

# Pole inflation and attractors in supergravity

立石卓也(北海道大学)

共同研究者:小林達夫、瀬戸治 (北大)

Based on arXiv:1703.09960

+ $\alpha$

# Introduction

## □ 宇宙論

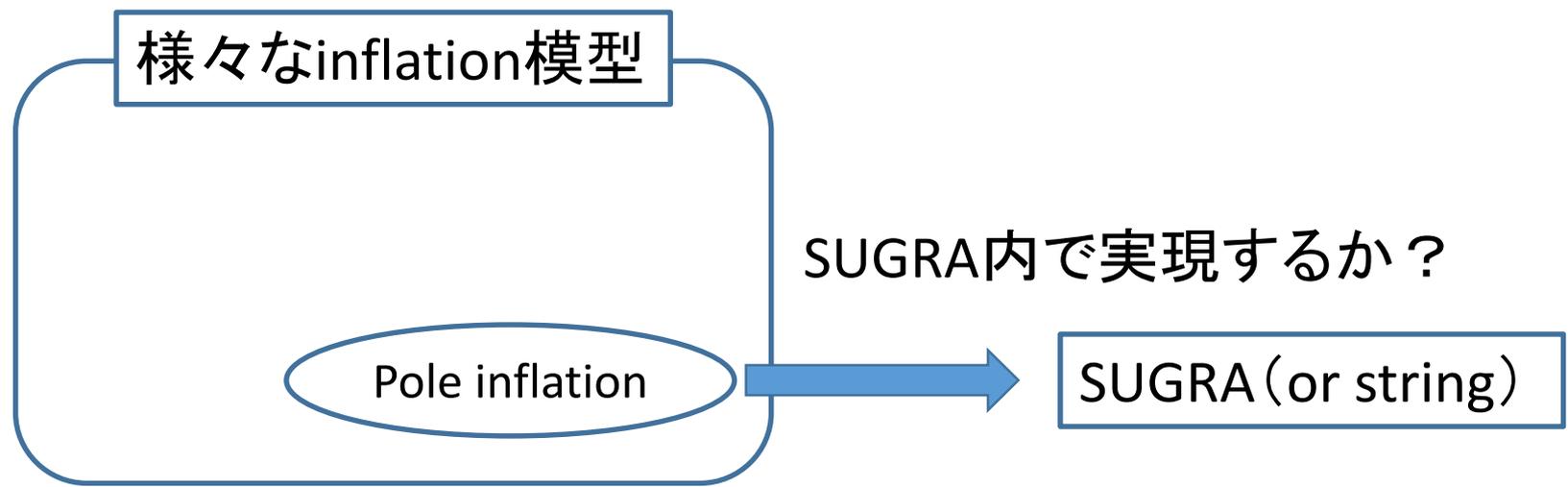
宇宙初期でのインフレーション

- 問題の解決
  - ・ 地平線問題
  - ・ 平坦性問題
  - ・ (残存粒子問題)
- CMB温度揺らぎの生成
- 再加熱後のビッグバン元素合成への接続

## □ Beyond the SM

Superstring

- 重力の量子化
- LEEFTとしてSM/MSSM/...
- DM, インフラトンの候補



# Introduction: Inflation

FLRW(一様等方)時空:  $ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2)$

Einstein方程式:  $G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$        $T_{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, P, P, P)$

  $P = -\rho$  のとき

$a(t) = e^{Ht}$ : 空間の指数関数的膨張

スカラー場  $\phi$ :

$$\rho = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi)$$
$$P = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi)$$

これらが主要項なら  
( $\dot{\phi}, \ddot{\phi}$ が小さいなら)  
インフレーション

# Introduction: Inflation

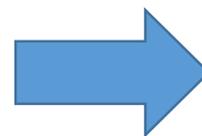
$$\phi \text{ の運動方程式: } \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V' = 0$$

Slow-rollパラメータ:

$$\epsilon = \frac{1}{2} \left( \frac{V'}{V} \right)^2, \eta = \frac{V''}{V}$$

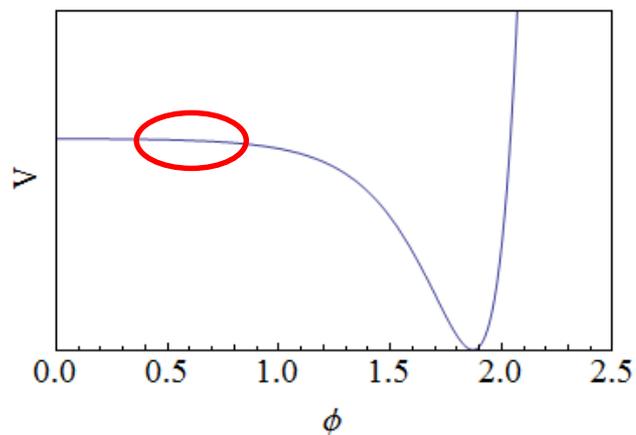
Slow-roll条件:

$$\epsilon, |\eta| \ll 1$$

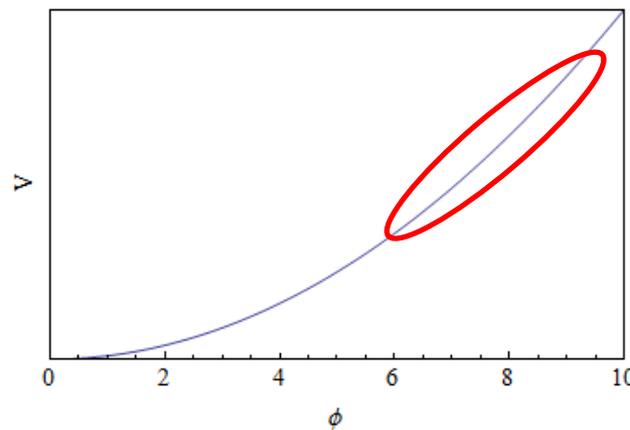


インフレーション

## □ ポテンシャルの例



Small field inflation



Large field inflation

# Introduction: Inflation

e-fold数: インフレーション前後での空間膨張率

$$N = -\ln\left(\frac{a(t)}{a(t_{\text{end}})}\right)$$

地平線問題解決のため  
 $N \gtrsim 60$

観測量: インフラトンの密度揺らぎ

$$P_s(k) = P_s(k_0) \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_s-1}$$

$$P_t(k) = P_t(k_0) \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_t}$$



Slow-rollパラメータ:

$$\epsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{V'}{V}\right)^2, \eta = \frac{V''}{V}$$

