暗黒物質の起源と力の大統一

阿部慶彦

(京大)

@ PPP2021

2021/09/07

藤間崇(金沢大), **津村浩二**(九州大), **山津直樹**(九州大)

との共同研究に基づく

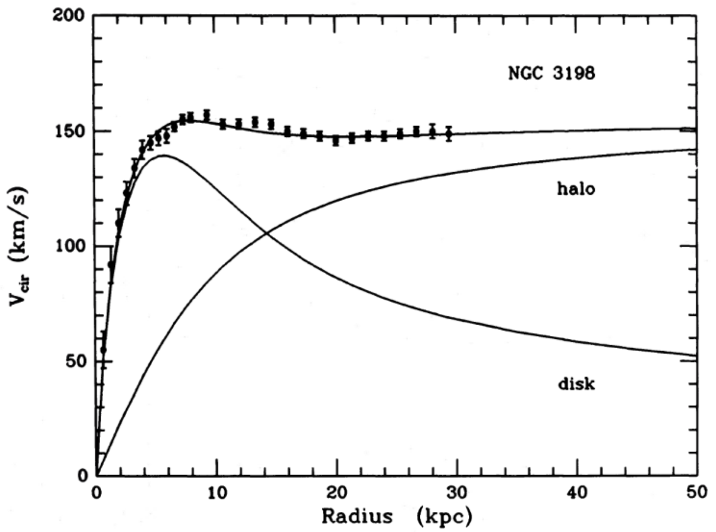
Ref. Phys. Rev. D **104**, 035011 [arXiv:2104.13523 [hep-ph]]

暗黒物質

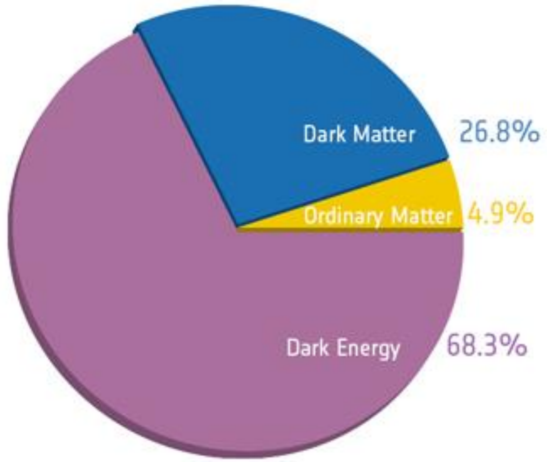
- 暗黒物質(DM)
  - DMの存在は観測結果から確実
  - DMの性質はまだまだ謎が多い
  - DMの発見⇒ BSMの大きな一歩

$$\boxed{\Omega_{\rm DM}h^2 = 0.120 \pm 0.001}$$

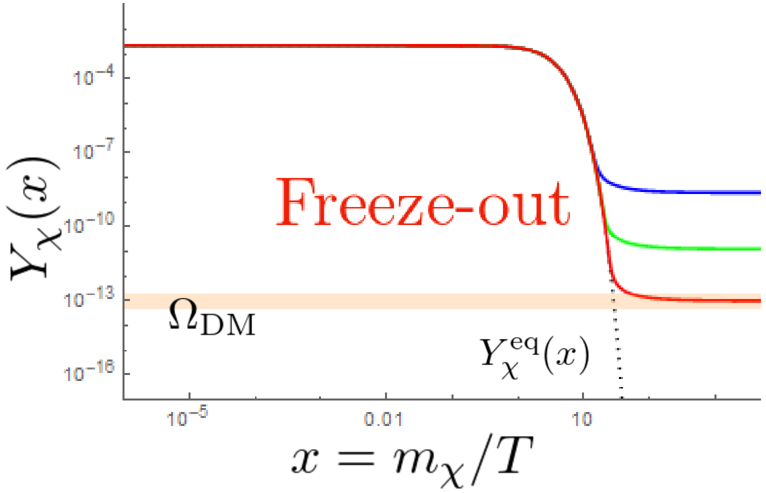
[PLANCK collaboration arXiv:1807.06209]

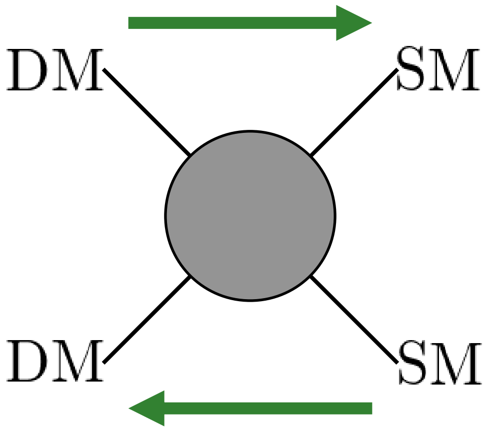


[Albada *et al.* '85]



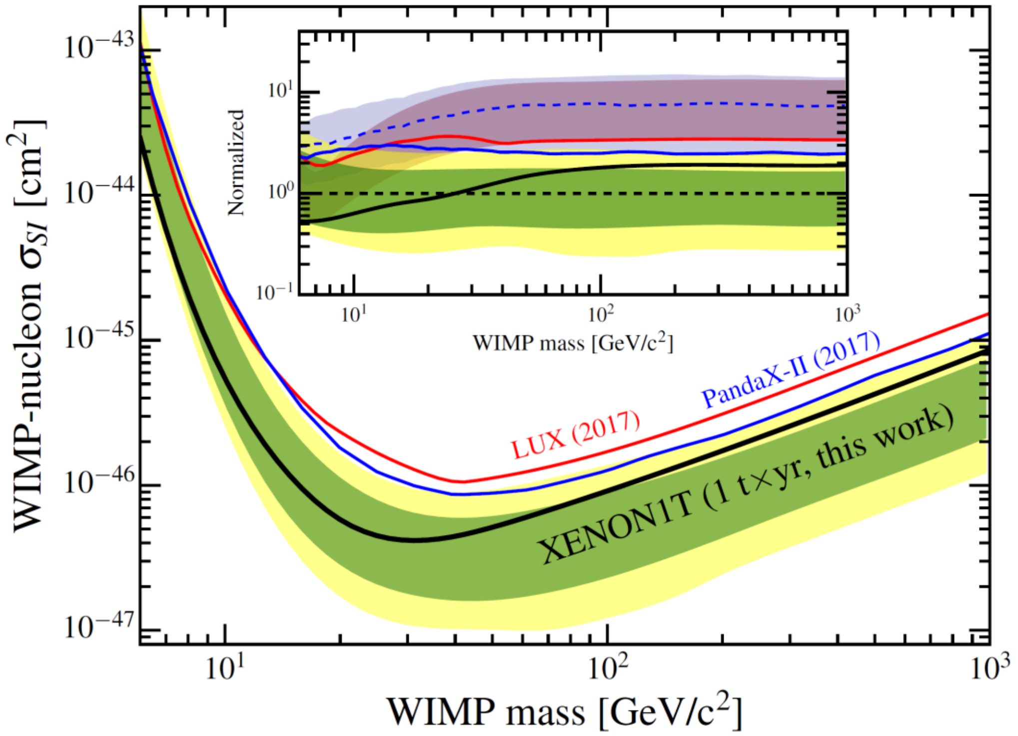
- WIMP DM → 熱的にDM残存量を説明



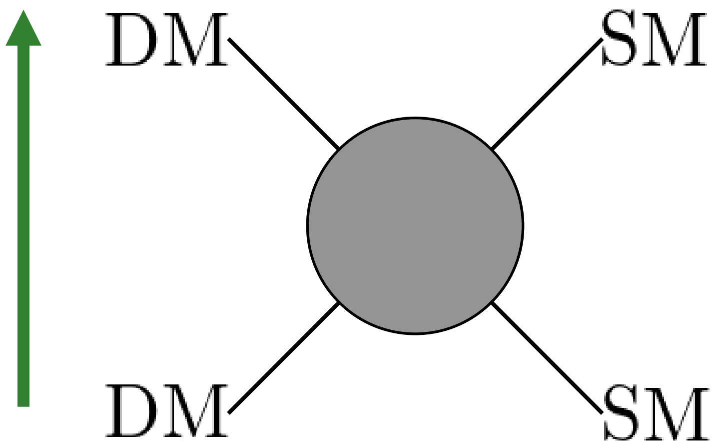


直接探索実験からの制限

- DMの直接探索実験からの制限
  LUX, PandaX-II, XENON
  ⇒ WIMPと核子との散乱断面積に**厳しい制限**



[XENON collaboration '18]



Nuclear recoil by dark matter

擬南部-ゴールドストンボソン(pNGB) DM

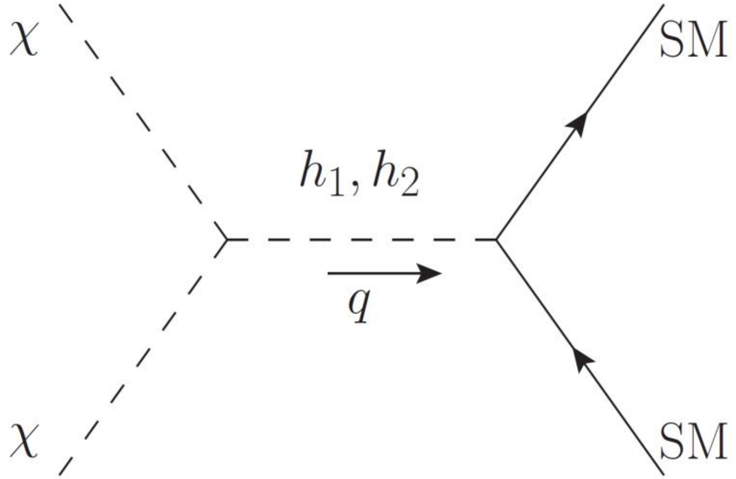
[Gross-Lebedev-Toma '17]

- SM + SM singlet scalar S w/ global $U(1)_S$
- Nambu-Goldstoneボソンのsoft-massを導入 → 対称性は$U(1)_S \to \mathbb{Z}_2$になる
→pseudo-Nambu-Goldstoneボソン (pNGB)

$$\mathcal{V}(H,S) = -\frac{\mu_H^2}{2}|H|^2 - \frac{\mu_S^2}{2}|S|^2 + \frac{\lambda_H}{2}|H|^4 + \frac{\lambda_S}{2}|S|^4 + \lambda_{HS}|H|^2|S|^2 - \frac{\boldsymbol{m^2}}{4}(S^2 + S^{*2})$$

