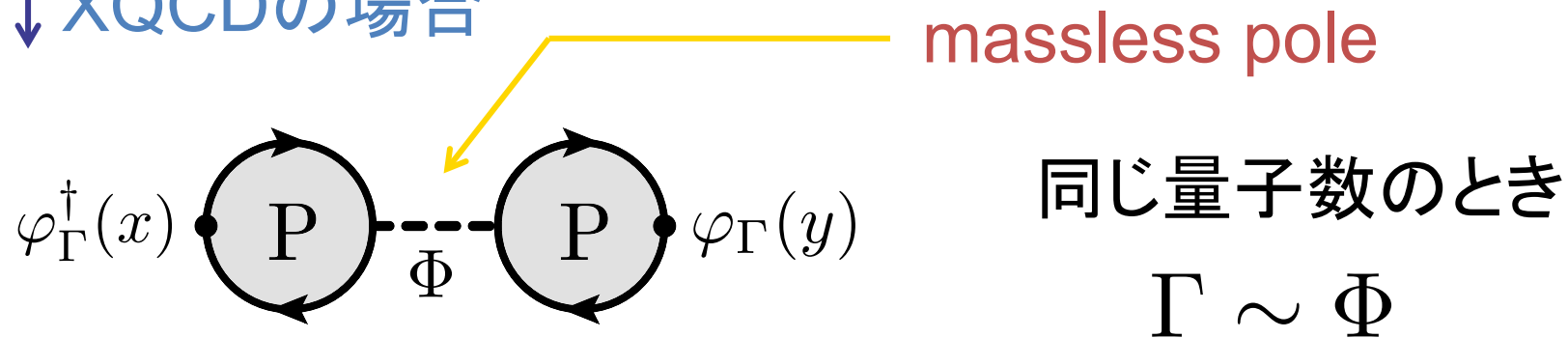
①+② = 弱く相互作用する、重いクォーク  
クォークモデルの描像 !!

# XQCD はカイラル摂動論を説明できる！

メソン相関関数:  $\langle \varphi_{\Gamma}^{\dagger}(x) \varphi_{\Gamma}(y) \rangle$      $\varphi_{\Gamma}(x) = \bar{\psi}(x) \Gamma \psi(y)$



↓ XQCDの場合



Kaplan  
2013

Pion ~ 南部Goldstone 粒子をdiagram で区別。



# XQCDはバグモデルを説明できる！

Kaplan 2013

Large Nc XQCDでバリオンのソースを入れると、 $\Phi$ の真空期待値が弱くなることが分かった。

→ **Bag model の描像** :

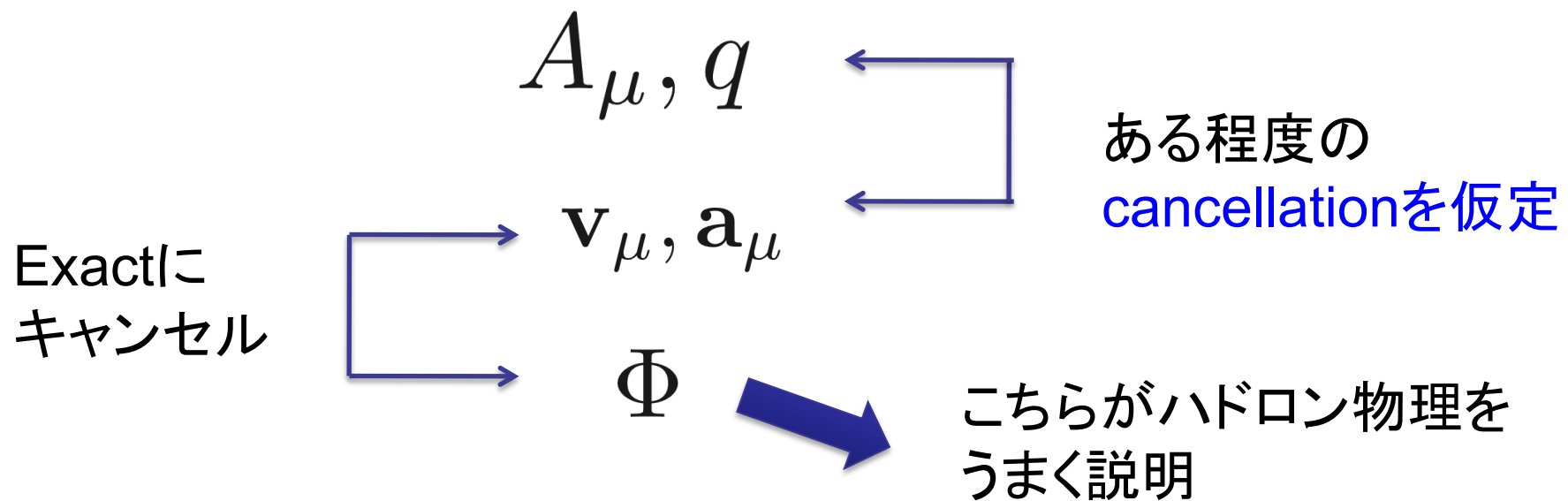
バリオン内部ではクォークは軽い。

外に出ようとすると重くなる。

(クォークのとじこめ)

# Kaplan のやったこと & 私たちの目標

Kaplan : XQCD at large  $N_c$  を定性的に解析



私たちの目標：本当かどうか確かめてみよう。

# なぜ 2次元 XQCD ?

Q. 4d **lattice** XQCD をやればいいじゃん？

A. 残念なお知らせ：

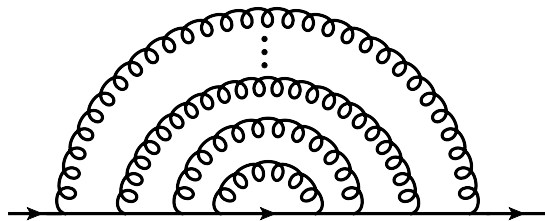
$$D \equiv \not{D} + \not{v} + i\alpha \not{a} \gamma_5 + 2(\Phi P_+ + \Phi^\dagger P_-),$$

