

# 任意の模型におけるQCDワインバーグ演算子 ( $GGG\sim$ )の係数と中性子EDM



阿部智広

名古屋大学 高等研究院  
素粒子宇宙起源研究機構(KMI)



高等研究院

名古屋大学



Kobayashi-Maskawa Institute  
for the Origin of Particles and the Universe

## 共同研究者



久野純治

名古屋大, KMI, Kavli IPMU



長井遼

東北大

JHEP 1803 (2018) 175 (arXiv:1712.09503 )

中性子EDMへの new physics からの寄与を評価するために必要な

## Weinberg operator の wilson係数

を計算するのに必要な

## 模型によらない公式

を導出しました

### 内容

1. EDMについて
2. Weinberg operatorについて
3. 公式とその使い方、および実例
4. まとめ

# EDM (= Electric Dipole Moment)

## 定義

$$H \supset -d_f \frac{\vec{s}}{|\vec{s}|} \cdot \vec{E}$$

## 空間反転対称性を破る (Pを破る)

$$\vec{s} \rightarrow \vec{s}, \vec{E} \rightarrow -\vec{E}$$

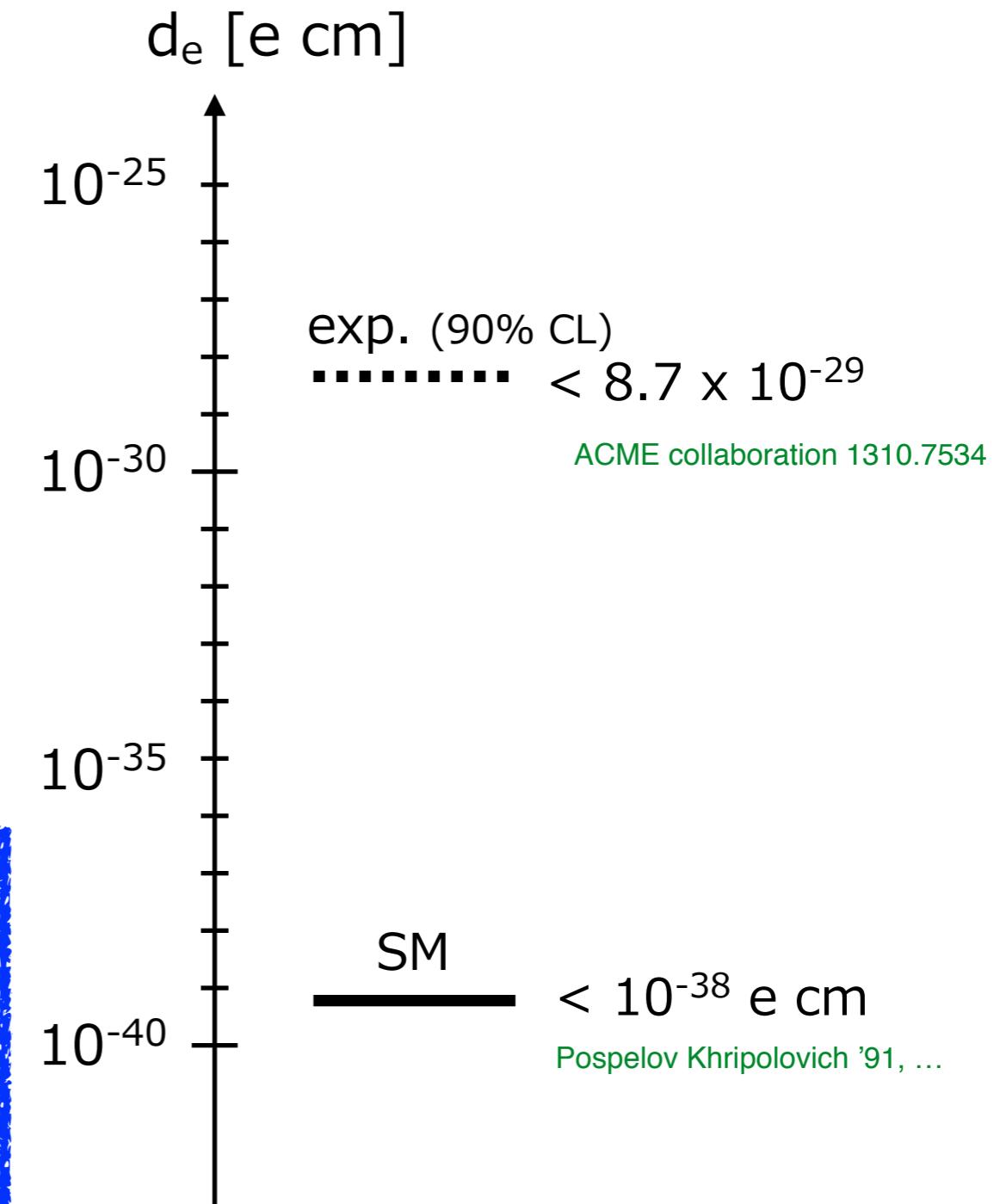
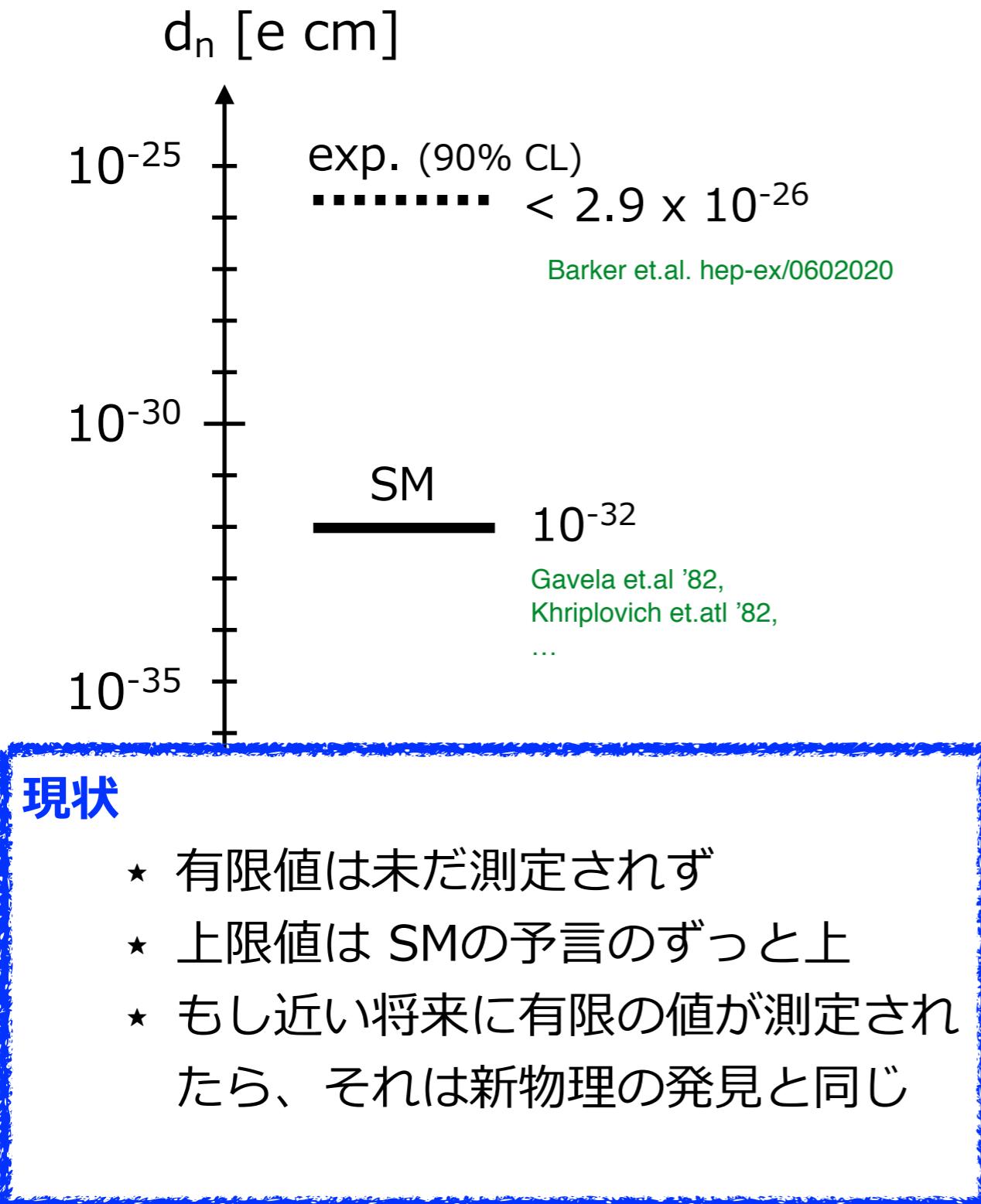
## 時間反転対称性を破る (CPを破る)