- スカラー粒子はSM Higgs, 2nd Higgs, pNGB

- pNGB DMとSMフェルミオンの散乱振幅



$$\boxed{i\mathcal{M}_{\chi\mathrm{SM}\to\chi\mathrm{SM}} \sim \frac{\sin\theta\cos\theta(m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2)}{v_s m_{h_1}^2 m_{h_2}^2} q^2 \xrightarrow[q^2\to 0]{} 0}$$

Cf. soft pion theorem

pNGB DMとゲージ化された$U(1)_{B-L}$模型

[YA-Toma-Tsumura ’20]

pNGB DMの起源はどこだ？

- シンプルpNGB模型の紫外完全化は?
- Soft breaking termはどこから来るのか？

$$V_{\mathrm{soft}}(S) = -\frac{m^2}{4}(S^2 + S^{*2})$$

- 提案： ゲージ化された$U(1)_{B-L}$模型

[YA-Toma-Tsumura '20, Okada *et al.* '20]

UVの物理の(QGと整合的である)対称性は**ゲージ対称性**
(離散対称性 → ゲージ化された離散対称性)

[Bansk-Seiberg '10, Vafa '05]

	Q_L	u_R^c	d_R^c	L	e_R^c	H	ν_R^c	S (DM)	Φ
$SU(3)_C$	$\mathbf{3}$	$\overline{\mathbf{3}}$	$\overline{\mathbf{3}}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$SU(2)_L$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$U(1)_Y$	$+1/6$	$-2/3$	$+1/3$	$-1/2$	$+1$	$+1/2$	0	0	0
$U(1)_{B-L}$	$+1/3$	$-1/3$	$-1/3$	-1	$+1$	0	$+1$	$+1$	$+2$

$$V(H,S,\Phi) \supset -\frac{\mu_c}{\sqrt{2}}(\Phi^* S^2 + \mathrm{h.c.}) \to -\underbrace{\frac{\mu_c}{\sqrt{2}}\langle\Phi^*\rangle}_{\sim m^2} S^2 + \mathrm{h.c.})$$

$$U(1)_S \times U(1)_\Phi \to U(1)_{B-L}$$

ゲージ化された$U(1)_{B-L}$模型

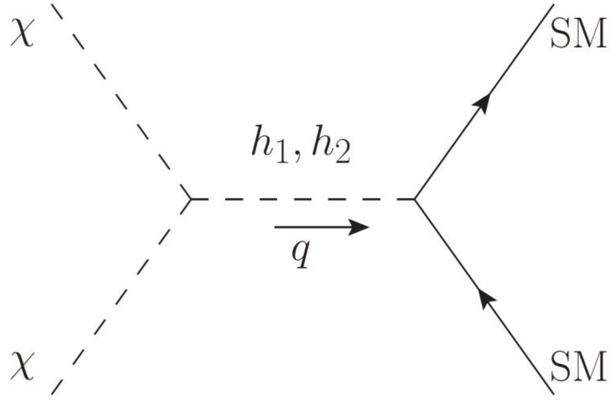
[YA-Toma-Tsumura '20]

- Lagrangian

$$\mathcal{L} = |D_\mu S|^2 + |D_\mu \Phi|^2 + i\overline{\nu_{Ri}} \not{D} \nu_{Ri} - \frac{1}{4} X_{\mu\nu}^2 \boxed{- \frac{\sin\epsilon}{2} X_{\mu\nu} B^{\mu\nu}} - y_{ij}^{\nu} \tilde{H}^\dagger \overline{\nu_{Ri}} L_j - \frac{y_{ij}^{\Phi}}{2} \Phi \overline{\nu_{Ri}^c} \nu_{Rj} + \text{h.c.} + \mathcal{L}_{\rm SM} - V(H, S, \Phi)$$

$U(1)_Y$と$U(1)_{B-L}$のキネティック混合

- ゲージ化された$U(1)_{B-L}$ 模型の直感的なストーリー



Energy scale

$|d\Phi + 2ig_{B-L}X|^2$

$\langle\Phi\rangle = v_\phi \sim 10^{13}$ GeV: $U(1)_{B-L}$ がv_ϕで破れる

$\tilde{\chi}$ がX_μに食べれる ⇒ X_μがmassiveに$m_X \sim v_\phi$

$$\boxed{i\mathcal{M} \propto -\frac{\sin\theta\cos\theta(m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2)}{v_s m_{h_1}^2 m_{h_2}^2} q^2 + \mathcal{O}(1/v_\phi)}$$

$v_s \sim$ TeV SM + singlet scalar S with S^2 term

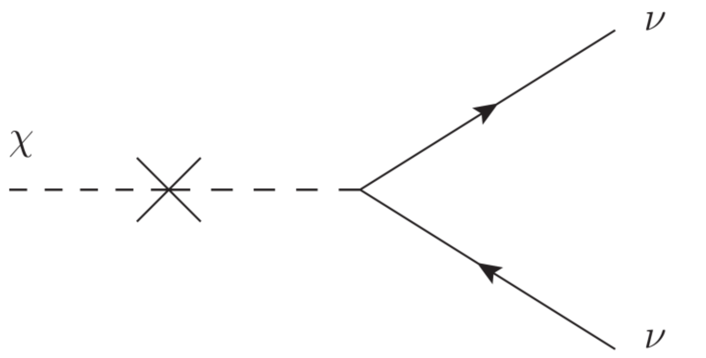
⇒ pNGB DM χ + 2nd Higgs h_2 = シンプルpNGB DM模型

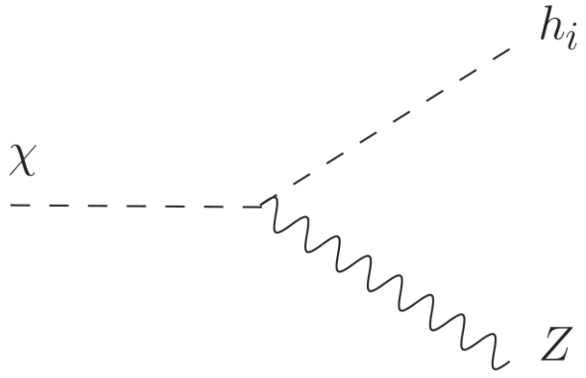
$v \sim 246$ GeV

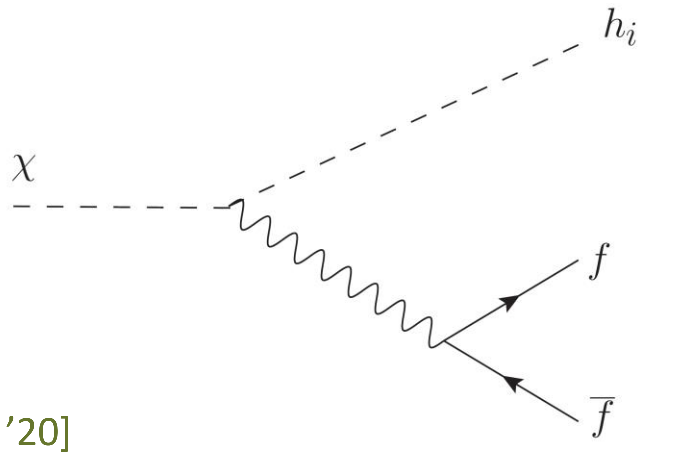
ゲージ化された$U(1)_{B-L}$模型

[YA-Toma-Tsumura '20]

