

機械学習と理論物理

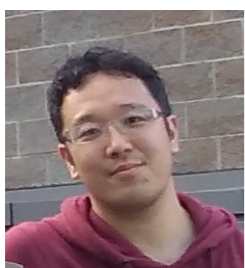


Akio Tomiya (RIKEN-BNL)

オーガナイザーの皆様
ありがとうございます。



Who and what am I?



兵庫県立大(物性) → PhD in 2015 (阪大、素粒子論)

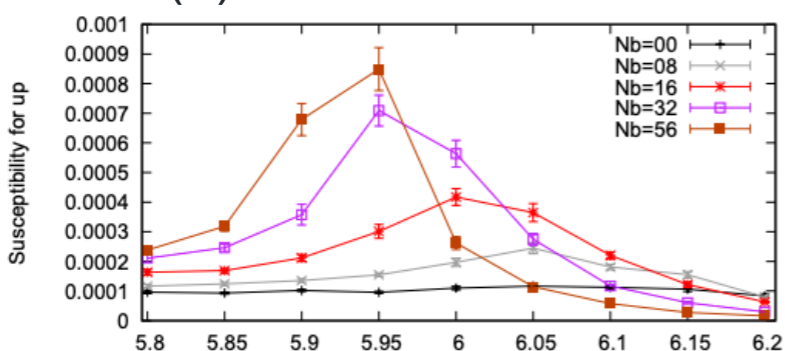
→ 華中師範大学 (武漢、ポスドク)

→ 理化学研究所/ブルックヘブン国立研究所(NY、ポスドク) 今もアメリカ。

研究分野

1. QCD熱力学 (2008.00493, ...)

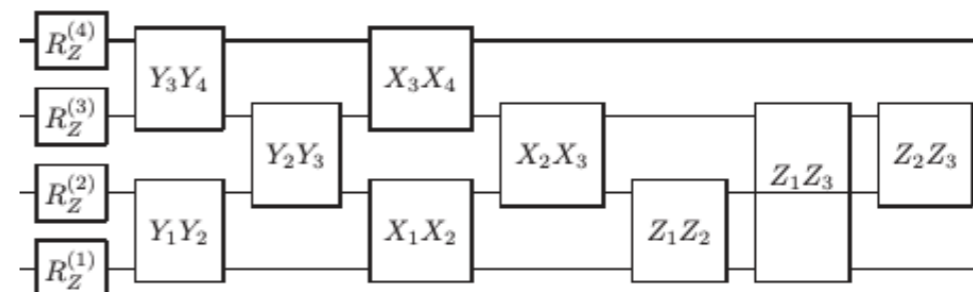
U(1)A とか磁場とか。



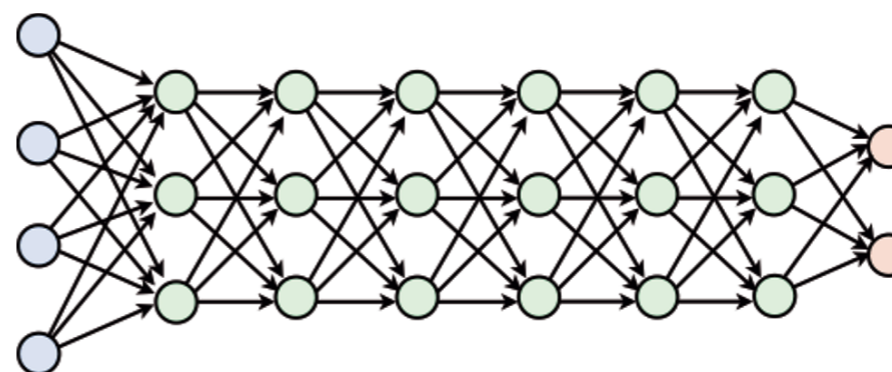
(c.f. 深谷さんのトーク)

2. 量子コンピュータ (2001.00485)

シュウィンガー模型、再現しました



3. 機械学習 (本日)



詳細は [Google scholar](#) へ

話すこと

1. 機械学習とは何なのか
2. 物理への応用
3. 2020年代にあたって

※ 何をどう話すか迷いましたが、研究分野の紹介をすることにしました
(ほとんどレビューです)

Machine learning?

- **Physics \cap ML: <http://www.physicsmeetsml.org/>**
- アメリカ東海岸中心, 英語
- 日本時間深夜

- **DLAP2020 <https://cometscome.github.io/DLAP2020/>**
- 日本, 日本語
- 隔週の木曜朝
- 過去の研究会ページ(2017~)もあり。

どちらでも過去のスライドが見れます。

Machine learning?

教科書、色々ありますが...

理論系

- これならわかる機械学習入門 瀧雅人(標準的)
- ディープラーニングと物理学、田中 橋本 富谷(物理屋フレンドリー)
- 入門パターン認識と機械学習 後藤 小林 (ニューラルネット以外、色々載ってる)
- 数学的: ベイズ統計の理論と手法、渡辺澄夫、統計的学習理論、金森敬文
- パターン認識と機械学習(場の理論の教科書で言うItzykson-Zuberっぽい印象)

実装系

- PythonとKerasによるディープラーニング、F. Chollet et al(実装)
- PythonユーザのためのJupyter [実戦] 入門、池内et al (Jupyterの使いかた)
- Pythonで機械学習入門、大関 真之 (物理屋が書いたGAN の実装)

Machine learning?

Data (empirical knowledge) determine output

計算機学者のサミュエル による機械学習の古い“定義”

「明示的なプログラムをすることなく、機械が学習できる能力を持つようにする」

(1959)



「経験だけから、その背後の構造を抽出し未知の状況にも適用できる能力を機械に自動的に獲得させる」

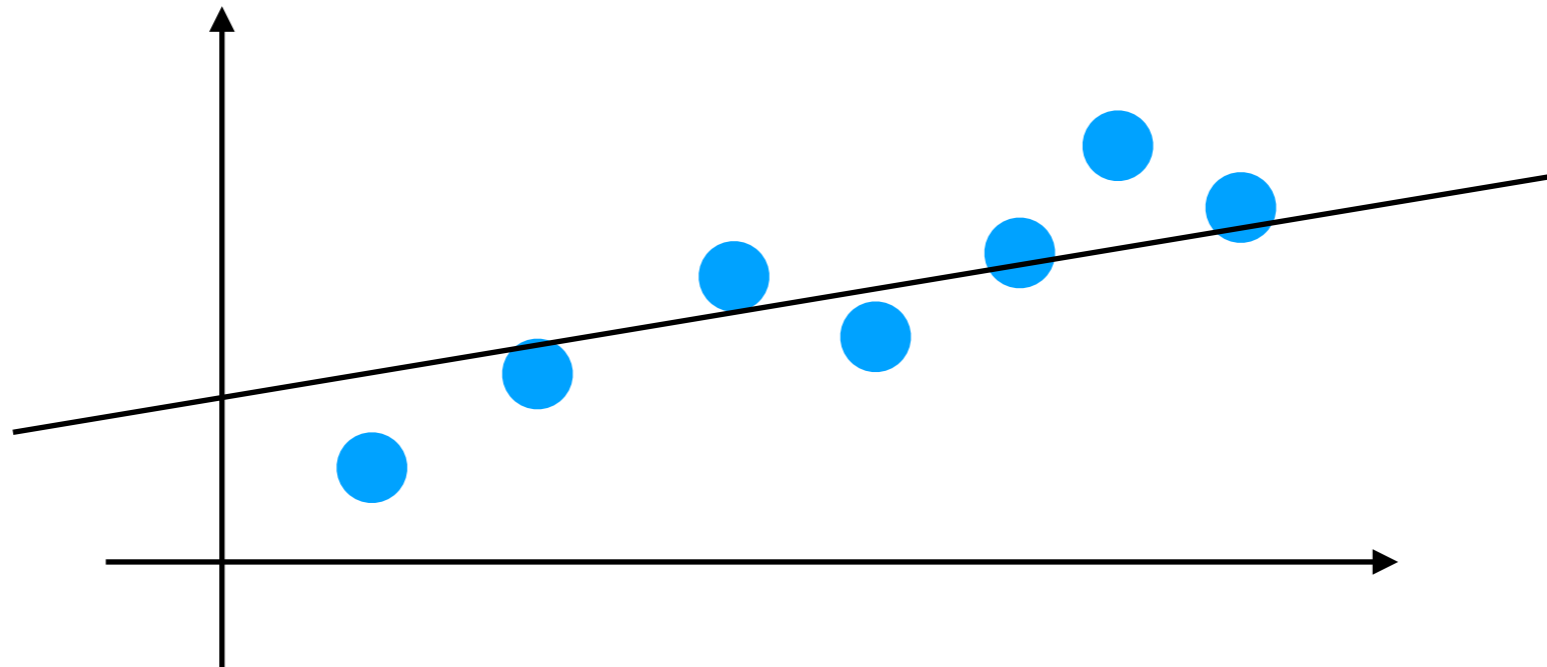


「フィットでは？」

Machine learning?

Data (empirical knowledge) determine output

線形回帰



x: 入力データ

y: 教師ラベル

フィット関数 ~ 機械学習のアーキテクチャ

c.f. PPP 2019 の佐藤さんのスライド

Machine learning?

Data (empirical knowledge) determine output

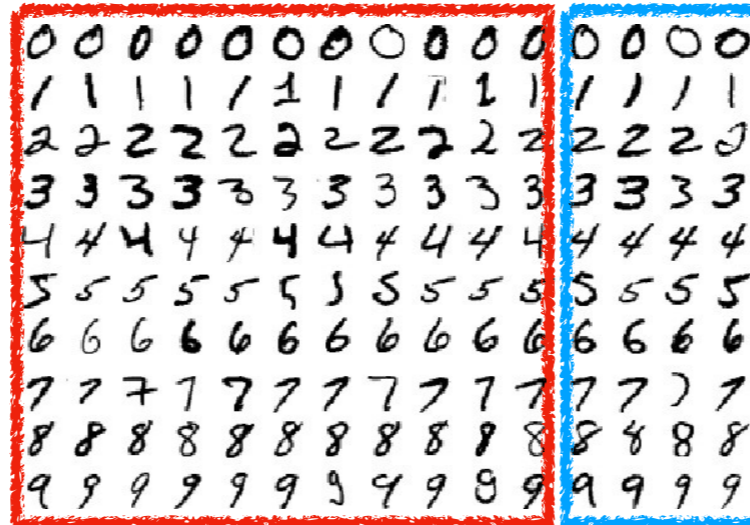
E.g. Supervised learning using neural networks

Neural
network
(param θ)

Machine learning?

Data (empirical knowledge) determine output

E.g. Supervised learning using neural networks



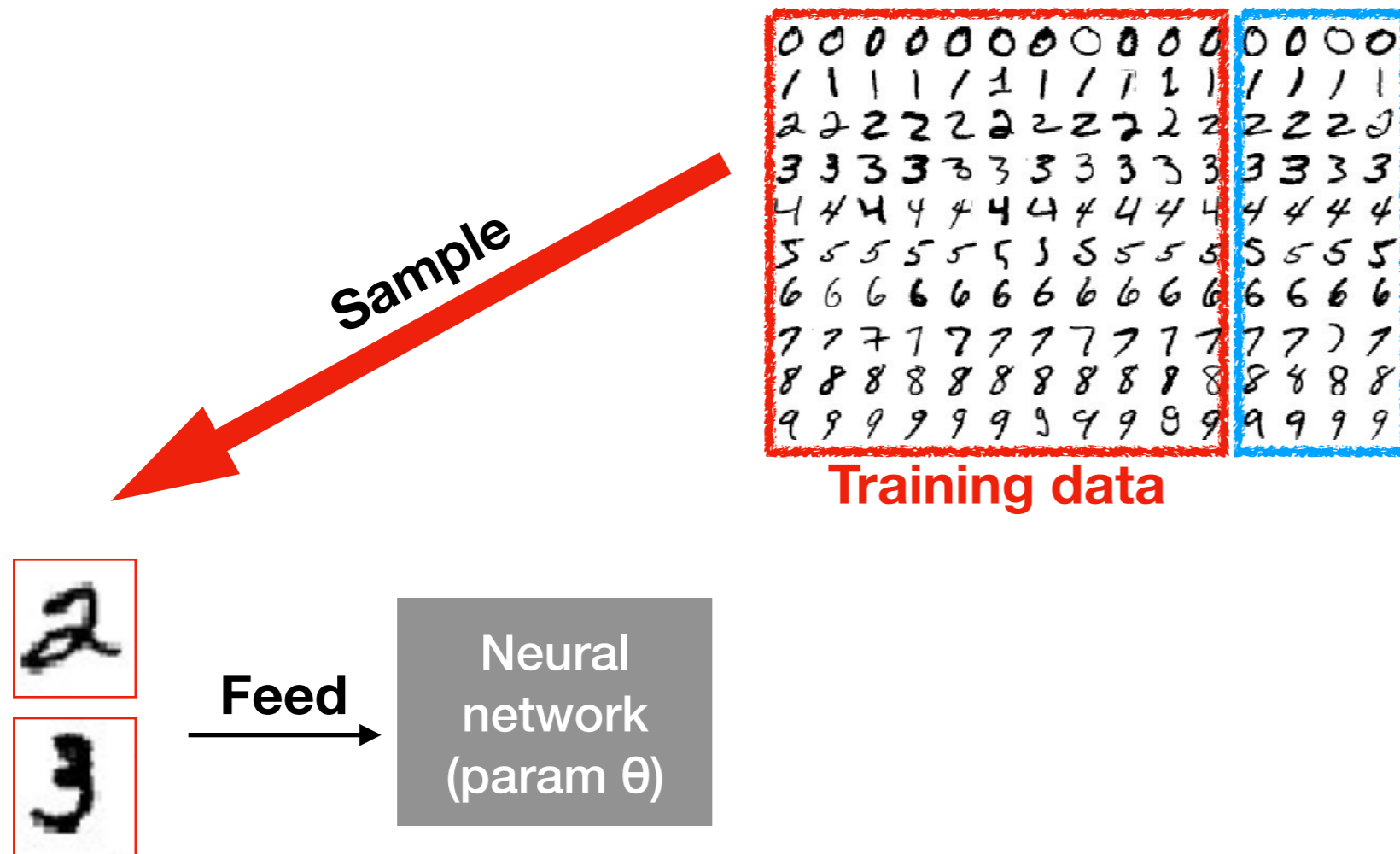
Training data

Neural
network
(param θ)

Machine learning?