$$\vec{s} \rightarrow -\vec{s}, \vec{E} \rightarrow \vec{E}$$

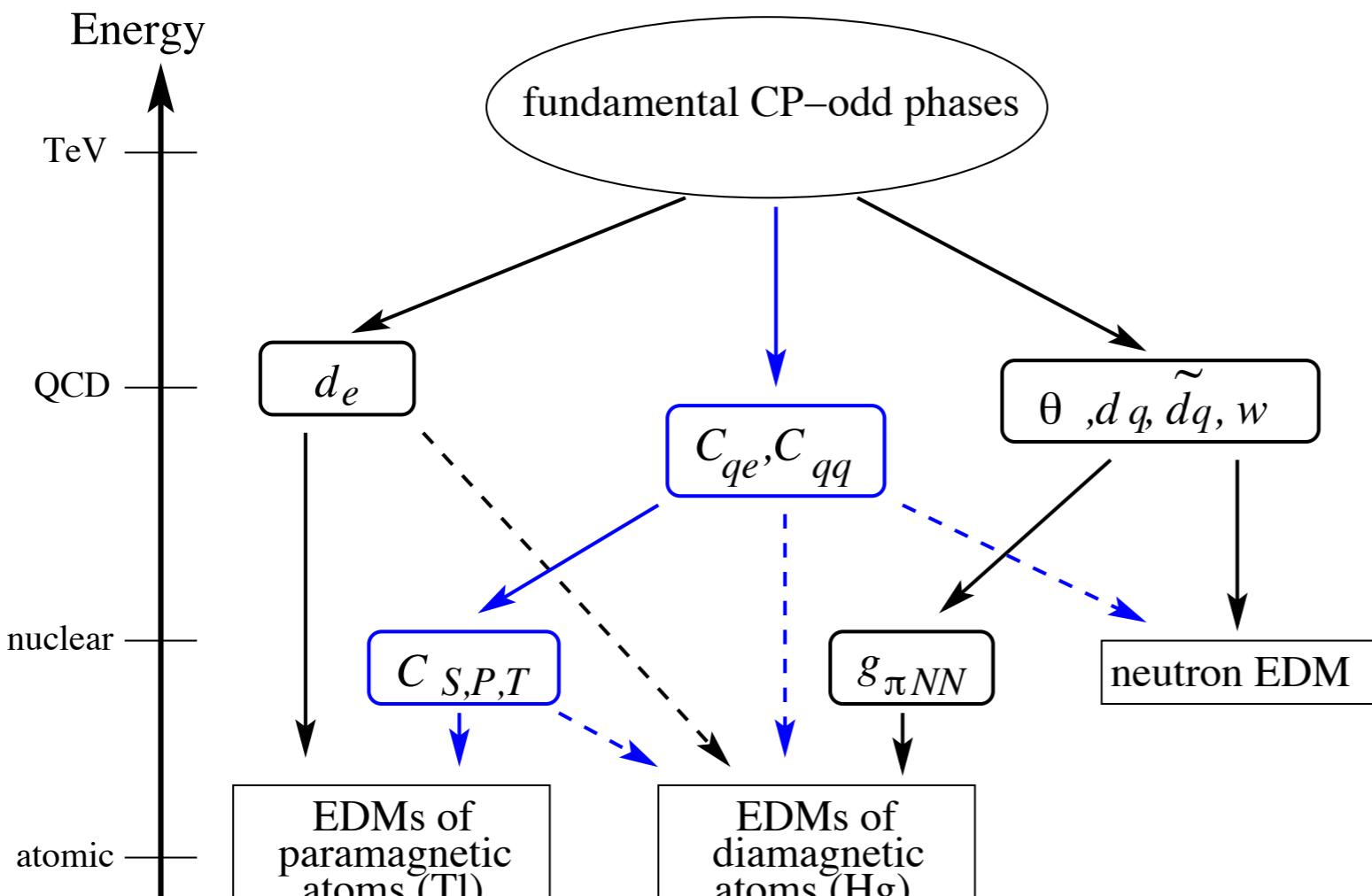
## CPの破れに感度がある

- ★ 標準模型を超える模型の多くは小林益川位相の他にCPを破る項を含む
- ★ EDM は新物理探索に有用

# EDM 測定の現状



# 中性子EDM



[Pospelov Ritz, hep-ph/0504231]

$\theta$  term

$$\frac{g_s^2}{32\pi^2} \theta G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}$$