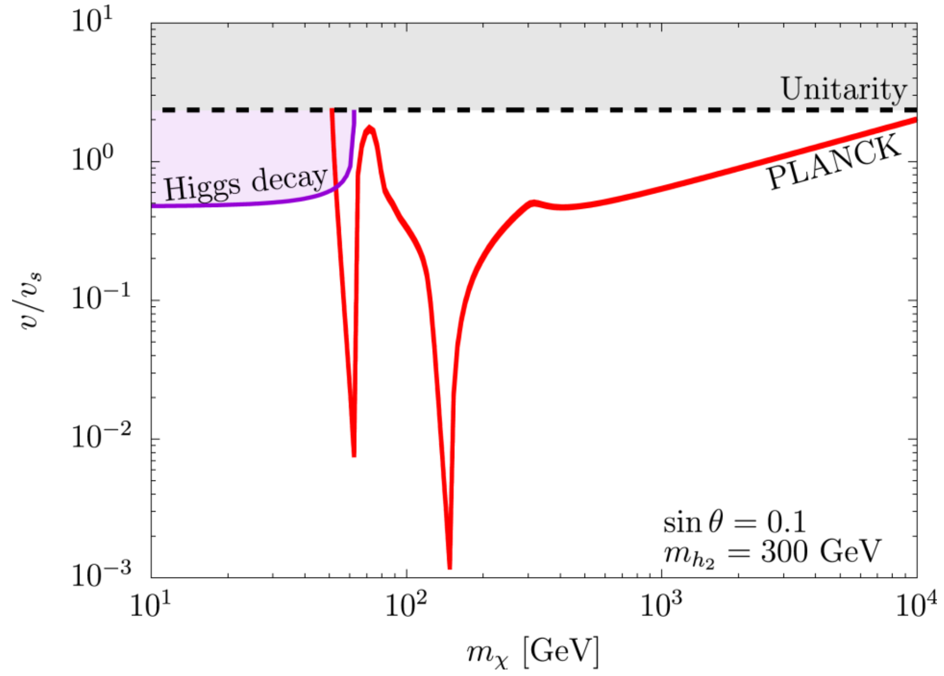
- ゲージ化 → ゲージ場との相互作用でDMが**安定化されない**



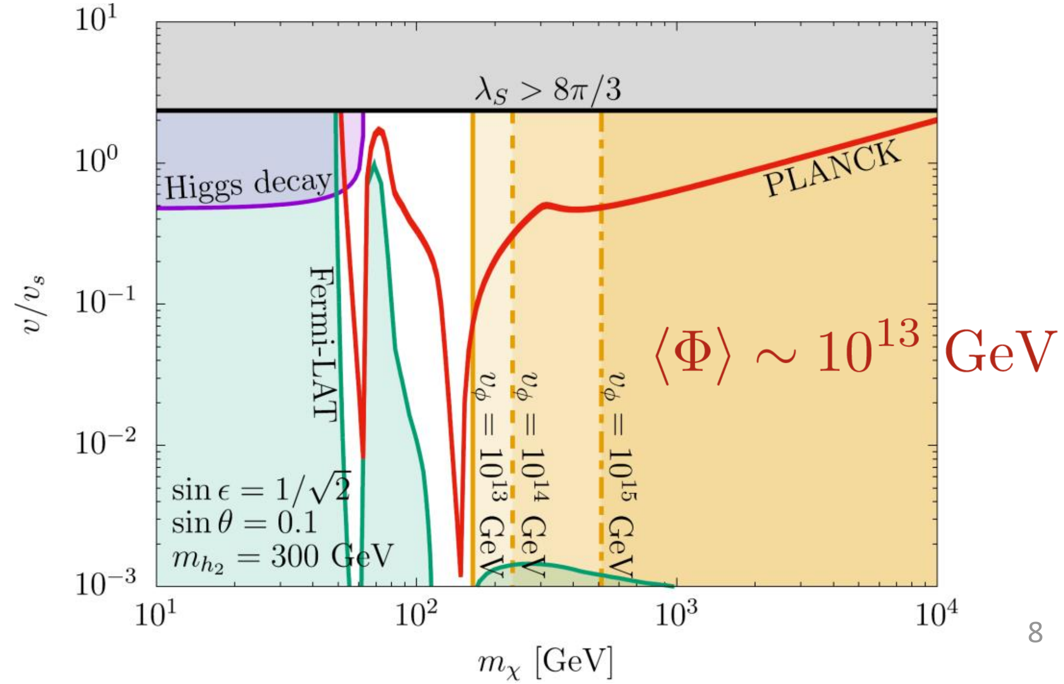




[Gross-Lebedev-Toma '17]



[YA-Toma-Tsumura '20]

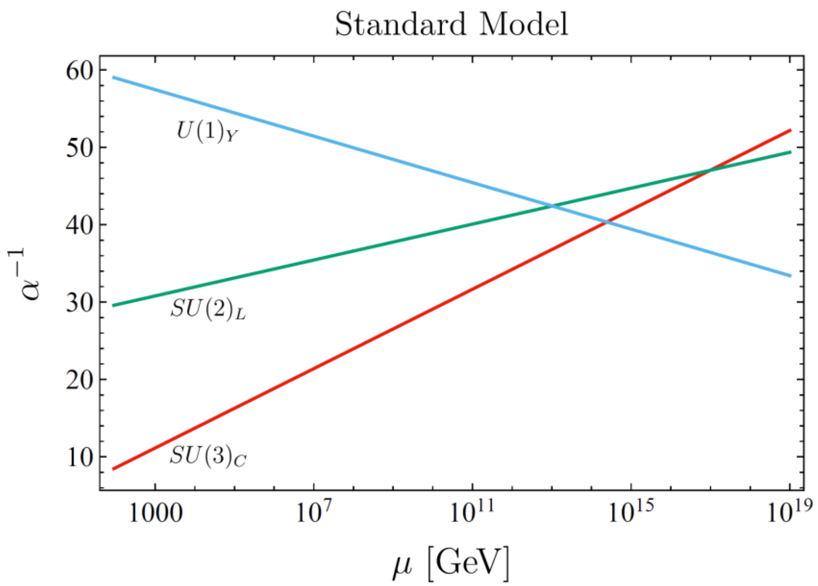


pNGB DMと力の大統一

[YA-Toma-Tsumura-Yamatsu ’21]

力の大統一

- SM → なぜか、うまくゲージアノマリーがキャンセルしている
- ゲージ結合定数のランニング → 力の統一？



- 大統一理論(GUT)：

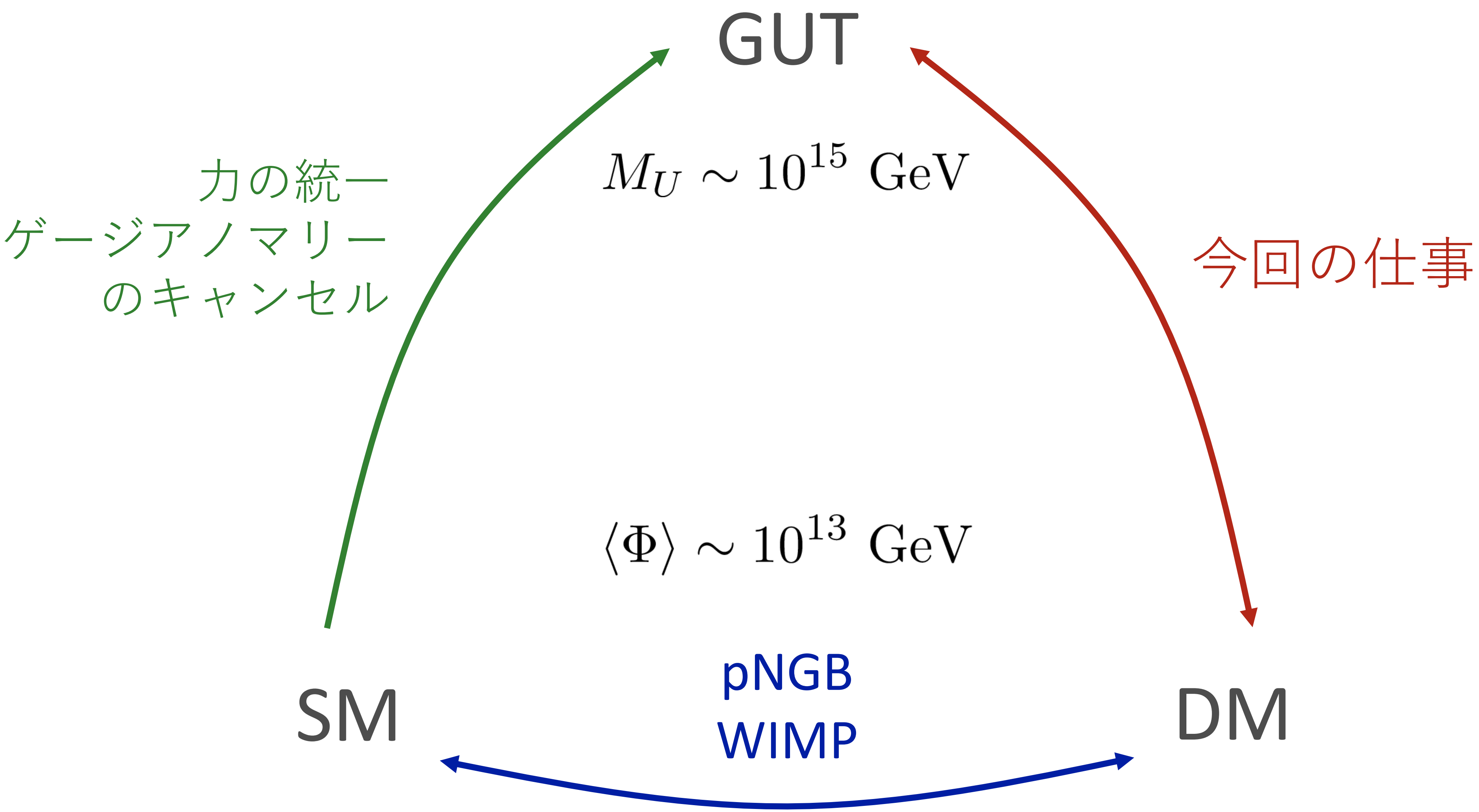
物質場とゲージ相互作用(重力を除く)を
ひとつのゲージ群に基づくゲージ理論に統合

→　今回は$SO(10)$大統一に注目

$$\left.\begin{array}{l} Q_L : (\mathbf{3},\mathbf{2})_{1/6} \sim 6 \\ u_R^c : (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{1})_{-2/3} \sim 3 \\ d_R^c : (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{1})_{1/3} \sim 3 \\ L : (\mathbf{1},\mathbf{2})_{-1/2} \sim 2 \\ e_R^c : (\mathbf{1},\mathbf{1})_{1} \sim 1 \\ \nu_R^c : (\mathbf{1},\mathbf{1})_{0} \sim 1 \end{array}\right\} \mathbf{16}$$

SMの一世代の物質場は$SO(10)$の
スピノール表現**16**に埋め込まれる

暗黒物質は力の大統一の夢を見るか？



$SO(10)$ pNGB DM模型

- 登場人物たち

[YA-Toma-Tsumura-Yamatsu '21]

	Ψ_{16}						Φ_{10}	Φ_{16}	$\Phi_{\overline{126}}$
$SO(10)$	$\mathbf{16}$						$\mathbf{10}$	$\mathbf{16}$	$\overline{\mathbf{126}}$
	$\psi_{(\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1})}$		$\psi_{(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})}$				$\phi_{(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2})}$	$\phi_{(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})}$	$\phi_{(\overline{\mathbf{10}},\mathbf{1},\mathbf{3})}$
G_{PS}	$(\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1})$		$(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})$				$(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2})$	$(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})$	$(\overline{\mathbf{10}},\mathbf{1},\mathbf{3})$
	Q_L	L	u_R^c	d_R^c	e_R^c	ν_R^c	H	S	Φ
$SU(3)_C$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$	$\overline{\mathbf{3}}$	$\overline{\mathbf{3}}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$SU(2)_L$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$U(1)_Y$	$+1/6$	$-1/2$	$-2/3$	$+1/3$	$+1$	0	$+1/2$	0	0
$U(1)_{B-L}$	$+1/3$	-1	$-1/3$	$-1/3$	$+1$	$+1$	0	$+1$	$+2$

- 対称性の破れのパターン

$$SO(10) \xrightarrow{\langle \Phi_{210}\rangle \neq 0} G_{\mathrm{PS}} = SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \xrightarrow{\langle \Phi_{\overline{126}}\rangle \neq 0} G_{\mathrm{SM}} \xrightarrow{\langle \Phi_{10}\rangle \neq 0} SU(3)_C \times U(1)_{\mathrm{EM}}$$

$SO(10)$ pNGB DM模型

- 登場人物たち

[YA-Toma-Tsumura-Yamatsu '21]