フェルミオン行列式が real-positive ではなくなくなりました。=> Monte Carlo が使えません。

→ 解析的に2次元 large  $N_c$  QCD を Wilsonian くりこみ群で調べてみよう。

# 2d large $N_c$ (X)QCD [‘t Hooft 1974]

## Simple and Solvable



この diagram だけ考えればよい (w/ light-cone ゲージ)

## Chiral Symmetry Breaking **in the large $N_c$ limit**

➔ constituent mass :  $M^2(m, g) = m^2 - g^2/\pi$

注) Nambu-Goldstone boson は自由場として出てくるので、Colemanの定理とは矛盾しない。

# うれしいこと

- Axial vector 補助場がいらない：  
2次元では vector と axial vector の区別がない。

$$S_{\text{XQCD}} = \int d^2x \left[ \bar{\psi} [D' - m] \psi + \frac{1}{2} \text{Tr} (\partial_- \mathbf{A}_+)^2 - \lambda^2 \left( \text{Tr} \Phi^\dagger \Phi - \frac{1}{2} \text{Tr} \mathbf{v}_\mu \mathbf{v}^\mu \right) \right],$$

- ゲージ対称性を保つのが楽。Relevant な項に限れば、counter term 1つだけ or 場の再定義で ゲージ対称性に正則化できる。

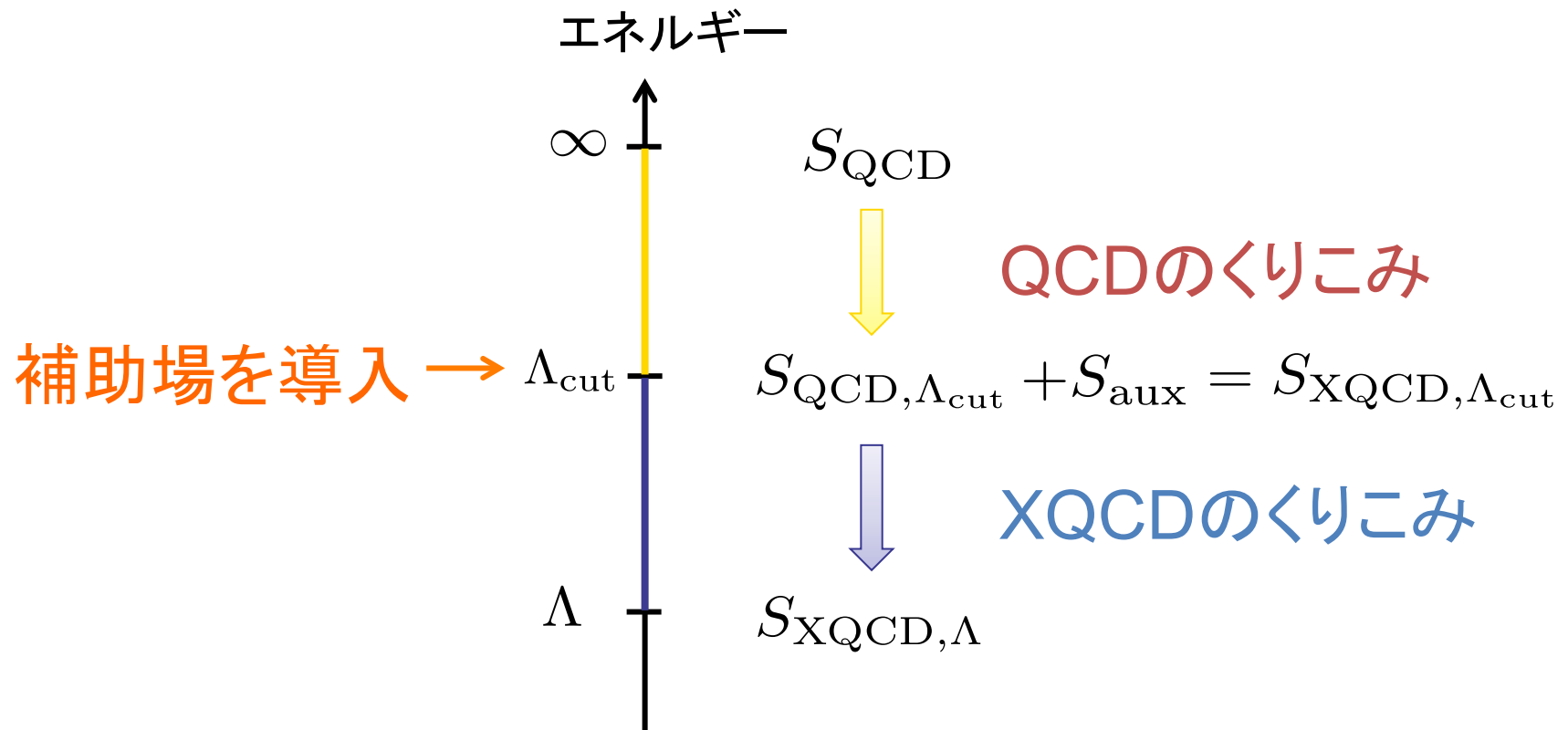
# 面倒なこと

- Light-cone gauge は IR/UV 両方の cut-off に sensitive. くりこみを考える際、IR の構造を壊さないような工夫がいる。詳細は論文をご覧ください。
- Light-cone gauge だと、カイラル凝縮が摂動論の all-order でゼロ [未解決問題] 今回は他のゲージ(axial gauge)の結果を使う。



# 3. 2次元 XQCD の Wilson 流くりこみ

# くりこみ群の流れがどのように変わるか？



ハドロンは出てくる？ ゲージ相互作用は弱くなる？



# よく似たアプローチとの違い

- **Dynamical hadronization** [Braun et al. 1412.1045]