EDM and chromo EDM

$$-\frac{d_q}{2} (i\bar{q}\sigma^{\mu\nu}\gamma_5 q F_{\mu\nu})$$

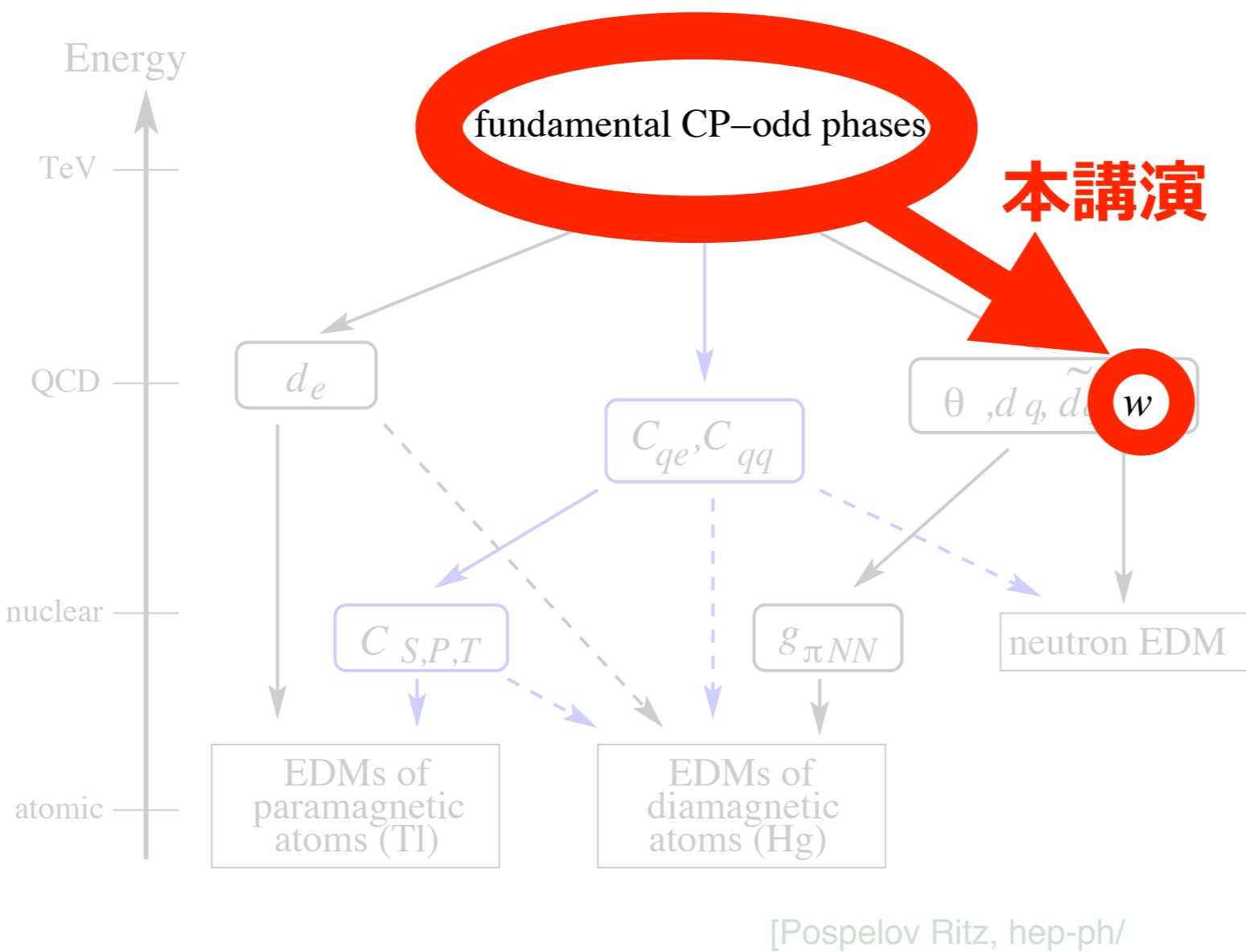
$$-\frac{\tilde{d}_q}{2} (i\bar{q}\sigma^{\mu\nu}\gamma_5 q G_{\mu\nu})$$

the Weinberg operator

$$-\frac{w}{3} f^{abc} G_{\mu\nu}^a G_{\rho}^{b\nu} \tilde{G}^{c\rho\mu}$$

[Weinberg PRL63.2333(1989)]

# 中性子EDM



$\theta$

$$\frac{g_s^2}{32\pi^2} \theta G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}$$

EDM and chromo EDM

$$-\frac{d_q}{2} (i\bar{q}\sigma^{\mu\nu}\gamma_5 q F_{\mu\nu})$$

$$-\frac{\tilde{d}_q}{2} (i\bar{q}\sigma^{\mu\nu}\gamma_5 q G_{\mu\nu})$$

the Weinberg operator

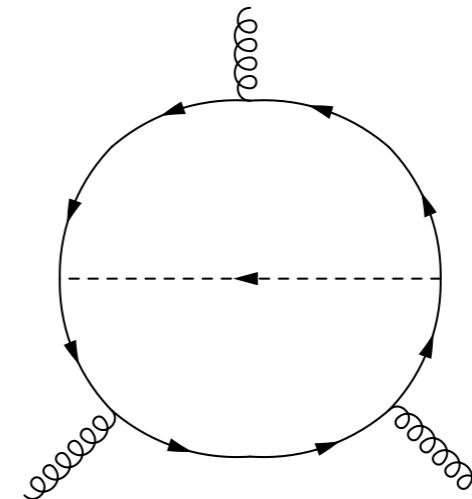
$$-\frac{w}{3} f^{abc} G_{\mu\nu}^a G_{\rho}^{b\nu} \tilde{G}^{c\rho\mu}$$

[Weinberg PRL63.2333(1989)]

# Weinberg operator (GGG~)

two-loop で初めて現れる

- ★ カラーを持った粒子が必要
- ★ P と CP を破る相互作用が必要



計算はやればできるが大変

- ★ いくつかの模型でしか計算されていない
  - \* THDM [Weinberg '89; Dicus '90]
  - \* MSSM (quark-squark-gluino) [Dai et.al '90]
  - \* LR model [Chang et.al '90; Rothstein '90]
- ★ これ以外の模型では、自分で 2-loop 計算しないといけない
- ★ EDM への寄与は無視できない大きさ