	Ψ_{16}						Φ_{10}	Φ_{16}	$\Phi_{\overline{126}}$
$SO(10)$	$\mathbf{16}$						$\mathbf{10}$	$\mathbf{16}$	$\overline{\mathbf{126}}$
	$\psi_{(\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1})}$		$\psi_{(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})}$				$\phi_{(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2})}$	$\phi_{(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})}$	$\phi_{(\overline{\mathbf{10}},\mathbf{1},\mathbf{3})}$
G_{PS}	$(\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1})$		$(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})$				$(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2})$	$(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})$	$(\overline{\mathbf{10}},\mathbf{1},\mathbf{3})$
	Q_L	L	u_R^c	d_R^c	e_R^c	ν_R^c	H	S	Φ
$SU(3)_C$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$	$\overline{\mathbf{3}}$	$\overline{\mathbf{3}}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$SU(2)_L$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$U(1)_Y$	$+1/6$	$-1/2$	$-2/3$	$+1/3$	$+1$	0	$+1/2$	0	0
$U(1)_{B-L}$	$+1/3$	-1	$-1/3$	$-1/3$	$+1$	$+1$	0	$+1$	$+2$

ゲージ化された$U(1)_{B-L}$模型の登場人物たち

- 対称性の破れのパターン

$$SO(10) \xrightarrow{\langle\Phi_{\mathbf{210}}\rangle\neq 0} G_{\text{PS}} = SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \xrightarrow{\langle\Phi_{\overline{\mathbf{126}}}\rangle\neq 0} G_{\text{SM}} \xrightarrow{\langle\Phi_{\mathbf{10}}\rangle\neq 0} SU(3)_C \times U(1)_{\text{EM}}$$

$SO(10)$ pNGB DM模型

- 登場人物たち

[YA-Toma-Tsumura-Yamatsu '21]

	Ψ_{16}						Φ_{10}	Φ_{16}	$\Phi_{\overline{126}}$
$SO(10)$	$\mathbf{16}$						$\mathbf{10}$	$\mathbf{16}$	$\overline{\mathbf{126}}$
	$\psi_{(\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1})}$		$\psi_{(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})}$				$\phi_{(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2})}$	$\phi_{(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})}$	$\phi_{(\overline{\mathbf{10}},\mathbf{1},\mathbf{3})}$
$G_{\rm PS}$	$(\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1})$		$(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})$				$(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2})$	$(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})$	$(\overline{\mathbf{10}},\mathbf{1},\mathbf{3})$
	Q_L	L	u_R^c	d_R^c	e_R^c	ν_R^c	H	S	Φ
$SU(3)_C$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$	$\overline{\mathbf{3}}$	$\overline{\mathbf{3}}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$SU(2)_L$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$U(1)_Y$	$+1/6$	$-1/2$	$-2/3$	$+1/3$	$+1$	0	$+1/2$	0	0
$U(1)_{B-L}$	$+1/3$	-1	$-1/3$	$-1/3$	$+1$	$+1$	0	$+1$	$+2$

ゲージ化された$U(1)_{B-L}$模型の登場人物たち

- 対称性の破れのパターン

$$SO(10) \xrightarrow{\langle \Phi_{\mathbf{210}} \rangle \neq 0} \boxed{G_{\rm PS} (\supset G_{\rm SM} \times U(1)_{B-L}) \xrightarrow{\langle \Phi_{\overline{\mathbf{126}}} \rangle \neq 0} G_{\rm SM} \xrightarrow{\langle \Phi_{\mathbf{10}} \rangle \neq 0} SU(3)_C \times U(1)_{\rm EM}}$$

$$G_{\rm SM} \times U(1)_{B-L} \xrightarrow{\langle \Phi \rangle \neq 0} G_{\rm SM} \xrightarrow{\langle H \rangle \neq 0} SU(3)_C \times U(1)_{\rm EM}$$

[YA-Toma-Tsumura '20]

暗黒物質は力の大統一の夢を見るか？

- 力の大統一 + pNGB DM

→ もともと理論にあったフリーパラメータがかっちり決まる。

✓U(1)ゲージ場の間のキネティック混合
✓ゲージ結合定数
✓B-Lが破れる中間スケール $\sim \langle \Phi \rangle$

- 対称性の破れのパターンはPati-Salamゲージ群を経由する

$$SO(10) \to G_{\rm PS} = SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \to G_{\rm SM}$$

⇒　制限を満たし、力の大統一へと向かうpNGB DMの質量の領域が強く絞られる。

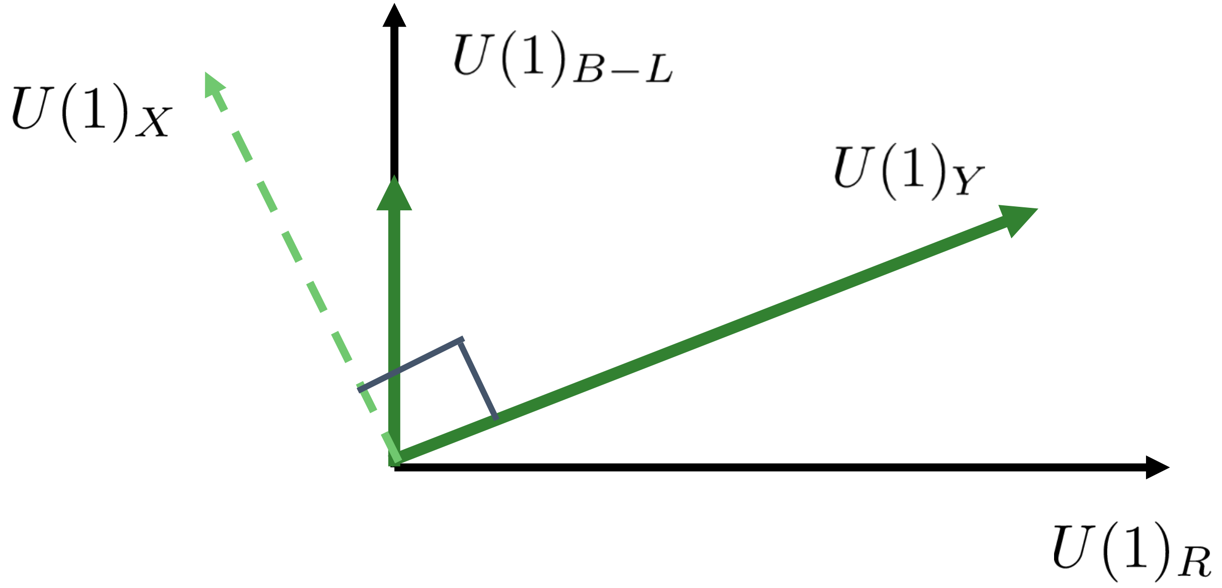
$SO(10)$ pNGB DM模型

- キネティック混合～ 混合角(cf. SMのWeinberg角)

$$G_{\rm PS} = SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \xrightarrow{\langle \Phi_{\overline{\mathbf{126}}} \rangle \neq 0} SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

$$SU(4)_C \supset U(1)_{B-L}, \quad SU(2)_R \supset U(1)_R$$

$$U(1)_{B-L} \times U(1)_R \longrightarrow U(1)_Y$$



キネティック混合は次の値に決まる：

$$\boxed{\epsilon = -\arctan\sqrt{\frac{2}{3}}}$$

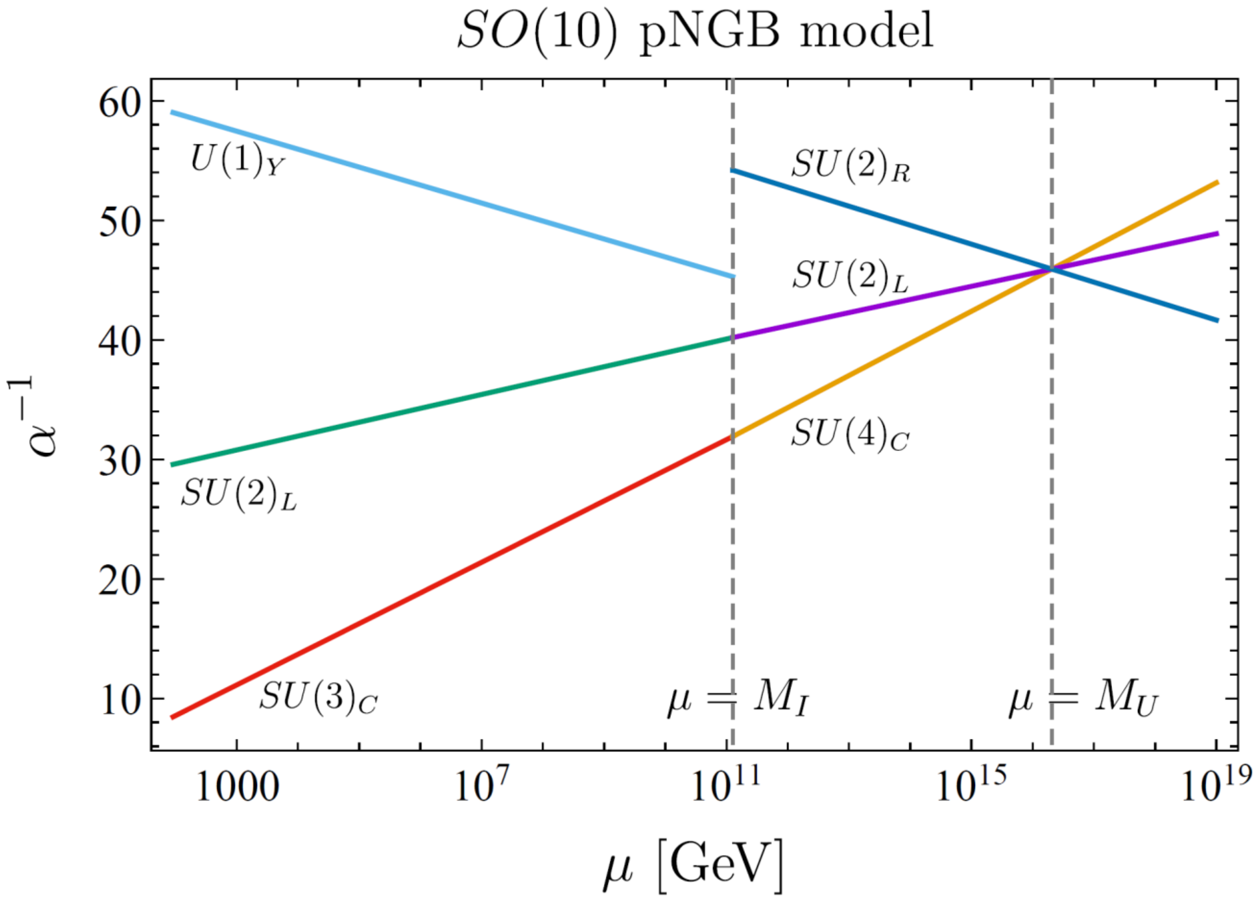
$$I_Y = \sqrt{\frac{3}{5}} I_{3R} + \sqrt{\frac{2}{5}} I_{B-L}$$