Data (empirical knowledge) determine output

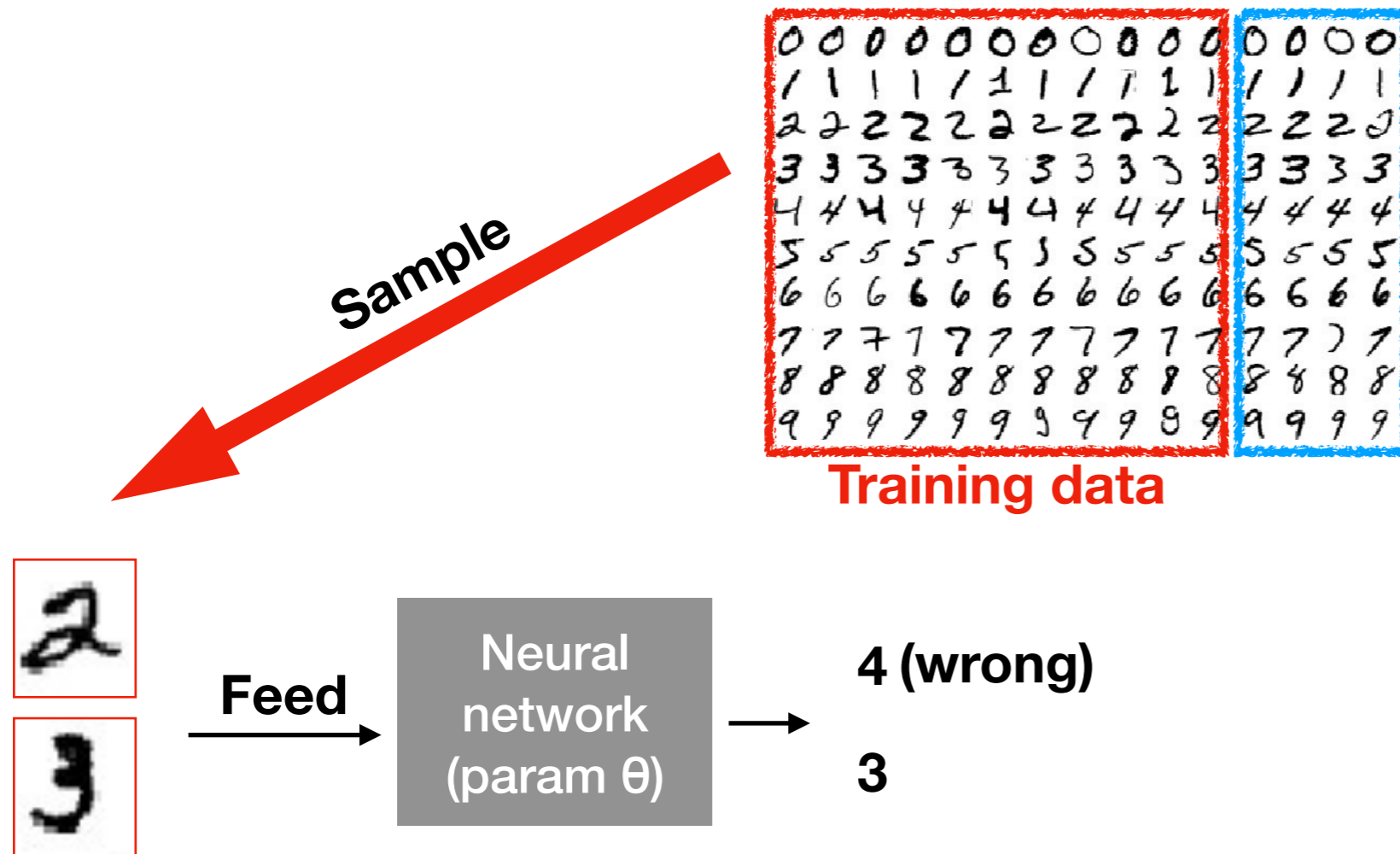
E.g. Supervised learning using neural networks



Machine learning?

Data (empirical knowledge) determine output

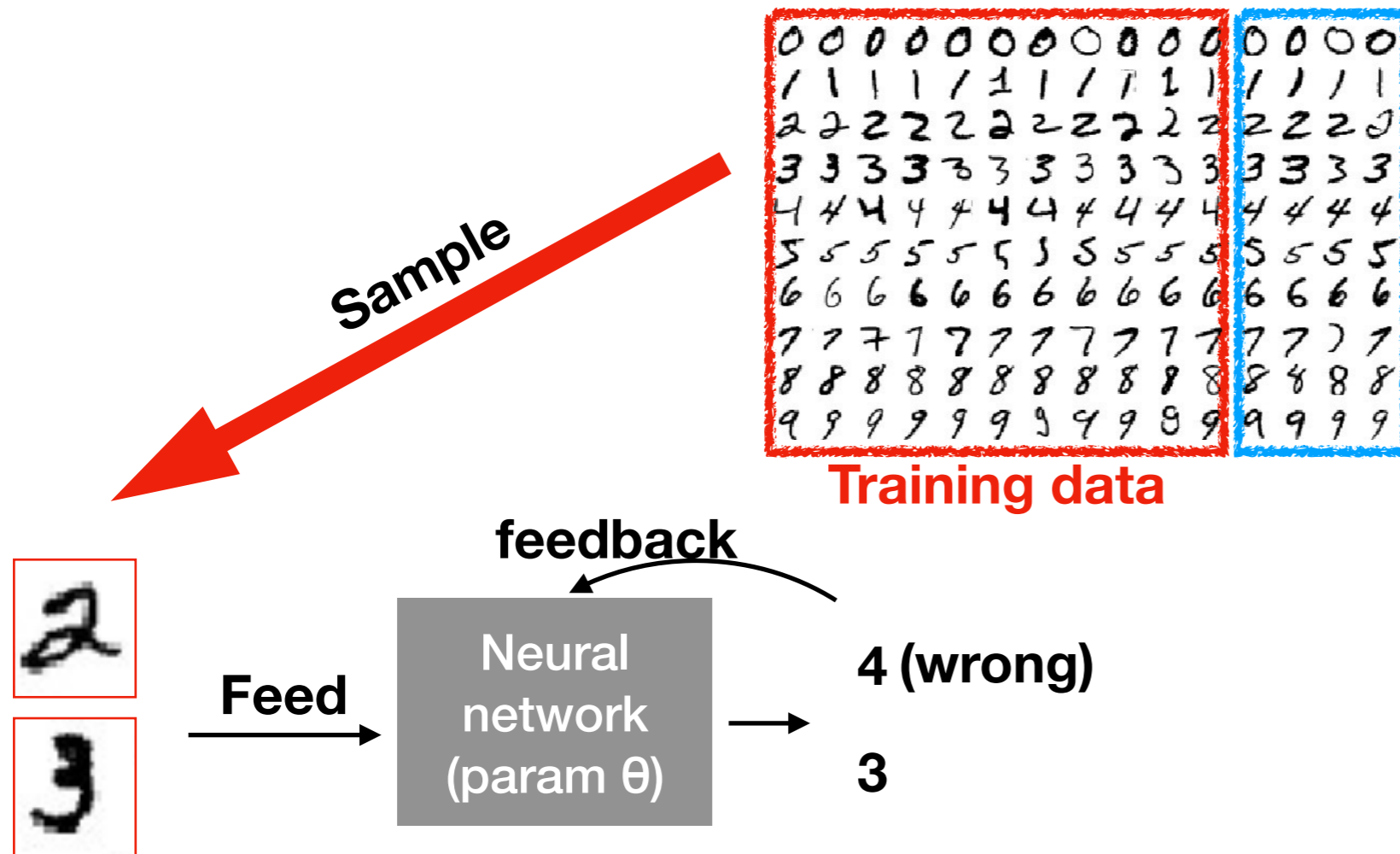
E.g. Supervised learning using neural networks



Machine learning?

Data (empirical knowledge) determine output

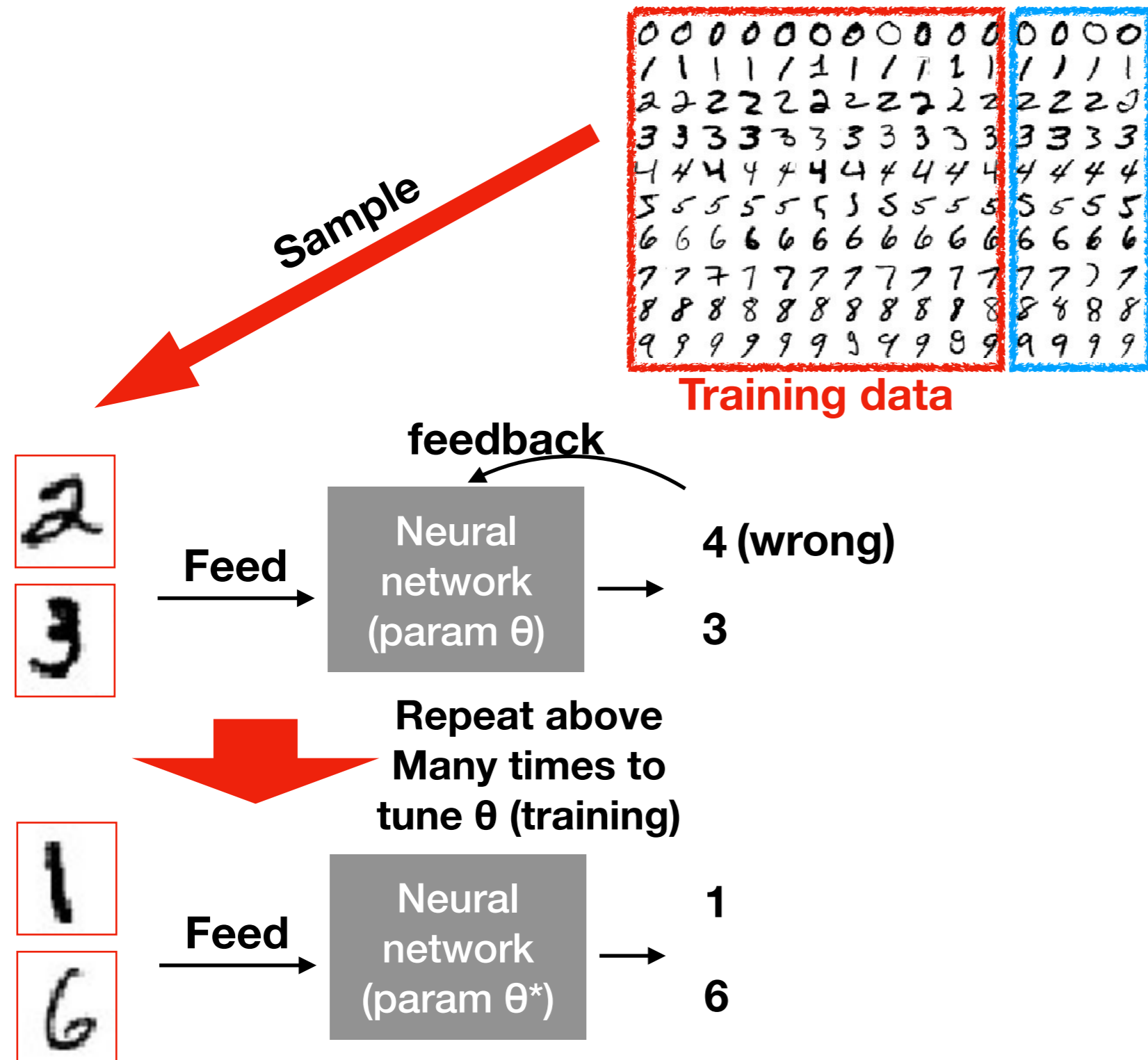
E.g. Supervised learning using neural networks



Machine learning?