QCDのくりこみ →

→ スカラー補助場で

Bardeen, Hill Lindner 1990 のtop-quark condensation も同じ話、  
前川さんもやってた(修論)！

- **$\chi$  QCD** [Brower et al. 1994]

QCD + 手で加えた 4-fermi 相互作用

→ スカラー補助場で書きかえる。

XQCD は 補助場を入れる **スケールが任意**。  
**自由度の double-counting の危険がない**。

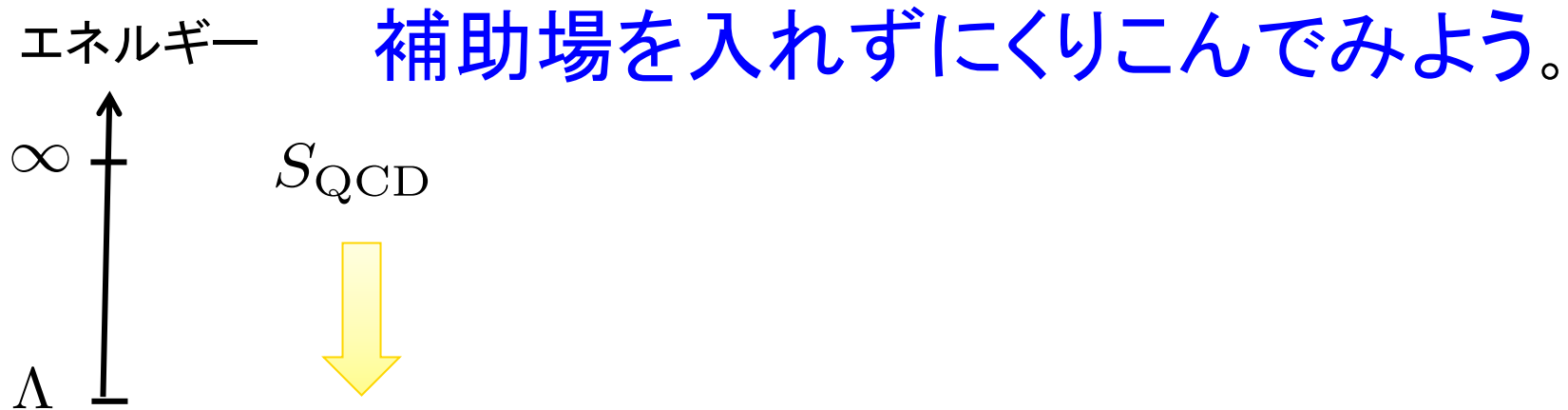
# 近似、その他

- Naïve な Soft cut-off を使う。

$$\frac{1}{p^2} \rightarrow \frac{1}{p^2} \times \frac{-\Lambda^2}{p^2 - \Lambda^2}$$

- Truncation :  $O(1/\Lambda^4)$  の項は無視。
- Lorentz 時空で path-integral の収束性を仮定。

# ウォーミングアップ：QCDのくりこみ

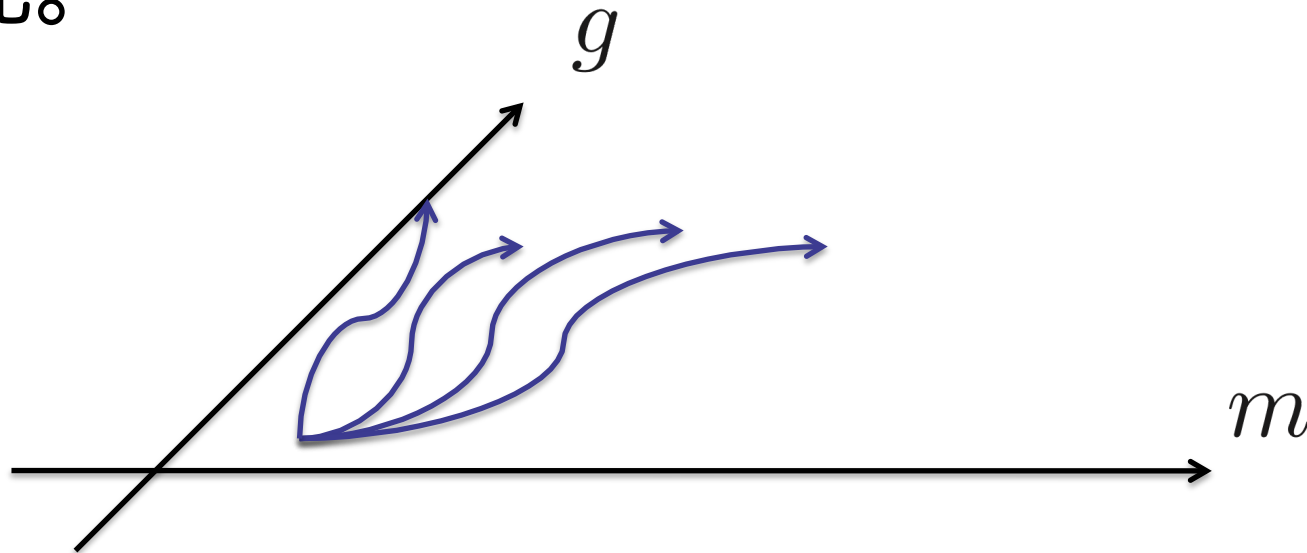


そもそも 2d large  $N_c$  QCDは解けている = 物理量が continuum limit ( $\Lambda=\infty$ )の bare coupling  $g$ ,  $m$  で書けている。くりこみなんて必要ない。