$SO(10)$ pNGB DM模型

- くり込み群

$$\mu \leq M_I$$

$$\begin{pmatrix} b_{3C} \\ b_{2L} \\ b_{1Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -19/6 \\ +41/10 \end{pmatrix}$$



$$M_I \leq \mu \leq M_U$$

$$\begin{pmatrix} b_{4C} \\ b'_{2L} \\ b_{2R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22/3 \\ -3 \\ +13/3 \end{pmatrix}$$

$$M_U = 2.06 \times 10^{16} \text{ GeV}$$

$$\alpha_U^{-1} = 45.92$$

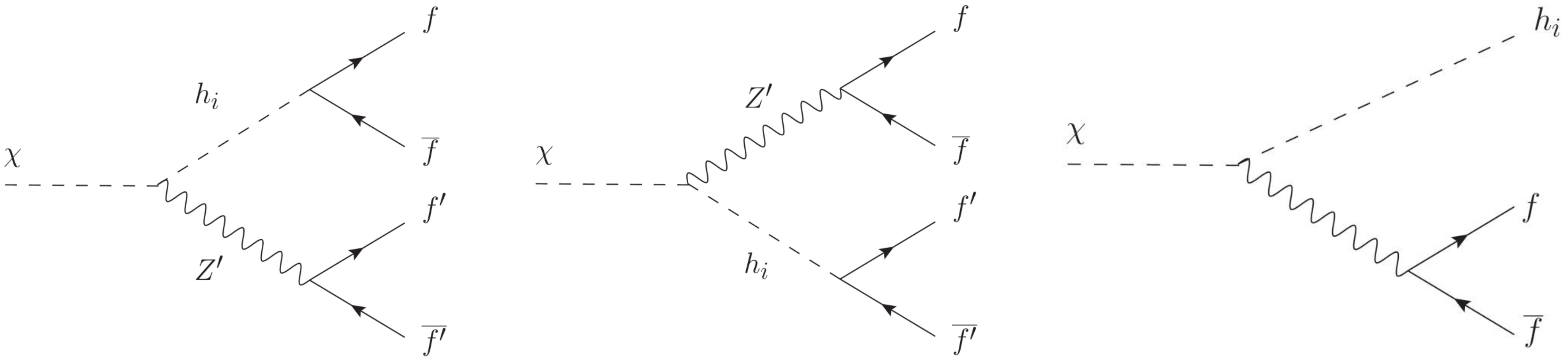
$\Rightarrow$ 中間スケール

$$\boxed{M_I = 1.26 \times 10^{11} \text{ GeV}}$$

$SO(10)$ pNGB DM模型と長寿命DM

- 長寿命DM → 崩壊幅は$1/\langle\Phi\rangle$のべきで抑制される
- $\langle\Phi\rangle$が小さくなったので、DMを軽くして長寿命を実現
- pNGB DM の4体崩壊と3体崩壊

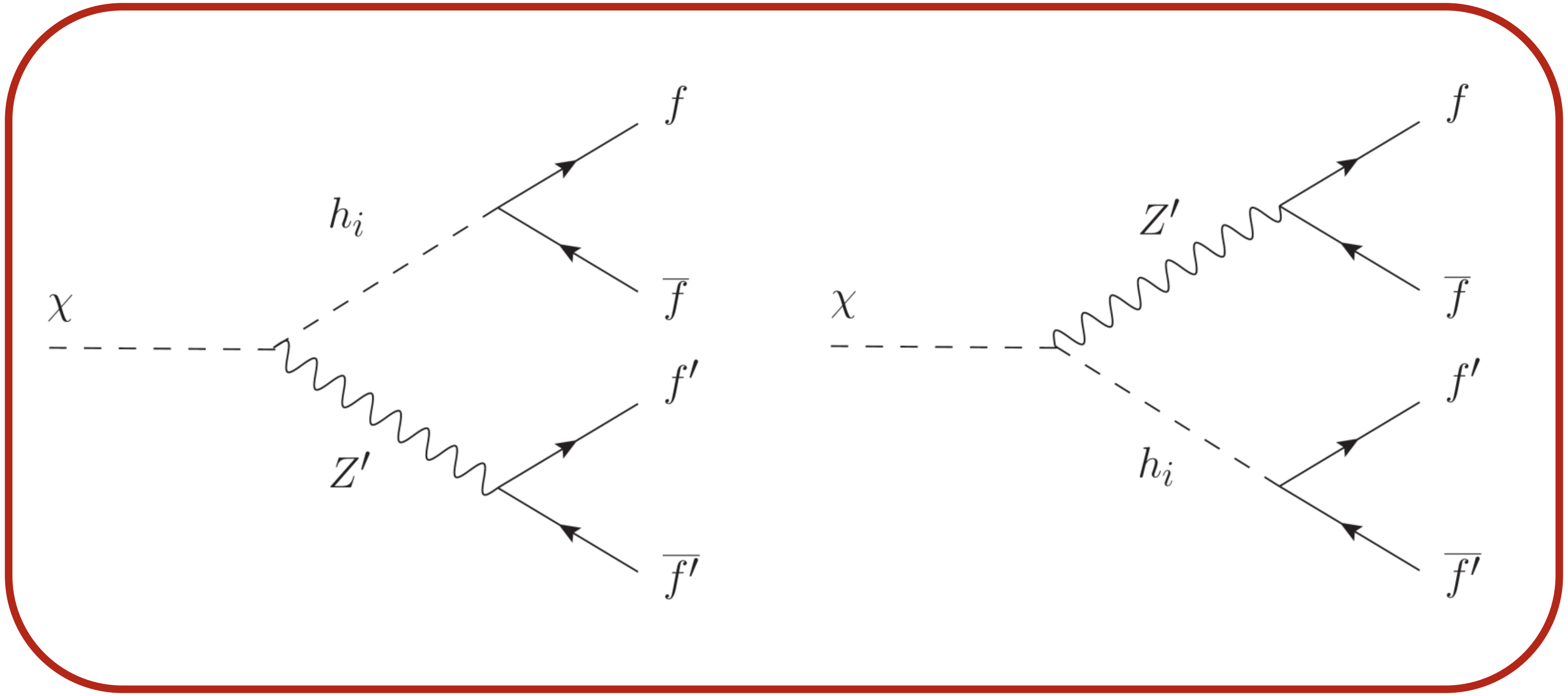
$$\boxed{\Gamma_\chi \sim \text{factor} \times \frac{m_\chi^{\#_1}}{v_\phi^{\#_2}}}$$