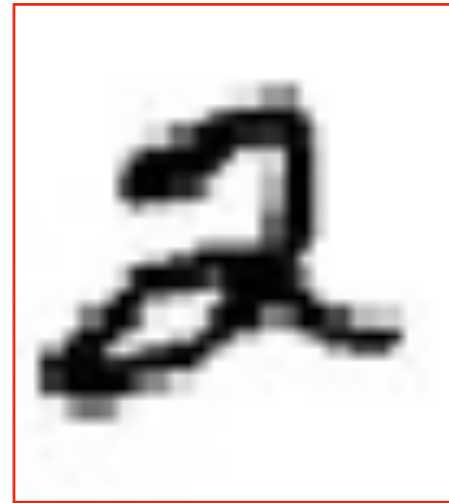
Data (empirical knowledge) determine output

E.g. Supervised learning using neural networks



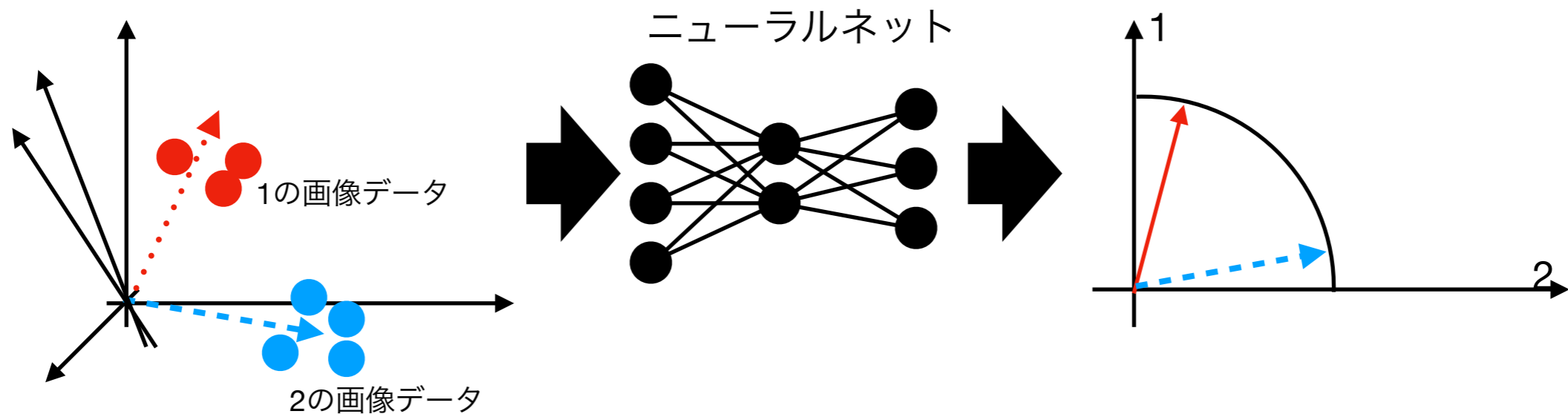
Machine learning?

Data (empirical knowledge) determine output



$$= \begin{pmatrix} 0.624 \\ 0.21 \\ 0.3434 \\ 0.756 \\ 0.3456 \\ 0.64 \\ 0.251 \\ 0.11 \\ 0.23 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

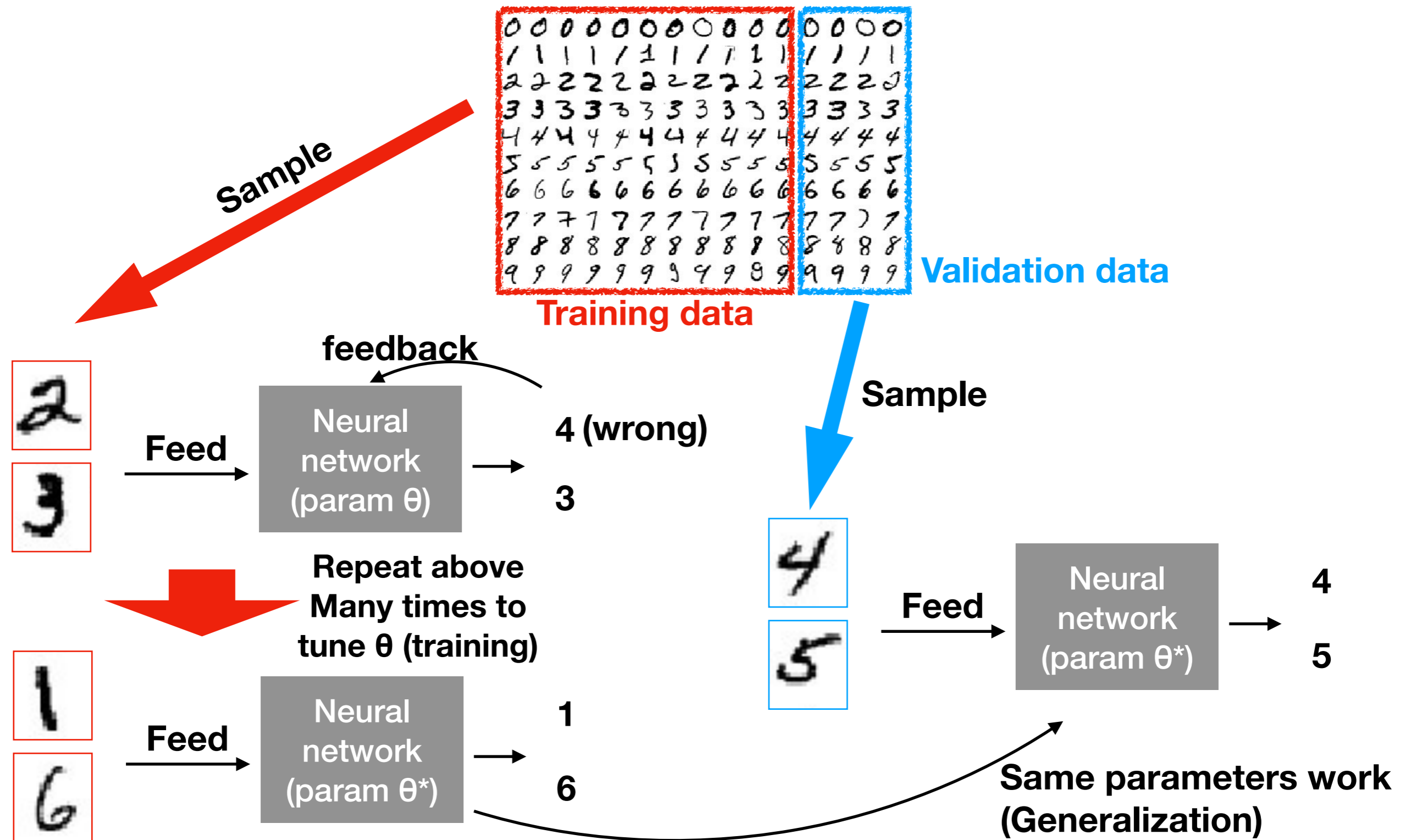
画像はベクトル



Machine learning?

Data (empirical knowledge) determine output

E.g. Supervised learning using neural networks



Unsupervised learning is one of class of machine learning

- 教師あり学習
 - 画像認識など、教師ラベルありのもの。
- 教師なし学習
 - 教師ラベルなしでの分類。データの分布を理解する。
- 強化学習
 - e.g. Alpha GOなど

Too many to introduce...

格子QCDへの応用に話を限ります

1. 格子QCD

1. Configuration generation in LQCD
2. Reduction of cost in measurements
3. Application to QCD thermodynamics

2. Phenomenology

3. String, AdS/CFT

4. Condensed matter

[ディープラーニングと物理学2020]のホームページなどを見てください

物理量の決定にまつわる話

3点関数の決定と輸送係数の決定

格子QCDでは、ゲージ配位を作ったあと、測定をする必要がある

たまたに測定で問題：

1. 計算コストが大変
2. 格子上でどうやって計算していいかわからない

1. の例として3点関数

2. の例として輸送係数

があり、それぞれ機械学習を使った解決法が提案されている

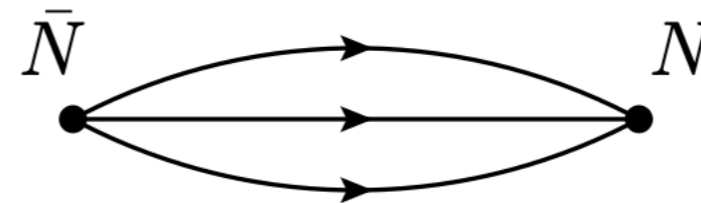
3点関数の予言

核子の行列要素を計算したいがコストが...

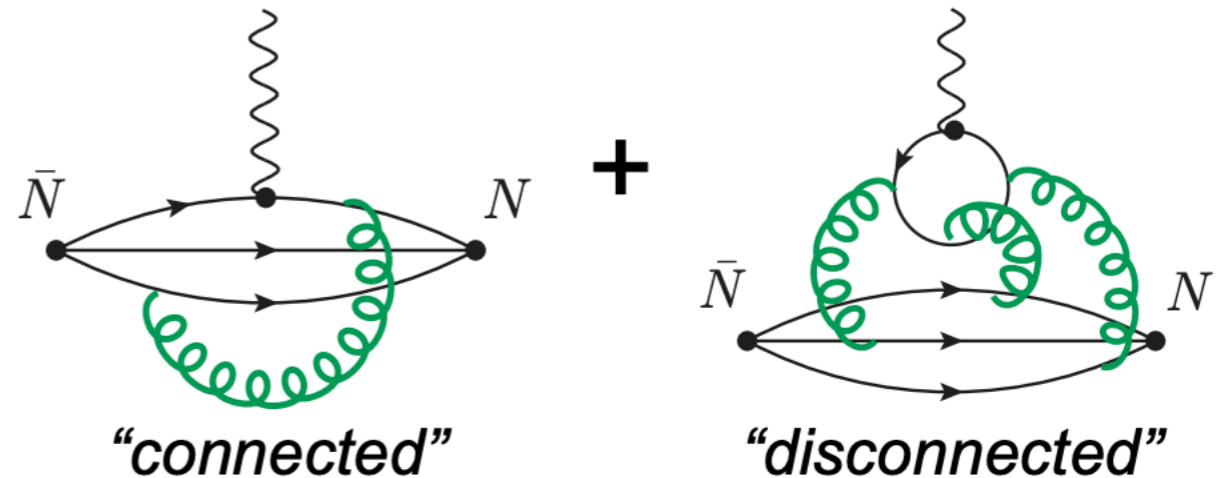
B Yoon et al 1807.05971, 1909.10990

$$R_{\mathcal{O}}(T, \tau; P, P') = \frac{\langle N(T) \mathcal{O}(\tau) \bar{N}(0) \rangle}{\langle N(T) \bar{N}(0) \rangle} \xrightarrow{T, \tau, (T-\tau) \rightarrow \infty} \langle P' | \mathcal{O} | P \rangle$$

$$C_{2\text{pt}}(T) = \langle N(T) \bar{N}(0) \rangle =$$



$$C_{3\text{pt}}^{\mathcal{O}}(T) = \langle N(T) \mathcal{O}(\tau) \bar{N}(0) \rangle =$$