でも「あえて」くりこんでみると、意外とおもしろい。

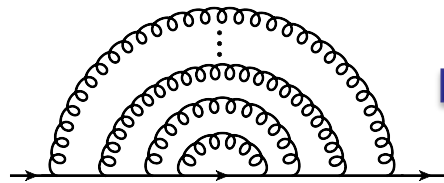
# Relevant theory space

- $O(1/\Lambda^4)$ を無視すると、 $g, m$  の繰り込み群 flow だけ調べればよい。理論空間は2次元。



# ゲージ対称性について

Light-cone gauge の量子補正はParity を破る→  
ゲージ対称性も破れる。



$$\longrightarrow \bar{\psi}(\not{D} - m + \gamma_+(p_+ C_1(\Lambda) + C_2(\Lambda)/p_-))\psi$$

Parity を回復する counter-term or 変数変換で  
gauge 対称性も回復。(少なくとも摂動論的に可  
能。)

$$\psi \equiv \left( 1 - \frac{\sqrt{m^2 - C_2(\Lambda)} - m}{2p_-} \gamma^+ \right) \left( \frac{1}{1 + C_1(\Lambda)} \right)^{-\frac{\gamma^+ \gamma^-}{4}} \psi_R$$

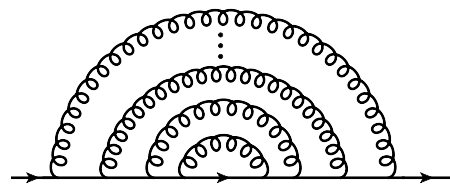
# QCD のくりこみ結果

1-loop の結果 :

$$Z_\psi^2(\Lambda) = \frac{1}{1 - \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \left( \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right| - 1 \right)},$$

$$g_R^2(\Lambda) = Z_\psi^2(\Lambda)g^2 = \frac{g^2}{1 - \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \left( \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right| - 1 \right)},$$

$$m_R^2(\Lambda) = m^2 \left( 1 + \frac{2g_R^2(\Lambda)}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right| \right).$$



Non-perturbative な結果

$$Z_\psi^2(\Lambda) = 1 + \frac{\frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \left( \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right| - 1 \right)}{1 - \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|},$$

$$g_R^2(\Lambda) = \frac{Z_\psi^2(\Lambda)g^2}{1 - \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|},$$

$$m_R^2(\Lambda) = m^2 \left( 1 + \frac{\frac{2g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|}{1 - \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|} \right).$$

# 補助場を入れなくても意外とおもしろい。

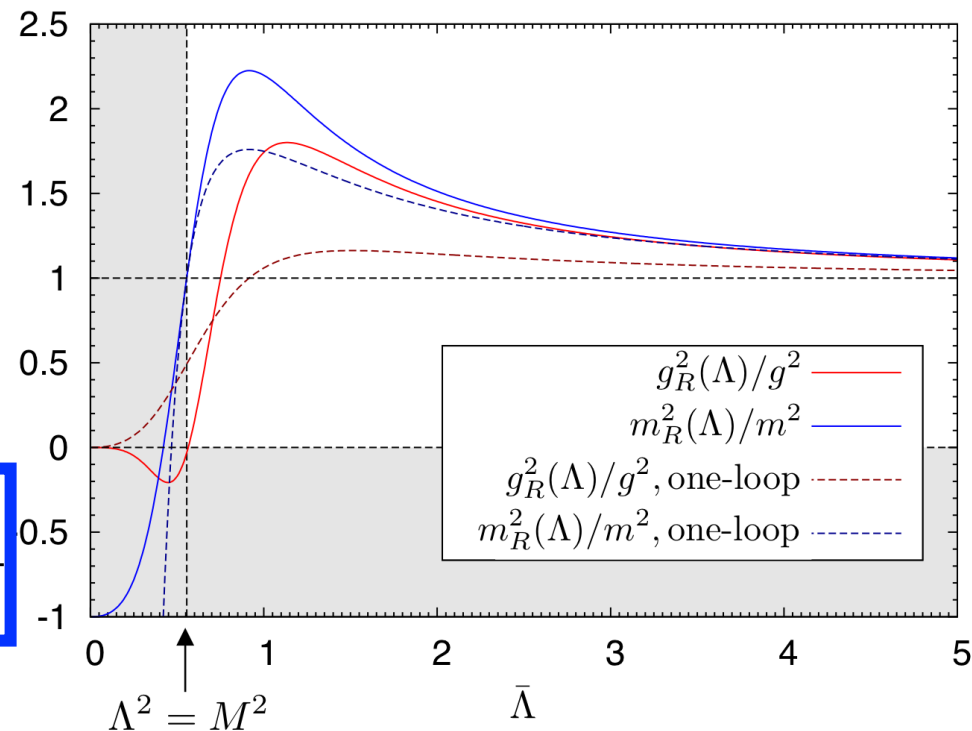
$$Z_\psi^2(\Lambda) = 1 + \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \left( \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right| - 1 \right),$$

$$g_R^2(\Lambda) = \frac{Z_\psi^2(\Lambda)g^2}{1 - \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|},$$

$$m_R^2(\Lambda) = m^2 \left( 1 + \frac{\frac{2g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|}{1 - \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|} \right).$$

単調ではなく、constituent quark mass 付近で bare values に戻ってくる。[2次元の特殊性]

$$M^2(g^2, m^2) = m^2 - \frac{g^2}{\pi}$$



# ここから本番：XQCDのくりこみ

New operators

$$Z_{\Phi}(\Lambda)\partial_{\mu}\Phi^{\dagger}\partial^{\mu}\Phi \quad m_{\Phi}^2(\Lambda)\Phi^{\dagger}\Phi \quad y(\Lambda)\bar{\psi}\Phi P_{+}\psi + \text{h.c.}$$

$$\cancel{Z_v(\Lambda)(\partial_{\mu}\mathbf{v}_{\nu})^2} \quad \cancel{m_v^2(\Lambda)\mathbf{v}_{\mu}^2} \quad \cancel{\alpha(\Lambda)\bar{\psi}\not{\mathbf{v}}\psi}$$

(Others are NNLO)