Power spectrum

$$P_s \simeq \frac{V}{24\pi^2 \epsilon} = (2.20 \pm 1.10) \times 10^{-9}$$

Spectral index

$$n_s \simeq 1 + 2\eta - 6\epsilon = 0.9655 \pm 0.0062$$

Tensor-to-scalar ratio

$$r \equiv \frac{P_t}{P_s} \simeq 16\epsilon < 0.11$$

[Planck2015, 1502.01589]

# Contents

1. Introduction
2. Pole inflation
3. Our models
4. Summary

# Pole inflation

[Galante, Kallosh, Linde, Roest, 1412.3797 ][Broy, Galante, Roest, Westphal, 1507.02277 ]

[T. Terada, 1602.07867]

場の運動項が極をもつ場合:

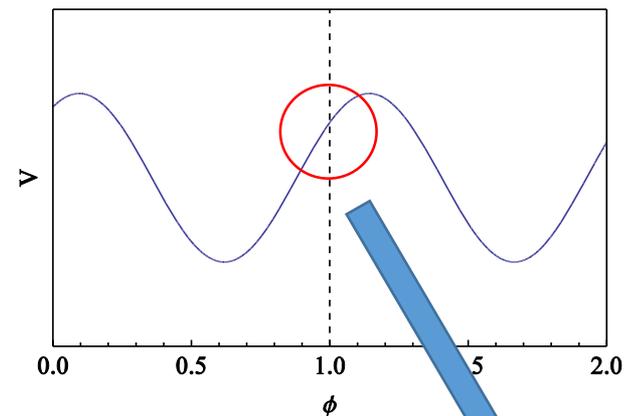
$$\mathcal{L} = \frac{1}{(1 - \phi^2)^2} (\partial_\mu \phi)^2 - \underline{V(\phi)}$$

有限のポテンシャル

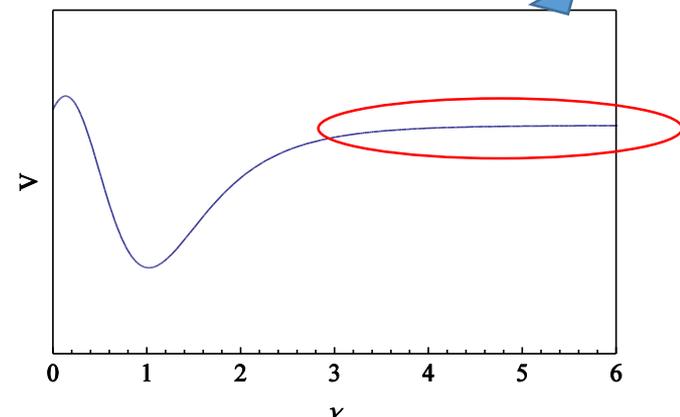
Canonical normalization:

$$\phi = \tanh\left(\frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi)^2 - V(\phi(\chi))$$



$$\phi = 1 \Leftrightarrow \chi = \infty$$



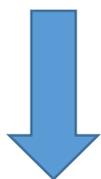
もとの運動項の極の近傍が引き伸ばされて平坦になる  
→ small field inflationに適したポテンシャル

## □ アトラクター ( $\alpha$ -attractor)

[Galante, Kallosh, Linde, Roest, 1412.3797 ]

$$\mathcal{L}_E = \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2} R - \frac{\alpha}{\left(1 - \frac{\phi^2}{6}\right)^2} \frac{(\partial\phi)^2}{2} - \alpha f^2 \left( \frac{\phi}{\sqrt{6}} \right) \right]$$

- 運動項のPole:  $\phi = \sqrt{6}$
- ポテンシャル  $f(\phi)$  は  $\phi = \sqrt{6}$  で有限



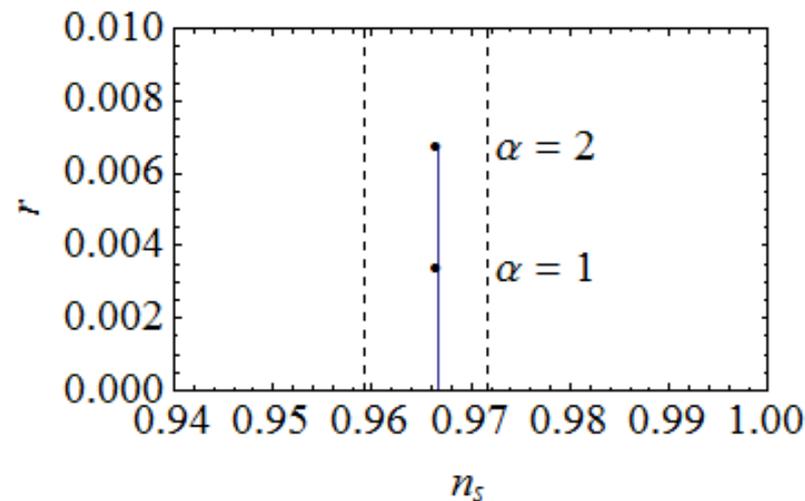
ポテンシャルの形に(あまり)依らず

$$n_s = 1 - \frac{2}{N},$$

$$r = \frac{12\alpha}{N^2}$$



$$N = 60$$



# Pole inflation: SUGRAでは...

- SUGRAではスカラーポテンシャルは自由にとれない

$K(\phi, \bar{\phi})$ : ケーラーポテンシャル

$W(\phi)$ : スーパーポテンシャル

➡ スカラーポテンシャル (SUGRA) :

$$V = e^K \left[ K_{\phi\bar{\phi}}^{-1} |D_\phi W|^2 - 3|W|^2 \right]$$

- $\phi = 1$  に極を持つ運動項の例:

$$K = -\ln(1 - |\phi|^2)$$

$$\mathcal{L}_{KE} = K_{\phi\bar{\phi}} |\partial_\mu \phi|^2 = \frac{1}{(1 - |\phi|^2)^2} |\partial_\mu \phi|^2$$

