



断熱抑制効果の詳細な検証と そのアクシオンへの応用

中川 翔太 (東北大)

共同研究者：高橋史宜、山田將樹

論文準備中

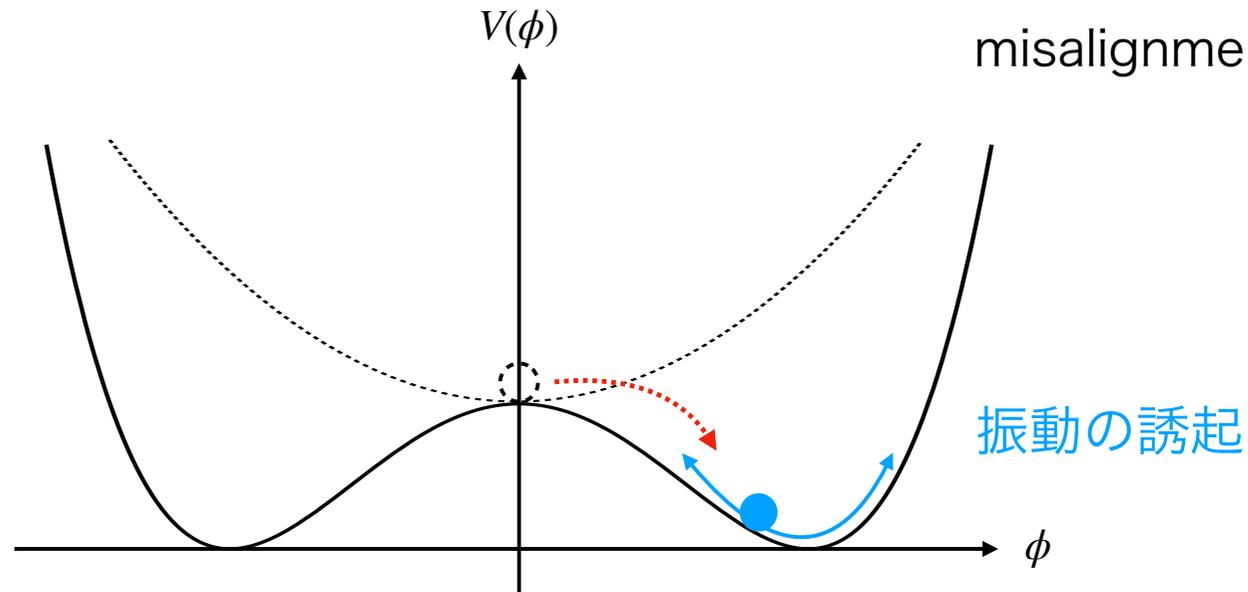
@PPP2020 9/3

1. 導入

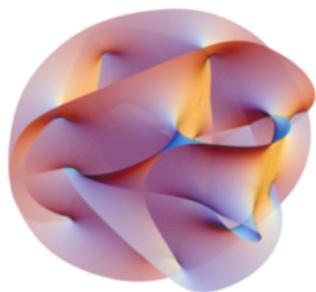
初期宇宙の真空は一般に現在の真空とは異なる。

例：インフレーション、電弱相転移、QCD相転移…

真空の変化に伴い、粒子生成が一般に生じる。 例：電弱相転移に伴う潜熱の解放
重力的粒子生成
misalignment mechanism

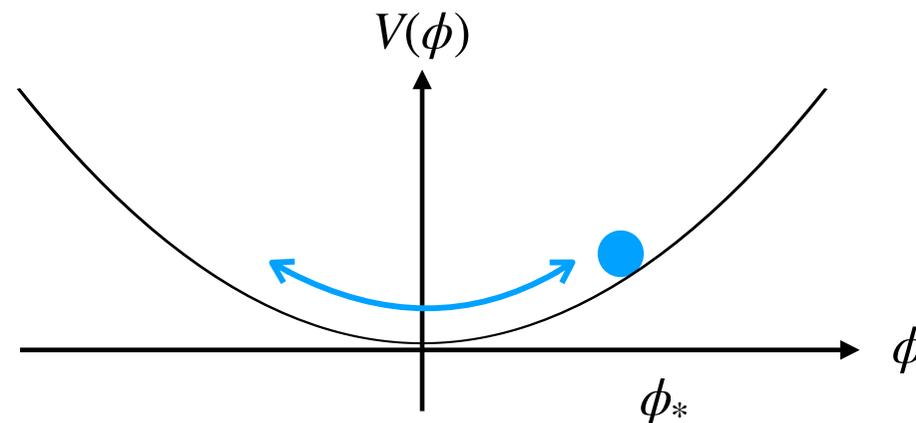


moduli 問題



高次元理論 e.g. 弦理論

コンパクト化



低エネルギーの有効理論

容易に宇宙のエネルギー密度の支配的成分となる。

weak scale程度の質量であれば、
BBNの時期以降に崩壊する



BBNの軽元素生成と矛盾
(初期振幅が極端に小さくない限り)

$$\phi_* \lesssim 10^{-10} M_{\text{Pl}}$$

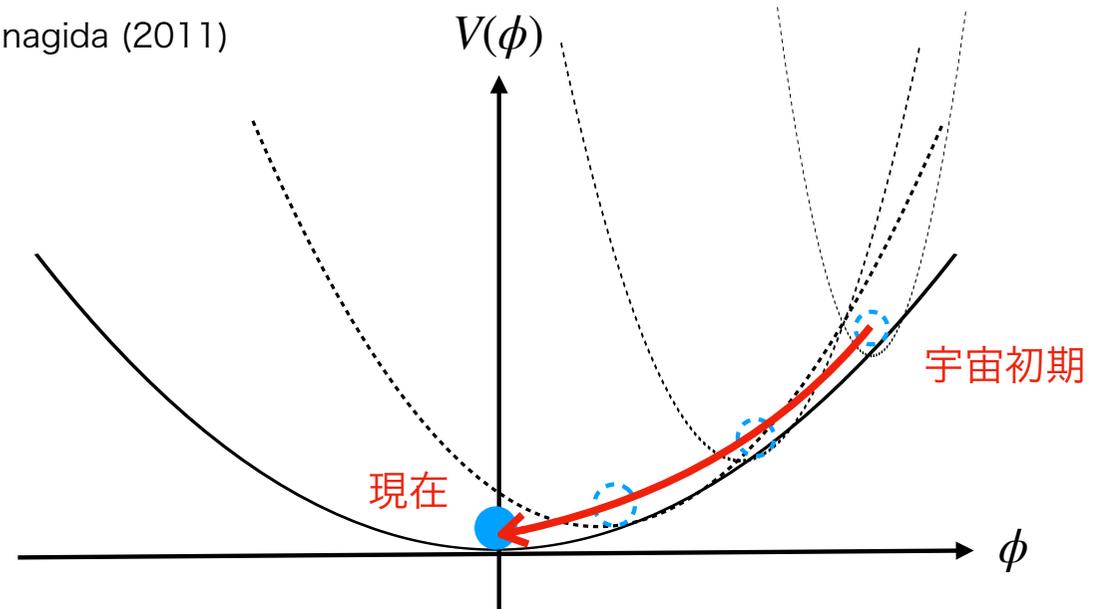
解決策

- 重いmoduliがBBN前にdecay
- 熱的インフレーション
- 断熱抑制効果

Linde (1996)

K. Nakayama, F. Takahashi, T. T. Yanagida (2011)

宇宙初期に大きい質量を持つと場がポテンシャルに強くトラップされ、真空に付随して動く。結果として粒子生成が指数関数的に抑制される。



振幅が誘起されない

本研究の内容

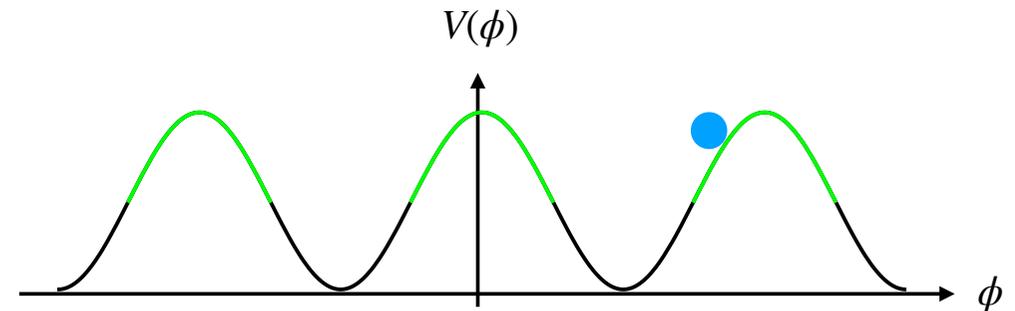
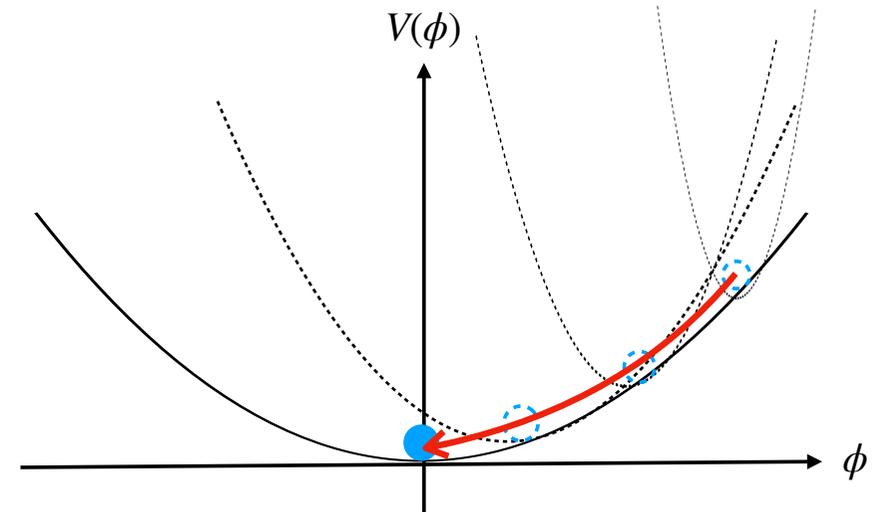
従来の研究では、2次ポテンシャルに対して、断熱抑制効果を考えていた。

Linde (1996)

K. Nakayama, F. Takahashi, T. T. Yanagida (2011)

しかし、場はどこにいてもよく、ポテンシャルは2次で近似できるとは限らない。

→断熱抑制効果が働くかどうかは非自明。



我々は、より一般のポテンシャルに対して断熱抑制効果が起こる条件を調べ、その結果をQCDアクシオンに応用した。

目次

1. 導入

2. 2次ポテンシャルにおける断熱抑制効果 (Review) Linde (1996)

3. 上に凸なポテンシャルにおける断熱抑制効果 (Our work)

4. QCDアクシオンへの応用とまとめ

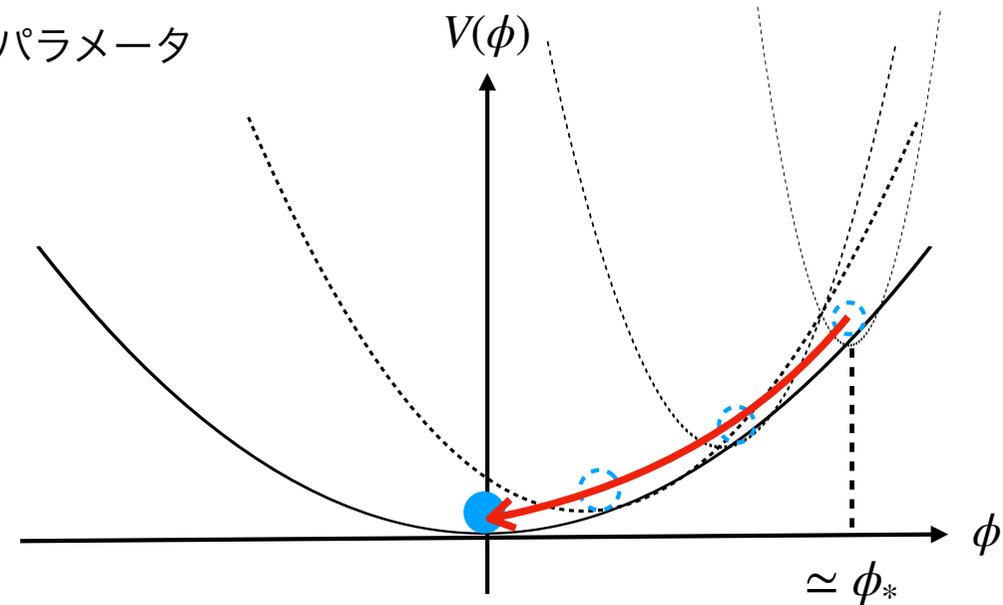
2. 2次ポテンシャルにおける断熱抑制効果

Linde (1996)

$$V(\phi) = \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 + \frac{1}{2}C^2H^2(\phi - \phi_*)^2 \quad H: \text{ハッブルパラメータ}$$

$$= \frac{1}{2}(m_\phi^2 + C^2H^2) \left(\phi - \frac{C^2H^2}{m_\phi^2 + C^2H^2} \phi_* \right)^2 + \dots$$