理論空間が 2次元(g,m)から 5次元に拡張される！

Note :  $\Phi$  may acquire the kinetic term

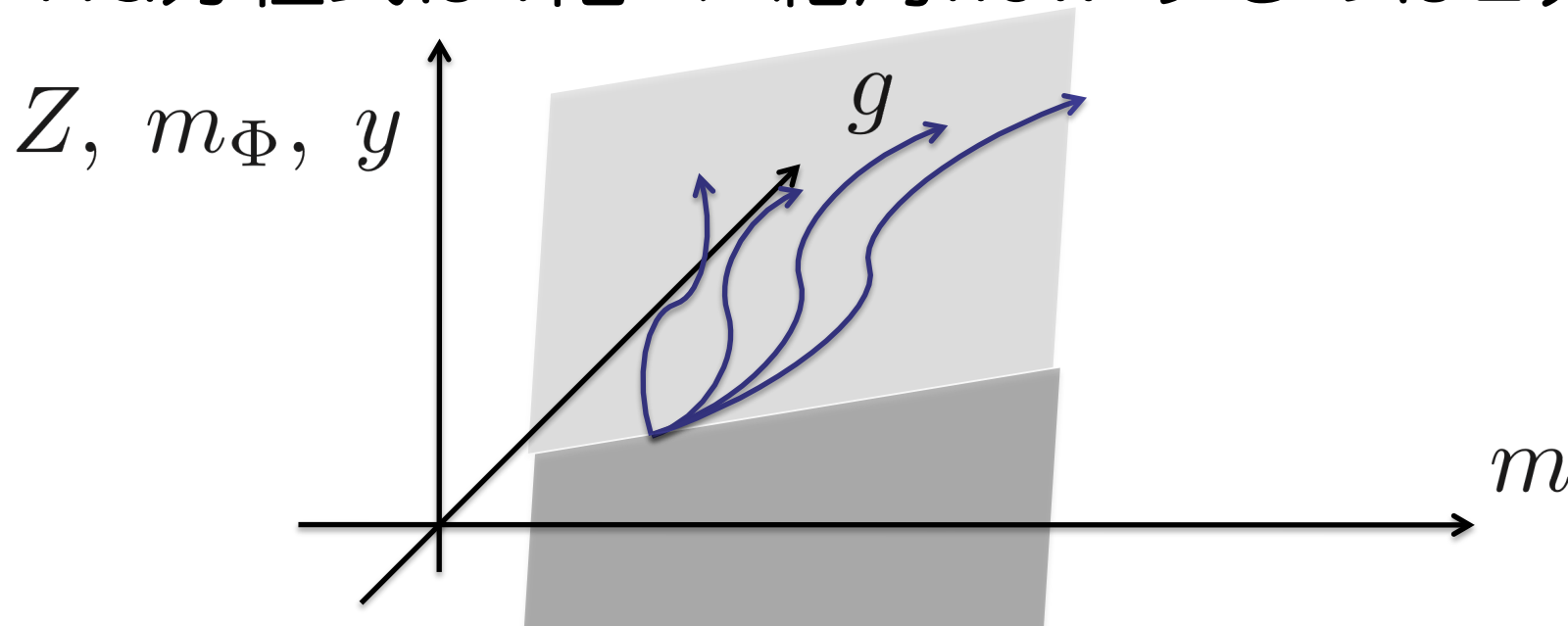
$\mathbf{v}_{\mu}$  remains to be an auxiliary field.



# 拡張された理論空間

初期条件：  $Z_{\Phi}(\Lambda_{\text{cut}}) = 0$ ,  $m_{\Phi}^2(\Lambda_{\text{cut}}) = \lambda^2$ ,  $y(\Lambda_{\text{cut}}) = \alpha\lambda$ .

RG方程式は1階  $\rightarrow$  結局flow するのは2次元面



どの2次元面を選ぶか = くりこみスキーム

# スキーム1: QCD スキーム

$$Z_{\Phi}(\Lambda) = 0, \quad m_{\Phi}^2(\Lambda) = \lambda^2, \quad y(\Lambda) = \alpha\lambda, \quad (\text{at any } \Lambda)$$

の拘束条件を課した正則化でくりこむ。

補助場は補助場のまま。

いつでもXQCDからQCDに戻ることが可能。

= QCDのくりこみと等価。

おもしろくない。

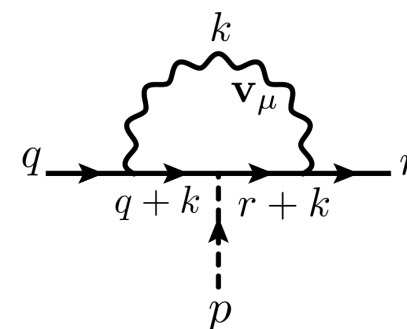
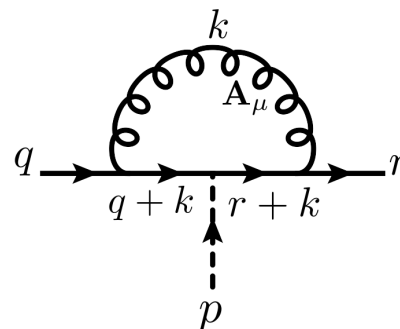
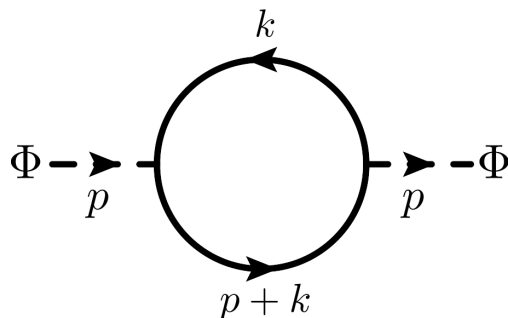
# スキーム2: hadronization スキーム

$$Z_{\Phi}(\Lambda_{\text{cut}}) = 0, \quad m_{\Phi}^2(\Lambda_{\text{cut}}) = \lambda^2, \quad y(\Lambda_{\text{cut}}) = \alpha\lambda.$$