# 我々のやったこと

模型によらない公式を導出した

$$w = -\frac{g_s^3}{(4\pi)^4} 6 \text{Im}(sa^*) m_A m_B$$
$$\times \left\{ \begin{aligned} & \left( X T_A T_A X^\dagger \right) f_1(m_A^2, m_B^2, m_S^2) + \left( X X^\dagger T_B T_B \right) f_1(m_B^2, m_A^2, m_S^2) \\ & + \left( X T_A X^\dagger T_B \right) \left[ f_2(m_A^2, m_B^2, m_S^2) + f_2(m_B^2, m_A^2, m_S^2) \right] \end{aligned} \right\}$$

(When you use the same vertex twice, multiply 1/2)

- ★ 模型は特定しない
- ★ fermion-fermion-scalar vertex を仮定する
- ★ QCD gauge invariance も仮定

公式

# 方針

## 相互作用

$$\mathcal{L} \supset -\bar{\psi}_B g_{\bar{B}AS} \psi_A S - \bar{\psi}_A g_{\bar{A}B\bar{S}} \psi_B S^*$$

- ★ フェルミオン ( $A$  と  $B$ )
- ★ スカラー ( $S$ )
- ★ QCD invariance を課す

## カップリング

$$g_{\bar{B}AS} = X_{\bar{B}AS}(s + \gamma_5 a),$$

$$g_{\bar{A}B\bar{S}} = X_{\bar{A}B\bar{S}}^\dagger(s^* - \gamma_5 a^*)$$

- ★ “ $a$ ” と “ $s$ ” は複素数
- ★  $X$  は粒子のカラーの表現で決まる  
(例)

$(A, B, S)$	$\psi_A \ \psi_B \ S$	$X_{\bar{B}AS}$
$(3, 3, 1)$	$(\psi_A)^a \ (\psi_B)^b \ S$	$\delta_a^b$
$(3, \bar{3}, 3)$	$(\psi_A)^i \ (\psi_B)_j \ S^k$	$\epsilon_{ijk}$
$(\bar{3}, 3, 6)$	$(\psi_A)_a \ (\psi_B)^b \ S^{ij}$	$\frac{\delta_i^b \delta_j^a + \delta_j^b \delta_i^a}{2}$

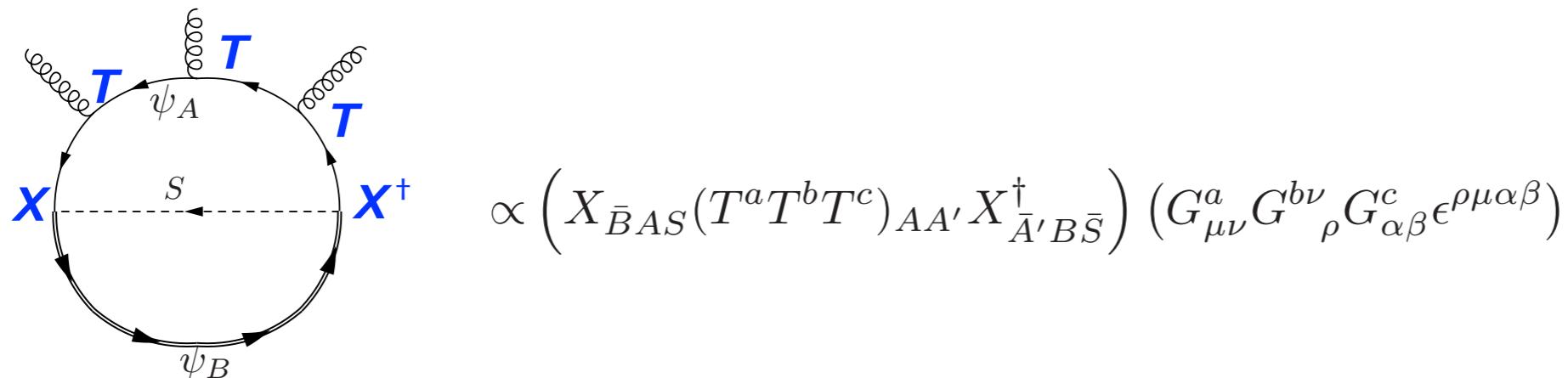
# 公式にでてくる因子

$$w = -\frac{g_s^3}{(4\pi)^4} 6 \text{Im}(sa^*) m_A m_B$$
$$\times \left\{ \begin{aligned} & \left( X T_A T_A X^\dagger \right) f_1(m_A^2, m_B^2, m_S^2) + \left( X X^\dagger T_B T_B \right) f_1(m_B^2, m_A^2, m_S^2) \\ & + \left( X T_A X^\dagger T_B \right) \left[ f_2(m_A^2, m_B^2, m_S^2) + f_2(m_B^2, m_A^2, m_S^2) \right] \end{aligned} \right\}$$