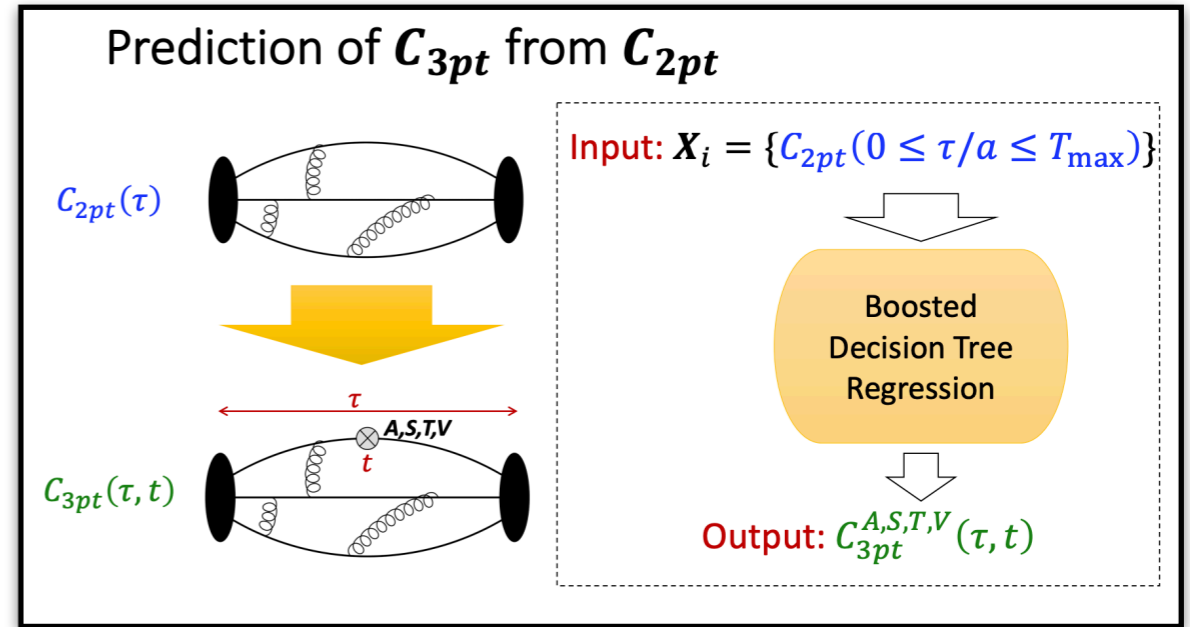
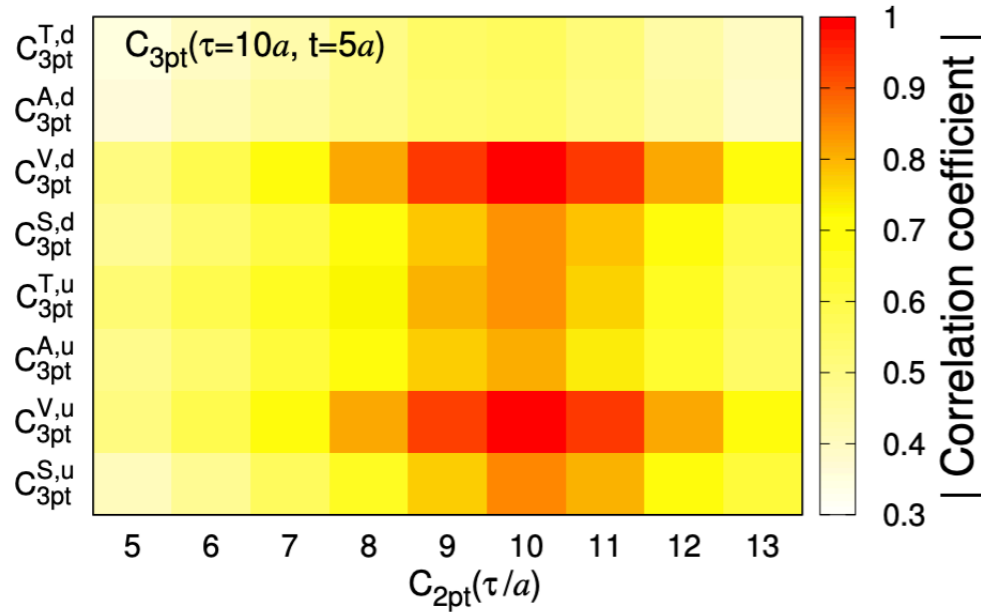
同じ配位から2点関数と3点関数を計算すると相関がある

→なんか予言できる？

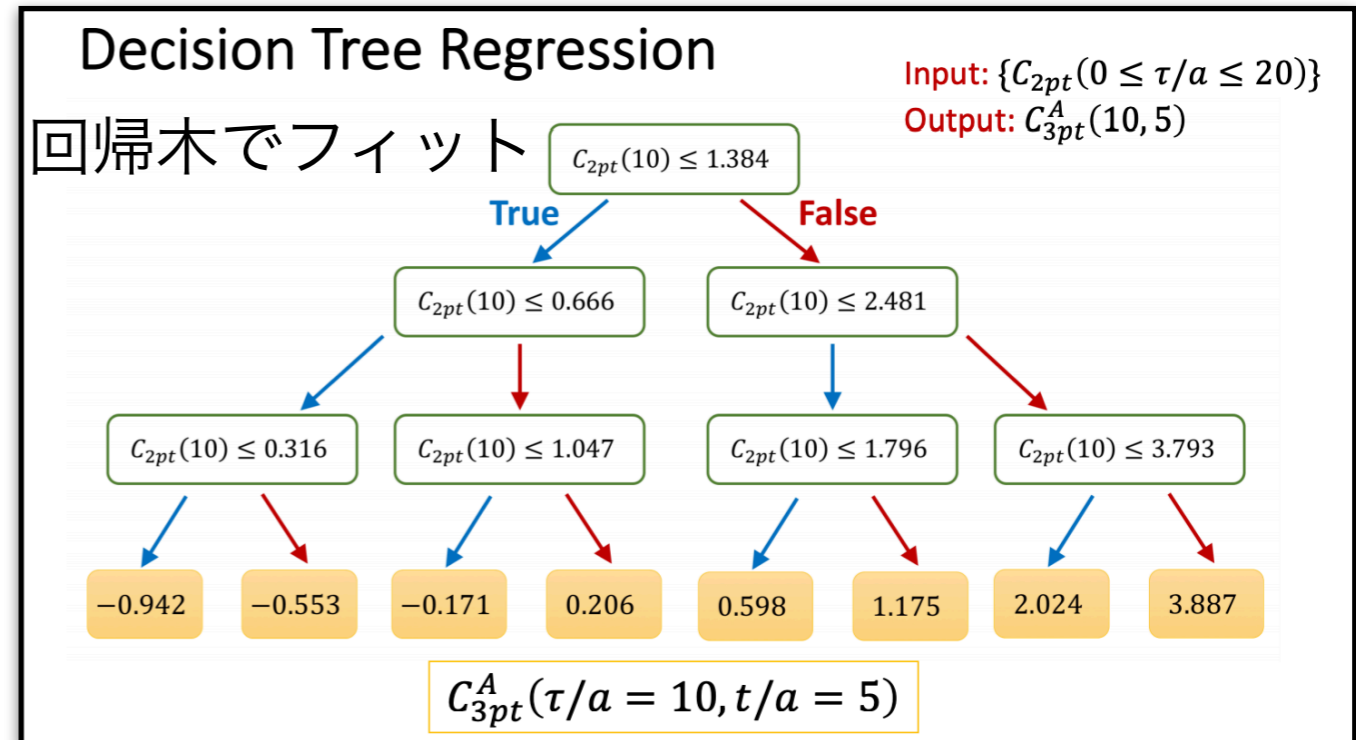
3点関数の予言

行列要素を計算したいがコストが...

B Yoon et al 1807.05971, 1909.10990



Conf#	3pt @ t=5, tau=10	2pt(tau=10)
1	-0.8	0.1
2	0.2	1.2
3	2.0	3.2



From Boram's slides in Lattice 2018

3点関数の予言

行列要素を計算したいがコストが...

とは言え、系統誤差が気になる

よく知られたAll mode averaging (AMA) と似た感じで補正できる

$$\bar{O} = \frac{1}{M-N} \sum_{i \in \{UD\}} O_i^P + \frac{1}{N_b} \sum_{i \in \{BC\}} (O_i - O_i^P),$$

第一項: 機械学習の予言

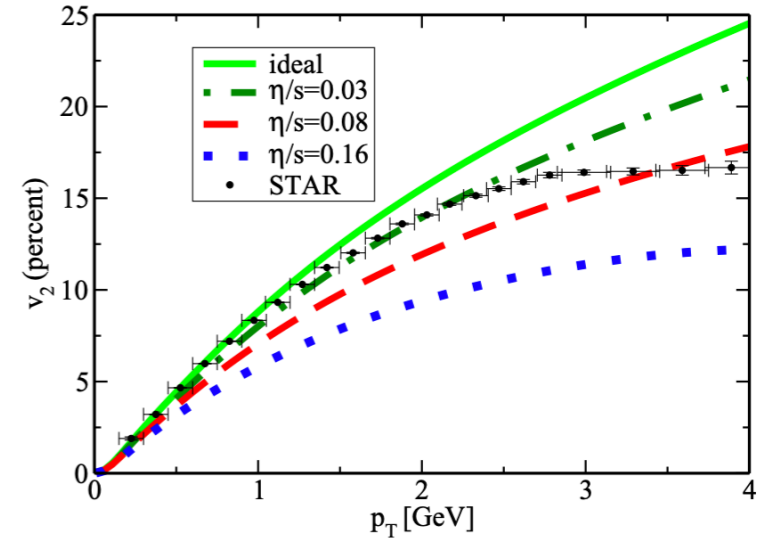
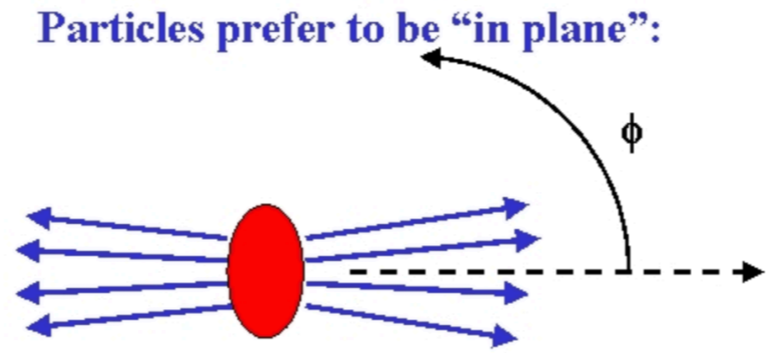
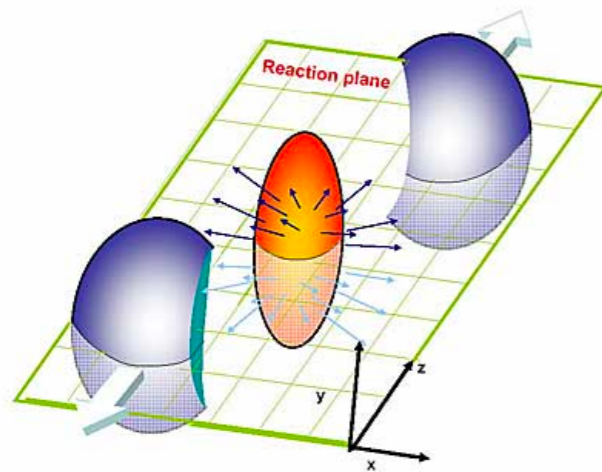
第二項: 補正項

	直接測定	$\mathcal{VP}2(\tau \rightarrow \infty)$ Cost(%) [$C_{2\text{pt}}, C_{3\text{pt}}(12)$]	
g_S	0.989(18)	0.981(20)	80
g_A	1.2303(51)	1.2304(61)	93
g_T	1.0311(51)	1.0326(54)	74
g_V	1.0443(19)	1.0440(21)	78

うまく行ってそう

輸送係数の決定(1/3)

格子QCDでスペクトル関数 $\rho(\omega)$ を決めるのは難しい



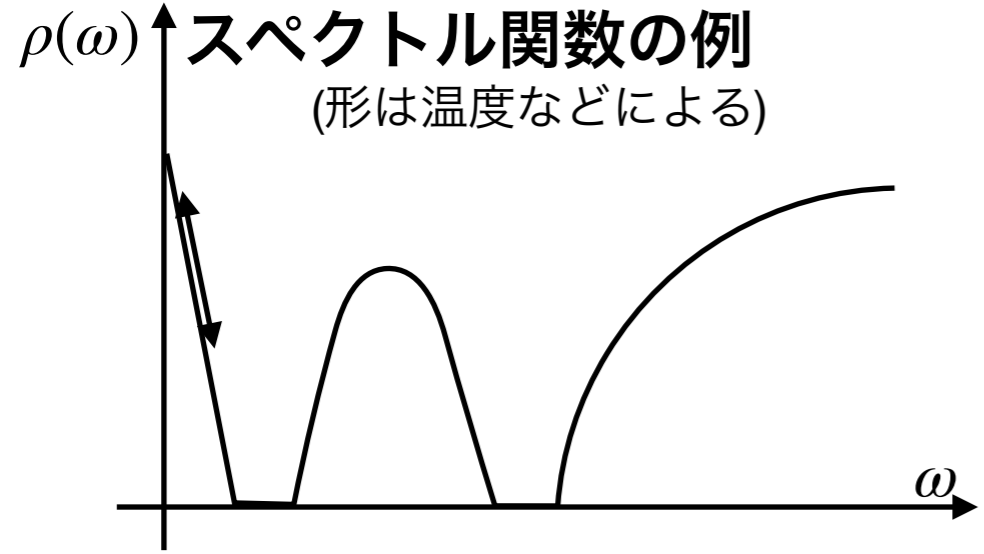
$\eta/s < 0.1?$

s: エントロピー密度、これは格子QCDで計算できていた

η : ずり粘性。むずかしい。

$$\eta(T) = \pi \left. \frac{d\rho(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=0}$$

$K \sim \tanh$



$$\frac{1}{T^5} \int d\vec{x} \langle T_{12}^R(0) T_{12}^R(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega K(\tau, \omega) \rho(\omega)$$

格子で測れる、 $x=0(10)$ 点 $\omega=0(1000)$ 点

↓未知

ρ を決めるのに情報が足りない (ill-posed)

