Gravitational instantons and anomalous chiral symmetry breaking

Yu Hamada (Kyoto Univ.)

Based on [arXiv:2009.XXXXX]

Collaborators: Jan M. Pawlowski (Heidelberg U.) Masatoshi Yamada (Heidelberg U.)

素粒子物理学の進展2020 (3 Sep. 2020)

Out line

Introduction to asymptotic safety of gravity

 Asymptotic safety and gravitational instanton

• Chiral symmetry breaking in NJL-like model

• Summary

Introduction to asymptotic safety of gravity

ヒッグス発見



https://www.theguardian.com/science/blog/2012/jul/04/higgs-boson-discovered-live-coverage-cern





物質を構成する粒子

https://www.miraikan.jst.go.jp

標準模型の問題点

- 暗黒物質
- ◎ 宇宙項
- ◎ ニュートリノ質量
- 物質・反物質非対称性
- ◎ <u>重力の量子化</u>

標準模型の問題点

- 暗黒物質
- ◎ 宇宙項
- ◎ ニュートリノ質量
- 物質・反物質非対称性
- ◎ <u>重力の量子化</u>

→素朴には重力(一般相対論)はくりこみ不可能 →量子重力理論が必要→弦理論!

標準模型の問題点

- 暗黒物質
- ◎ 宇宙項
- ◎ ニュートリノ質量
- 物質・反物質非対称性
- ◎ <u>重力の量子化</u>
- →素朴には重力(一般相対論)はくりこみ不可能 →量子重力理論が必要→弦理論!

本当にそうか?

そもそもくりこみ可能ってなんだ

- よくある説明:
- ファインマン図を計算した時に現れる紫外発散を、理論の有限個のパ ラメータに押し付けることができる (例) $\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_{\mu} \phi)^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \longrightarrow \lambda_{1-\text{loop}} \phi^4$

くりこみ不可能:

無限個のパラメータを導入しないと発散が処理できない

→理論の予言能力が無い

これはあくまでも摂動論的なくりこみ可能性

Asymptotic safety

- UVに非自明なくりこみ固定点があれば、
 (かつrelevant parameterが有限個であれば)
 - 非摂動的にくりこめる→ Asymptotic safety



[S. Weinberg, '80]



 近年、場の理論としての重力はasymptotically safeである可能性が 指摘されている

→Asymptotic safety scenario of quantum gravity

Asymptotically safe gravity

2.0 重力で実際にそうなる例がいくつも 1.5 [Reuter '98] [Souma '99] 'unning cosmological constant ර 1.0 0.5 0.0 $0.5\frac{}{2}$ -0.5 0.0 -1.0λ k/GeV -G_N/M_{Pl}^{1/2}--running Newton coupling 10⁻¹⁰ 10⁻²⁰ 10⁻³⁰ 10¹⁰ 10¹⁸ 10²² 10⁶ 10¹⁴ 100

報告されている

(例)
$$\Gamma_k = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{g} (R - 2\Lambda)$$

- 他にも、 $R^n, R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$ や matterなどを 含めても固定点が存在する
- 3 relevant parameters(?)

→重力は場の理論としてくりこみ可能かもしれない?

[arXiv:1709.03696]

k/GeV

[arXiv: 1810.07615]

Open questions

- ホントは無限個のパラメータが張る空間でのフローを考えないといけない
 → truncationした近似の範囲でしか調べられない
- Higher derivative termが必然的に現れる→unitarity?
- LorentzianとEuclideanの関係
- 時空のダイナミクスはどうなってる?
 (Black hole entropy, singularity, 宇宙の創発?)
- Weak gravity conjecture?→cf. 阿部君(京大D2)のトーク
- SUSY?(阿部君と議論中)

現象論的に何か言えるか

- 重力結合定数はM_{pl}以上で強結合 (order 1)
- ・ fermionのchiral symmetry breaking を引き起こす可能性がある $\langle \bar{\psi}\psi \rangle \neq 0$



- → fermionが M_{pl} 程度のダイナミカルな質量を獲得する
- → 我々の知ってる軽いfermionと矛盾
- → Asymptotically safe gravityを棄却できる