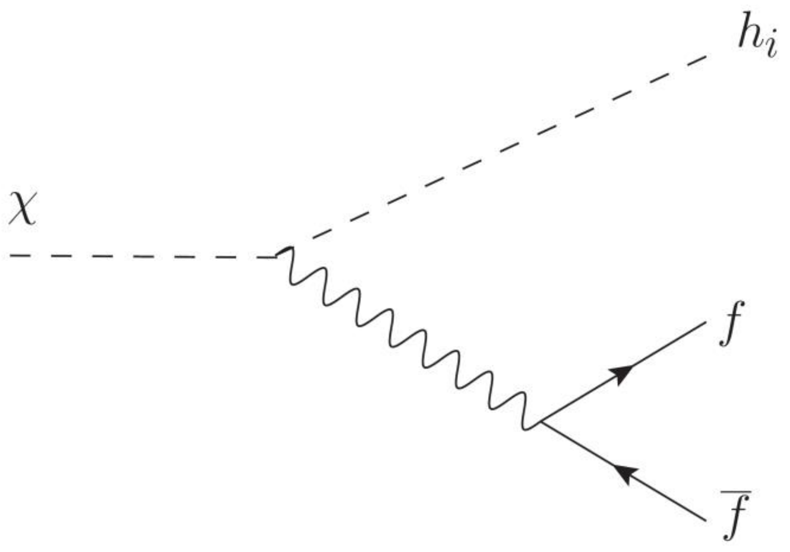


$SO(10)$ pNGB DM模型と長寿命DM

- 長寿命DM → 崩壊幅は1/⟨Φ⟩のべきで抑制される
- ⟨Φ⟩が小さくなったので、DMを軽くして長寿命を実現
- pNGB DM の4体崩壊と3体崩壊

$$\Gamma_\chi \sim \text{factor} \times \frac{m_\chi^{\#_1}}{v_\phi^{\#_2}}$$





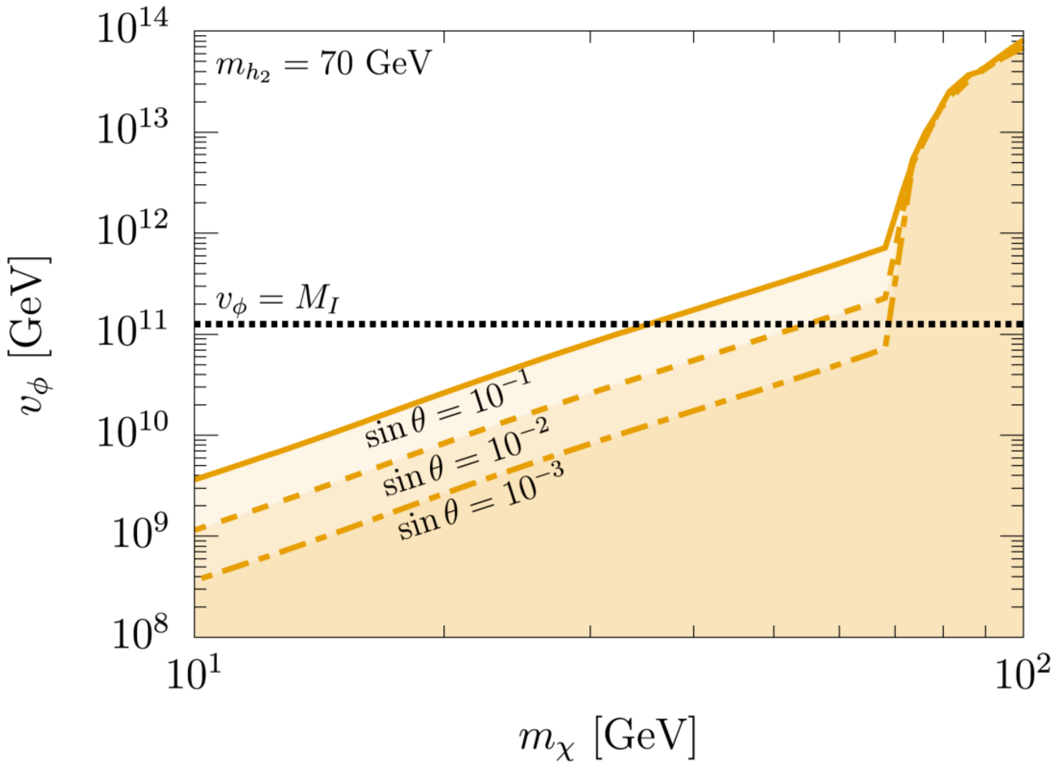
$SO(10)$ pNGB DM模型と長寿命DM

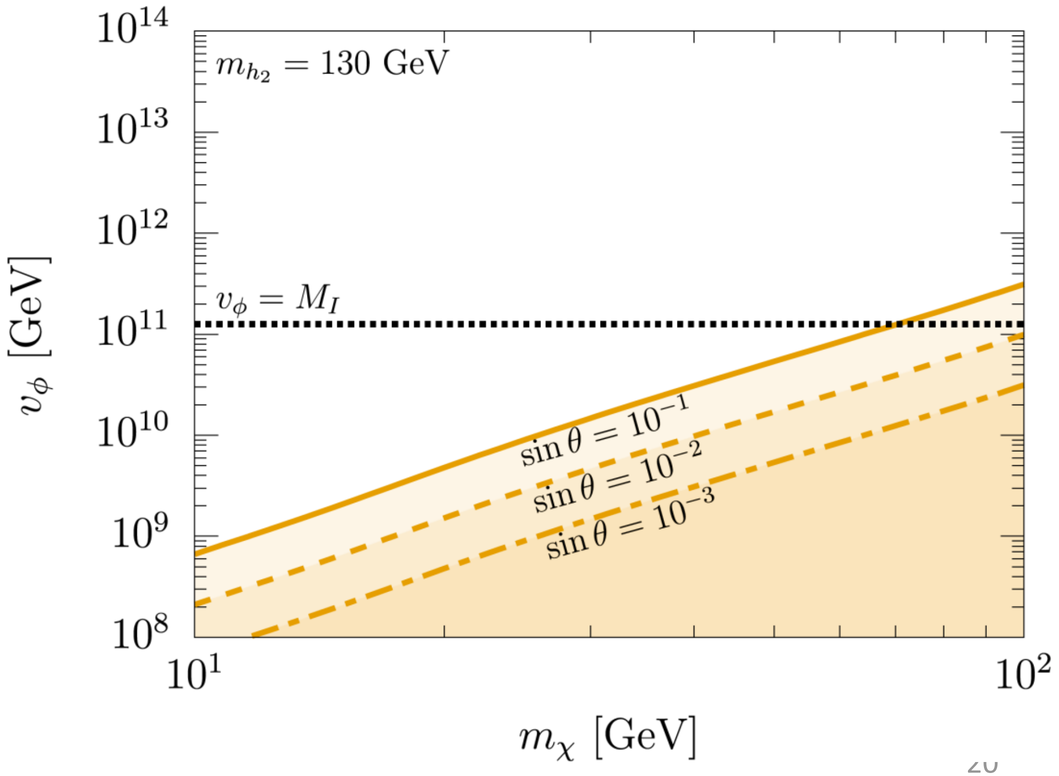
- DMの典型的な質量は $\mathcal{O}(10^{1-2})$ GeV

$$\begin{pmatrix} h \\ s \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}$$