極小点の位置



以下、輻射優勢期を仮定する。

- $C^2H^2 \simeq m_\phi^2$ (or $m_\phi t \simeq C/2$) で極小点は移動を始める。

- 場はポテンシャルの時間変化の下で、運動方程式 $\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0$

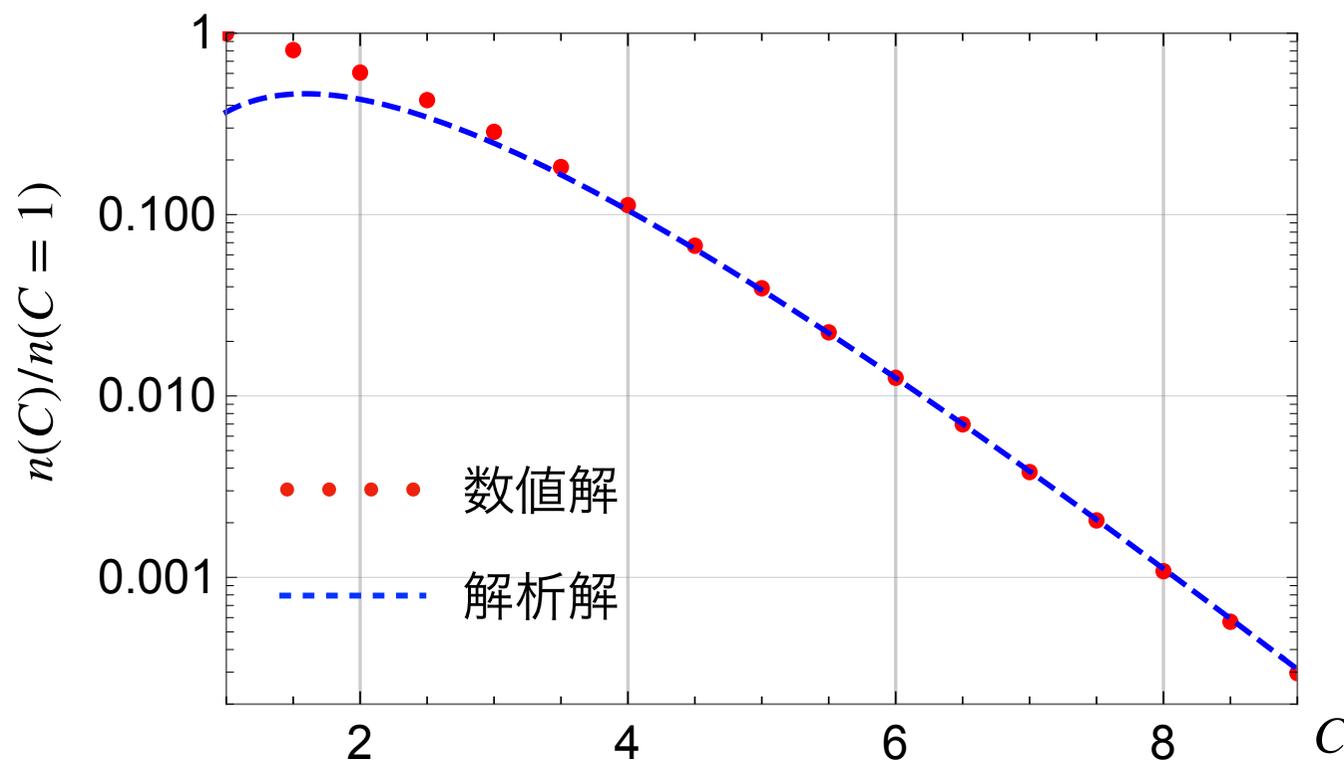
に従って運動する。

(初期条件: $\phi_{\text{ini}} \simeq \phi_*$, $\dot{\phi}_{\text{ini}} \simeq 0$)

存在量

$$n \equiv \frac{1}{m_\phi} \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi^2 \right]$$

n/s が一定になった
ところで評価



$C \gtrsim 4$ では粒子生成が指数関数的に
抑制される：

$$\frac{n(C)}{n(C=1)} \propto \exp\left(-\frac{\pi C}{2}\right)$$

Linde (1996)

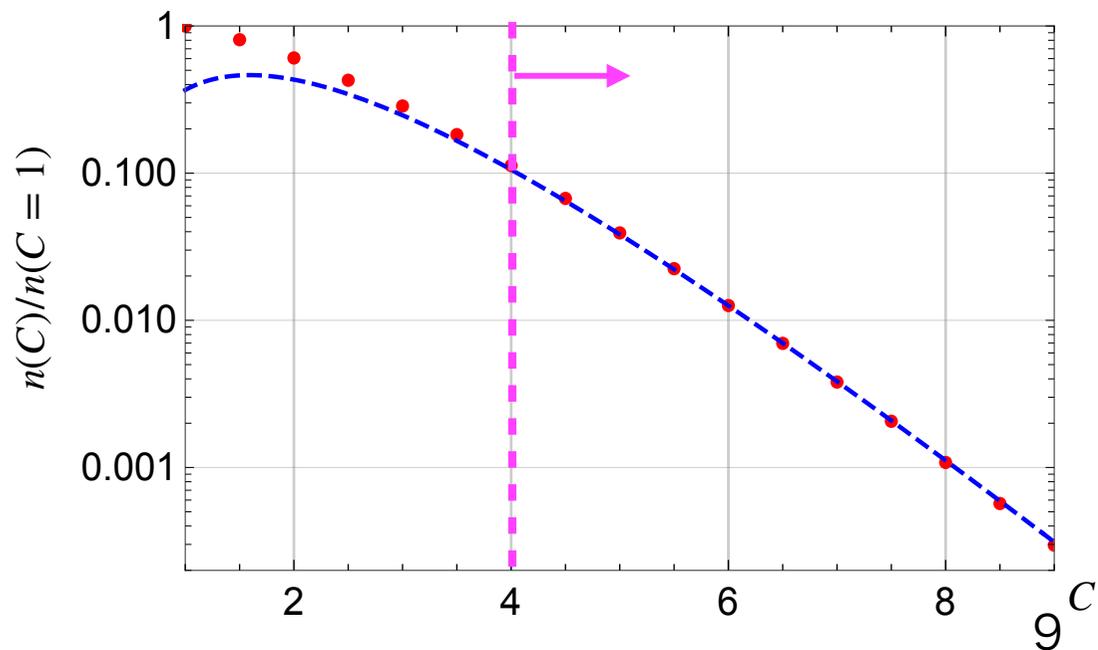
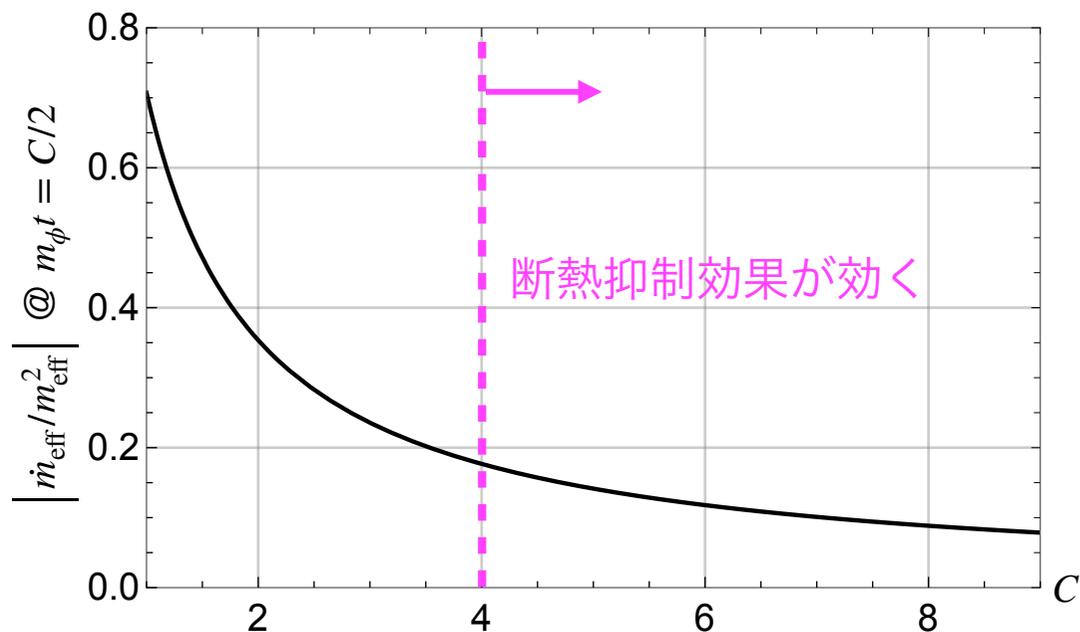
断熱性の破れ : $\dot{m}_{\text{eff}}/m_{\text{eff}}^2$ where $m_{\text{eff}}^2 \equiv V''(\phi)$

極小点が動き始めるタイミングにおいて、断熱性の破れが1に比べて十分小さいとき、断熱抑制効果が働く：

$$\left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right| \ll O(1)$$

今の場合は

$$\left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}C} \quad @ \quad m_\phi t = C/2$$



断熱抑制効果 (2次ポテンシャル) まとめ

断熱抑制効果の起こる条件：

$$\left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right| \ll O(1) \quad @ \quad m_{\phi} t = C/2$$

= 場に対する強い束縛

断熱性の破れが断熱抑制効果が起こるか
どうかの重要な指標となっている。

※存在量のパラメータ依存性

解析計算の結果 $\frac{n(C)}{n(C=1)} \propto \exp\left(-\frac{\pi C}{2}\right)$, $\left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2C}}$ から、

$$\frac{n(C)}{n(C=1)} \propto \exp\left(-const. \cdot \left| \dot{m}_{\text{eff}}/m_{\text{eff}}^2 \right|^{-1}\right)$$

3. 上に凸なポテンシャルにおける断熱抑制効果 (Our work)

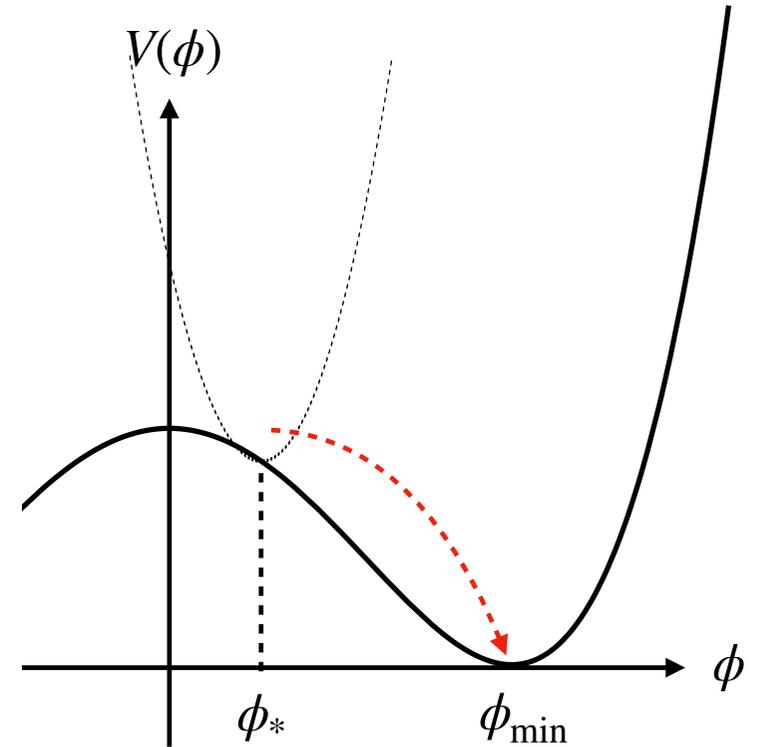
$$V(\phi) = \frac{\lambda}{24}(\phi^2 - \phi_{\min}^2)^2 + \frac{1}{2}C^2H^2(\phi - \phi_*)^2$$

where $\phi_{\min} \equiv \sqrt{\frac{6}{\lambda}}m_\phi$

平方完成

$$V(\phi) \simeq \frac{1}{2}(C^2H^2 - m_\phi^2) \left(\phi - \frac{C^2H^2}{C^2H^2 - m_\phi^2} \phi_* \right)^2 @ \phi_*/\phi_{\min} \ll 1$$