# Pole inflation: SUGRAでは...

$$K = -\ln(1 - |\phi|^2)$$

$$\rightarrow \mathcal{L}_{KE} = \frac{1}{(1 - |\phi|^2)^2} |\partial_\mu \phi|^2$$

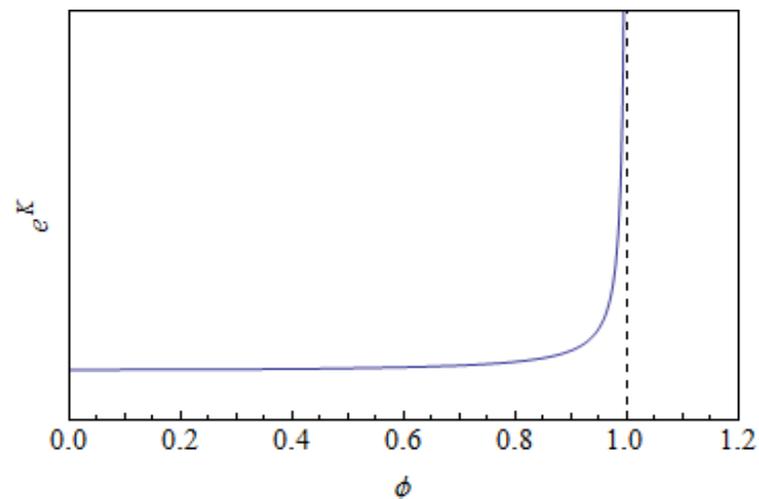
$$V = e^K \left[ K_{\phi\bar{\phi}}^{-1} |D_\phi W|^2 - 3|W|^2 \right]$$

$$e^K = \frac{1}{1 - |\phi|^2}$$

運動項と同じ場所に極



極の近傍は平坦にはならない



$$e^K = \frac{1}{1 - |\phi|^2}$$

Canonical normalization:

$$\phi = \tanh\left(\frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\phi = 1 \Leftrightarrow \chi = \infty$$

$$e^K = \cosh^2\left(\frac{\chi}{\sqrt{2}}\right) \simeq \frac{1}{4} e^{\sqrt{2}\chi}$$

# Pole inflation

## □ インフレーション実現への期待

$$K = -\ln(1 - |\phi|^2)$$

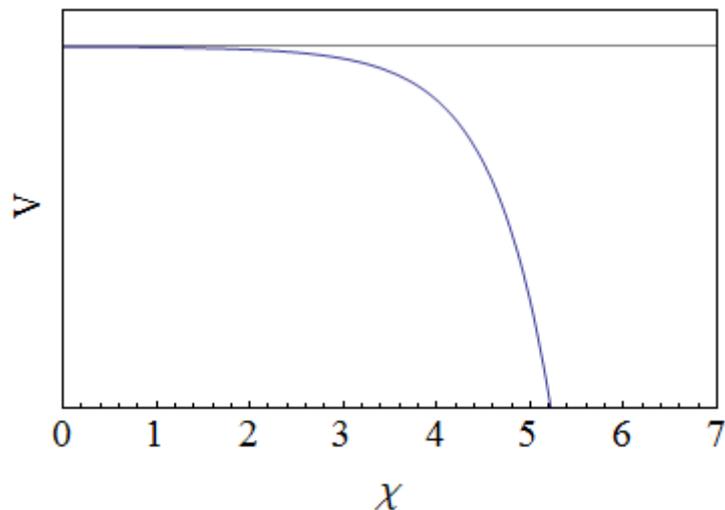
$$W = W_0 = \text{Const.}$$

スカラーポテンシャル:

$$V = e^K \left[ K_{\phi\bar{\phi}}^{-1} |D_{\phi} W|^2 - 3|W|^2 \right]$$

$$= |W_0|^2 \cosh^2 \left( \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right) \left[ \tanh^2 \left( \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right) - 3 \right] < 0$$

$$0 \leq \tanh^2 \left( \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right) \leq 1$$



# Pole inflation

## □ インフレーション実現への期待

$$K = -\ln(1 - |\phi|^2)$$

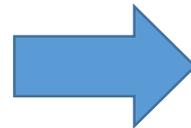
$$W = W_0 = \text{Const.}$$

スカラーポテンシャル:

$$V = e^K \left[ K_{\phi\bar{\phi}}^{-1} |D_\phi W|^2 - 3|W|^2 + |F_X|^2 \right]$$

他の場(X)の F項  
 $F_X$ を $W_0$ でリスケール

$$= |W_0|^2 \cosh^2 \left( \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right) \left[ \underbrace{\tanh^2 \left( \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)}_{V_1} - \underbrace{(3 - \alpha)}_{V_2} \right]$$



$0 < 3 - \alpha < 1$  とすると  
ポテンシャルの極小が存在する

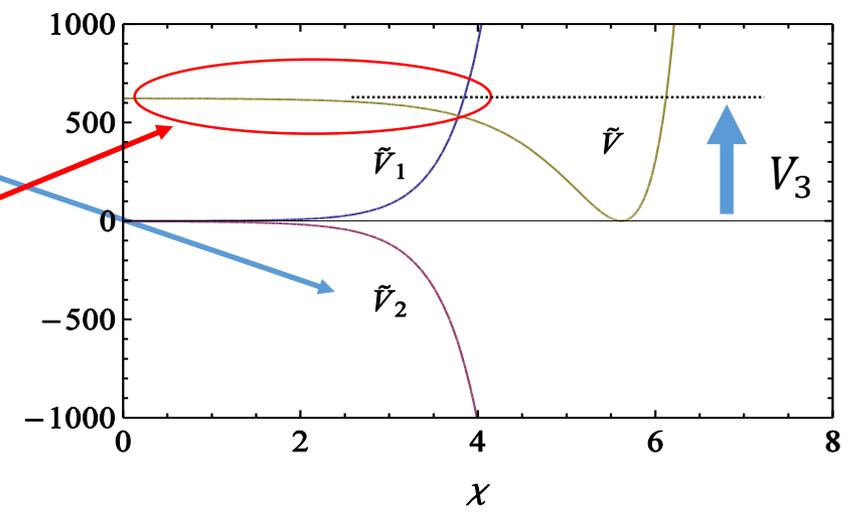
# Pole inflation

## □ インフレーション実現への期待

$$V = \cosh^2\left(\frac{\chi}{\sqrt{2}}\right) \left[ \underbrace{\tanh^2\left(\frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)}_{V_1} - \underbrace{(3 - \alpha)}_{V_2} \right] + V_3$$