[<https://www.bnl.gov/rhic/news/061907/story2.asp>, <https://www.bnl.gov/phobos/Presentations/paris01/sld025.htm>, 0706.1522]

輸送係数の決定(2/3)

スパースモデリング法

E. Ito, Y. Nagai
2004.02426

$$\frac{1}{T^5} \int d\vec{x} \langle T_{12}^R(0) T_{12}^R(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega K(\tau, \omega) \rho(\omega)$$

← スケマティックには

$$\begin{pmatrix} \langle TT \rangle_1 \\ \langle TT \rangle_2 \\ \langle TT \rangle_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \\ \rho_5 \end{pmatrix}$$

→ Kの対角基底

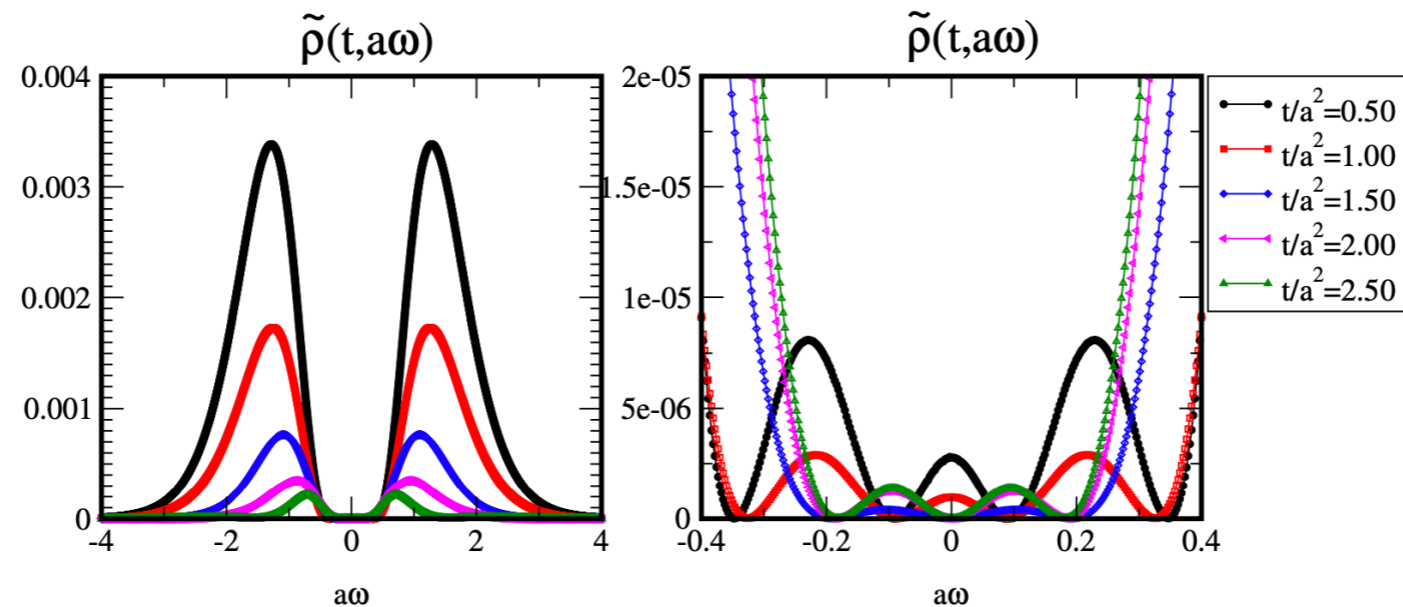
$$\begin{pmatrix} \langle TT \rangle'_1 \\ \langle TT \rangle'_2 \\ \langle TT \rangle'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho'_1 \\ \rho'_2 \\ \rho'_3 \\ \rho'_4 \\ \rho'_5 \end{pmatrix} \quad \text{データによらない。}$$

「 ρ' の内、データから決まるのは一部で決まらないのは0」という拘束条件をいれたら解ける。

Kの対角基底 + 拘束条件 + フィット = スパースモデリング法

輸送係数の決定(3/3)

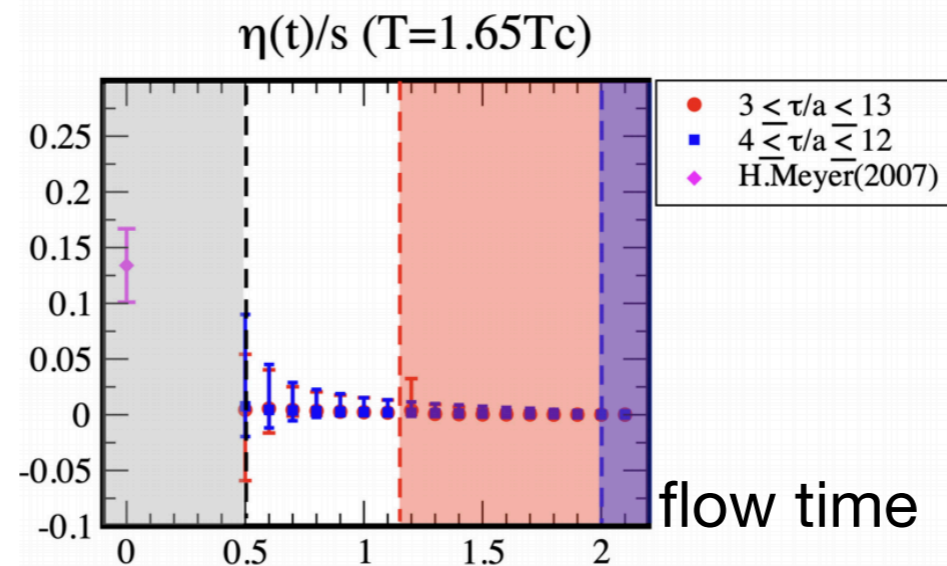
スパースモデリング法



E. Itou, Y. Nagai
2004.02426

Figure 6. The obtained spectral function $\tilde{\rho}(t, a\omega)$ as a function of $a\omega$. The right panel is an enlarged plot in $\omega \approx 0$ regime.

L = 64³ x 16, Plaquette gauge, beta = 6.3
s/T³ = 4.98(24)



Even for small statistics, it gives consistent results with small error

Summary for detection

3点の予言と輸送係数

- 数値計算のコスト削減の1種として機械学習がつかえる。
核子のチャージの計算は良さそう。
- スパースモデリング (& flow) で誤差少なく、輸送係数の計算
- スパースモデリングは一般的な手法で拘束条件も色々いれるのでできることが多いそう。

格子ゲージ理論の配位生成

ゲージ場配位の生成

サイコロを振って経路積分する

- 格子QCDの経路積分は有限次元積分

$$\langle O[\phi] \rangle = \frac{1}{Z} \int \frac{\mathcal{D}\phi e^{-S[\phi]} O[\phi]}{\mathcal{D}\phi}$$

$$\mathcal{D}\phi = \prod_{i \in \{\mathbb{Z}/L\}^4} d\phi_i : \sim 10000 \text{ 次元、台形法など絶望的}$$

表 5.1 誤差と次元と計算時間の関係

次元 s	誤差			
	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
4	10^2	10^4	10^6	10^8
20	10^{10}	10^{20}	10^{30}	10^{40}
100	10^{50}	10^{100}	10^{150}	10^{200}
500	10^{250}	10^{500}	10^{750}	10^{1000}

(確率的シミュレーションの基礎、手塚 集)

ゲージ場配位の生成

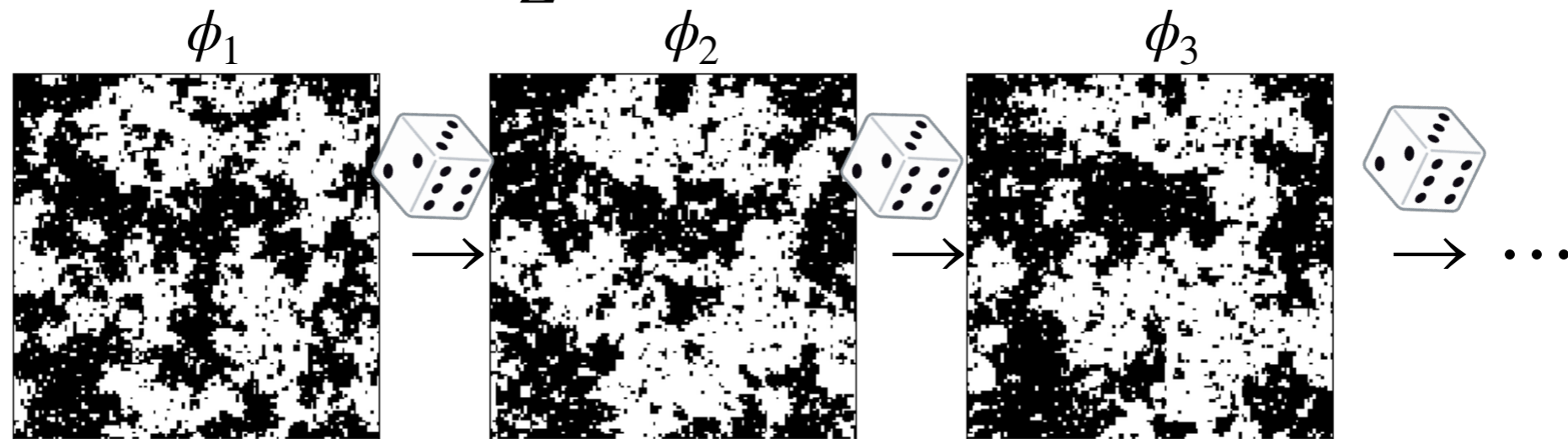
サイコロを振って経路積分する

- 格子QCDの経路積分は有限次元積分

$$\langle O[\phi] \rangle = \frac{1}{Z} \int \frac{\mathcal{D}\phi e^{-S[\phi]} O[\phi]}{\mathcal{D}\phi}$$

$$\mathcal{D}\phi = \prod_{i \in \{\mathbb{Z}/L\}^4} d\phi_i : \sim 10000 \text{ 次元、台形法など絶望的}$$

代わりに $P[\phi] = \frac{1}{Z} e^{-S[\phi]}$ でマルコフ連鎖モンテカルロ法！



配位の列(アンサンブル)をつくり、統計平均で期待値を計算する

ゲージ場配位の生成

サイコロを振って経路積分する

- 格子QCDの経路積分は有限次元積分

$$\langle O[\phi] \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}\phi e^{-S[\phi]} O[\phi]$$

$\mathcal{D}\phi = \prod_{i \in \{\mathbb{Z}/L\}^4} d\phi_i : \sim 10000 \text{ 次元、台形法など絶望的}$

$$= \frac{1}{N} \sum_k^N O[\phi_k] \pm O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right) \quad \text{マルコフ連鎖: } P[\phi] = \frac{1}{Z} e^{-S[\phi]}$$

- 台形法などは積分の次元が高いときに誤差が大きい、時間かかる
- モンテカルロ法は、次元に依存しないので使える
- モンテカルロ法の誤差は、独立なサンプル数で決定されている。