$m_\phi t \simeq C/2$ で極小点は移動を始める。



3. 上に凸なポテンシャルにおける断熱抑制効果 (Our work)

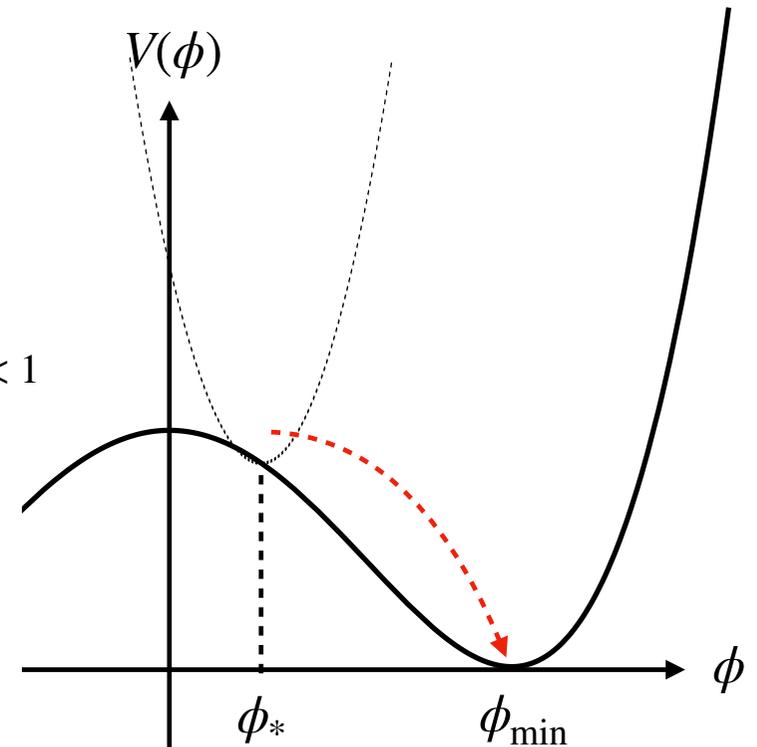
$$V(\phi) = \frac{\lambda}{24}(\phi^2 - \phi_{\min}^2)^2 + \frac{1}{2}C^2H^2(\phi - \phi_*)^2$$
$$\simeq \frac{1}{2}(\underline{C^2H^2 - m_\phi^2}) \left(\phi - \frac{C^2H^2}{C^2H^2 - m_\phi^2} \phi_* \right)^2 \quad @ \phi_*/\phi_{\min} \ll 1$$

$m_\phi t \simeq C/2$ で曲率がほぼ0

→極小点が移動を始めるとき

場はあまり動かない ($\because |V''| < H^2$)

抑制効果は効かないことが予測できる。

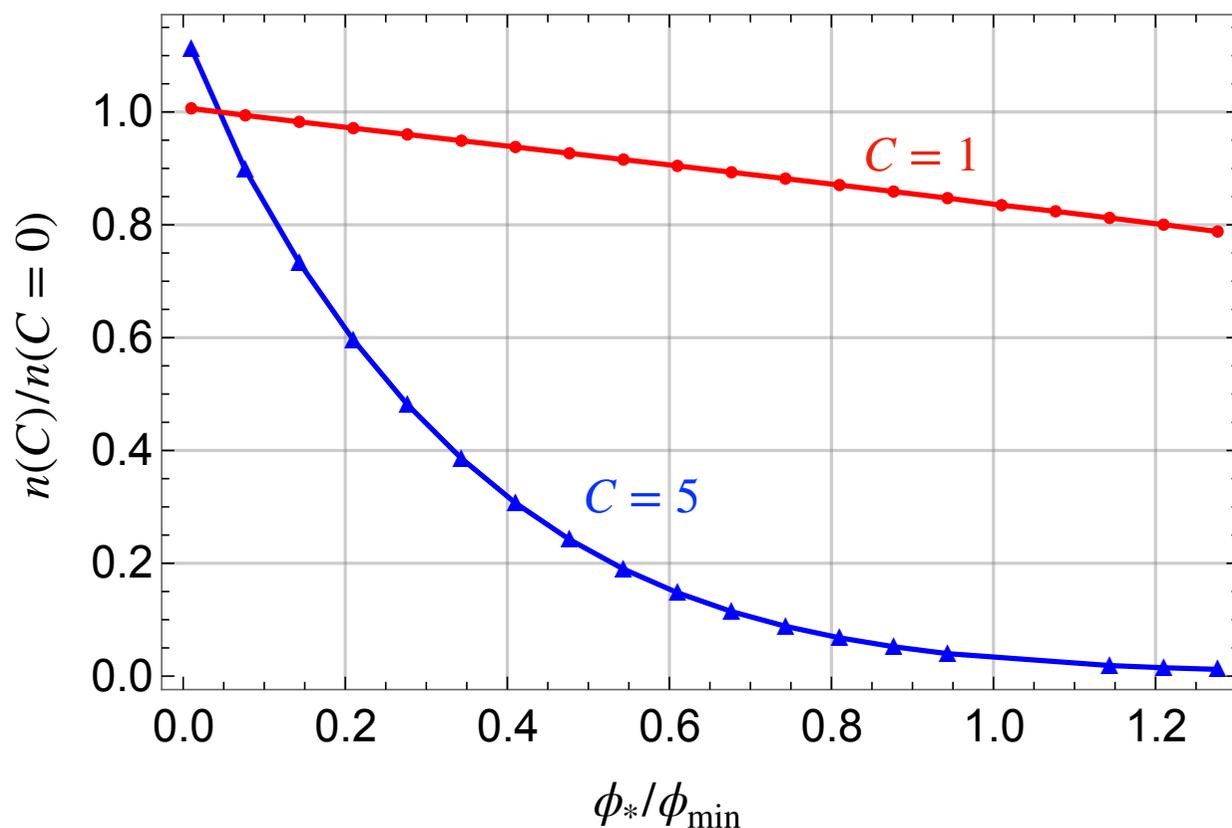


いろいろな ϕ_* に対して、
断熱抑制効果の条件を調べる。

存在量

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0$$

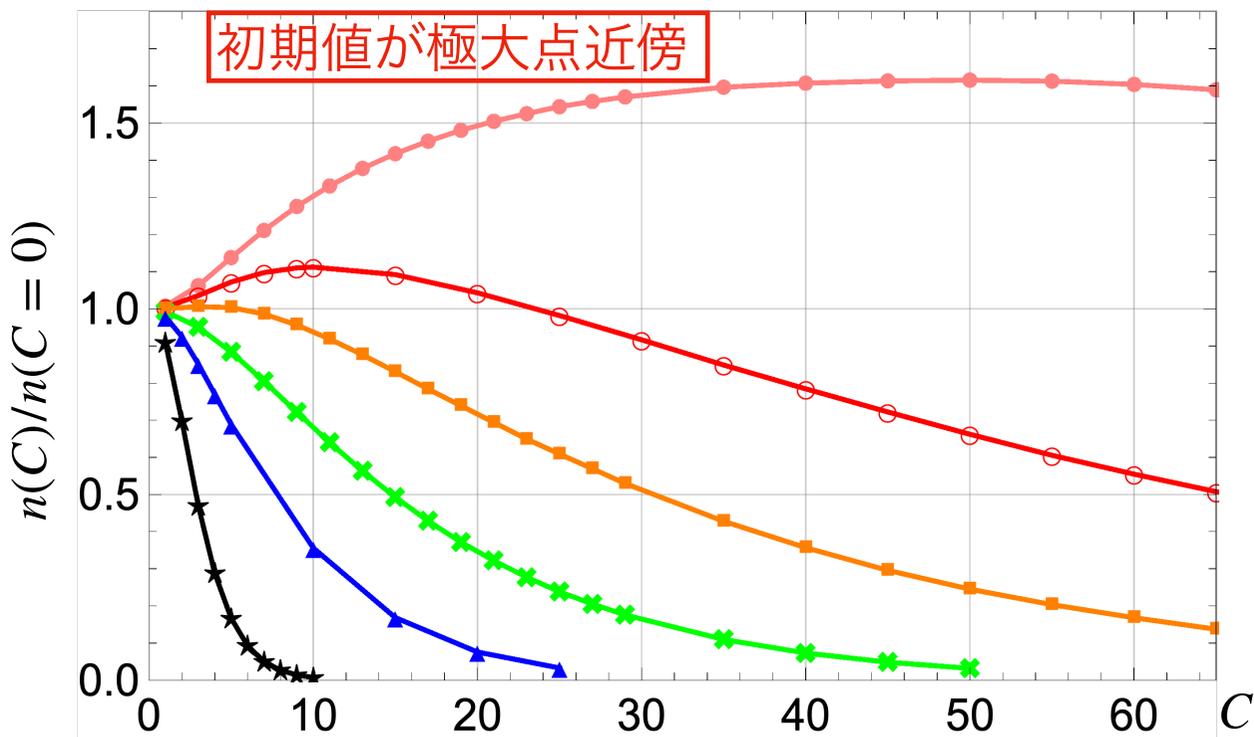
$$(\text{初期条件: } \phi_{\text{ini}} = \phi_*, \dot{\phi}_{\text{ini}} = 0)$$



$C=1$ の場合、トラップが弱いので存在量は ϕ_* にほとんど依らず、断熱抑制効果は見られない。

$C=5$ の場合、極小点近傍 ($\phi_* \sim \phi_{\min}$) では断熱抑制効果が働いているが、極大点付近には断熱抑制効果はない。

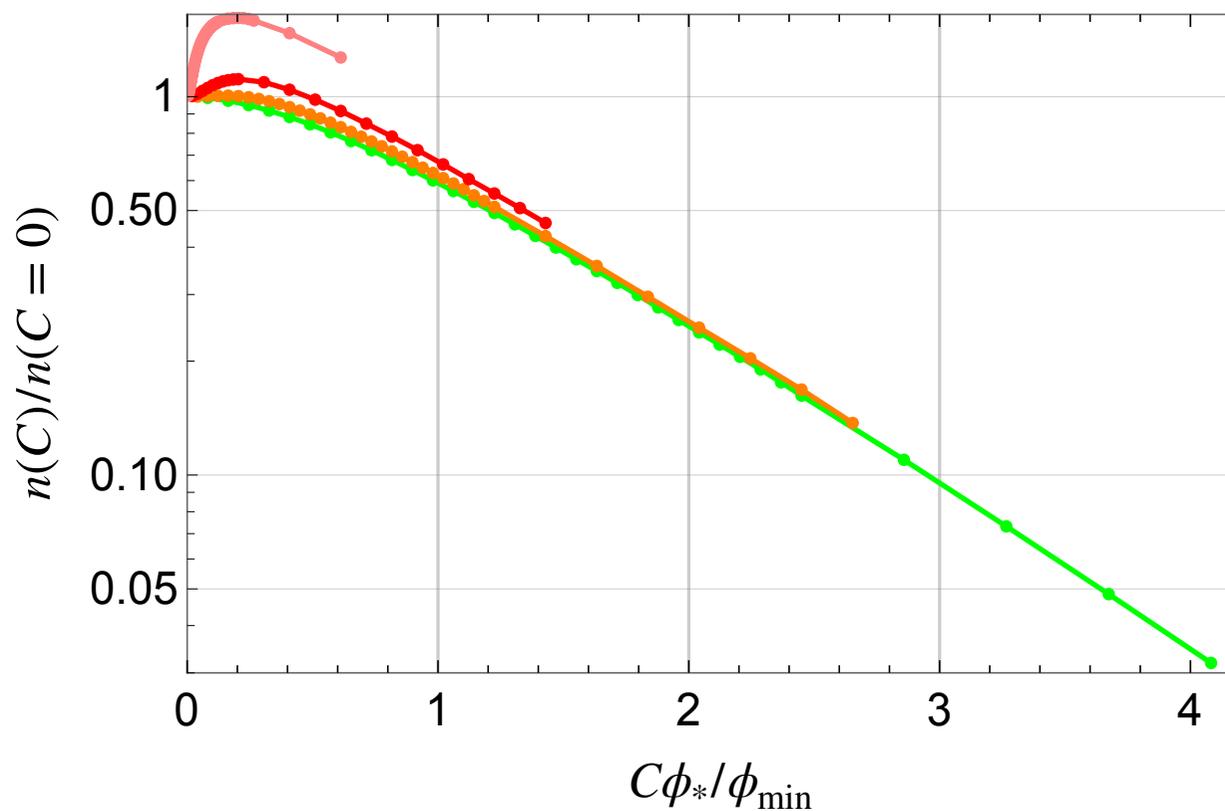
存在量



同じ C で比べると初期値が極大点に近づくに連れて抑制されなくなる。抑制効果を働かせるには、 C が十分大きいことが必要。

- $\phi^*/\phi_{\min} = 0.004$
- $\phi^*/\phi_{\min} = 0.02$
- $\phi^*/\phi_{\min} = 0.04$
- ✕ $\phi^*/\phi_{\min} = 0.08$
- ▲ $\phi^*/\phi_{\min} = 0.16$
- ★ $\phi^*/\phi_{\min} = 1/\sqrt{3}$: 変曲点