$$\cosh \chi \simeq \frac{1}{2} e^\chi$$

指数関数的に深くなる  
↓  
相対的に平坦な領域が実現  
↓  
(Pole上ではない場所で)  
インフレーション？



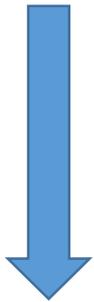
# Contents

1. Introduction
2. Pole inflation
3. 模型
4. まとめ

コンパクト化: 10D  $\rightarrow$  4D

典型的なケーラーポテンシャル

$$K = -p \ln(T + \bar{T} - A|\phi|^2)$$



- 高いエネルギーでモジュライ固定  
 $T \rightarrow \langle T \rangle$
- $\phi$  の再定義

低エネルギー有効理論:

$$K = -p \ln(1 - |\phi|^2)$$

$$W = W_0(X)$$

簡略化のために  $\phi$  に依存しないとする  
 $X$ :  $\phi$  以外の場

$p$ : 典型的には  $p = 1, 2, 3$   
 $T$ : モジュライ  
 $\phi$ : 4Dのスカラー場  
(10Dゲージ場の余剰次元成分)

# 模型

$$K = -p \ln(1 - |\phi|^2), \quad W = W_0(X)$$

- ポテンシャルに2つの項を仮定

X も固定されているとする

$$V = e^K \left[ K_{\phi\bar{\phi}}^{-1} |D_{\phi} W|^2 + |F_X|^2 - 3|W|^2 \right] + V_C$$

他の場の F 項

Explicit SUSY breaking / D-term

$$\frac{V}{|W_0|^2} = \cosh^{2p} \left( \frac{\chi}{\sqrt{2p}} \right) \left[ p \tanh^2 \left( \frac{\chi}{\sqrt{2p}} \right) + \tilde{F}^2 - 3 \right] + \tilde{V}_C$$

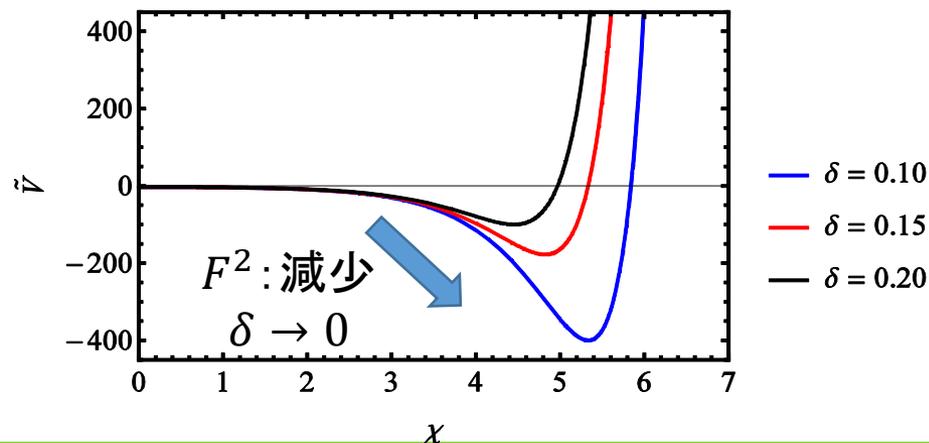
先ほどの例は  $p = 1$

$$\delta = p - (3 - \tilde{F}^2)$$

$\delta$ : 真空の位置を動かす  
→ 模型のパラメータ

$V_C$ : 真空のエネルギーを0に

$W_0$ : CMBのパワースペクトルに合わせる



e-fold数:  $N$   $a(t_{\text{fin}}) = e^N a(t_{\text{ini}})$

地平線問題解決のため  
 $N \gtrsim 60$

観測量: インフラトンの密度揺らぎ

$$P_s(k) = P_s(k_0) \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_s-1}$$

$$P_t(k) = P_t(k_0) \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_t}$$



Slow-rollパラメータ:

$$\epsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{V'}{V}\right)^2, \eta = \frac{V''}{V}$$

Power spectrum

$$P_s \simeq \frac{V}{24\pi^2 \epsilon} = (2.20 \pm 1.10) \times 10^{-9}$$

Spectral index

$$n_s \simeq 1 + 2\eta - 6\epsilon = 0.9655 \pm 0.0062$$

Tensor-to-scalar ratio

$$r \equiv \frac{P_t}{P_s} \simeq 16\epsilon < 0.11$$

[Planck2015, 1502.01589]

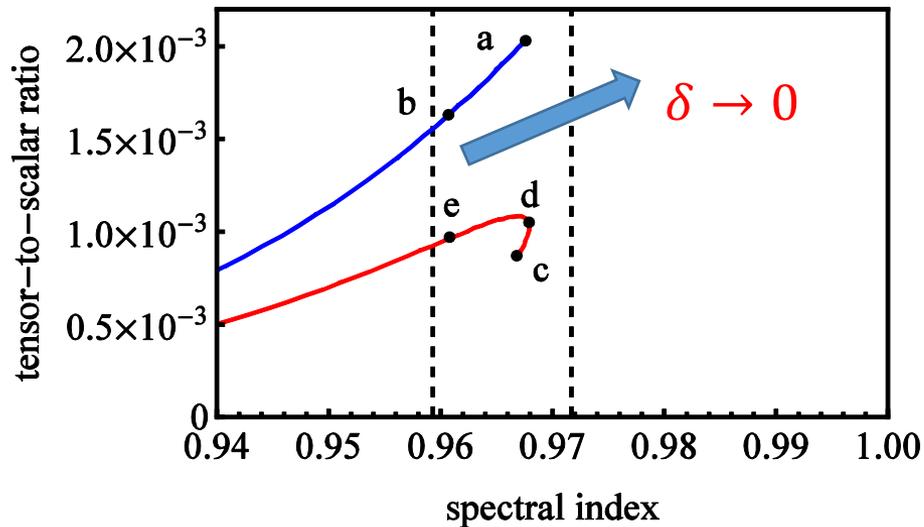
# 解析結果1

□  $p$  を固定し、 $\delta$  を変化させた場合の  $(n_s, r)$  プロット

$$\tilde{V} = -p \cosh^{2(p-1)}\left(\frac{\chi}{\sqrt{2p}}\right) + \delta \cosh^{2p}\left(\frac{\chi}{\sqrt{2p}}\right) + \tilde{V}_C$$