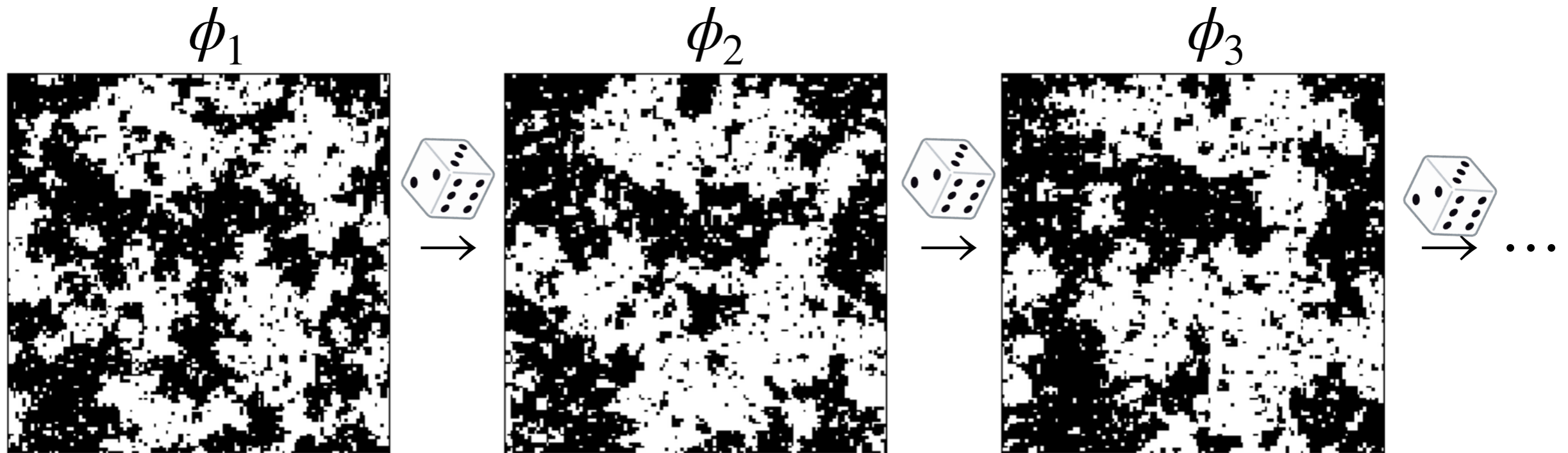
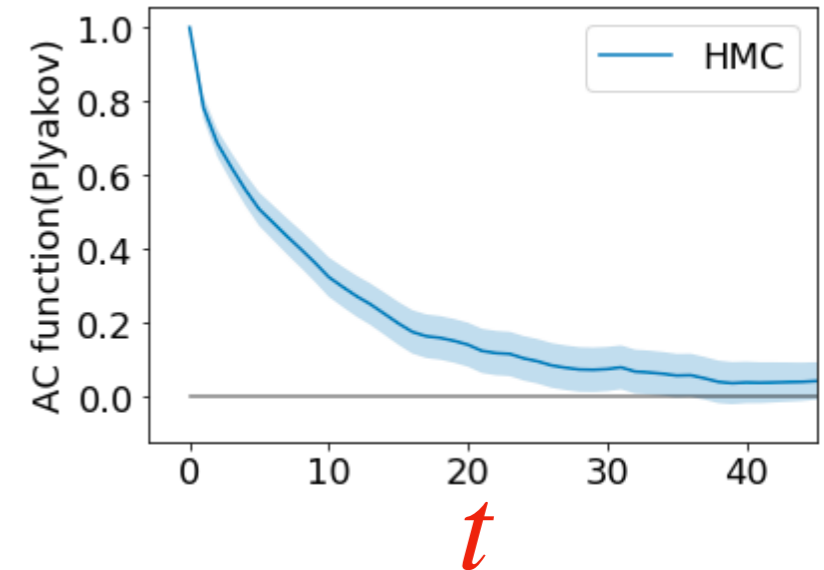
ゲージ場配位の生成

サンプル間に相関→コスパ悪くなる

$$\langle O[\phi] \rangle = \frac{1}{N} \sum_k^N O[\phi_k] \pm O\left(\frac{1}{\sqrt{N_{indep}}}\right)$$

$$N_{indep} = \frac{N}{2\tau_{ac}}$$

$$\bar{\Gamma}(t) = \frac{1}{N-t} \sum_k (O[\phi_{k+t}] - \bar{O})(O[\phi_k] - \bar{O}) \sim e^{-t/\tau_{ac}}$$



Γ や τ_{ac} は、配位間の類似度を測定している

長い自己相関はいつ起こる？

自己相関は相転移があると長くなる

Data from
Nf=3, standard staggered
with magnetic field

$$L^3 \times N_t = 16^3 \times 4$$

$$ma = 0.03$$

β	N_{conf}	τ_{ac}	N_{indep}
5.166	15k	47	160
5.167	20k	224	45
5.168	20k	656	15
5.169	20k	2940	3
5.170	15k	1306	6
5.171	14k	58	116
5.172	10k	48	106

k=1000

$$N_{indep} = \frac{N_{conf}}{2\tau_{ac}}$$

Critical temp.

$$\langle O[\phi] \rangle = \frac{1}{N_{conf}} \sum_k^{N_{conf}} O[\phi_k] \pm O\left(\frac{1}{\sqrt{N_{indep}}}\right)$$

$$\tau_{ac} \sim \xi^z \sim L^z \quad \begin{array}{l} z: \text{Dynamic critical exponent (see 1703.03136)} \\ \tau_{ac}: \text{アルゴリズム依存 (N. Madras et. al 1988)} \end{array}$$

もし z が小さい(or shorter τ_{ac}) アルゴリズムをみつければ、
相転移点 (~ 連続極限) に近くても計算コストが削減できる。

自己相関は減らせるか？

機械学習で頑張る

$$\langle O[\phi] \rangle = \frac{1}{N} \sum_k^N O[\phi_k] \pm O\left(\frac{1}{\sqrt{N_{indep}}}\right)$$

$$N_{indep} = \frac{N}{2\tau_{ac}}$$

$$\bar{\Gamma}(t) = \frac{1}{N-t} \sum_k (O[\phi_{k+t}] - \bar{O})(O[\phi_k] - \bar{O}) \sim e^{-t/\tau_{ac}}$$

τ_{ac} is given by an update algorithm (N. Madras et. al 1988)

- 自己相関時間 τ_{ac} は配位の類似度を与える
- τ_{ac} はアルゴリズムに依存する
- **たとえば、 τ_{ac} が半分になれば、同じ時間で倍の計算ができる**

機械学習をつかって減らせないか？

Markov chain Monte-Carlo?

If detailed balance satisfied, we can sample using it

A key concept is the detailed balance condition:

If an update algorithm $P(\cdot|\cdot)$ satisfies

$$P(\phi_{k'} | \phi_k) e^{-S[\phi_k]} = P(\phi_k | \phi_{k'}) e^{-S[\phi_{k'}]}$$

it will converge in a desired distribution (skip proof, + some condition)

$$P_{eq}(\phi) = \frac{1}{\int \mathcal{D}\phi' e^{-S[\phi']}} e^{-S[\phi]}$$

Recent progress

Self-learning Monte Carlo

J.Liu, Y.Qi, Z.Meng, L.Fu (arXiv:1610.03137)

$$P(S_{k'} | S_k) = \min \left(\begin{array}{c} \text{Accept/Reject} \\ 1, \frac{e^{-\beta(H[S_{k'}] - H_{eff}[S_{k'}])}}{e^{-\beta(H[S_k] - H_{eff}[S_k])}} \end{array} \right) \underbrace{Q_{eff}(S_{k'} | S_k)}_{\text{Proposing part}}$$

Corrected by modified Metropolis test

Update using effective model (Cheap)

**This is an exact algorithm:
if the effective model far from the system, acceptance is zero.**

Recent progress

Self-learning Monte Carlo

J.Liu, Y.Qi, Z.Meng, L.Fu (arXiv:1610.03137)

$$P(S_{k'} | S_k) = \min \left(\begin{array}{c} \text{Accept/Reject} \\ 1, \frac{e^{-\beta(H[S_{k'}] - H_{eff}[S_{k'}])}}{e^{-\beta(H[S_k] - H_{eff}[S_k])}} \\ \text{Corrected by modified} \\ \text{Metropolis test} \end{array} \right) \underbrace{Q_{eff}(S_{k'} | S_k)}_{\text{Proposing part}} \\ \text{Update using} \\ \text{effective model} \\ \text{(Cheap)}$$

**This is an exact algorithm:
if the effective model far from the system, acceptance is zero.**

Testcase

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} S_i S_j - K \sum_{ijkl \in \square} S_i S_j S_k S_l,$$

No global update because of 2nd term

$$H_{eff} = E_0 - \tilde{J}_1 \sum_{\langle ij \rangle_1} S_i S_j$$

$$S_i = \pm 1$$

**Ising model with parameter \tilde{J}_1
, which is determined by fitting!
(no fancy update is needed!)**

This has global update(cheap)

Recent progress

Self-learning Monte Carlo

J.Liu, Y.Qi, Z.Meng, L.Fu (arXiv:1610.03137)

$$P(S_{k'} | S_k) = \min \left(1, \frac{e^{-\beta(H[S_{k'}] - H_{eff}[S_{k'}])}}{e^{-\beta(H[S_k] - H_{eff}[S_k])}} \right) Q_{eff}(S_{k'} | S_k)$$

Accept/Reject
Proposing part

Corrected by modified Metropolis test
Update using effective model (Cheap)

This is an exact algorithm.

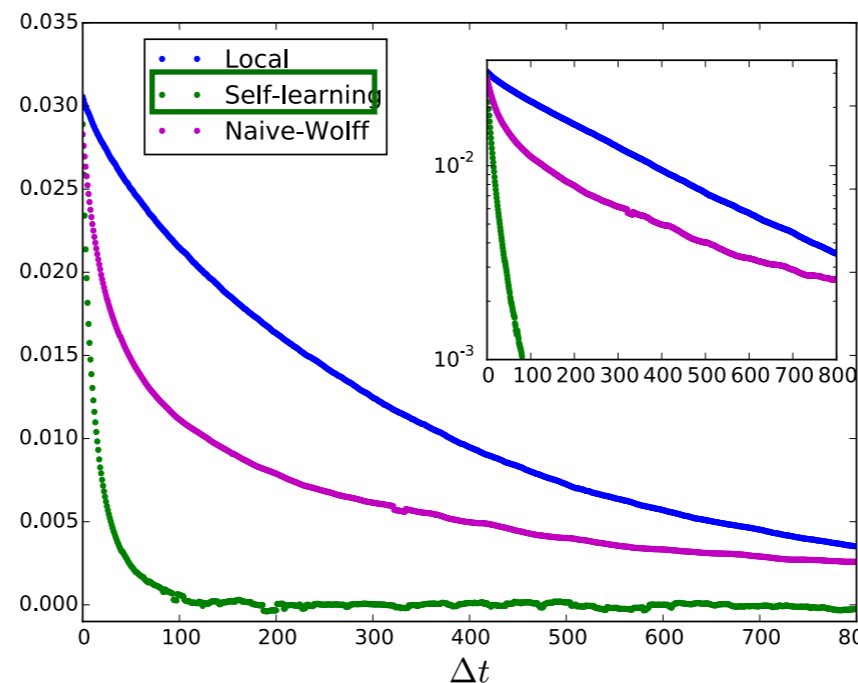
Testcase

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} S_i S_j - K \sum_{ijkl \in \square} S_i S_j S_k S_l,$$

$$H_{eff} = E_0 - \tilde{J}_1 \sum_{\langle ij \rangle_1} S_i S_j$$

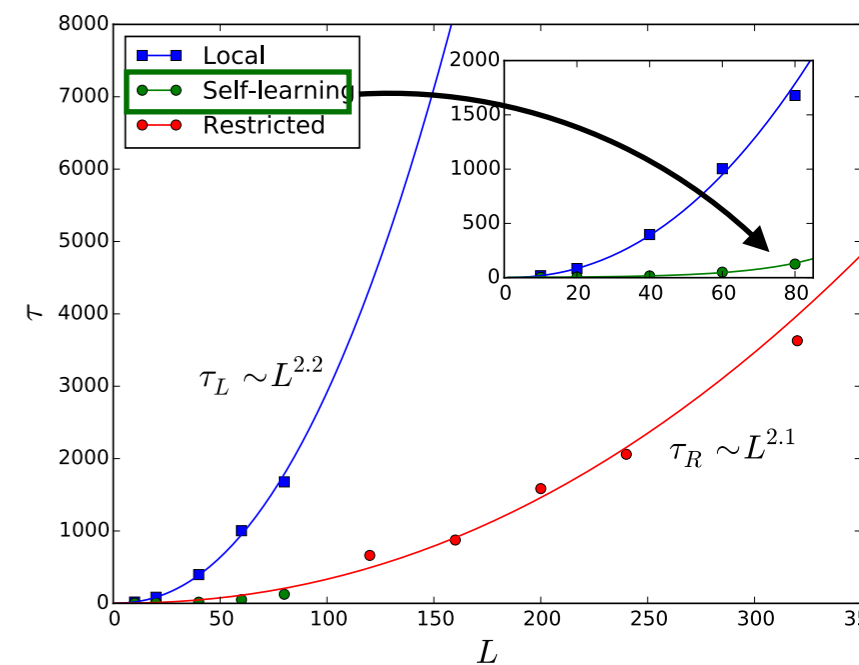
$$S_i = \pm 1$$

Autocorrelation function



24 time efficient

Dynamic Critical exponent



Very mild scaling

Recent progress

QCD with Self-learning Monte Carlo

work in progress

Collaborate with
Akinori Tanaka (Riken iTHENS)
Yuki Nagai (JAEA/ RIKEN AIP)

$$P(U_{k'} | U_k) = \min \left(1, \frac{e^{-(S[U_{k'}] - S_{eff}[U_{k'}])}}{e^{-(S[U_k] - S_{eff}[U_k])}} \right) Q_{eff}(U_{k'} | U_k)$$