存在量



フィッティング結果

$$n(C)/n(C=0) \simeq 1.6 \exp\left(-0.93 \frac{C\phi_*}{\phi_{\min}}\right) \quad (C\phi_* \text{が大きいところで})$$

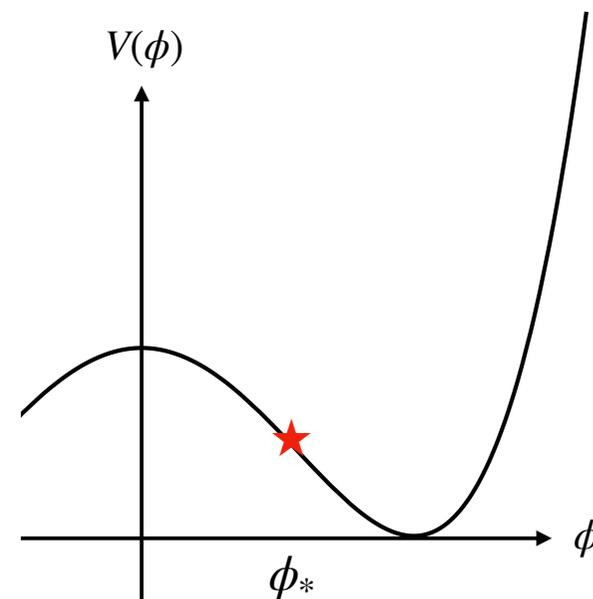
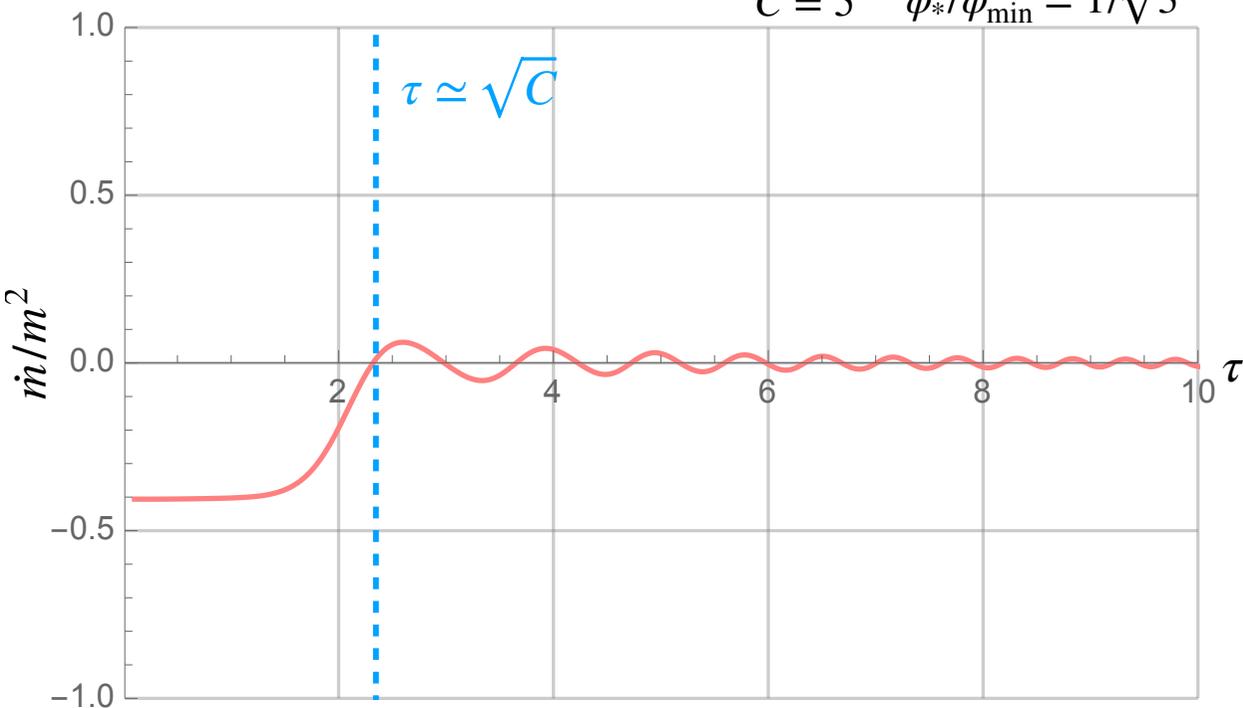
断熱性の破れ

$$\frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2}$$

時間変数: $\tau \equiv \kappa/\kappa_{\text{osc}}$ where $\kappa \equiv T^{-1}$, $\kappa_{\text{osc}} \equiv \frac{80\pi^2}{90M_{\text{Pl}}^2 m_\phi^2}$

この場合の極小点の移動開始は、 $\tau \simeq \sqrt{C}$

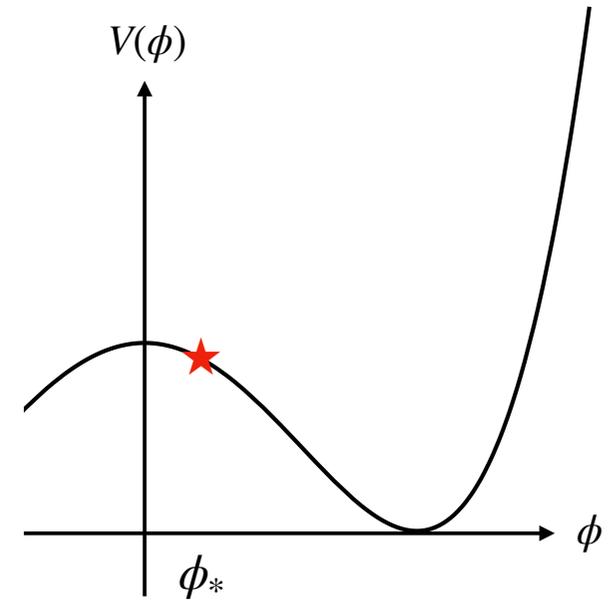
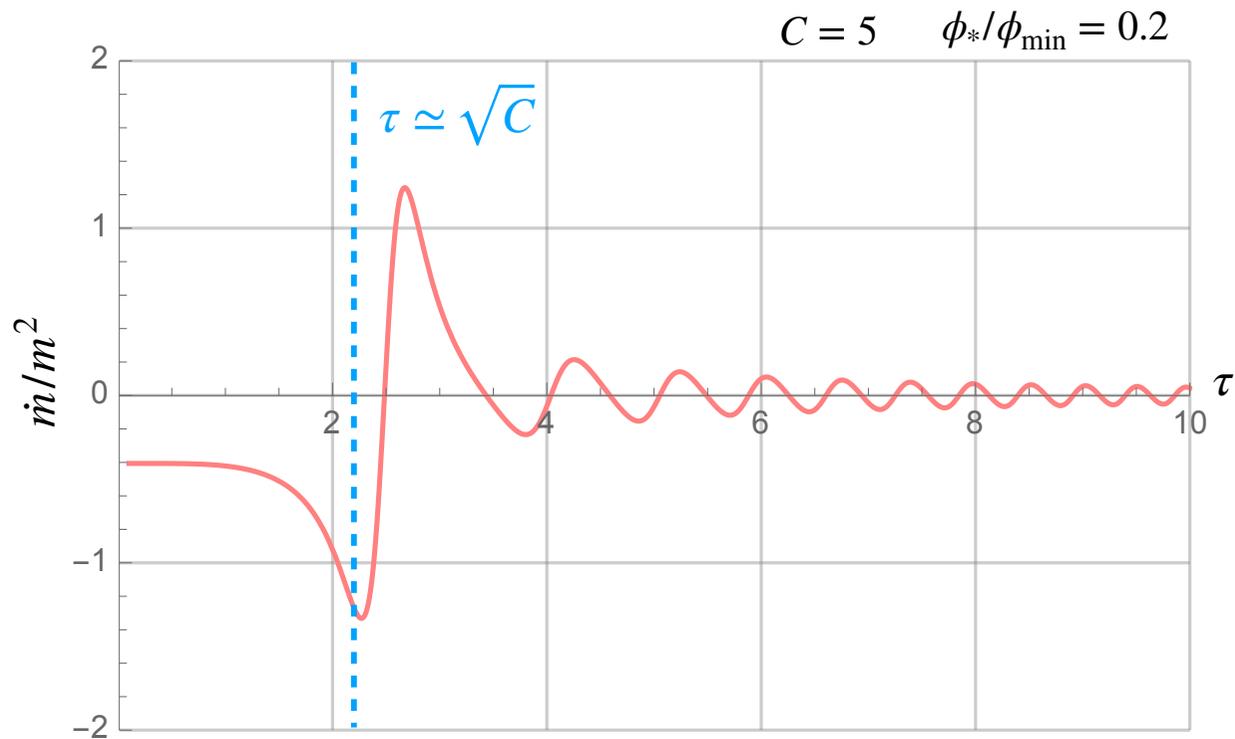
$$C = 5 \quad \phi_*/\phi_{\text{min}} = 1/\sqrt{3}$$



$$\left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right| \ll 1 \quad @ \tau \simeq \sqrt{C} \quad \Leftrightarrow \text{断熱抑制効果がよく働く}$$

断熱性の破れ

$$\frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2}$$



ϕ_* を極大点に近づけていくにつれて、 $\dot{m}_{\text{eff}}/m_{\text{eff}}^2$ が大きくなっていき断熱性が弱くなっていく。

断熱抑制効果 (一般のポテンシャル) まとめ

断熱抑制効果の条件

$$\left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right| \ll 1 \quad @\tau = \sqrt{C}$$
$$\Leftrightarrow C\phi_*/\phi_{\min} \gg 1$$

ポテンシャルの極大点付近に初期値を持つとき抑制効果が働くには、束縛が十分強いことが必要。

また、断熱性の破れは解析的に求められる。

$$\left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right| \simeq \frac{1}{\sqrt{6}\phi_*C/\phi_{\min}}$$

フィッティング結果

$$n(C)/n(C=0) \simeq 1.6 \exp\left(-0.93 \frac{C\phi_*}{\phi_{\min}}\right)$$

moduli問題に必要なパラメータ

BBNからの初期振幅に対する制限： $\phi_* \lesssim 10^{-10} M_{\text{Pl}}$

$$\rightarrow n(C)/n(C=0) \lesssim 10^{-20}$$

- ・ 2次ポテンシャルの場合 (Lindeの結果)

$$\frac{n(C)}{n(C=1)} \propto \exp\left(-\frac{\pi C}{2}\right) \longrightarrow C \gtrsim 30$$

- ・ 一般のポテンシャルの場合

$$\frac{n(C)}{n(C=0)} \simeq 1.6 \exp\left(-0.93 \frac{C\phi_*}{\phi_{\min}}\right) \longrightarrow C\phi_*/\phi_{\min} \gtrsim 50$$

4. QCDアクシオンへの応用

Witten効果を受けるQCDアクシオン

$$V(a) = \underbrace{m_a^2(T)} f_a^2 \left(1 + \cos \frac{a}{f_a} \right) + \frac{1}{2} \underbrace{m_{a,M}^2(T)} (a - a_*)^2$$

$$L = \frac{e^2 \theta}{64\pi^2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$$