の初期条件だけ要求。

適当な soft な cut-off :  $\frac{-\Lambda^2}{k^2 - \Lambda^2 + i\epsilon}$

で正則化  $\rightarrow$  nontrivial な RG flow になる。



# 1-loop RG running of XQCD

スカラー運動項 (スカラー場がダイナミカルになる), スカラー質量、Yukawa 相互作用がランニングする!

$$Z_{\Phi}(\Lambda) = \frac{5y^2(\Lambda)}{6\pi} \left( \frac{1}{\Lambda^2} - \frac{1}{\Lambda_{\text{cut}}^2} \right) + O(\Lambda^{-4}),$$

$$m_{\Phi}^2(\Lambda) = \lambda^2 - \frac{y^2(\Lambda)}{\pi} \log \left( \frac{\Lambda_{\text{cut}}}{\Lambda} \right) + O(\Lambda^{-2}),$$

$$y(\Lambda) = \frac{\alpha\lambda}{1 + \frac{\alpha_R^2(\Lambda)}{\pi} \log \left( \frac{\Lambda_{\text{cut}}}{\Lambda} \right)} + O(\Lambda^{-2}),$$

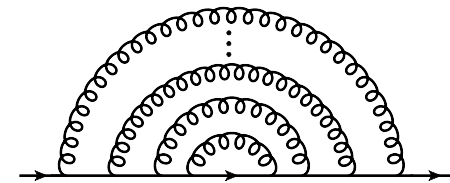
残念ながらQCD部分のくりこみに変化はなかった。

Gluon – quark 相互作用が補助場で弱まるかと期待していたが、補助場からのフィードバックがない。

$$Z_{\psi}^2(\Lambda) = 1 + \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \left( \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right| - 1 \right),$$
$$1 - \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|,$$

$$g_R^2(\Lambda) = \frac{Z_{\psi}^2(\Lambda)g^2}{1 - \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|},$$

$$m_R^2(\Lambda) = m^2 \left( 1 + \frac{\frac{2g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|}{1 - \frac{g^2}{\pi\Lambda^2} \log \left| \frac{\Lambda^2}{M^2} \right|} \right).$$



2次元で簡単になりすぎたかも？

# 非摂動的な解析

## Chiral condensate の非摂動解 [Zhitnitsky 1985]

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle = -N_c \sqrt{\frac{g^2}{12\pi}}.$$

➡ 
$$\langle \Phi \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2N_c}} \frac{\alpha}{\lambda} \langle \bar{\psi}\psi \rangle = \sqrt{\frac{N_c}{24\pi}} \frac{\alpha g}{\lambda}.$$

➡ 
$$\Phi = \langle \Phi \rangle e^{\frac{\sigma + i\pi}{\sqrt{2}}},$$
 **パイオンは pseudo Nambu-Goldstone boson !**

➡ 
$$m_\sigma^2 = \frac{\alpha^2}{N_c} \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 + O(m), \quad m_\pi^2 = \frac{1}{2} m \langle \bar{\psi}\psi \rangle + O(m^2).$$



# 4. 何がおもしろいの？

# 2つの補助場はasymmetric にflowする。

## New operators

$$Z_{\Phi}(\Lambda)\partial_{\mu}\Phi^{\dagger}\partial^{\mu}\Phi \quad m_{\Phi}^2(\Lambda)\Phi^{\dagger}\Phi \quad y(\Lambda)\bar{\psi}\Phi P_{+}\psi + \text{h.c.}$$

~~$$Z_v(\Lambda)(\partial_{\mu}\mathbf{v}_{\nu})^2 \quad m_v^2(\Lambda)\mathbf{v}_{\mu}^2 \quad \alpha(\Lambda)\bar{\psi}\not{\nu}\psi$$~~

(Others are NNLO)

低エネルギーから見ると、 $\Lambda = \Lambda_{\text{cut}}$  で対称性もないのに奇跡的な相殺が起こっているように見える。



ないはずの2次発散があるように見える。

注) 2dQCD にUV発散はない。

$$Z_{\Phi}(\Lambda) = \frac{5y^2(\Lambda)}{6\pi} \left( \frac{1}{\Lambda^2} - \frac{1}{\Lambda_{\text{cut}}^2} \right) + O(\Lambda^{-4}),$$

$$m_{\Phi}^2(\Lambda) = \lambda^2 - \frac{y^2(\Lambda)}{\pi} \log \left( \frac{\Lambda_{\text{cut}}}{\Lambda} \right) + O(\Lambda^{-2}),$$

$$y(\Lambda) = \frac{\alpha\lambda}{1 + \frac{\alpha^2_R(\Lambda)}{\pi} \log \left( \frac{\Lambda_{\text{cut}}}{\Lambda} \right)} + O(\Lambda^{-2}),$$

でもスカラーの運動項を1にnormalizeすると、、、

$$Z_{\Phi}^{-1}(\Lambda) m_{\Phi}^2(\Lambda) \sim \frac{6\pi\Lambda^2}{5y^2(\Lambda)} \left[ \lambda^2 - \frac{y^2(\Lambda)}{\pi} \log \left( \frac{\Lambda_{\text{cut}}}{\Lambda} \right) \right],$$

$$Z_{\Phi}^{-\frac{1}{2}}(\Lambda) y(\Lambda) \sim \sqrt{\frac{6\pi}{5}} \Lambda, \quad (\Lambda \ll \Lambda_{\text{cut}})$$