Setup: SU(2) plaquette action + staggered quarks + 4dim

Effective action = hopping parameter expanded action, heatbath

Recent progress

QCD with Self-learning Monte Carlo

work in progress

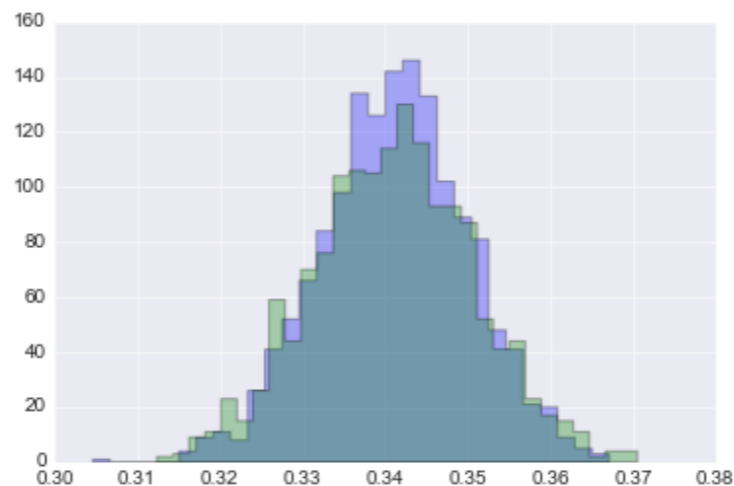
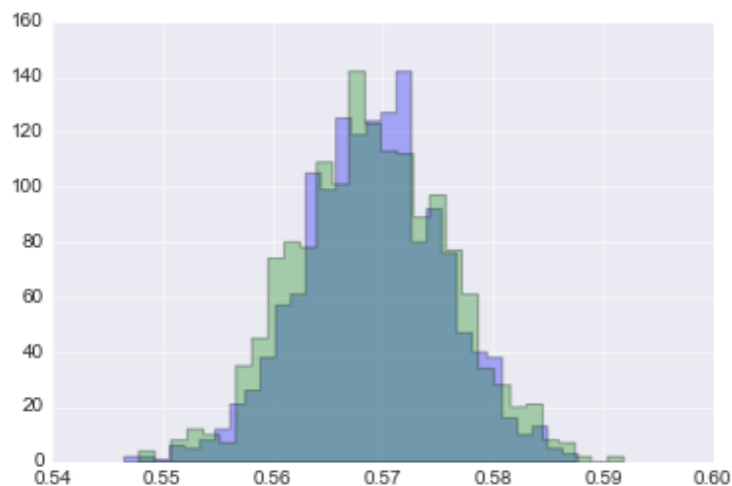
Collaborate with
Akinori Tanaka (Riken iTHENS)
Yuki Nagai (JAEA/ RIKEN AIP)

$$P(U_{k'} | U_k) = \min \left(1, \frac{e^{-(S[U_{k'}] - S_{eff}[U_{k'}])}}{e^{-(S[U_k] - S_{eff}[U_k])}} \right) Q_{eff}(U_{k'} | U_k)$$

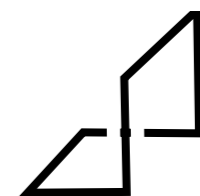
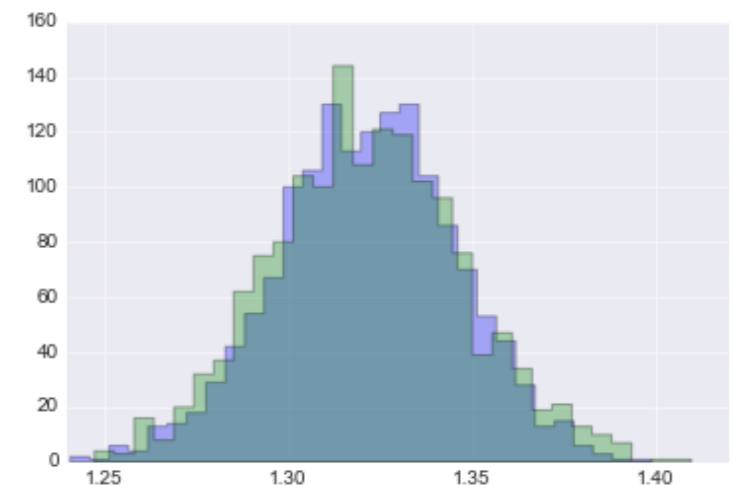
Setup: SU(2) plaquette action + staggered quarks + 4dim

Effective action = hopping parameter expanded action, heatbath

Observables (■=HMC, ■=SLMC)



So far so good



Recent progress

QCD with Self-learning Monte Carlo

work in progress

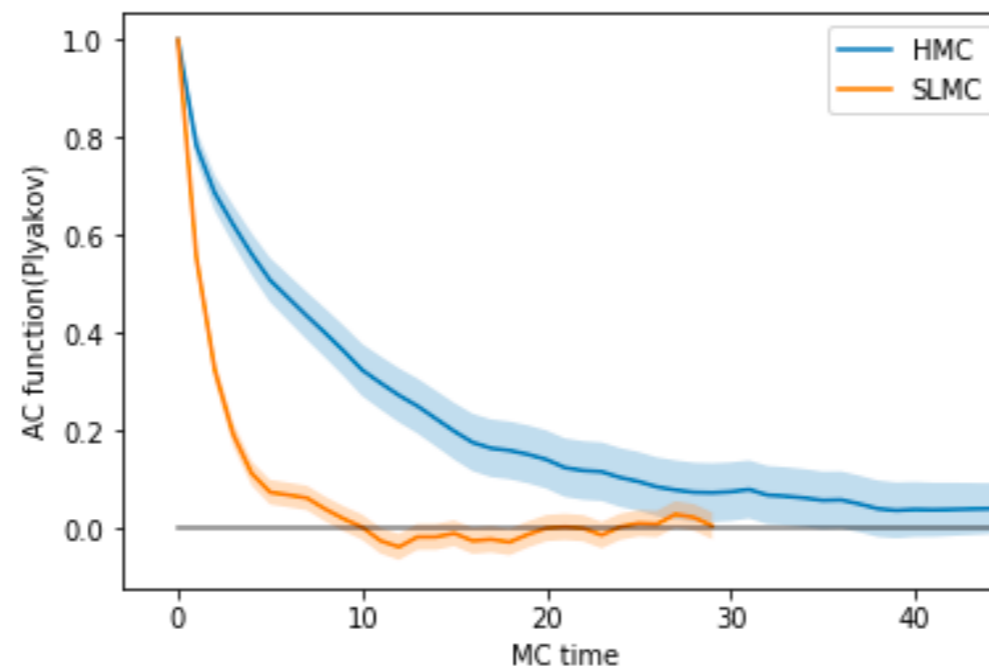
Collaborate with
Akinori Tanaka (Riken iTHENS)
Yuki Nagai (JAEA/ RIKEN AIP)

$$P(U_{k'} | U_k) = \min \left(1, \frac{e^{-(S[U_{k'}] - S_{eff}[U_{k'}])}}{e^{-(S[U_k] - S_{eff}[U_k])}} \right) Q_{eff}(U_{k'} | U_k)$$

Setup: SU(2) plaquette action + staggered quarks + 4dim

Effective action = hopping parameter expanded action, heatbath

Autocorrelation for Polyakov loop (■=HMC, ■=SLMC)



Recent progress

QCD with Self-learning Monte Carlo

work in progress

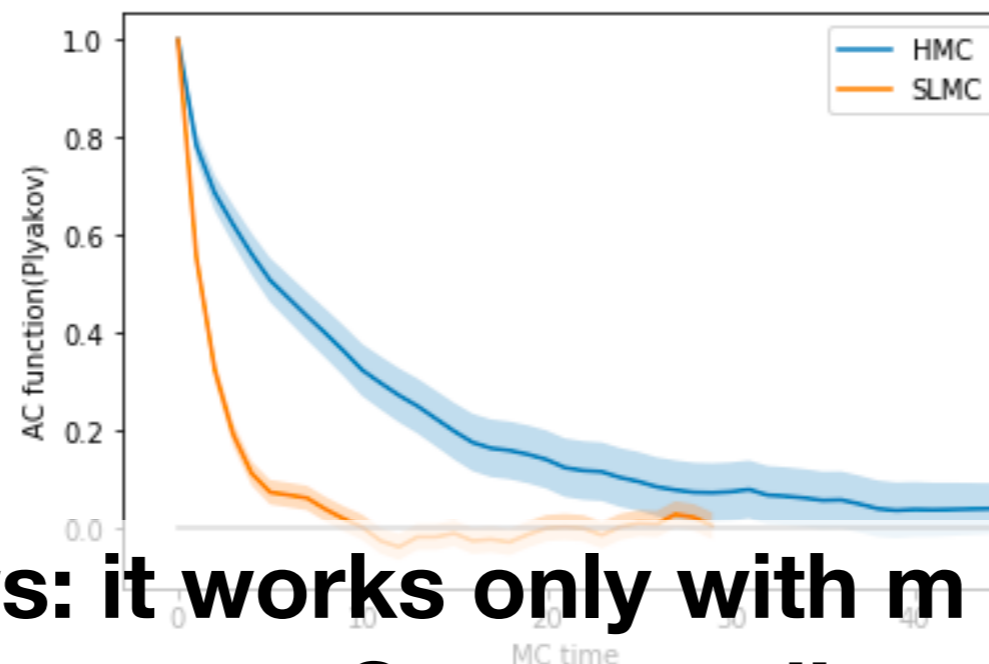
Collaborate with
Akinori Tanaka (Riken iTHENS)
Yuki Nagai (JAEA/ RIKEN AIP)

$$P(U_{k'} | U_k) = \min \left(1, \frac{e^{-(S[U_{k'}] - S_{eff}[U_{k'}])}}{e^{-(S[U_k] - S_{eff}[U_k])}} \right) Q_{eff}(U_{k'} | U_k)$$

Setup: SU(2) plaquette action + staggered quarks + 4dim

Effective action = hopping parameter expanded action, heatbath

Autocorrelation for Polyakov loop (■=HMC, ■=SLMC)



Bad news: it works only with $m > 0.1$ for now
Stay tuned!

Flow based algorithm

(un)-Trivializing map

Luscher の夢 (0907.5491)

$$U \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} V \xrightarrow{\text{HMC}} V' \xrightarrow{\mathcal{F}} U'$$

Fig. 1. The proposed simulation algorithm for lattice QCD updates the gauge field U in three steps, following the arrows in this diagram, where the Hamilton function used in the HMC step has the standard kinetic term and includes the Jacobian of the field transformation \mathcal{F} (cf. subsect. 2.4).

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int \mathcal{D}[U] \mathcal{O}(U) e^{-S(U)}$$

$$U = \mathcal{F}(V) \quad \sim \text{Flow equation}$$

もし $S(\mathcal{F}(V)) - \ln \det \mathcal{F}_*(V) = \text{constant}$, ならば、

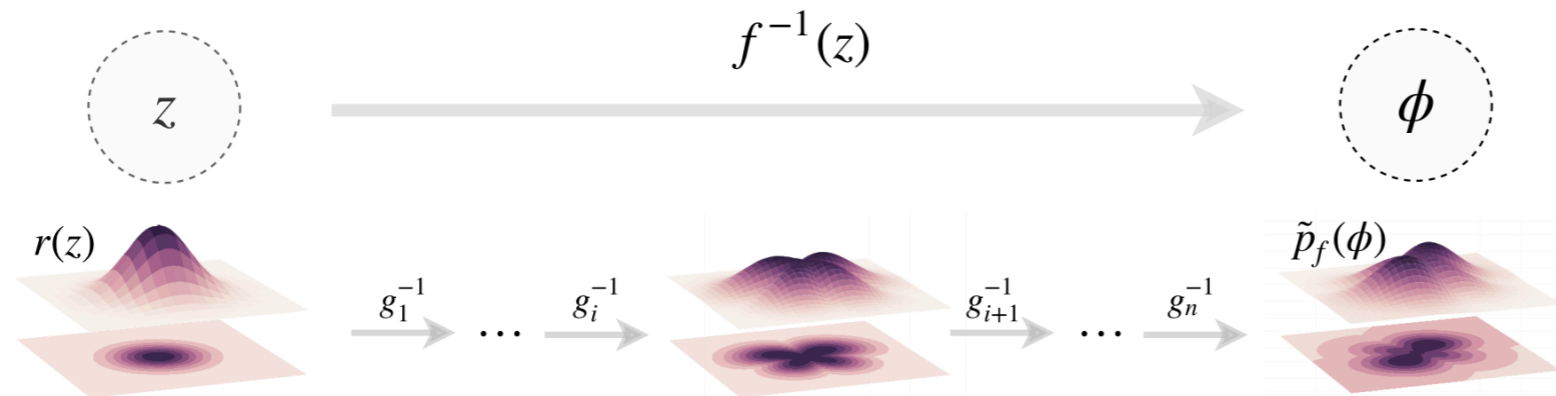
$$\langle \mathcal{O} \rangle = \int \mathcal{D}[V] \mathcal{O}(\mathcal{F}(V)).$$

実際には、Wilson flow だと Jacobian が...