QCDの非摂動効果

$$m_a^2 = c_T \frac{\Lambda_{\text{QCD}}^4}{f_a^2} \left(\frac{T}{\Lambda_{\text{QCD}}} \right)^{-n} \quad T \gtrsim \Lambda_{\text{QCD}}$$

$$m_{a,0} \simeq 6\mu\text{eV} \left(\frac{f_a}{10^{12}\text{GeV}} \right)^{-1} \quad T \lesssim 100\text{MeV}$$

Witten効果 Witten (1979)

隠れたセクターの磁気モノポールが θ -term を介してdyonになる効果

$$m_{a,M}^2 = \frac{\alpha_H^2}{16\pi^2} \frac{n_M(T)}{r_c f_a^2} \propto \frac{\alpha_H^2 \Omega_M h^2}{f_a^2}$$

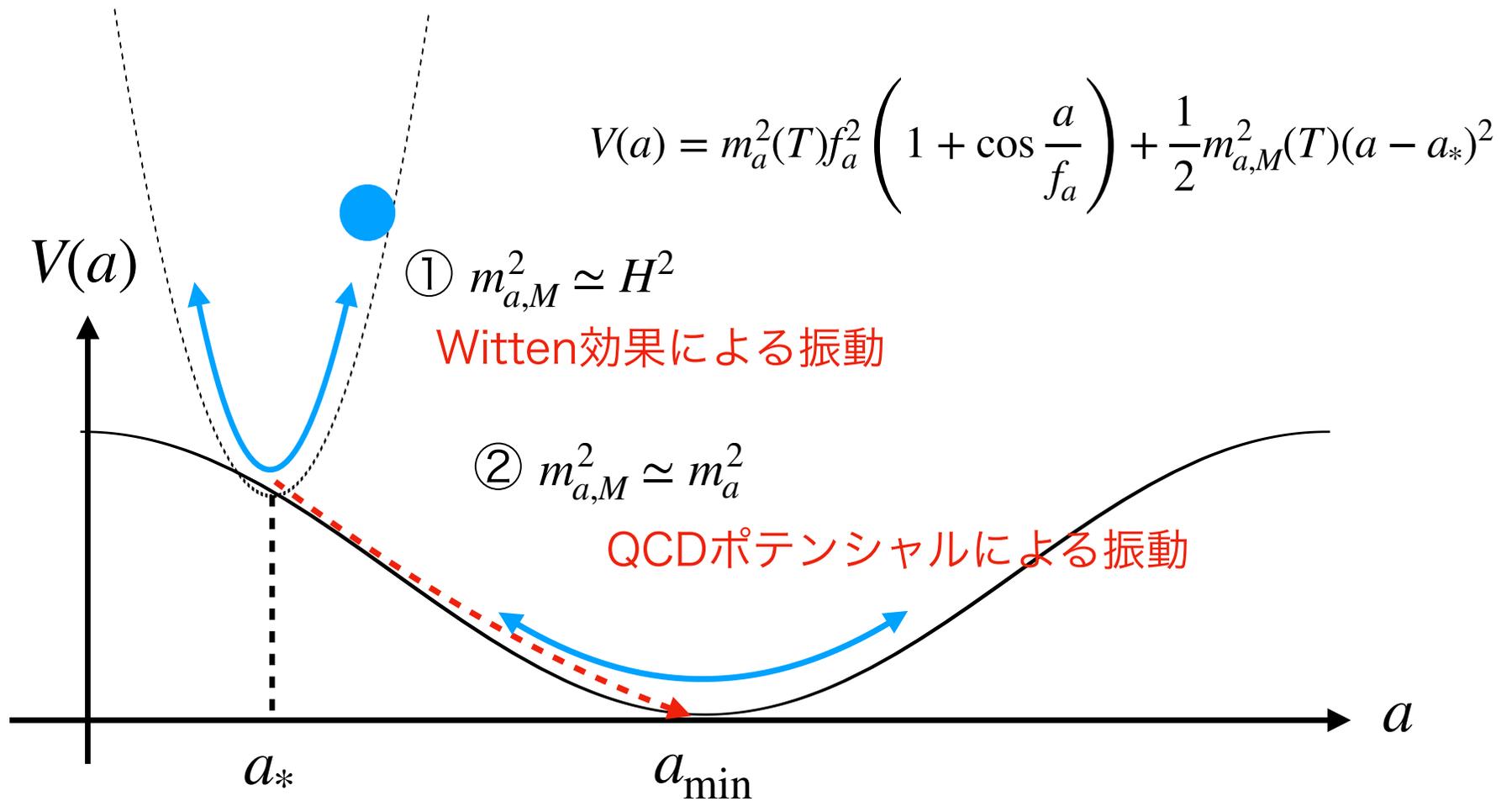
where $\alpha_H \equiv \frac{e^2}{4\pi}$

W. Fischler, J. Preskill (1983)

Witten 効果によるアクシオンダイナミクス

M. Kawasaki, F. Takahashi, M. Yamada (2016)

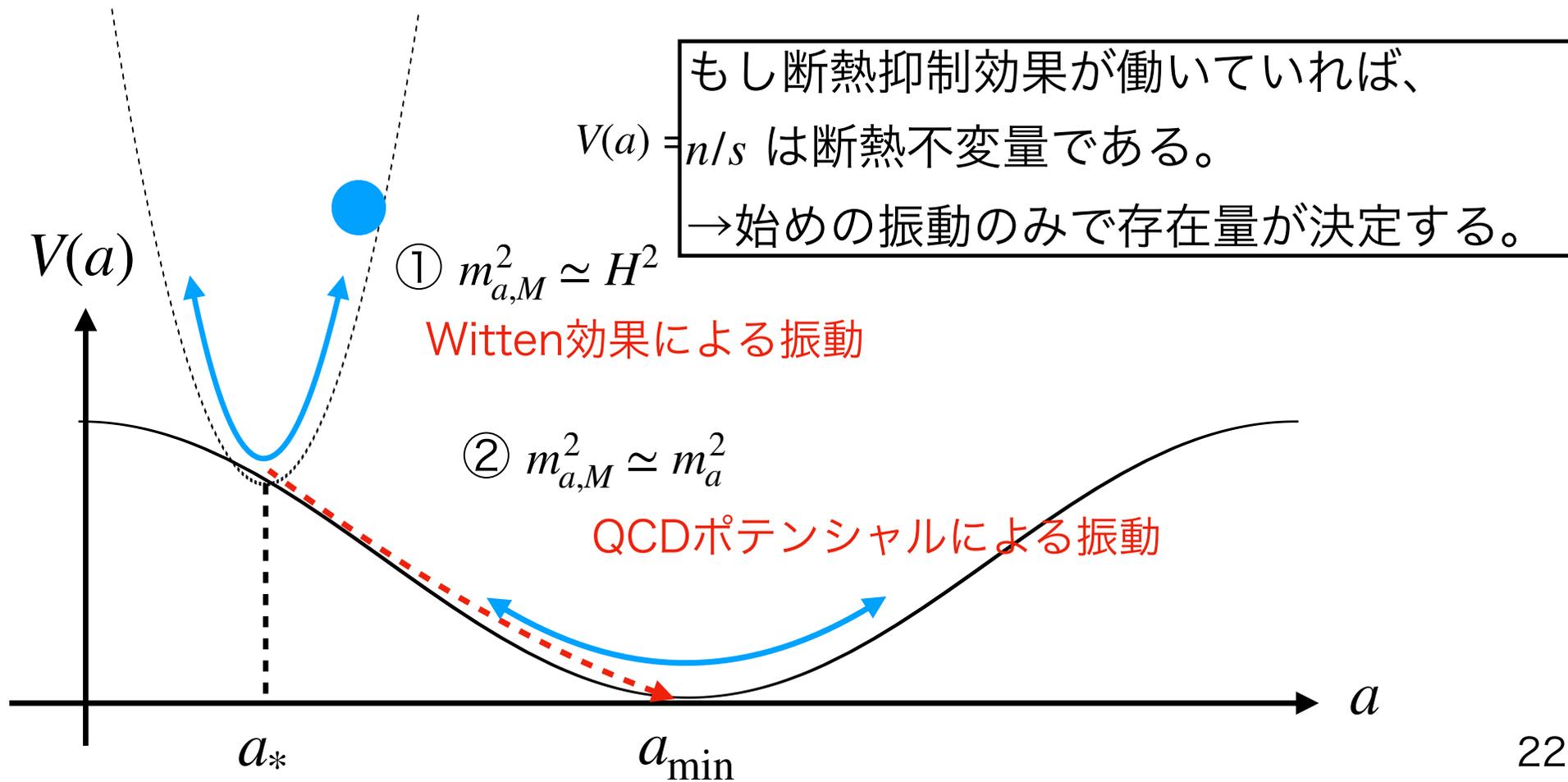
Y. Nomura, S. Rajendran, F. Sanches (2016)



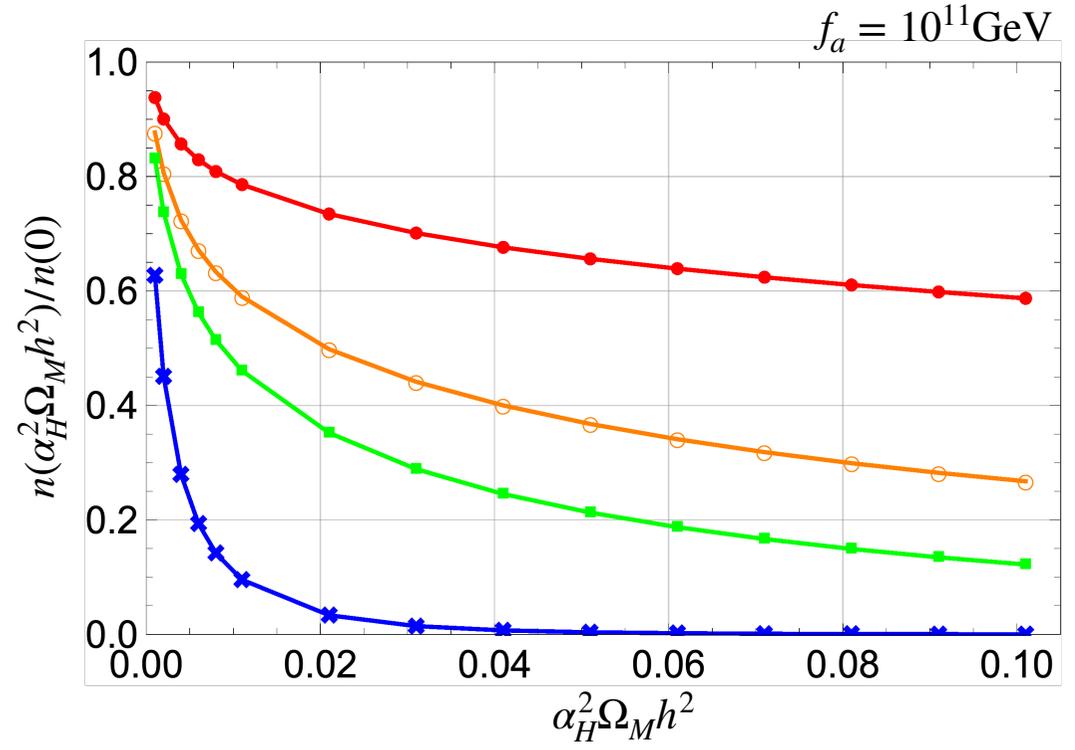
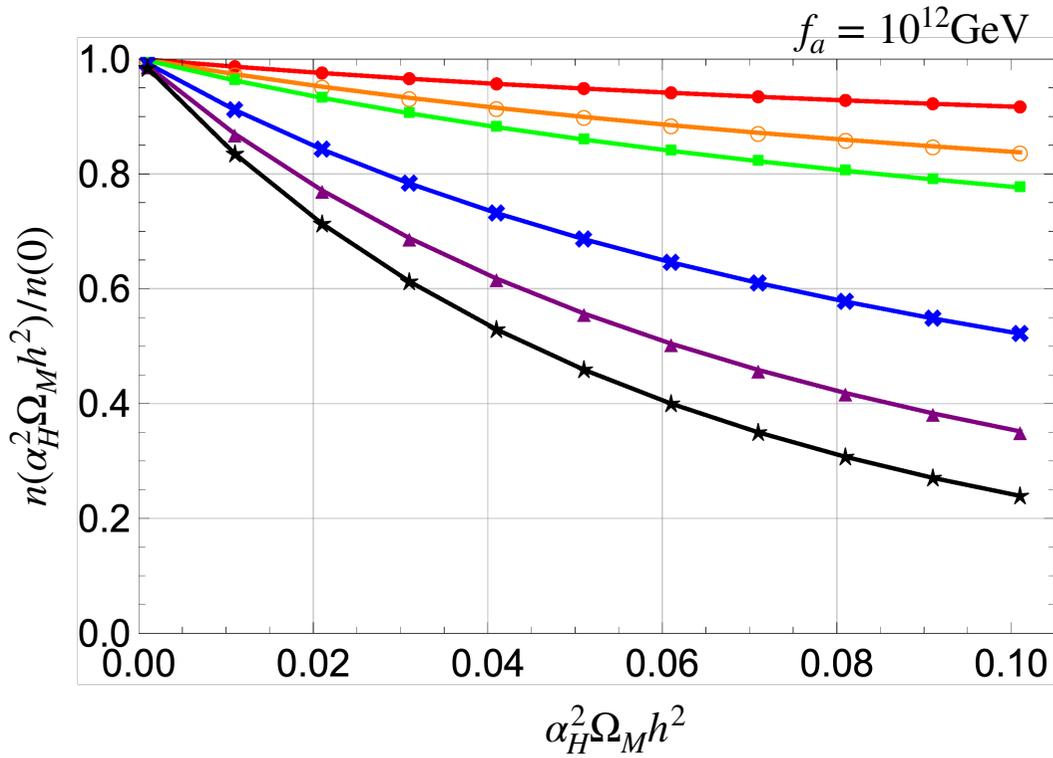
Witten 効果によるアクシオンダイナミクス