[Eichhorn-Gies, '11] [Meibohm-Pawlowski, '16] [Eichhorn-Lippoldt, '16]

This talk:

重力インスタントンと呼ばれるトポロジカルソリトンがカイ ラル対称性の自発的破れを引き起こし得ることを示す

Out line

Introduction to asymptotic safety of gravity

 Asymptotic safety and gravitational instanton

• Chiral symmetry breaking in NJL-like model

• Summary

Asymptotic safety and gravitational instanton

重力インスタントン

• 重力はLorentz対称性 $SO(4) \simeq SU(2) \times SU(2)$ のゲージ理論

$$\mathscr{L} \supset \bar{\psi}\gamma^{\mu} \left(\partial_{\mu} - \frac{i}{2} \sigma_{ab} \omega_{\mu}^{ab} \right) \psi \qquad \qquad \gamma^{\mu} \equiv \gamma^{a} e_{a}^{\mu}$$

Spin connection ~ SO(4)ゲージ場 $\sigma^{ab} \equiv \frac{i}{4} \left[\gamma^{a}, \gamma^{b} \right]$

• *SU*(2)に巻き付いた instanton 的配位が作れる

→重力インスタントン

• SU(2)ゲージ場の意味でself-dual

→ self-dual curvature: $\tilde{R}_{\mu\nu} = \pm R_{\mu\nu}$ → Ricci flat: $R_{\mu\nu} = 0$

→ Vacuum Einstein eq.の解

Yang-Mills instantonの類似物

重力インスタントンの例

[Hawking '76] [Eguchi-Hanson '78]

• Eguchi-Hanson metric

- Taub-NUT metric
- K3-surface (カラビヤウ多様体の一種)

→唯一のcompact かつ closed manifold

→path integralには以下のような配位として効くはず

[Hebecker-Henkenjohann,1906.07728]



't Hooft vertex

['t Hooft '86]

- フェルミオンの軸性アノマリー: $\langle \partial^{\mu} J^{A}_{\mu} \rangle \sim R\tilde{R}$
- → effective vertexとして't Hooft vertexがinduceされる



Taub-NUT, Eguchi-Hansonの時は出ない (netなAPS-indexが0)

't Hooft vertex と asymptotically safe gravity

 \mathbf{N}

dilute近似のもと、次元解析

$$\lambda_{tH} \sim \rho^2 \exp\left(-\frac{\rho^2}{G}\right)$$

• Energy scale *k*での理論を考える:

$$\rho \to k^{-1}$$
 $G \to G(k) = g_N(k)/k^2$

 $\Rightarrow \lambda_{tH}(k) \sim k^{-2} \exp\left(-\frac{1}{g_{N}(k)}\right)$



UV ($k \gg M_{pl}$): instantonがめっちゃ効く (scale invariant)

IR ($k \ll M_{pl}$) : exponentially suppress

これが何に効くのか? $\rightarrow \langle \bar{\psi}\psi \rangle \neq 0$ を引き起こし得る

Out line

Introduction

 Asymptotic safety and gravitational instanton

• Chiral symmetry breaking in NJL-like model

• Summary

Chiral symmetry breaking in NJLlike model

Nambu-Jona-Lasinio model

• 2-flavor NJL model + gluon and gravity

$$\begin{split} \Gamma_{k} &= \int d^{4}x \sqrt{g} \left[\bar{\psi}i \, \overline{\forall} \psi + \lambda_{q} \mathscr{L}_{q} + \lambda_{top} \mathscr{L}_{top} \right] \\ &+ \frac{1}{16\pi G} \int d^{4}x \sqrt{g} \, R + \frac{1}{4g_{s}^{2}} \int d^{4}x \sqrt{g} \, (F_{\mu\nu}^{a})^{2} \\ \sigma - \pi \, \text{channel} : \quad \mathscr{L}_{q} &= \left(\bar{\psi} \psi \right)^{2} - \left(\bar{\psi} \gamma_{5} \sigma^{a} \psi \right)^{2} \\ \text{'t Hooft vertex} : \quad \mathscr{L}_{top} &= \frac{1}{2} \, \det_{st} \, \bar{\psi}_{s} \frac{1 - \gamma_{5}}{2} \psi_{t} + (h \, . \, c.) \end{split}$$