- $p \leq 1$  では極小が作れない
- $p > 1$  なら極小あり

$p = 2, 3$  で e-fold 数  $N = 60$  のときの  $(n_s, r)$



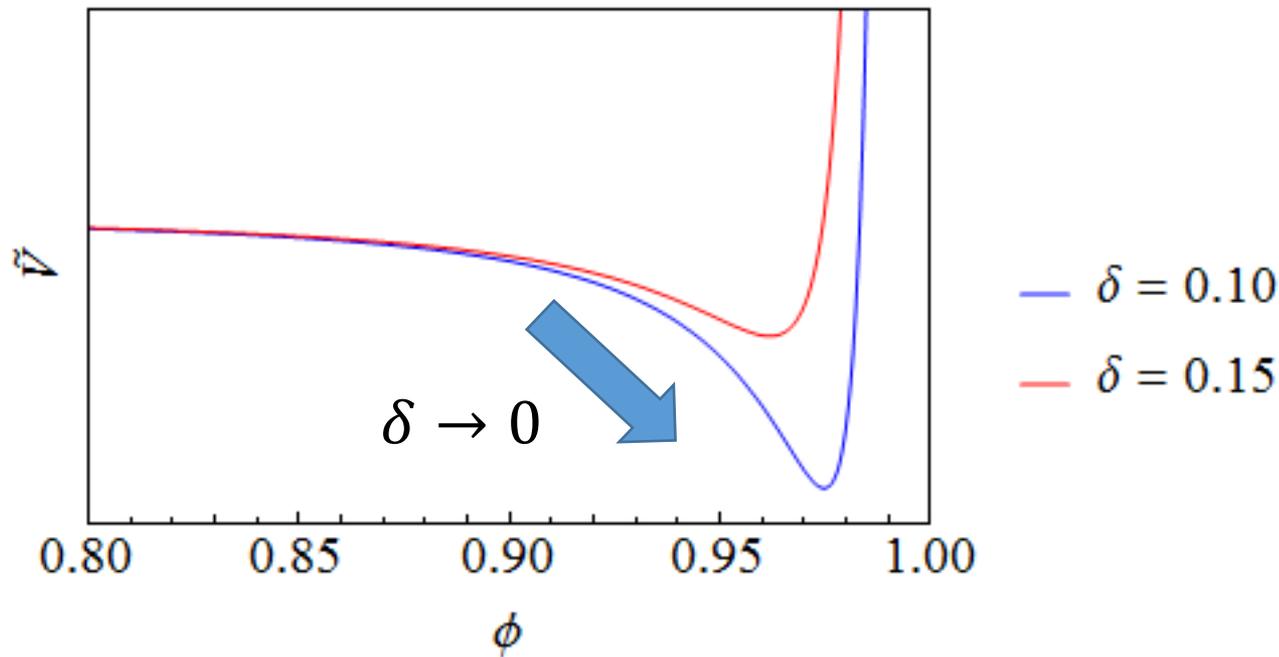
—  $p = 2$   
—  $p = 3$

観測と無矛盾な  
パラメータ領域が存在する

# 解析結果1

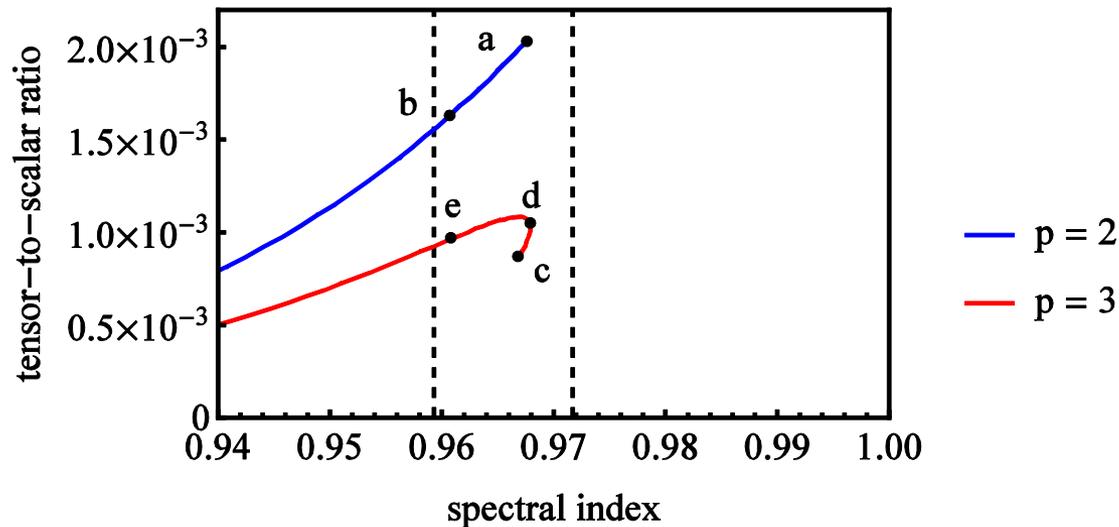
□ Canonical に規格化する前の場  $\phi$  で見る

$$\tilde{V} = -\frac{p}{(1-\phi^2)^{p-1}} + \frac{\delta}{(1-\phi^2)^p} + \tilde{V}_C$$