M. Kawasaki, F. Takahashi, M. Yamada (2016)

Y. Nomura, S. Rajendran, F. Sanches (2015)



アクシオン存在量



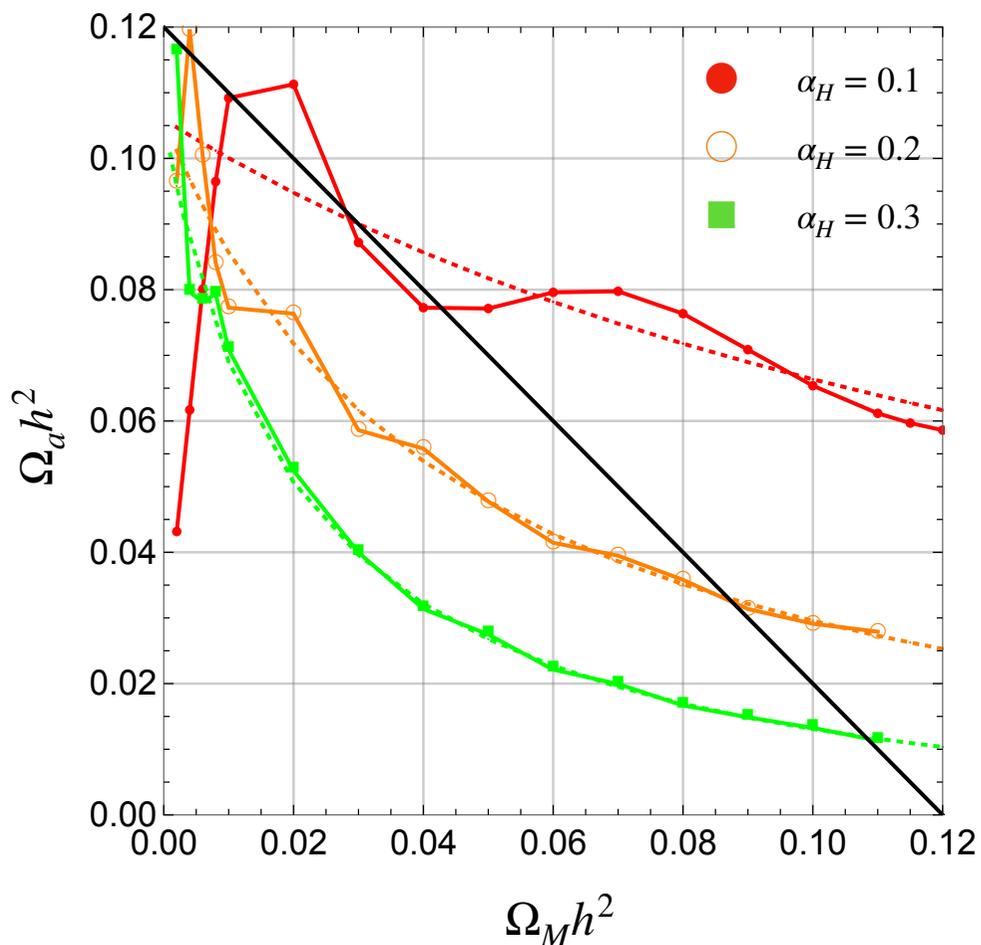
• $f_a \gtrsim 10^{12}\text{GeV}$ の場合、抑制効果には大きな $\alpha_H^2 \Omega_M h^2$ が必要。

• f_a を下げると断熱抑制効果が効きやすくなる。

- | | | | |
|---|-------------------|---|--------------------|
| ● | $\theta_* = 0.01$ | ✕ | $\theta_* = 0.5$ |
| ○ | $\theta_* = 0.05$ | ▲ | $\theta_* = 1$ |
| ■ | $\theta_* = 0.1$ | ★ | $\theta_* = \pi/2$ |

$$\theta \equiv a/f_a$$

アクシオン存在量



$$f_a = 10^{11} \text{GeV} \quad \theta_* = 0.5$$

$$\text{初期条件: } \theta_{\text{ini}} = \theta_* + 1, \dot{\theta}_{\text{ini}} = 0$$

黒線との交点でダークマターの観測量を説明できる

断熱抑制効果でアクシオン存在量が減り、不足分をモノポールで補う。また、 Ω_a が減るのでアクシオン等曲率揺らぎも抑制される。

$$P \simeq \left(\frac{\Omega_a}{\Omega_{\text{DM}}} \frac{\partial \ln \Omega_a}{\partial \theta_{\text{ini}}} \frac{\delta a_*}{f_a} \right)^2$$

まとめ

- ・ より一般のポテンシャルに対する断熱抑制効果の条件を調べた。

- ・ 極小点が移動を開始するときの断熱性の破れ $\left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right|$ が

その有無を判定する重要な材料になる。

$$\text{断熱抑制効果の条件 : } \left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right| \ll 1 \quad @\tau = \sqrt{C} \quad \Leftrightarrow C\phi_*/\phi_{\min} \gg 1$$

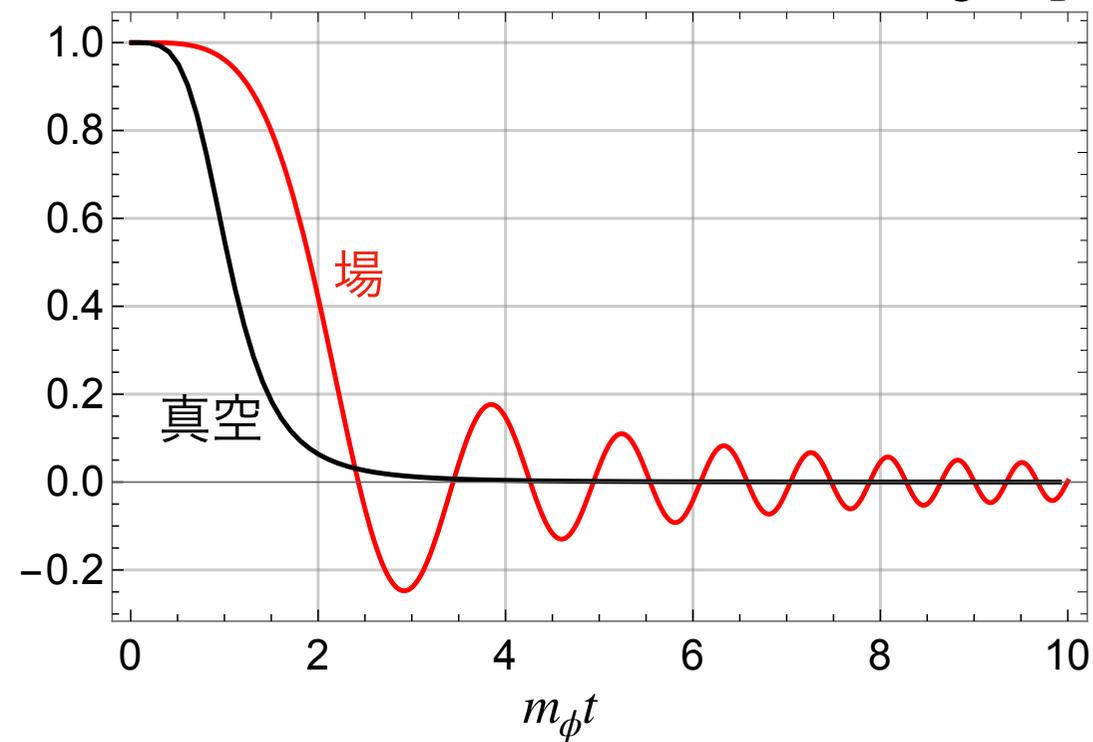
- ・ Witten効果を受けるアクシオンとモノポールがダークマターを説明する場合を考えた。→ future work

Back Up

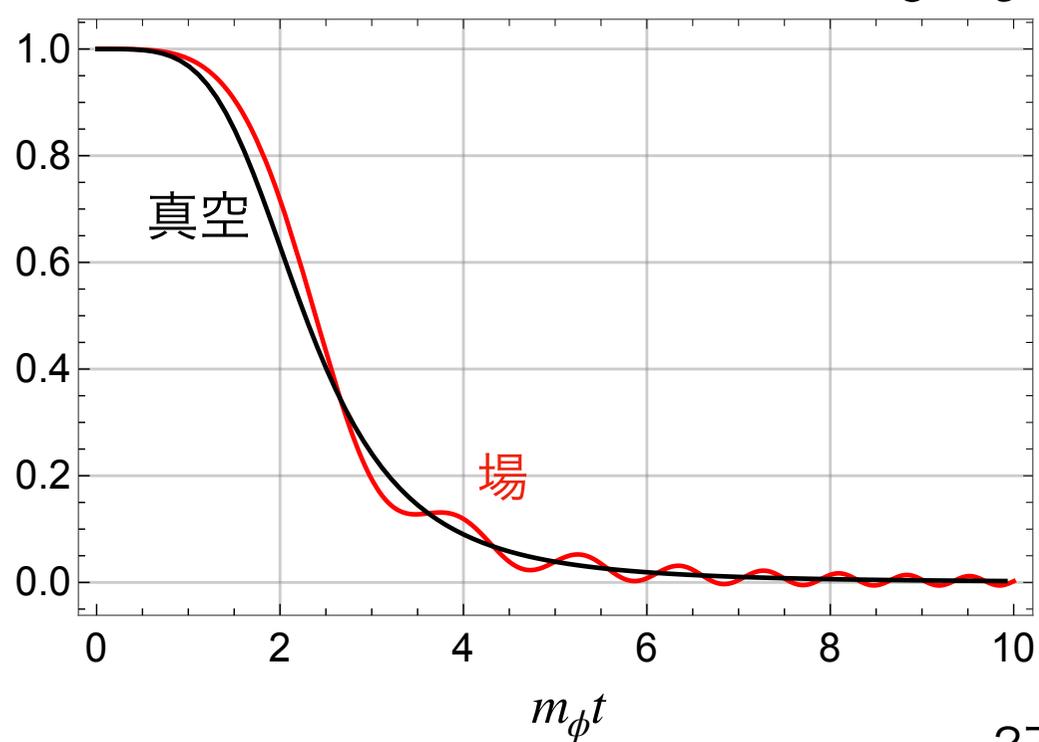
場と真空の位置関係

$$V(\phi) = \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 + \frac{1}{2}C^2H^2(\phi - \phi_*)^2$$