- $SU(2)_L \times SU(2)_R$ 対称性を持つ (condensationによって $SU(2)_V$ へ破れる)
- Running coupling: $\lambda_{top}, \lambda_q, g_N, g_s$ のk依存性をくりこみ群で調べる



• Bosonization :



 χ -symmetric

-1.0

2nd order phase transition

 χ -breaking

[山田さんのスライドより] **21**

RG flow eq. for four-fermion couplings

• Functional renormalization group (Wetterich equation):

$$\partial_t \Gamma_k = \frac{1}{2} \operatorname{Tr} \left[\left(\Gamma_k^{(2)} + R_k \right)^{-1} \partial_t R_k \right]$$

 R_k : cutoff function

重力インスタントンが無いとき

[arXiv:1104.5366] [arXiv:1801.08338]

$$ar{\lambda_q},ar{\lambda_{top}}$$
 :dim. less

$$\partial_t \bar{\lambda}_{\text{top}} = 2\bar{\lambda}_{\text{top}} + \frac{13}{3\pi^2} \bar{\lambda}_{\text{top}}^2 + \frac{1}{6\pi^2} \left(4\bar{\lambda}_{\text{top}} + \bar{\lambda}_q \right) \bar{\lambda}_q$$

 $\partial_t \bar{\lambda_q} = 2\bar{\lambda_q} - \frac{7}{2\pi^2} \bar{\lambda_q}^2 - \frac{8}{\pi^2} (\bar{\lambda_q} + \bar{\lambda_{\text{top}}}) \bar{\lambda_{\text{top}}}$

graviton, gluon exchangeの寄与は略

RG flow of four-fermion couplings

- 重力インスタントンありのflow eq.をderiveするのは難しい
- → 係数をfree parameterにしてnaiveな表式を書き下す

dilute gasで
$$\lambda_{top}(k) \sim k^{-2} \exp\left(-rac{1}{g_N(k)}
ight)$$
 だったことを踏まえると、

Result of the flow $\gamma^{(1)} = 30, \gamma^{(2)} = 1$

• 重力インスタントンの効果は $k \sim M_{pl}$ で効く



- $\bar{\lambda_q}$ が $k \sim O(0.1) M_{pl}$ あたりで発散
 - $\rightarrow \chi$ -sym breaking !



Result of the flow





Parameter space

• free parameters: $\gamma^{(i)}$ がどれくらいの値で起こるのか



- | γ⁽¹⁾ | ≥ 12 程度であれば普遍的に起こる
- これらの領域は重いfermionを導くので"現象論的に"棄却される

Summary

- Asymptotic safety of gravity: 重力が非摂動的にくりこめる可能性
- 重力インスタントンと呼ばれるソリトンが fermionの 't Hooft vertexを誘導
- NJL-like modelをFRGで調べると、カイラル対称性の破れ: $\langle \bar{\psi}\psi
 angle
 eq 0$ が普遍的に起こる
- そのようなパラメータ領域は"現象論的に"棄却される

Future works:

• 原理的には、理論が決まれば $\gamma^{(i)}$ は計算できる

→UV理論に制限がつけられる

• 時空のトポロジーなどの非摂動的な性質をmatterによって探る

Back up

Bosonization

$$Z = \int \mathscr{D}\psi \mathscr{D}\bar{\psi}e^{-S[\psi,\bar{\psi}]} \qquad S[\psi,\bar{\psi}] = i\bar{\psi}\partial\psi + \frac{1}{2}\lambda_{\sigma}\left[(\bar{\psi}\psi)^{2} - (\bar{\psi}\gamma_{5}\sigma^{a}\psi)^{2}\right]$$