# XQCDの考え方を一般の素粒子理論に 拡張してみる。

Fierz identityおよびその類似物は無数にあるのでいろんな補助場の入れ方ができそう。

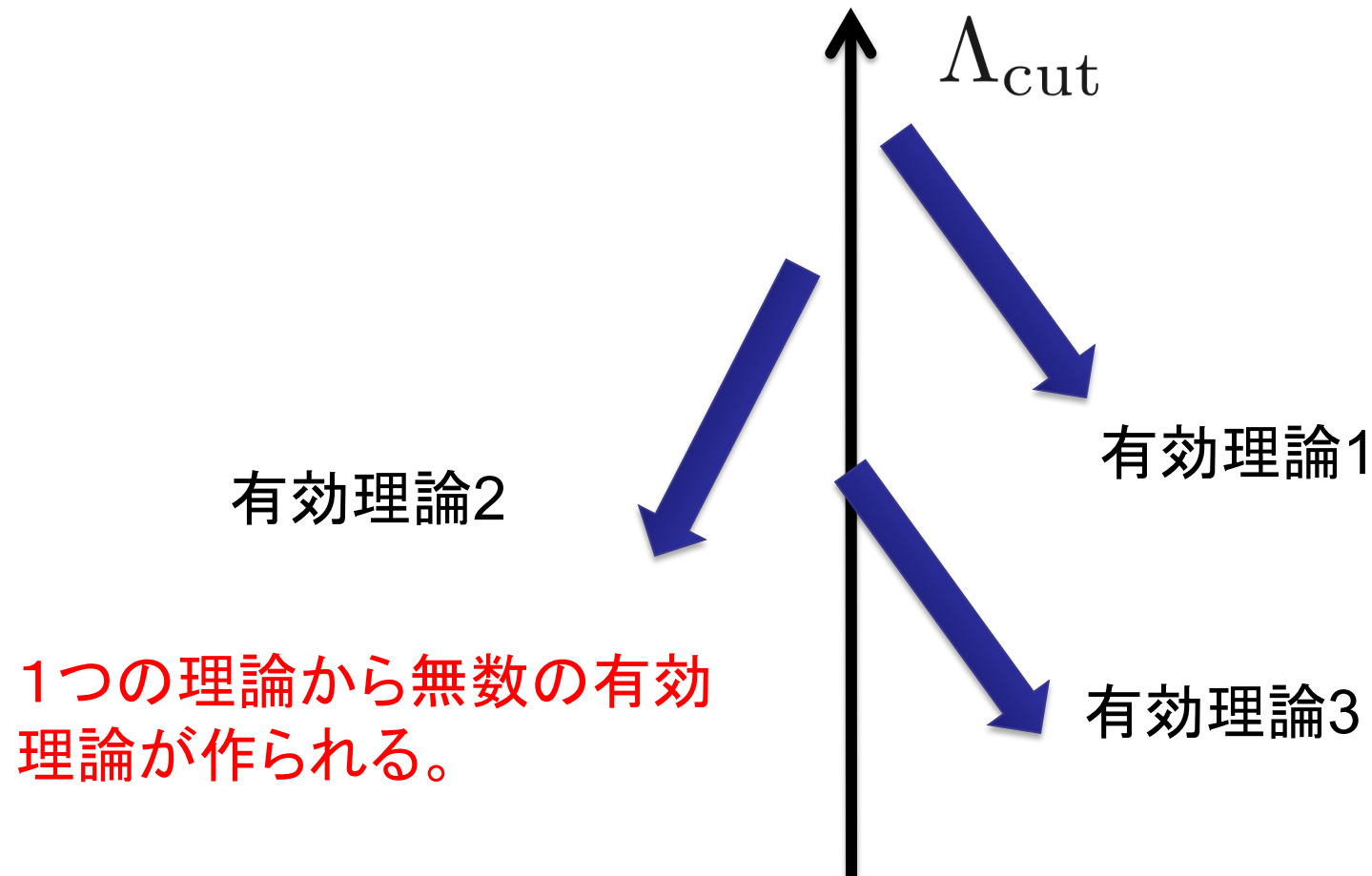
$$\begin{aligned}
 4[\gamma^a \otimes \gamma^b] &= [(i1 \odot \sigma^{ab} + \gamma_5 \odot \tilde{\sigma}^{ab} + i\varepsilon^{abcd} \gamma_c \odot \gamma_d \gamma_5) - \leftrightarrow] \\
 &+ g^{ab} [1 \odot 1 - \gamma_5 \odot \gamma_5] + [\gamma^a \odot \gamma^b + \gamma^b \odot \gamma^a - g^{ab} \gamma^c \odot \gamma_c] \\
 &+ [\gamma^a \gamma_5 \odot \gamma^b \gamma_5 + \gamma^b \gamma_5 \odot \gamma^a \gamma_5 - g^{ab} \gamma^c \gamma_5 \odot \gamma_c \gamma_5] \\
 &+ \frac{1}{2} [g^{ab} \sigma^{c_1 c_2} \odot \sigma_{c_1 c_2} - 2\sigma^{ac} \odot \sigma^b_c - 2\sigma^{bc} \odot \sigma^a_c] \\
 4[\gamma^a \otimes \gamma^b \gamma_5] &= g^{ab} [\gamma_5 \odot 1 - \leftrightarrow] + i\varepsilon^{abcd} [\gamma_c \odot \gamma_d + \gamma_c \gamma_5 \odot \gamma_d \gamma_5] \\
 &+ [(\gamma^a \odot \gamma^b \gamma_5 + \gamma^b \odot \gamma^a \gamma_5 - g^{ab} \gamma^c \odot \gamma_c \gamma_5) + \leftrightarrow] \\
 &+ [(1 \odot \tilde{\sigma}^{ab} + i\gamma_5 \odot \sigma^{ab}) + \leftrightarrow] + i\varepsilon^{abcd} \sigma_{ce} \odot \sigma^e_d \\
 &+ i[\sigma^a_c \odot \tilde{\sigma}^{bc} - \leftrightarrow] - i[\sigma^b_c \odot \tilde{\sigma}^{ac} + \leftrightarrow] + \frac{1}{2} i g^{ab} \sigma_{c_1 c_2} \odot \tilde{\sigma}^{c_1 c_2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4[\gamma_5 \otimes \gamma_5] &= [1 \odot 1] + [\gamma_5 \odot \gamma_5] - [\gamma^c \odot \gamma_c] + [\gamma^c \gamma_5 \odot \gamma_c \gamma_5] + \frac{1}{2} [\sigma^{c_1 c_2} \odot \sigma_{c_1 c_2}] \\
 4[\gamma_5 \otimes \gamma^b] &= [(1 \odot \gamma^b \gamma_5 + \gamma_c \odot \tilde{\sigma}^{bc}) - \leftrightarrow] + [(\gamma_5 \odot \gamma^b + i\gamma_c \gamma_5 \odot \sigma^{bc}) + \leftrightarrow] \\
 4[\gamma_5 \otimes \gamma^b \gamma_5] &= [(1 \odot \gamma^b + \gamma_c \gamma_5 \odot \tilde{\sigma}^{bc}) - \leftrightarrow] + [(\gamma_5 \odot \gamma^b \gamma_5 + i\gamma_c \odot \sigma^{bc}) + \leftrightarrow] \\
 4[\gamma_5 \otimes \sigma^{b_1 b_2}] &= [(i1 \odot \tilde{\sigma}^{b_1 b_2} + \gamma_5 \odot \sigma^{b_1 b_2} + i(\gamma^{b_2} \odot \gamma^{b_1} \gamma_5 - b_1 \leftrightarrow b_2)) + \leftrightarrow] \\
 &+ \varepsilon^{b_1 b_2 c d} [-\gamma_c \odot \gamma_d + \gamma_c \gamma_5 \odot \gamma_d \gamma_5 + \sigma_{ce} \odot \sigma_d^e] \\
 &+ [(\tilde{\sigma}^{b_1 d} \odot \sigma_d^{b_2} - b_1 \leftrightarrow b_2) + \leftrightarrow]
 \end{aligned}$$