- (m_χ, v_ϕ)-平面

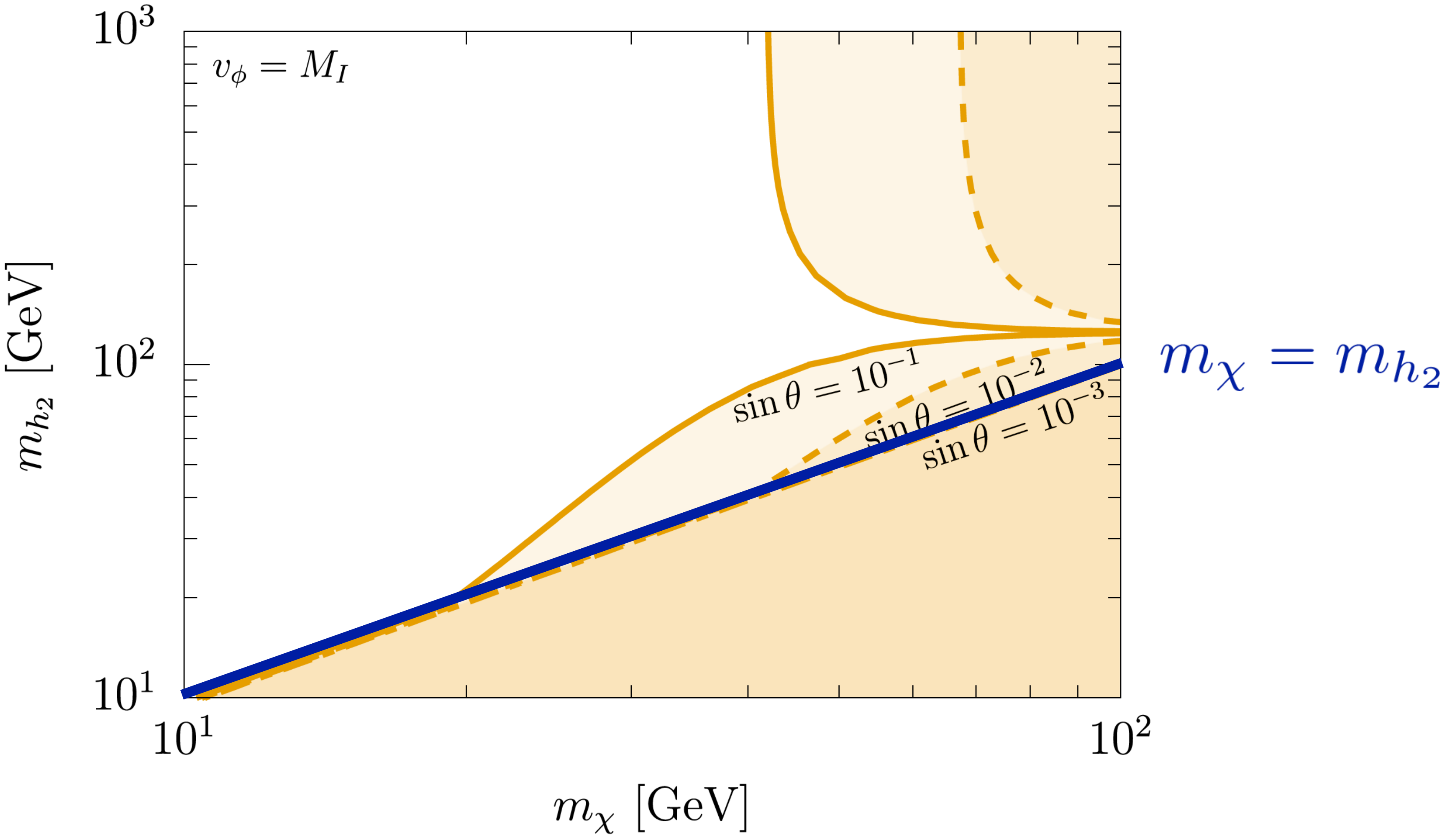
θ:スカラーの混合角



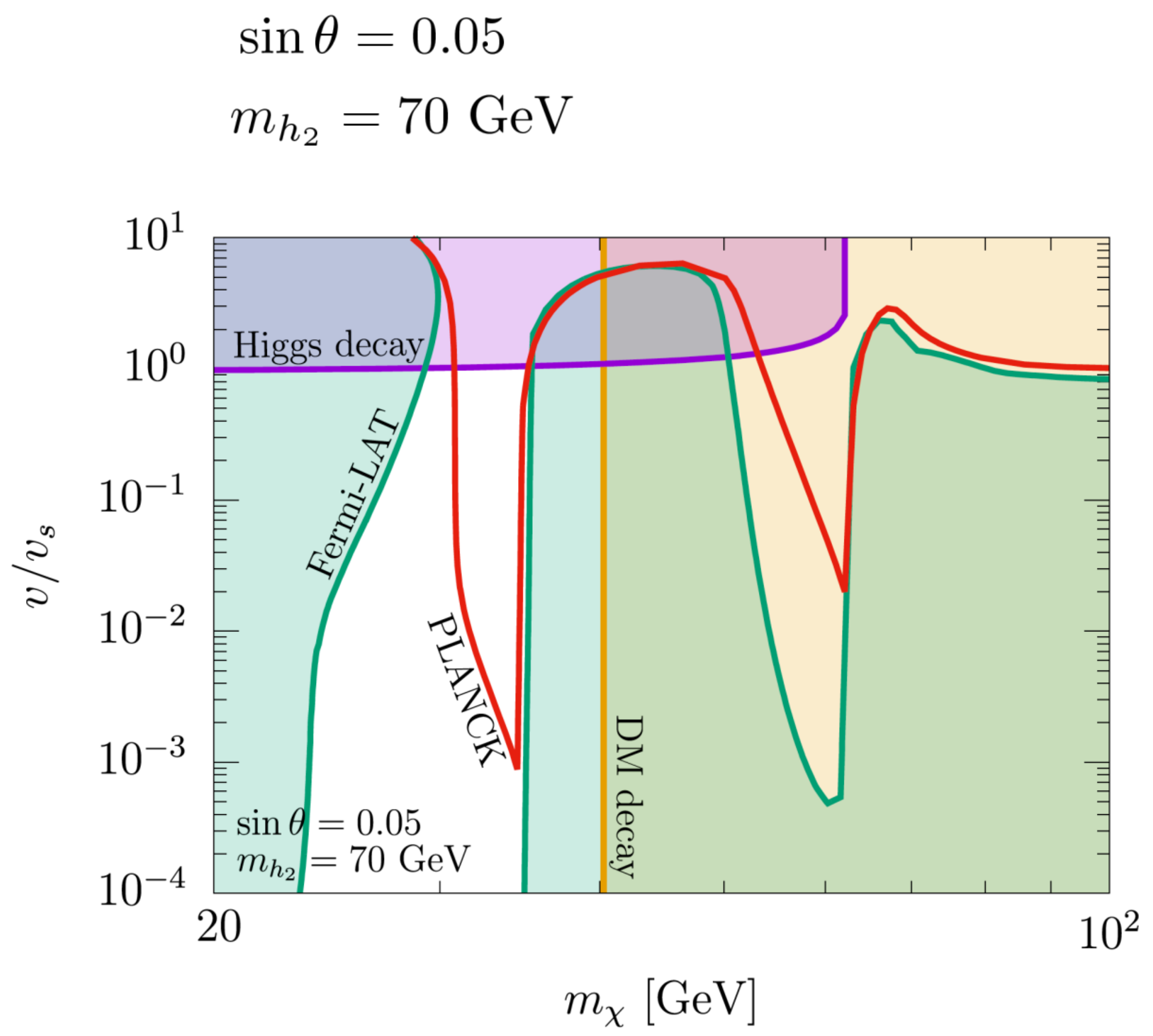


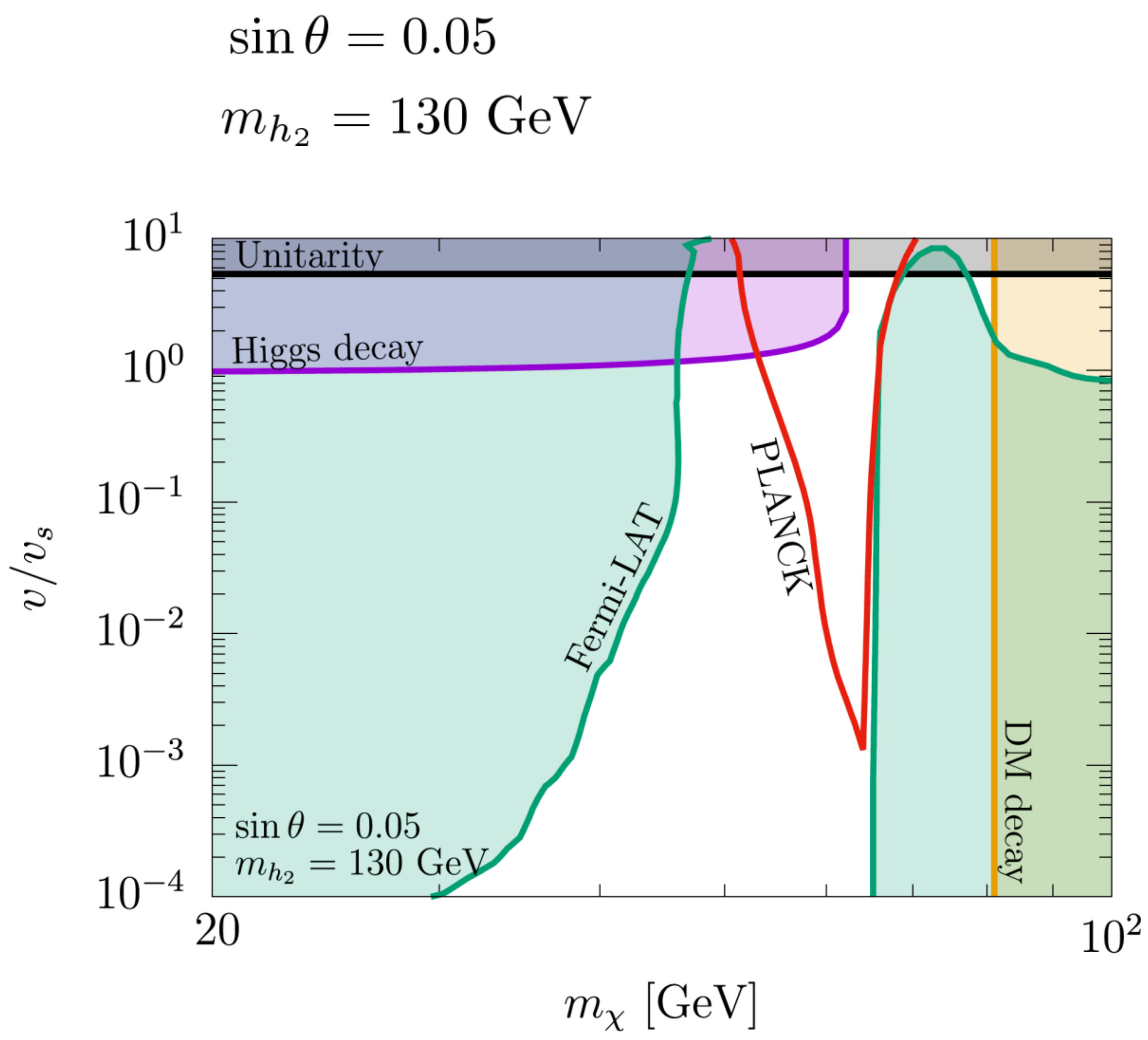
$SO(10)$ pNGB DM模型と長寿命DM

- (m_χ, m_{h_2})-平面



$SO(10)$ pNGB DM模型のパラメータ空間





まとめ

- $SO(10)$ pNGB DMをGUTの枠組みの中で提案した

- ゲージ化された$U(1)_{B-L}$ pNGB DM模型は$SO(10)$ GUTに埋め込まれる

$$H \subset \Phi_{\mathbf{10}}, \quad S \subset \Phi_{\mathbf{16}}, \quad \Phi \subset \Phi_{\overline{\mathbf{126}}}$$

- 力の大統一から次のパラメータの値が得られる

$$\sin\epsilon = -\sqrt{2/5}, \quad v_\phi \approx 10^{11}\ \mathrm{GeV}, \quad m_\chi \lesssim \mathcal{O}(100)\ \mathrm{GeV}$$

- DMの質量が$\mathcal{O}(100)$ GeVより軽く、共鳴に近いところで、熱的残存量によって説明されるDMが観測と整合的あることを示した

Backup

WIMP DMを求めて

- WIMP DMを実現 → s-channelとt-channelに何とか違いを出せればいい

- 相互作用に運動量依存性がうまく入れば行けるかも？
  - 擬南部-ゴールドストンボソン暗黒物質模型
  - 擬スカラー媒介暗黒物質模型

[Gross-Lebedev-Toma ’17,…]

[Ipek-McKeen-Nelson ’14, Abe-Fujiwara-Hisano ’18,…]

質量固有値

- 質量固有状態

混合角 $\tan 2\theta \approx \dfrac{2vv_s(\lambda_{HS}\lambda_\Phi - \lambda_{H\Phi}\lambda_{S\Phi})}{v^2(\lambda_{H\Phi}^2 - \lambda_H\lambda_\Phi) - v_s^2(\lambda_{S\Phi}^2 - \lambda_S\lambda_\Phi)}$

  - CP-evenスカラー

$$\begin{pmatrix} h \\ s \\ \phi \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{\lambda_{H\Phi}v}{\lambda_\Phi v_\phi} \\ 0 & 1 & \frac{\lambda_{S\Phi}v_s}{\lambda_\Phi v_\phi} \\ -\frac{\lambda_{H\Phi}v}{\lambda_\Phi v_\phi} & -\frac{\lambda_{S\Phi}v_s}{\lambda_\Phi v_\phi} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

h_1: SM-like Higgs boson

$$m_{h_1}^2 \approx \lambda_H v^2 - \frac{\lambda_{H\Phi}^2\lambda_S - 2\lambda_{HS}\lambda_{H\phi}\lambda_{S\Phi} + \lambda_\Phi\lambda_{HS}^2}{\lambda_S\lambda_\Phi - \lambda_{S\Phi}^2}v^2 = 125\ \text{GeV},$$

$$m_{h_2}^2 \approx \frac{\lambda_S\lambda_\Phi - \lambda_{S\Phi}^2}{\lambda_\Phi}v_s^2 + \frac{(\lambda_\Phi\lambda_{HS} - \lambda_{H\Phi}\lambda_{S\Phi})^2}{\lambda_\Phi(\lambda_S\lambda_\Phi - \lambda_{S\Phi}^2)}v^2, \quad m_{h_3}^2 \approx \lambda_\Phi v_\phi^2$$

  - CP-odd scalars

$$\begin{pmatrix} \eta_s \\ \eta_\phi \end{pmatrix} = \frac{1}{(v_s^2 + 4v_\phi^2)^{1/2}} \begin{pmatrix} 2v_\phi & v_s \\ -v_s & 2v_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ \tilde{\chi} \end{pmatrix}$$

χ: pNGB

$\tilde{\chi}$はゲージ場に食べられる

$$m_\chi^2 = \frac{\mu_c(v_s^2 + 4v_\phi^2)}{4v_\phi}$$

$\mu_c \to 0$とするとpNGBは masslessに

キネティック混合

- ゲージ群

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_{B-L}$$

- 混合

$$\tilde{V}_{\rm GK} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\tan\epsilon \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\cos\epsilon \end{pmatrix}, \quad \tan 2\zeta = \frac{-m_{\tilde{Z}}^2 \sin\theta_W \sin 2\epsilon}{m_X^2 - m_{\tilde{Z}}^2(\cos^2\epsilon - \sin^2\theta_W \sin^2\epsilon)}$$

$$U_G = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W & 0 \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\zeta & -\sin\zeta \\ 0 & \sin\zeta & \cos\zeta \end{pmatrix}$$

- 質量固有状態

$$\begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \\ X_\mu \end{pmatrix} = \tilde{V}_{\rm GK} U_G \begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \\ Z'_\mu \end{pmatrix}$$

- 質量固有値

$$m_Z^2 = \frac{1}{2}\left[\overline{M}^2 - \sqrt{\overline{M}^4 - \frac{4m_{\tilde{Z}}^2 m_X^2}{\cos^2\epsilon}}\right], \quad m_{Z'}^2 = \frac{1}{2}\left[\overline{M}^2 - \sqrt{\overline{M}^4 + \frac{4m_{\tilde{Z}}^2 m_X^2}{\cos^2\epsilon}}\right],$$

$$\overline{M}^2 := m_{\tilde{Z}}^2(1 + \sin^2\theta_W \tan^2\epsilon) + m_X^2/\cos^2\epsilon$$