これが何なのか？  
ダイアグラム計算を眺めればわかる

# group theory factor : $\mathbf{XTTTX}$

(ex.) 粒子A から 3つグルーオンのでてくるダイアグラムを評価してみる



$$g_{\bar{B}AS} = X_{\bar{B}AS}(s + \gamma_5 a),$$

$$g_{\bar{A}B\bar{S}} = X_{\bar{A}B\bar{S}}^\dagger(s^* - \gamma_5 a^*)$$

(example)

$$(XT_A T_A X^\dagger) = \frac{1}{2} \text{ for } (A, B, S) \sim (3, 3, 1)$$

$$\mathcal{L} \supset (\bar{\psi}_B)_j \delta_i^j (s + \gamma_5 a) (\psi_A)^i S$$

$$X = \delta_i^j$$

$$X_{\bar{B}AS} (T^a)_{AA'} (T^b)_{A'A''} X_{\bar{A}''B\bar{S}}^\dagger = \text{tr}(T^a T^b) = \frac{1}{2} \delta^{ab}$$

# カラーの表現で決まる因子 (I/2)

公式にでてくる因子

$$w = -\frac{g_s^3}{(4\pi)^4} 6 \text{Im}(sa^*) m_A m_B$$

$$\times \left\{ \begin{aligned} & (XT_A T_A X^\dagger) f_1(m_A^2, m_B^2, m_S^2) + (XX^\dagger T_B T_B) f_1(m_B^2, m_A^2, m_S^2) \\ & + (XT_A X^\dagger T_B) \left[ f_2(m_A^2, m_B^2, m_S^2) + f_2(m_B^2, m_A^2, m_S^2) \right] \end{aligned} \right\}$$

その定義

$$(X_{\bar{B}AS}(T^a)_{AA'}(T^b)_{A'A''} X_{\bar{A}''B\bar{S}}^\dagger) \equiv (XT_A T_A X^\dagger) \delta^{ab},$$

$$(X_{\bar{B}AS}(T^a)_{AA'} X_{\bar{A}'B'\bar{S}}^\dagger (T^b)_{B'B}) \equiv (XT_A X^\dagger T_B) \delta^{ab},$$

$$(X_{\bar{B}AS} X_{\bar{A}B'\bar{S}}^\dagger (T^a)_{B'B''} (T^b)_{B''B}) \equiv (XX^\dagger T_B T_B) \delta^{ab}.$$

計算の例 (**A, B, S**) ~ (3, 3, 1)

$$\mathcal{L} = (\bar{\psi}_B)_j \delta_i^j (s + \gamma_5 a) (\psi_A)^i S$$

(A, B, S) ~ (3, 3, 1) のとき

→  $X_{\bar{B}AS} = \delta_i^j$

$$(XT_A T_A X^\dagger) = \frac{1}{2}$$

→  $X_{\bar{B}AS}(T^a)_{AA'}(T^b)_{A'A''} X_{\bar{A}''B\bar{S}}^\dagger = \text{tr}(T^a T^b) = \frac{1}{2} \delta^{ab}$

# カラーの表現で決まる因子 (2/2)

## いろいろな表現における因子

$(A, B, S)$	$\psi_A \ \psi_B \ S$	$X_{\bar{B}AS}$	$XT_AT_AX^\dagger$	$XT_AX^\dagger T_B$	$XX^\dagger T_B T_B$
$(3, 3, 1)$	$(\psi_A)^a \ (\psi_B)^b \ S$	$\delta_a^b$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$(3, 1, \bar{3})$	$(\psi_A)^a \ (\psi_B) \ S_i$	$\delta_a^i$	$\frac{1}{2}$	0	0
$(1, 3, 3)$	$(\psi_A) \ (\psi_B)^b \ S^i$	$\delta_i^b$	0	0	$\frac{1}{2}$
$(\bar{6}, 1, 6)$	$(\psi_A)_{ab} \ (\psi_B) \ S^{ij}$	$\frac{\delta_i^a \delta_j^b + \delta_j^a \delta_i^b}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	0
$(6, 6, 1)$	$(\psi_A)^{ij} \ (\psi_B)^{kl} \ S$	$\frac{\delta_i^k \delta_j^l + \delta_j^k \delta_i^l}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$
$(3, \bar{3}, 3)$	$(\psi_A)^i \ (\psi_B)_j \ S^k$	$\epsilon_{ijk}$	1	$\frac{1}{2}$	1
$(\bar{3}, 3, 6)$	$(\psi_A)_a \ (\psi_B)^b \ S^{ij}$	$\frac{\delta_i^b \delta_j^a + \delta_j^b \delta_i^a}{2}$	1	$-\frac{1}{4}$	1
$(3, 3, 8)$	$(\psi_A)^i \ (\psi_B)^j \ (S^a T^a)$	$(T^a)_i^j$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{2}{3}$