# 解析結果1

□  $p$  を固定し、 $\delta$  を変化させた場合の  $(n_s, r)$  プロット



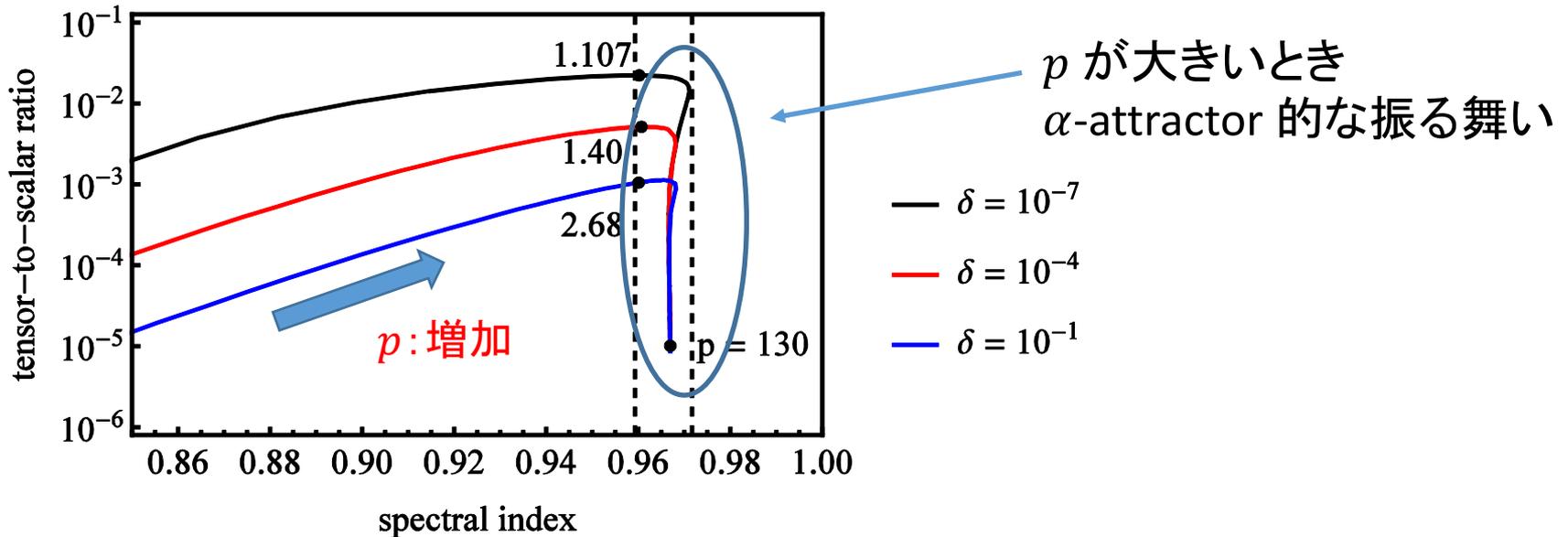
Point	$p$	$\delta$	$n_s$	$r$
a	2	0.001	0.968	$2.03 \times 10^{-3}$
b	2	0.013	0.961	$1.63 \times 10^{-3}$
c	3	0.005	0.967	$0.87 \times 10^{-3}$
d	3	0.055	0.968	$1.01 \times 10^{-3}$
e	3	0.170	0.961	$0.96 \times 10^{-3}$

$$V_{\text{inf}} \sim (10^{14 \sim 16} \text{GeV})^4$$

$$m_{\chi}^2 \sim (10^{13} \text{GeV})^2$$

# 解析結果2

□  $\delta$  を固定し、 $p$  を変化させた場合の  $(n_s, r)$  プロット



•  $p$  が大きい極限で近似

$$n_s \simeq 1 - \frac{2}{N}$$

$$r \simeq \frac{4}{pN^2}$$

$N = 60$

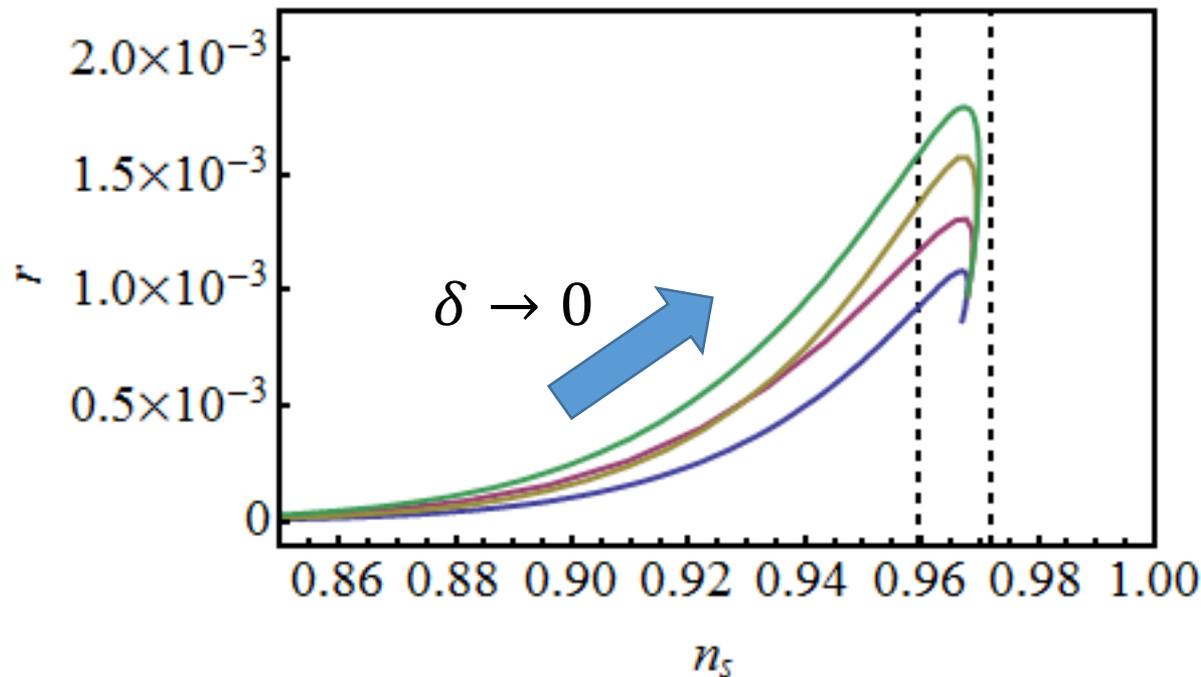
$$n_s \simeq 0.9667$$

$$r \simeq \frac{1}{p} \times 10^{-3}$$

$p$  を増加させると、 $n_s$  は固定されたまま  $r$  が減少する

## □ インフロンに依存したスーパーポテンシャルの場合

$$W = W_0(X) \times (1 + a\phi^2 + b\phi^3)$$



$$p = 3$$

- $a = 0, \quad b = 0$
- $a = 2.5, \quad b = 0.1$
- $a = 0.1, \quad b = 0.8$
- $a = 1.3, \quad b = 0.5$