[ Liao and Liu 2012 ]

# 補助場の数、スケールは任意。

$\Lambda_{\text{cut}}$  、 補助場の数に物理的意味はない。

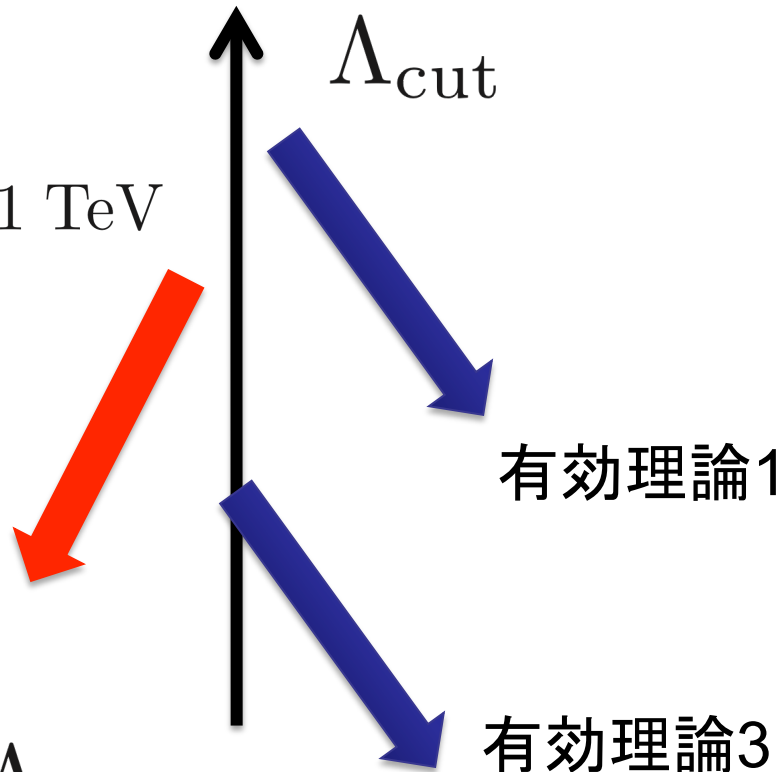


# その中の一つがたまたま 弱結合だったら？

$\Lambda_{\text{cut}}$ 、補助場の数に物理的意味はない

$$N = 3 \quad \Lambda_{\text{cut}} = 1 \text{ TeV}$$

有効理論2 =  
標準理論？



場の数(世代)、 $\Lambda_{\text{cut}}$

に意味があるように錯覚するかも。

# 階層性問題？ 世代数の謎？

「特に意味はない。」

という解もあり得るのでは？



そもそも素粒子論ってunique なのか？

Duality とか、Triality とかって氷山の一角で、本当は同じ物理を表す無数の path-integral があるのではないかと？

究極の理論はユニークではないのではないかと？

# 宗教の話

そもそも究極の理論があるという発想自体、

西洋文明 = 一神教 = string 理論

に毒されすぎているのではないか？

我が国は多神教、八百万の神の国。  
素粒子論も八百万あってもよいのでは。



# 5. まとめ



## (2d) XQCDはおもしろい

2d (X)QCDのくりこみを調べた。

- 新しい場の自由度を加えるという点が従来のくりこみスキームの拡張になっている。
- Pion と同じ量子数を持つ場が **dynamical になり**、しかも軽い。
- 残念ながら  $g$  は弱くならなかった。4d XQCD ではどうなるかに期待。
- 任意のスケール、任意の数の補助場を入れて**無数の有効理論を作ることができる**。

# 今後の展望

1. 元々の理論にない場の自由度を加えて理論を拡張する = 最近の新しい方向

Lefschetz thimble [Witten, 東大グループ]

Complex Langevin [Aarts et al, 東大グループ, Tanizaki et al.]

Resurgence [Unsal et al. 慶應大グループ, Tanizaki & Kanazawa ]

2. なんとかして **lattice XQCD** を作りたい!

3. **Anti-uniqueness** (Anti-string) という思想を広めたい。