# 結果

$$\begin{aligned}
w = & - \frac{g_s^3}{(4\pi)^4} 6 \text{Im}(sa^*) m_A m_B \\
& \times \left\{ \left( X T_A T_A X^\dagger \right) f_1(m_A^2, m_B^2, m_S^2) + \left( X X^\dagger T_B T_B \right) f_1(m_B^2, m_A^2, m_S^2) \right. \\
& \left. + \left( X T_A X^\dagger T_B \right) \left[ f_2(m_A^2, m_B^2, m_S^2) + f_2(m_B^2, m_A^2, m_S^2) \right] \right\}
\end{aligned}$$

(When you use the same vertex twice, multiply 1/2)

$$\mathcal{L} \supset -\frac{w}{3} f^{abc} G_{\mu\nu}^a G_{\rho}^{b\nu} \tilde{G}^{c\rho\mu}$$

$$g_{\bar{B}AS} = X_{\bar{B}AS}(s + \gamma_5 a), \quad f_1(m_A^2, m_B^2, m_S^2) \equiv \int_0^\infty d\ell_E^2 \int_0^1 dz \frac{-\ell_E^4 z(1-z)}{(m_S^2 z + m_B^2(1-z) + \ell_E^2 z(1-z)) (\ell_E^2 + m_A^2)^4}$$

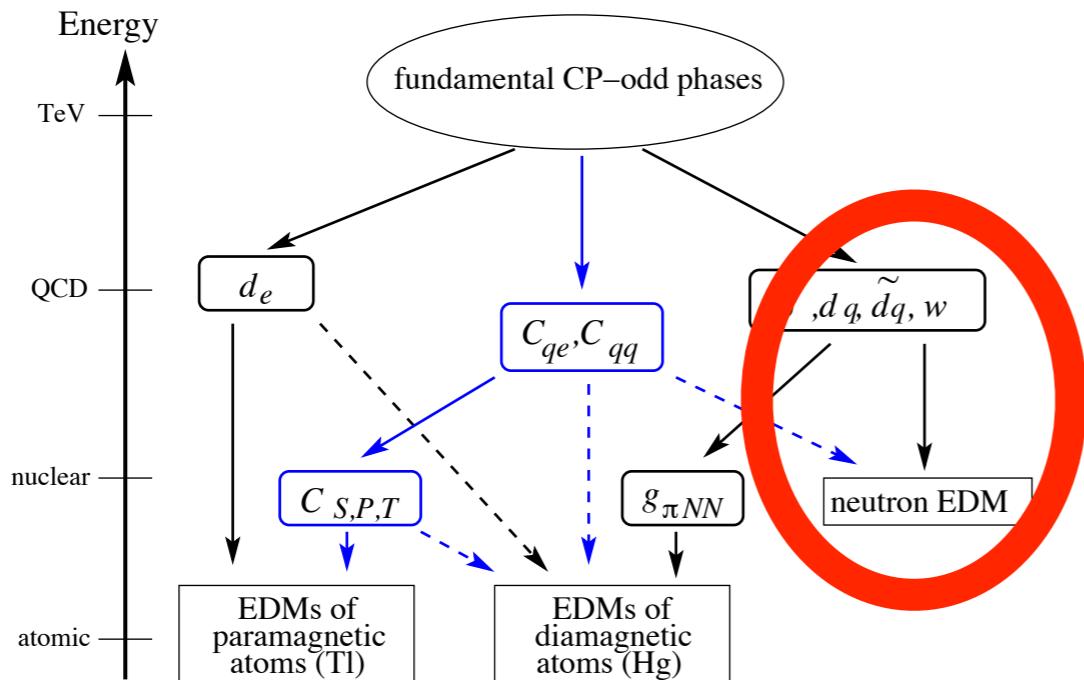
$$g_{\bar{A}B\bar{S}} = X_{\bar{A}B\bar{S}}^\dagger(s^* - \gamma_5 a^*)$$

$$f_2(m_A^2, m_B^2, m_S^2) \equiv \int_0^\infty d\ell_E^2 \int_0^1 dz \frac{\ell_E^4 (1-z)}{(m_S^2 z + m_B^2(1-z) + \ell_E^2 z(1-z)) (\ell_E^2 + m_A^2)^4}$$