$C = 1$

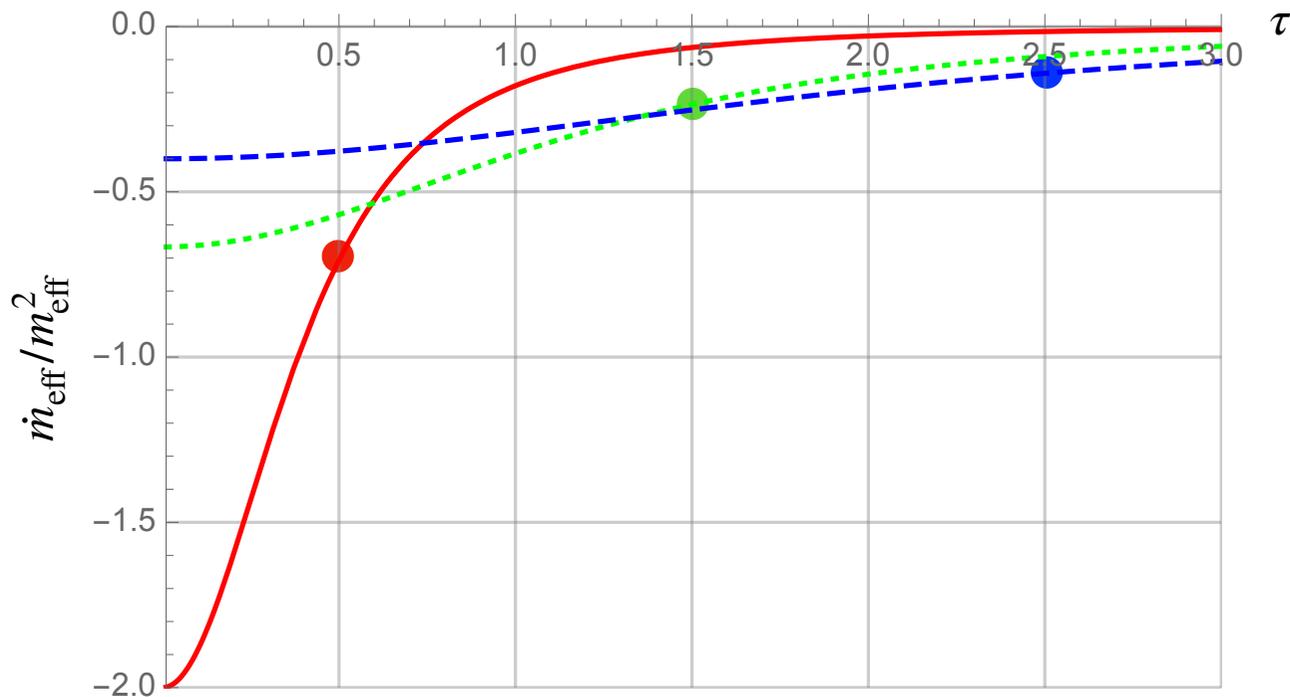


$C = 5$



断熱性の破れ : $\frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2}$ where $m_{\text{eff}}^2 \equiv V''(\phi)$

$$\frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \simeq -\frac{C^2}{4t^3} \frac{1}{(m_\phi^2 + C^2/4t^2)^{3/2}}$$



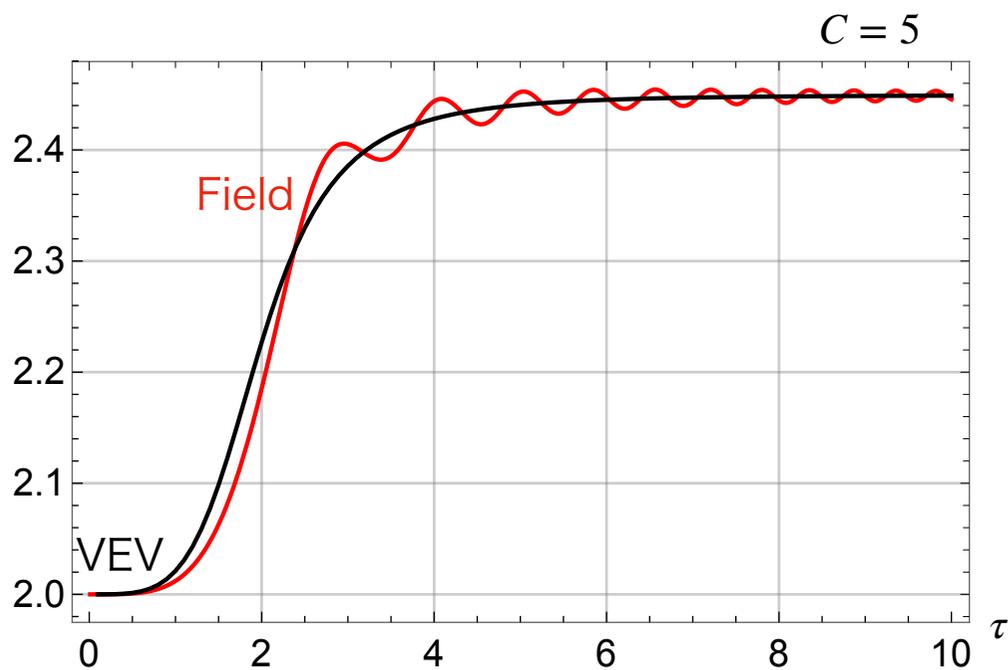
- $C = 1$ $n(C)/n(C = 1) = 1$
- ⋯ $C = 3$ $n(C)/n(C = 1) = 0.3$
- - $C = 5$ $n(C)/n(C = 1) = 0.04$

各●は $\tau_{\text{vev}} = C/2$ における値
(極小点が動き始めるタイミング)

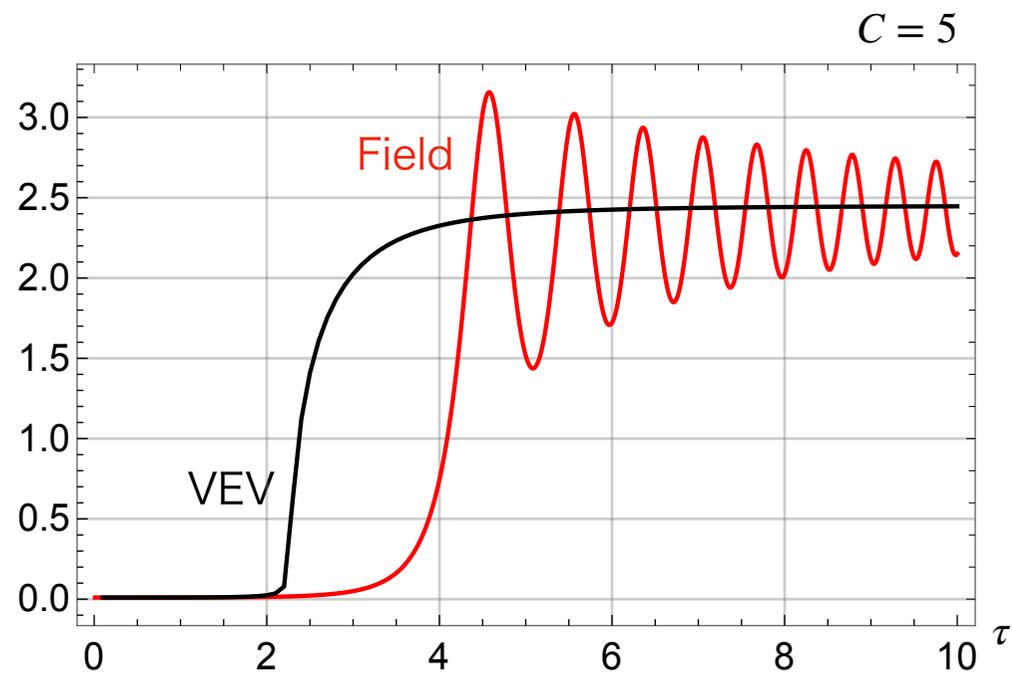
付加した数字は $n(C)/n(C = 1)$

場と真空の位置関係

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{24}(\phi^2 - \phi_{\min}^2)^2 + \frac{1}{2}C^2H^2(\phi - \phi_*)^2$$



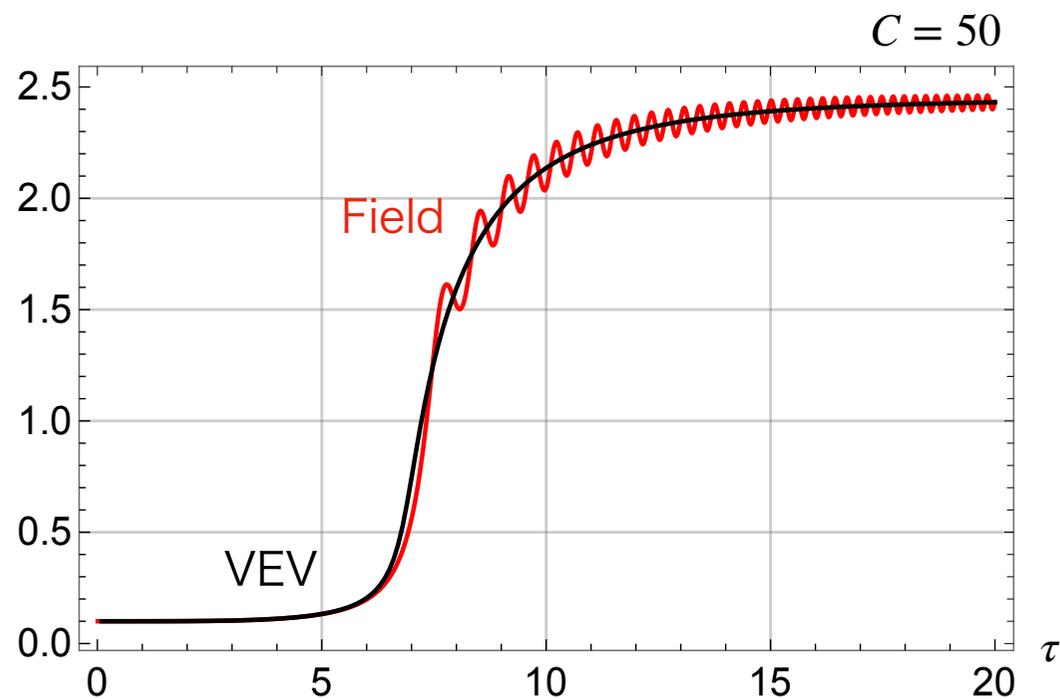
$$\phi_*/\phi_{\min} \simeq 0.8$$



$$\phi_*/\phi_{\min} = 0.004$$

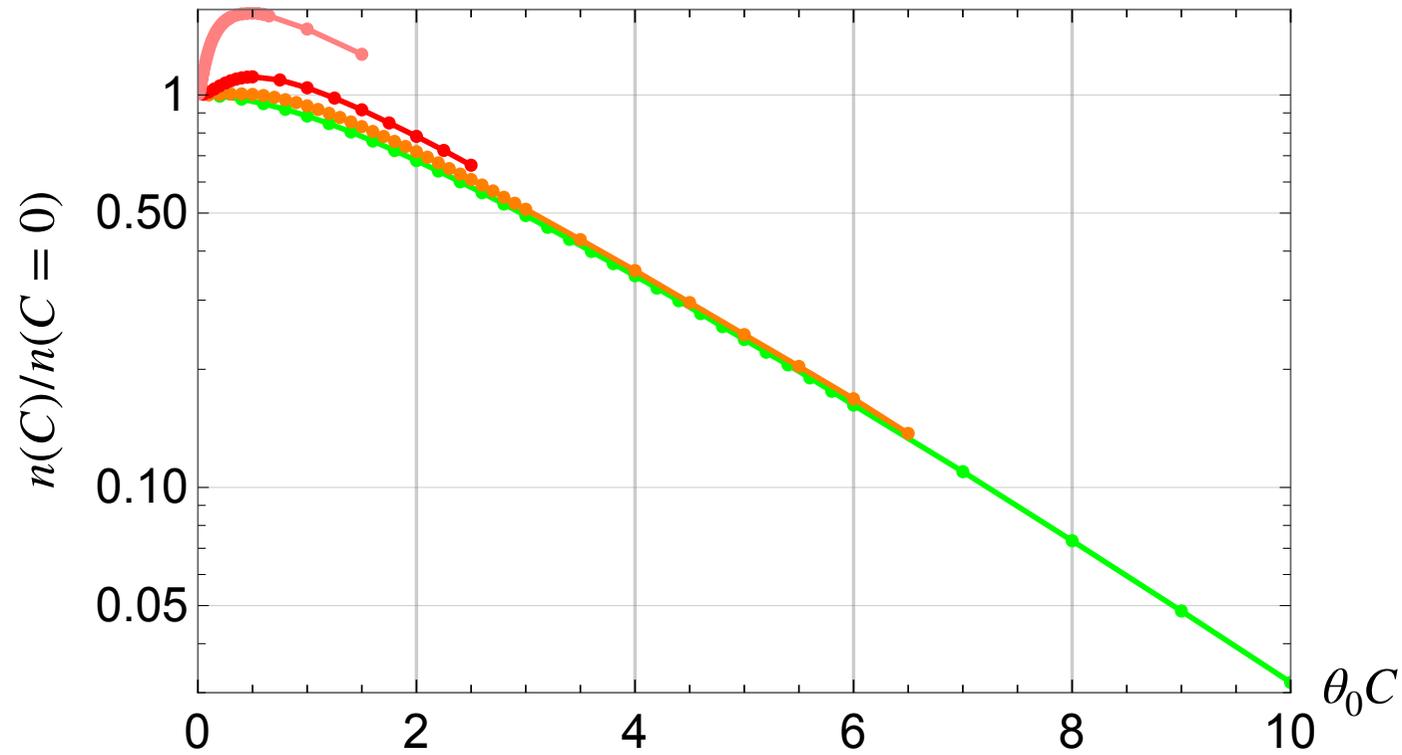
場と真空の位置関係

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{24}(\phi^2 - \phi_{\min}^2)^2 + \frac{1}{2}C^2H^2(\phi - \phi_*)^2$$