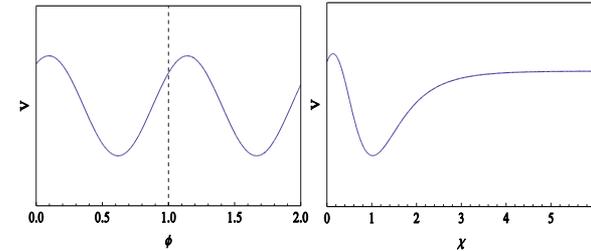
$W$  が  $\phi$  に依存してもインフレーションは起こり、  
観測と無矛盾なパラメータ領域が存在する

# まとめ

モチベーション: Pole inflation

場の運動項が極を持つ

⇒ canonicalな規格化により平坦なポテンシャル



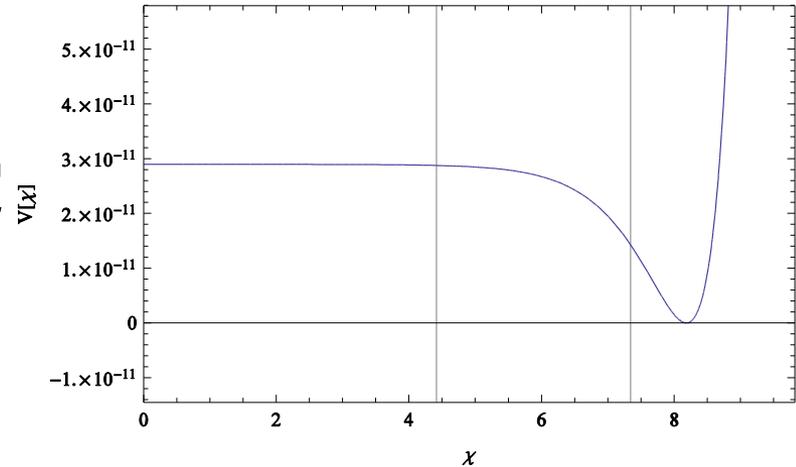
SUGRAでは場の運動項とポテンシャルが同じ場所に極を持つ

⇒ canonicalな規格化により指数関数的なポテンシャル

⇒ 相対的に平坦な領域ができる

他の場のF項と定数ポテンシャルを仮定

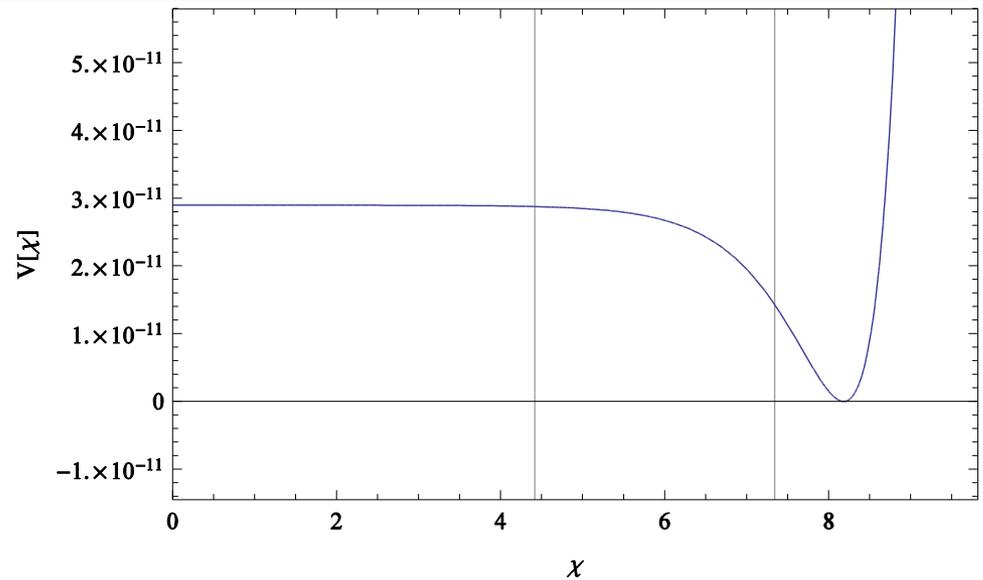
⇒ 観測と無矛盾なパラメータ領域あり



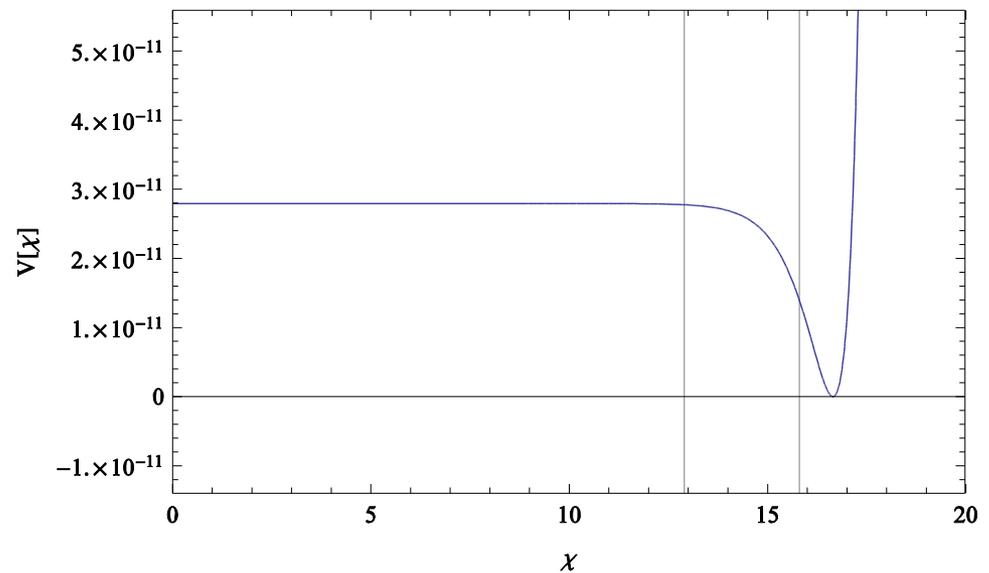
- $p$ をパラメータとして見ると $\alpha$ -attractor的な振る舞いが確認できた
- $W = W(\phi)$ の場合でもインフレーションは起こりうる