# 公式の使用例

# 適用例

## 中性子EDM と Weinberg operator の関係



$$d_N(w) = \pm e \Lambda_{\text{nEDM}} w(1 \text{ GeV}), \quad (N = n, p),$$

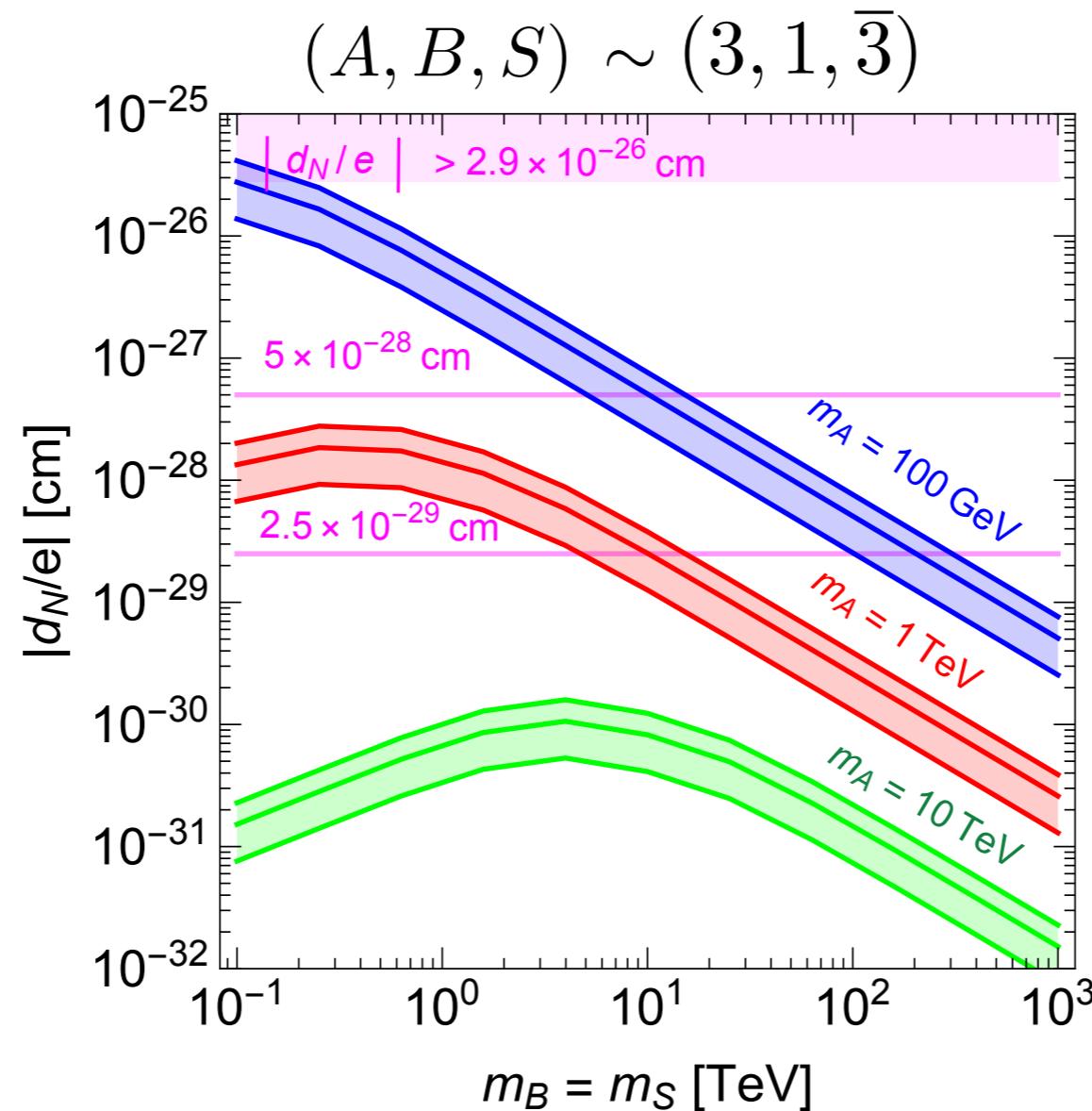
$$\Lambda_{\text{nEDM}} = 10 - 30 \text{ MeV}$$

[Demir-Pospelov-Ritz '03, ...]

$w$  のくりこみ群 [Degrassi-Franco-Marchetti-Silvestrini '05]

$$\frac{d}{d \ln \mu} w(\mu) = \frac{g_s^2(\mu)}{16\pi^2} (N_C + 2N_f) w(\mu)$$

# 適用例



$$\text{Im}(sa^*) = 0.25$$

**current bound**  
[Barker et.al. hep-ex/0602020]

**prospect 1**

[Altarev et al. Nucl. Instrum. Meth. A 611, 133 (2009)]

**prospect 2**

[Lehrach et al. 1201.5773]

まとめ

# まとめ

## EDM

- ★ P と CP の破れに感度がある
- ★ 見つかったら標準模型を超える物理の存在が確定
- ★ 中性子EDMの計算に Weinberg operator (GGG~) の係数が必要

## 我々のしたこと

- ★ GGG~ の係数を求める公式を導出
- ★ 皆さん是非お使いください

$$w = - \frac{g_s^3}{(4\pi)^4} 6 \text{Im}(sa^*) m_A m_B$$
$$\times \left\{ (XT_A T_A X^\dagger) f_1(m_A^2, m_B^2, m_S^2) + (XX^\dagger T_B T_B) f_1(m_B^2, m_A^2, m_S^2) \right.$$
$$\left. + (XT_A X^\dagger T_B) \left[ f_2(m_A^2, m_B^2, m_S^2) + f_2(m_B^2, m_A^2, m_S^2) \right] \right\}$$

(When you use the same vertex twice, multiply 1/2)