multiply: $1 = N \int \mathscr{D}\phi \ e^{-\int d^{4}x \left[\frac{1}{2}m_{\phi}^{2}\vec{\phi}^{2}\right]}$
Shift: $\phi \to \phi + \frac{i}{\sqrt{2}m_{\sigma}^{2}}(\bar{\psi}\psi)$ with $m_{\sigma}^{2} = 1/\lambda_{\sigma}$
 $\vec{\tau} = (i,\gamma_{5})$
 $\rightarrow S[\psi,\bar{\psi},\phi] = \int d^{4}x \left[i\bar{\psi}\partial\psi + \frac{1}{2}m_{\sigma}^{2}\vec{\phi}^{2} + \frac{i}{\sqrt{2}}\bar{\psi}(\vec{\tau}\cdot\vec{\phi})\psi\right]$
EOM: $\vec{\phi} = \frac{1}{\sqrt{2}m_{\sigma}^{2}}\vec{\tau} \ (\bar{\psi}\psi)$ $\vec{\tau}$ to $c \in k \in \mathbb{R}$
 $\therefore \langle |\phi| \rangle \neq 0 \Rightarrow \langle \bar{\psi}\psi \rangle \neq 0$ $\vec{\phi}$ to $c = 5$ Minor NG mode

29

くりこみ群(Wilson流)

- UV cutoff Λ の理論から出発して、energy k での有効理論を考える
- → k 以上のmomentumを持つ自由度のみを経路積分する

$$e^{-S_k[\phi]} \equiv \int \mathscr{D}\phi_{|p| > |k|} \ e^{-S_{\Lambda}[\phi]}$$

• Energy kでの物理は有効作用 S_k で記述される:

Running coupling constant

$$S_{k}[\phi] = \int d^{4}x \left[\frac{1}{2} (\partial_{\mu}\phi)^{2} - \frac{\lambda_{4}(k)}{4!} \phi^{4} - \frac{\lambda_{6}(k)}{6!} \phi^{6} + \cdots \right]$$

Renormalization group flow

• Running parameterの k依存性は、パラータ空間中のフローで表せる



• Fixed point (固定点): $g_i = g_i^*$ と呼ばれる点上ではフローが止まる

湧き出す方向: relevant 吸い込まれる方向: irrelevant $\beta_i(g^*) = 0$

くりこみ可能性

• くりこみ可能性:発散無しに連続極限 $\Lambda \rightarrow \infty$ が取れるか

 \Leftrightarrow cutoff Λ 依存性が低エネルギー $k = \mu$ で無くなるか

• 固定点の近くを通るようにtuneしながら $\Lambda \rightarrow \infty$ を取ればよい



くりこみ可能性

• くりこみ可能性:発散無しに連続極限 $\Lambda \rightarrow \infty$ が取れるか

⇔ cutoff Λ 依存性が低エネルギー $k = \mu$ で無くなるか

• 固定点の近くを通るようにtuneしながら $\Lambda \rightarrow \infty$ を取ればよい



くりこみ可能性

• くりこみ可能性:発散無しに連続極限 $\Lambda \rightarrow \infty$ が取れるか

 \Leftrightarrow cutoff Λ 依存性が低エネルギー $k = \mu$ で無くなるか

• 固定点の近くを通るようにtuneしながら $\Lambda \rightarrow \infty$ を取ればよい



• $k = \mu$ でのパラメータを有限に保ったまま、かつUVでの理論の詳 細に依らない→くりこみ可能

Potential solution to the ghost problem

Action for asymptotically safe gravity

 $\Gamma_{k} = \int d^{4}x \sqrt{g} \frac{1}{16\pi G} \left[\Lambda - R + \beta_{0}C_{\mu\nu\rho\sigma}^{2} + \beta_{1}C_{\mu\nu\rho\sigma}\Delta C^{\mu\nu\rho\sigma} + \dots - \alpha_{0}R^{2} + \alpha_{1}R\Delta R + \dots \right]$ $C_{\mu\nu\rho\sigma}W^{C}(\Delta)C^{\mu\nu\rho\sigma} \qquad RW^{R}(\Delta)R$ $G_{\text{grav}}(q^{2}) \sim \left(q^{2} + (q^{2})^{2}W^{C}(q^{2}) \right)^{-1}$ $G_{\text{conf}}(q^{2}) \sim \left(q^{2} + (q^{2})^{2}W^{R}(q^{2}) \right)^{-1}$

What is their pole structure?

L.Bosma, B.Knorr, F.Saueressig, Phys.Rev.Lett. 123 (2019) no.10, 101301 B.Knorr, C.Ripken, F.Saueressig, Class.Quant.Grav. 36 (2019) no.23, 234001