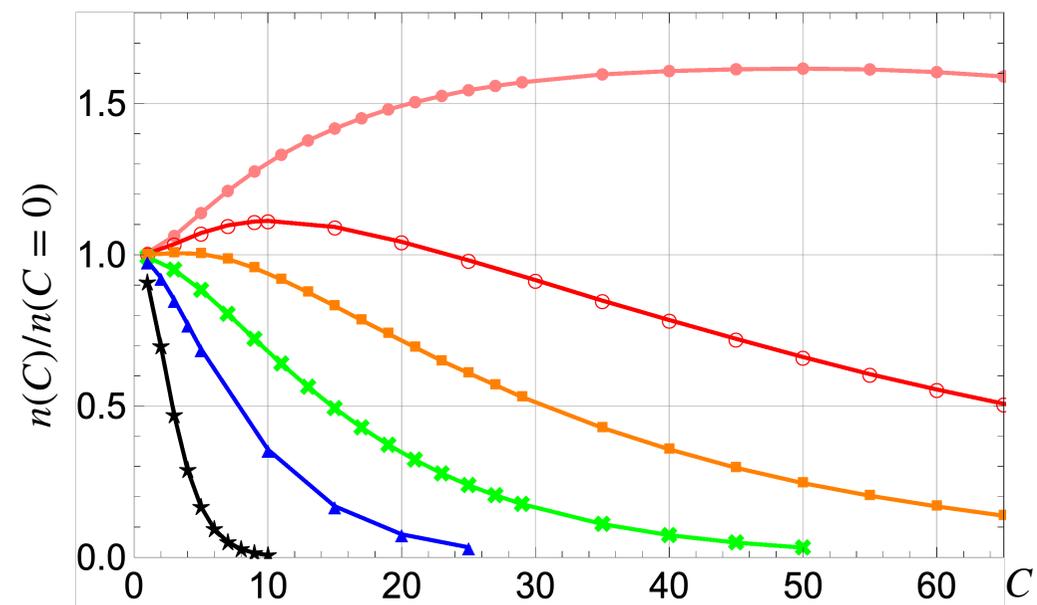
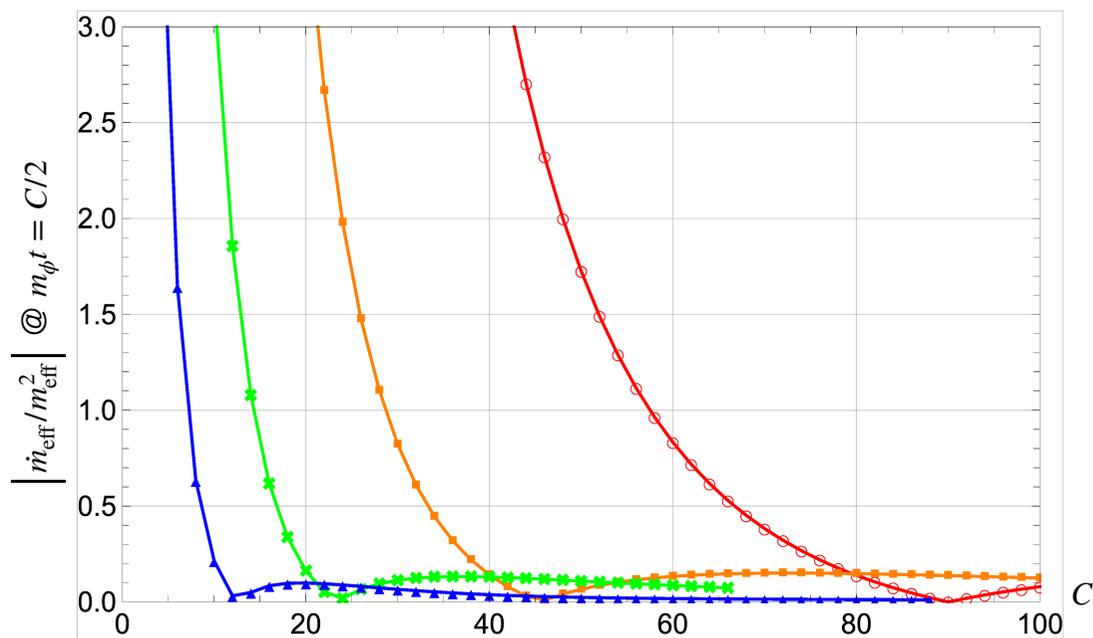
初期値が極大値近傍であっても C が十分大きければ、極小点に付随して動く。

結果(Log plot ver.)



$n(C)/n(C=0) \simeq 1.6 \exp\left(-0.93 \frac{C\phi_*}{\phi_{\min}}\right)$ で fitting できる。

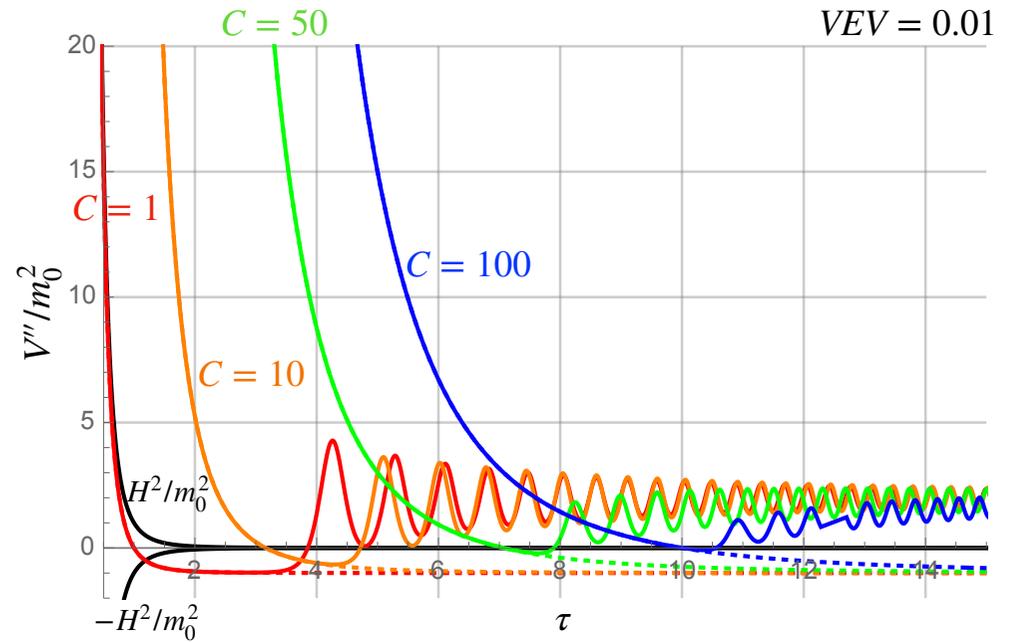
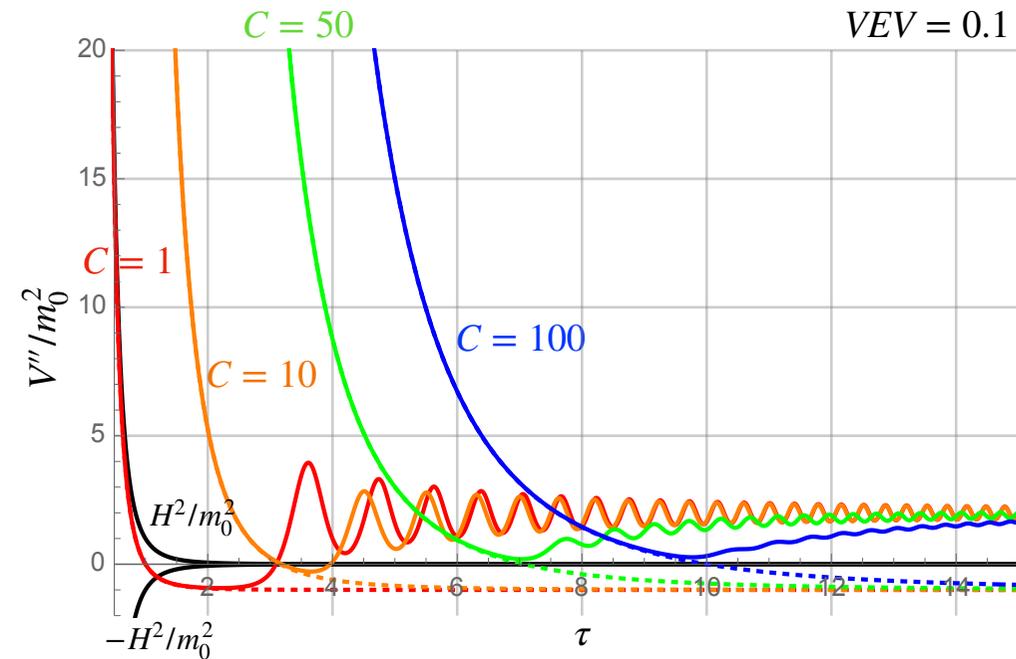
断熱性の破れ



- $\phi_*/\phi_{\text{min}} = 0.02$
- $\phi_*/\phi_{\text{min}} = 0.04$
- × $\phi_*/\phi_{\text{min}} = 0.08$
- ▲ $\phi_*/\phi_{\text{min}} = 0.16$

曲率 V'' の時間変化とハッブルとの関係

$$V'' = -m_\phi^2 + C^2 H^2 + \frac{\lambda}{2} \phi^2$$



- 初期値が極大値に近いほど、振動するまでに時間がかかる。
- C が大きいほど断熱抑制効果は強く効くが、極小点が振動するまでにより時間がかかる。
→ 数密度比に極大点が現れる理由

$$\left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right|$$

の解析的な計算

ここでも輻射優勢期を仮定

$$V(\phi) = \frac{1}{2}(C^2H^2 - m_\phi^2) \left(\phi - \frac{C^2H^2}{C^2H^2 - m_\phi^2} \phi_* \right)^2 + \frac{\lambda}{24} \phi^4 + \text{const.}$$

有効質量： $m_{\text{eff}}^2(\tilde{\phi}) \equiv V''(\tilde{\phi}) = \underline{C^2H^2 - m_\phi^2} + \frac{\lambda}{2} \tilde{\phi}^2$

$m_\phi t \simeq C/2$ で第1, 2項がキャンセル。第3項が効き始める。

このときの時刻を $t_{\text{th}} \simeq C/2m_{\text{th}}$ とすると、 $C^2H_{\text{th}}^2 - m_\phi^2 \simeq \left(\frac{\lambda}{2} m_\phi^4 \phi_*^2 \right)^{1/3}$. where $H_{\text{th}} \equiv 1/2t_{\text{th}}$

断熱性の破れ

$$\left| \frac{\dot{m}_\phi}{m_\phi^2} \right| = \left| \frac{1}{(V'')^{3/2}} \left(\frac{C^2H^2}{t} - \frac{\lambda\phi_*^2}{t} \frac{m_\phi^2 C^4 H^4}{(C^2H^2 - m_\phi^2)^3} \right) \right|$$

$t = t_{\text{th}}$ の時、極小点における断熱性の破れは、 $\left| \frac{\dot{m}_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}^2} \right| \simeq \frac{m_\phi}{\sqrt{\lambda} C \phi_*} = \frac{\phi_{\text{min}}}{\sqrt{6} C \phi_*}$.