$SO(10) \to SU(3)_C \times U(1)_{\mathrm{em}}$のパス

$$
\begin{tikzcd}
SO(10) \arrow[d, "\mathbf{54}, \mathbf{210}"] \arrow[dr, "\mathbf{45}, \mathbf{210}"] & \\
SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \arrow[r, "\mathbf{45}, \mathbf{210}"] \arrow[d, "\mathbf{45}, \mathbf{210}"] & SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L} \arrow[dl, "\mathbf{45}, \mathbf{210}"] \\
SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_{B-L} \arrow[d, "\mathbf{16}, \mathbf{126} \Leftrightarrow \Phi_{\mathbf{16}}(\ni S), \Phi_{\overline{\mathbf{126}}}(\ni \Phi)"] & \\
SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \arrow[d, "\mathbf{10} \Leftrightarrow \Phi_{\mathbf{10}}(\ni H)"] & \\
SU(3)_C \times U(1)_{\mathrm{em}} &
\end{tikzcd}
$$

今回の模型でのパス

[YA-Toma-Tsumura-Yamatsu '21]

$$
\begin{tikzcd}
SO(10) \arrow[d, "\mathbf{210}"] \\
G_I = G_{\mathrm{PS}} = SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \arrow[d, "\overline{\mathbf{126}}, \Phi_{\overline{\mathbf{126}}} \ni \Phi"] \\
G_{\mathrm{SM}} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \arrow[d, "\mathbf{10}, \Phi_{\mathbf{10}} \ni H"] \\
SU(3)_C \times U(1)_{\mathrm{em}}
\end{tikzcd}
$$

ゲージキネティック混合 in $SO(10)$ pNGB模型

- E_μ: $U(1) \subset SU(4)_C$のゲージ場,　　　W'^3_μ: $U(1) \subset SU(2)_R$のゲージ場
- Lagrangian

$$\mathcal{L} \supset -\frac{1}{4}(E_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4}(W'^3_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{v_s^2}{4} + v_\phi^2\right)\left(2g_{B-L}E_\mu - g_R W'^3_\mu\right)^2$$
$$= -\frac{1}{4}(B'_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4}(C'_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2}M^2_{C'}C'^2_\mu$$
$$= -\frac{1}{4}(B_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4}(C_{\mu\nu})^2 - \frac{\sin\epsilon}{2}B_{\mu\nu}C^{\mu\nu} + \frac{1}{2}M^2_C C^2_\mu$$

- ゲージ場の関係

$$\begin{pmatrix} B'_\mu \\ C'_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\epsilon & \sin\epsilon \\ -\sin\epsilon & \cos\epsilon \end{pmatrix}\begin{pmatrix} W'^3_\mu \\ E_\mu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B_\mu \\ C_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\tan\epsilon \\ 0 & 1/\cos\epsilon \end{pmatrix}\begin{pmatrix} B'_\mu \\ C'_\mu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} W'^3_\mu \\ E_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\epsilon & 0 \\ \sin\epsilon & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} B_\mu \\ C_\mu \end{pmatrix}$$

- 共変微分

$$D_\mu \supset \mathrm{i}g_{B-L}E_\mu Q_{B-L} + \mathrm{i}g_R W'^3_\mu I_3^{SU(2)_R} = \mathrm{i}g_{B-L}C_\mu Q_{B-L} + \mathrm{i}g_1 B_\mu Q_Y$$

ベータ関数係数

- ベクトル場、Welyフェルミオン、実・複素スカラー場について

$$\boxed{b_i = -\frac{11}{3}\sum_{\text{vector}} T(R_V) + \frac{2}{3}\sum_{\text{Weyl}} T(R_F) + \frac{1}{6}\sum_{\text{Real}} T(R_{RS}) + \frac{1}{3}\sum_{\text{Complex}} T(R_{CS})}$$

- ベクトル場 =>ゲージ場 $T(R_V) = C_2(G)$
  - $C_2(G)$: Gの随伴表現の2次のCasimir不変量
- $T(R_i)$: 既約表現R_i のDynkin index

$\mathfrak{su}_n$ irrep.	$d(R)$	$C_2(R)$	$T(R)$	$A(R)$	$C_c(R)$	C/R/PR
$(0000\cdots0000)$	1	0	0	0	0	R
$(1000\cdots0000)$	n	$\frac{n^2-1}{2n}$	$\frac{1}{2}$	$+1$	1	$\mathrm{C/PR}_{n=2}$
$(0000\cdots0001)$	n	$\frac{n^2-1}{2n}$	$\frac{1}{2}$	-1	$n-1$	$\mathrm{C/PR}_{n=2}$
$(0100\cdots0000)$	$\frac{n(n-1)}{2}$	$\frac{(n+1)(n-2)}{n}$	$\frac{n-2}{2}$	$n-4$	2	$\mathrm{C/R}_{n=4}$
$(0000\cdots0010)$	$\frac{n(n-1)}{2}$	$\frac{(n+1)(n-2)}{n}$	$\frac{n-2}{2}$	$-n+4$	$n-2$	$\mathrm{C/R}_{n=4}$
$(2000\cdots0000)$	$\frac{n(n+1)}{2}$	$\frac{(n-1)(n+2)}{n}$	$\frac{n+2}{2}$	$n+4$	2	$\mathrm{C/R}_{n=2}$
$(0000\cdots0002)$	$\frac{n(n+1)}{2}$	$\frac{(n-1)(n+2)}{n}$	$\frac{n+2}{2}$	$-n-4$	$n-2$	$\mathrm{C/R}_{n=2}$
$(1000\cdots0001)$	n^2-1	n	n	0	0	R
$(0010\cdots0000)$	$\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$	$\frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{12}$	$\frac{(n-3)(n-2)}{4}$	$\frac{(n-3)(n-6)}{2}$	3	$\mathrm{C/PR}_{n=6}$
$(0000\cdots0100)$	$\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$	$\frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{12}$	$\frac{(n-3)(n-2)}{4}$	$-\frac{(n-3)(n-6)}{2}$	$n-3$	$\mathrm{C/PR}_{n=6}$
$(1100\cdots0000)$	$\frac{n(n-1)(n+1)}{3}$	$\frac{3(n^2-3)}{2n}$	$\frac{n^2-3}{2}$	n^2-9	3	$\mathrm{C/R}_{n=3}$
$(0000\cdots0011)$	$\frac{n(n-1)(n+1)}{3}$	$\frac{3(n^2-3)}{2n}$	$\frac{n^2-3}{2}$	$-n^2+9$	$n-3$	$\mathrm{C/R}_{n=3}$
$(3000\cdots0000)$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$	$\frac{(n+2)(n+3)(n+4)}{12}$	$\frac{(n+2)(n+3)}{4}$	$\frac{(n+3)(n+6)}{2}$	3	$\mathrm{C/PR}_{n=2}$
$(0000\cdots0003)$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$	$\frac{(n+2)(n+3)(n+4)}{12}$	$\frac{(n+2)(n+3)}{4}$	$-\frac{(n+3)(n+6)}{2}$	$n-3$	$\mathrm{C/PR}_{n=2}$
$(0200\cdots0000)$	$\frac{n^2(n+1)(n-1)}{12}$	$\frac{n(n^2-16)}{3}$	$\frac{n(n-2)(n+2)}{6}$	$\frac{n(n-4)(n+4)}{3}$	4	$\mathrm{C/R}_{n=4}$
$(0000\cdots0020)$	$\frac{n^2(n+1)(n-1)}{12}$	$\frac{n(n^2-16)}{3}$	$\frac{n(n-2)(n+2)}{6}$	$-\frac{n(n-4)(n+4)}{3}$	$n-4$	$\mathrm{C/R}_{n=4}$

[Yamatsu ’15]

Pati-Salam or Left-Right

- 中間スケール、統一スケール、統一ゲージ結合のまとめ

Group G_I	Scalars at $\mu = M_I$	b_j	$\log_{10}(M/1[\mathrm{GeV}])$ M_I	M_U	α_U^{-1}
G_{PS}	$(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2})_{\mathbf{10}}$ $(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})_{\mathbf{16}}$ $(\overline{\mathbf{10}},\mathbf{1},\mathbf{3})_{\overline{\mathbf{126}}}$	$\begin{pmatrix} b_{4C} \\ b'_{2L} \\ b_{2R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{22}{3} \\ -3 \\ +\frac{13}{3} \end{pmatrix}$	11.10 ± 0.08	16.31 ± 0.15	45.92 ± 0.50
$G_{\mathrm{PS}} \times D$	$(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2})_{\mathbf{10}}$ $(\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1})_{\mathbf{16}}$ $(\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})_{\mathbf{16}}$ $(\overline{\mathbf{10}},\mathbf{1},\mathbf{3})_{\overline{\mathbf{126}}}$ $(\mathbf{10},\mathbf{3},\mathbf{1})_{\overline{\mathbf{126}}}$	$\begin{pmatrix} b_{4C} \\ b'_{2L} \\ b_{2R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ +\frac{13}{3} \\ +\frac{13}{3} \end{pmatrix}$	13.71 ± 0.03	15.22 ± 0.04	40.82 ± 0.13
G_{LR}	$(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2},0)_{\mathbf{10}}$ $(\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{2},1)_{\mathbf{16}}$ $(\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{3},2)_{\overline{\mathbf{126}}}$	$\begin{pmatrix} b'_{3C} \\ b'_{2L} \\ b_{2R} \\ b_{B-L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \\ -\frac{13}{6} \\ +\frac{23}{4} \end{pmatrix}$	8.57 ± 0.06	16.64 ± 0.13	46.13 ± 0.41
$G_{\mathrm{LR}} \times D$	$(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2},0)_{\mathbf{10}}$ $(\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{2},1)_{\mathbf{16}}$ $(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{1},1)_{\mathbf{16}}$ $(\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{3},2)_{\overline{\mathbf{126}}}$ $(\mathbf{1},\mathbf{3},\mathbf{1},-2)_{\overline{\mathbf{126}}}$	$\begin{pmatrix} b'_{3C} \\ b'_{2L} \\ b_{2R} \\ b_{B-L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -\frac{13}{6} \\ -\frac{13}{6} \\ +\frac{15}{2} \end{pmatrix}$	10.11 ± 0.04	15.57 ± 0.09	43.38 ± 0.30

Complex **10** rep.