Flow based algorithm

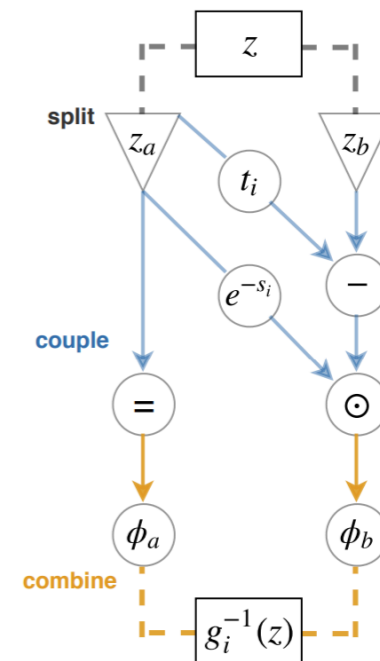
(un)-Trivializing map

2d scalar



(a) Normalizing flow between prior and output distributions

MIT + Google brain



(b) Inverse coupling layer

FIG. 1: In (a), a normalizing flow is shown transforming samples z from a prior distribution $r(z)$ to samples ϕ distributed according to $\tilde{p}_f(\phi)$. The mapping $f^{-1}(z)$ is constructed by composing inverse coupling layers g_i^{-1} as defined in Eq. (10) in terms of neural networks s_i and t_i and shown diagrammatically in (b). By optimizing the neural networks within each coupling layer, $\tilde{p}_f(\phi)$ can be made to approximate a distribution of interest, $p(\phi)$.

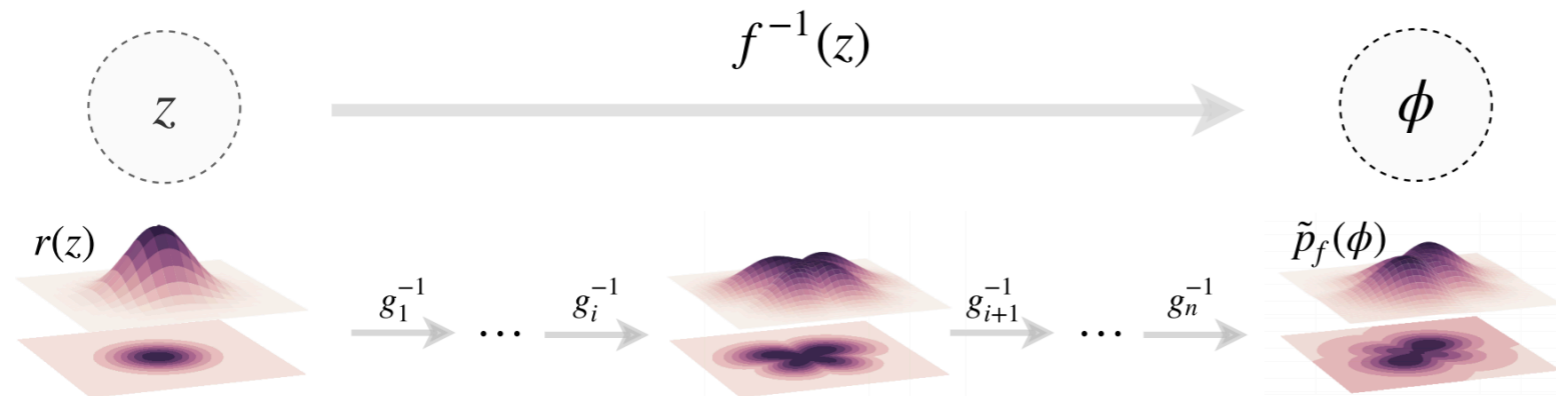
ニューラルネットで可逆なTrivializing map を再現
もし作れれば、自由場でサンプルして逆にたどればOK

Normalizing flow という仕組みでできる

Flow based algorithm

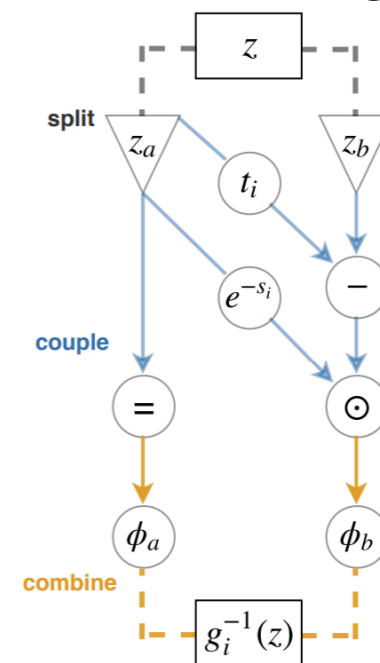
(un)-Trivializing map

2d scalar



(a) Normalizing flow between prior and output distributions

MIT + Google brain



(b) Inverse coupling layer

FIG. 1: In (a), a normalizing flow is shown transforming samples z from a prior distribution $r(z)$ to samples ϕ distributed according to $\tilde{p}_f(\phi)$. The mapping $f^{-1}(z)$ is constructed by composing inverse coupling layers g_i^{-1} as defined in Eq. (10) in terms of neural networks s_i and t_i and shown diagrammatically in (b). By optimizing the neural networks within each coupling layer, $\tilde{p}_f(\phi)$ can be made to approximate a distribution of interest, $p(\phi)$.

格子上の z をガウシアンでサンプル→inverse trivializing map

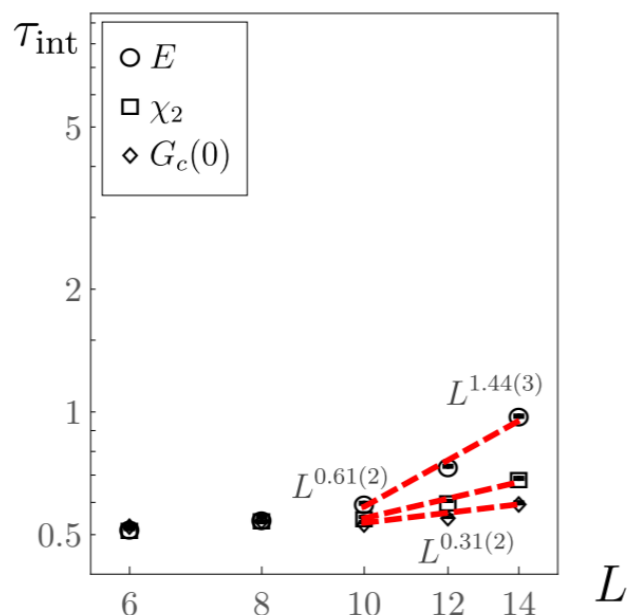
で場の理論の作用にあう様に変形していく。Jacobian も計算できる。

アンサンブルを作った後にメトロポリステスト→厳密！

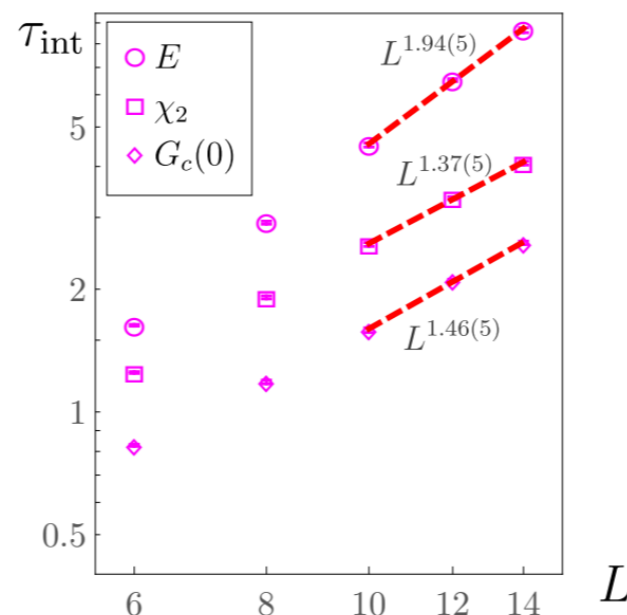
Flow based algorithm (un)-Trivializing map

MIT + Google brain

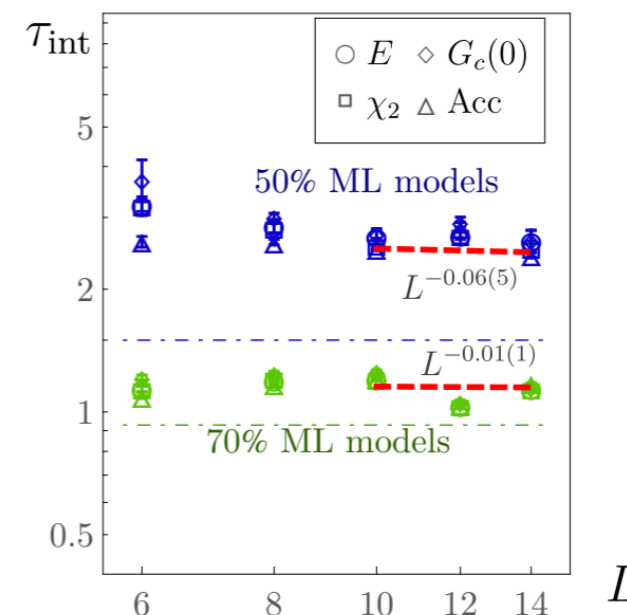
2d scalar



(a) HMC ensembles

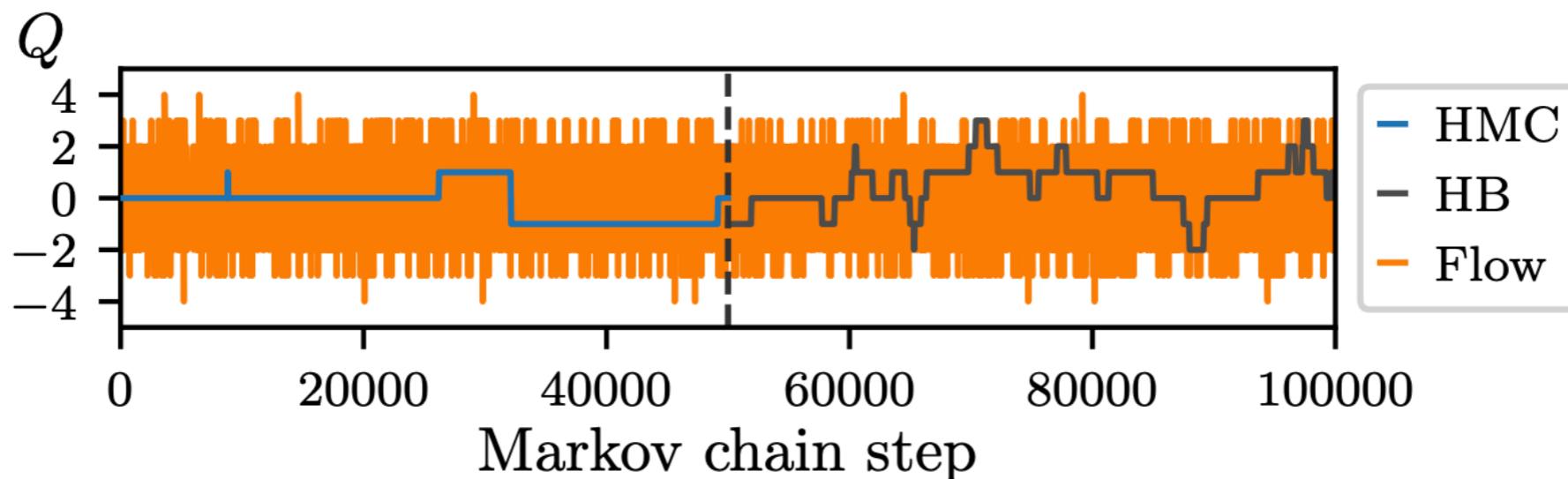


(b) Local Metropolis ensembles



(c) Flow-based MCMC ensembles

2d pure U(1)



2d pure SU(N) の結果もある。

Machine learning + MCMC = efficient(?)

- Markov chain Monte-Carlo enables us to evaluate expectation values of QFT but inefficiency comes from algorithm in practice = autocorrelation
- Autocorrelation can be reduced by using RBM but convergence is not guaranteed. We need to monitor distribution of observables
- Other works with GAN share same problem (worse?) for convergence. It is not guaranteed.
- Self-learning Monte-Carlo(SLMC) for LQCD might work well, at least it is a converging algorithm and **it can treat gauge field** but a lot of effort is needed.
- FLOW based model is OK, application in low dimension, quenched

2020年代にあたって

2020年代にあたって

2016年以降、色々方向性が固まってきた。次は？

機械学習を物理(格子QCD)に応用できることはわかった。

ほんとに良いの？

- 配位生成はOKとしても物理量は信頼できない。エラーバーは？
→ 出力の不定性を評価できれば...
- 見知らぬデータに関する誤差？
→ 汎化の理解が進めば...
- アルゴリズムはスケールするの？
→ 商用の応用があるのでこれは多分OK
- ほんとに信用できたり使える道具になるためにはこれらをなんとかしないと。
- もしこれらが乗り越えられたらもっと強力な道具に。

Machine learning provides us new techniques

- 通常の格子QCDの歴史でたとえるなら、1980年代前半から後半の領域に入ってきた？ (できないことも多いが、挑戦できること多そう)
- 分野としての課題 (2020年代?)
 - ニューラルネットの汎化の理解 (物理→機械学習の応用?)
 - 系統誤差のない/系統誤差を評価できる アルゴリズム・枠組みの開発 (工学的な道具から科学で使える道具へ)