# ポテンシャルの例

$$p = 3, \delta = 10^{-2}$$
$$n_s = 0.9671, r = 8.8 \times 10^{-4}$$



$$p = 3, \delta = 10^{-5}$$
$$n_s = 0.9668, r = 8.5 \times 10^{-4}$$



- 定数 $V_C$ ではなく、場に依存したD項ポテンシャル $V_D$ の場合

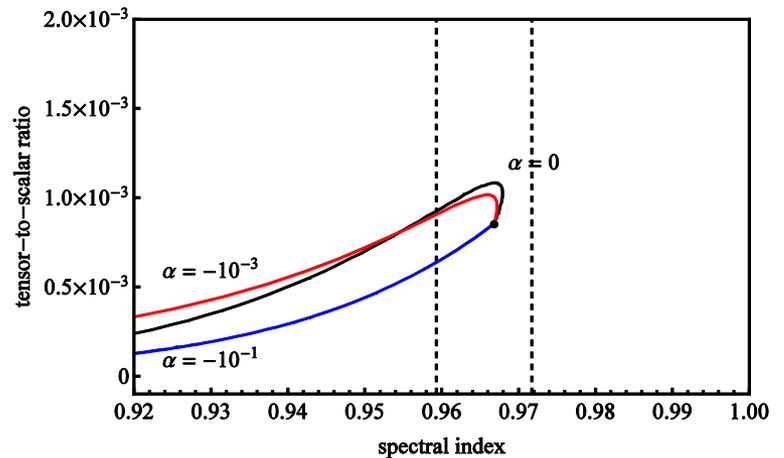
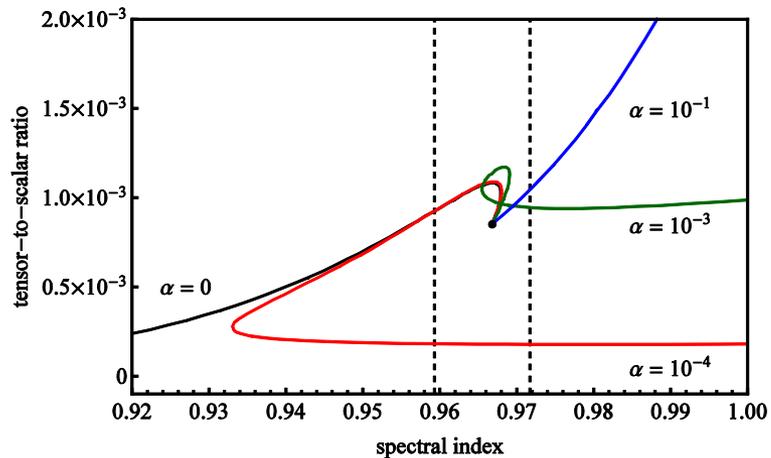
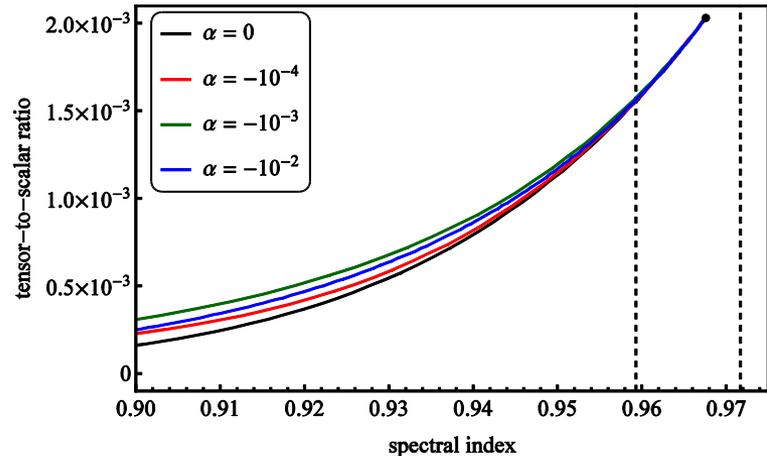
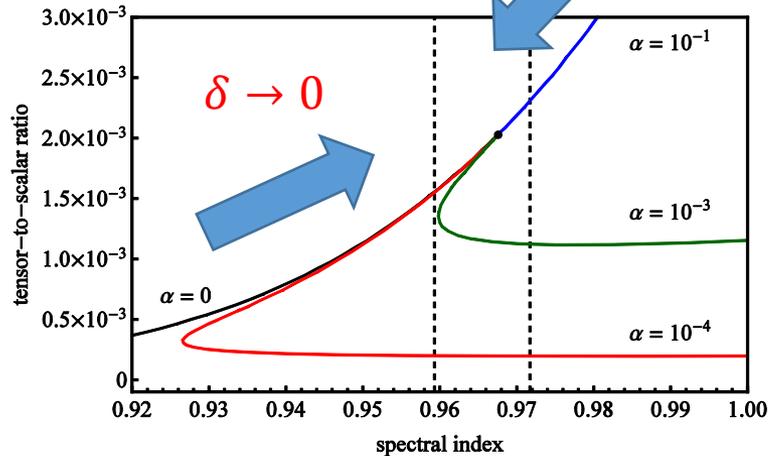
$$V = e^K \left[ K_{\phi\bar{\phi}}^{-1} |D_{\phi} W|^2 + F^2 - 3|W|^2 \right] + V_D$$

$$V_D = \frac{D^2}{1 + \alpha \ln \phi}$$

Charged matterが $\phi$ の真空期待値でmassiveになった場合のRG-flow

$$V_D = \frac{1}{2} g^2 D^2 \quad \frac{1}{g^2} = \frac{1}{g_0^2} + \beta \ln \left( \frac{\phi}{M_{pl}} \right)$$

# D-term



アトラクター的に振る舞う領域  $\delta \rightarrow 0$  は  $V_C, V_D$  で不変であり、観測と無矛盾である。

$$\frac{dV}{d\phi} = \frac{d\chi}{d\phi} \frac{dV}{d\chi} =$$