フラックスコンパクト化における スカラー場の有限な質量補正と インフレーションへの応用

共同研究者：丸信人(大阪市立大学, NITEP)

JHEP 06 (2021) 159 [hep-th/2104.01779]

大阪市立大学　素粒子論研究室

D2　廣瀬拓哉

目次

1. Introduction
2. ループ積分と相互作用項
3. 有限なWLスカラー質量補正
4. インフレーションへの応用
5. まとめ

1. Introduction

ヒッグス粒子の発見により、
素粒子標準模型は完成！！

しかし、まだいくつかの
問題がある･･･

そのうちの1つに、

階層性問題

というものがある。

1. Introduction

階層性問題のアプローチとして･･･

余剰次元模型+背景磁場(flux)

を考える。このような理論（4次元+2次元）を
トーラス

Flux Compactification

と呼ぶ。

$$A_5 = -\frac{1}{2} f x_6, \quad A_6 = \frac{1}{2} f x_5$$

高次元ゲージ場の配位
fが背景磁場でx_5, x_6が高次元座標

1. Introduction

Flux Compactificationにおける高次元ゲージ場の質量補正の計算

W. Buchmuller, M. Dierigl and E. Dudas (2017, 2018)

➡6次元スカラーQED, QED @1-loop

N. Maru and T. H. (2019, 2021)

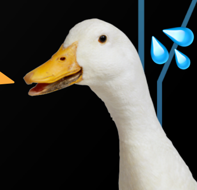
➡6次元SU(2) Yang-Mills理論, +高次元演算子@1-loop

M. Honda and T. Shibasaki (2019)

➡6次元QED @2-loop

これらの論文は、高次元ゲージ場(WLスカラー)の質量補正がゼロであることを示している。

高次元ゲージ場＝ヒッグス場
としたいのに
質量補正がゼロだと困る！



1.　Introduction

質量補正が有限になるような
相互作用項を加えられないか？

質量補正の計算を一般化し、

その計算と有限性の観点から相互作用項を推測

結果…

ある特定の形の相互作用項だけ、

質量補正が有限になる！！

2.　ループ積分と相互作用項

Flux Compactificationでは、Kaluza-Klein massが以下のように決まる

(磁場中の量子力学で行う調和振動子の形で求まる)

- スカラー場

$$m_{scalar}^2 = \alpha \left(n + \frac{1}{2} \right) \qquad (\alpha = 2gf)$$

- フェルミオン場

$$m_{fermion}^2 = \alpha(n+1)$$

- SU(2)ゲージ場

$$m_{YM}^2 = \alpha \begin{pmatrix} n_1 & 0 & 0 \\ 0 & n_2 & 0 \\ 0 & 0 & n_3+1 \end{pmatrix}$$

2.　ループ積分と相互作用項

ループ積分の一般形（次元正則化）

$$
\begin{aligned}
I(x;a,b) &= \sum_{n=0}^{\infty}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{k^{2a}}{\left(k^2+\alpha(n+x)\right)^b} \\
&= \frac{1}{\alpha^{b-a}}\left(\frac{4\pi}{\alpha}\right)^{\epsilon-2}\boxed{\frac{\Gamma(a+2-\epsilon)\Gamma(\epsilon+b-a-2)}{\Gamma(b)\Gamma(2-\epsilon)}\zeta[\epsilon+b-a-2,x]}
\end{aligned}
$$

x : それぞれの場に対応するKK質量の値

頑張って計算すると…

$$\Gamma(\epsilon-1)\zeta[\epsilon-p,x] = \text{有限}\quad \text{(pが偶数の場合)}$$

この条件とa(相互作用項の中の微分の数), b(propagatorの数)から

有限な質量補正を生み出す相互作用項が分かる！！

2.　ループ積分と相互作用項

4点相互作用項（b=1）

- スカラー場　　：　$\bar{\varphi}\varphi\partial_{\mu_1}\cdots\partial_{\mu_a}\overline{\Phi}\partial^{\mu_1}\cdots\partial^{\mu_a}\Phi$
- フェルミオン場：　$\bar{\varphi}\varphi\bar{\psi}(\not{\partial})^{2a-1}\psi$
- SU(2)ゲージ場：　$\bar{\varphi}\varphi\partial_{\mu_1}\cdots\partial_{\mu_a}A^a_\nu\partial^{\mu_1}\cdots\partial^{\mu_a}A^{a\nu}$

3点相互作用項(b=2)

- スカラー場　　：　$\bar{\varphi}\overline{\Phi}\Phi+\varphi\overline{\Phi}\Phi$

  $\bar{\varphi}\partial_{\mu_1}\cdots\partial_{\mu_{a/2}}\bar{\Phi}\partial^{\mu_1}\cdots\partial^{\mu_{a/2}}\Phi+\varphi\partial_{\mu_1}\cdots\partial_{\mu_{a/2}}\bar{\Phi}\partial^{\mu_1}\cdots\partial^{\mu_{a/2}}\Phi$
- フェルミオン場：　$\bar{\varphi}\bar{\psi}(\not{\partial})^{a-1}\psi+\varphi\bar{\psi}(\not{\partial})^{a-1}\psi$
- SU(2)ゲージ場：　$\bar{\varphi}\partial_{\mu_1}\cdots\partial_{\mu_{a/2}}A^a_\nu\partial^{\mu_1}\cdots\partial^{\mu_{a/2}}A^{a\nu}+\varphi\partial_{\mu_1}\cdots\partial_{\mu_{a/2}}A^a_\nu\partial^{\mu_1}\cdots\partial^{\mu_{a/2}}A^{a\nu}$

微分がなく、
最も簡単な形！

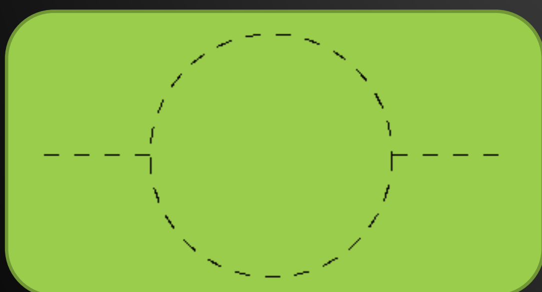
3.　有限なWLスカラー質量補正

考える理論（6次元スカラーQED+新たな相互作用）

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{MN}F^{MN} - D_M\bar{\Phi}D^M\Phi + \kappa(\bar{\phi}\bar{\Phi}\Phi + \phi\bar{\Phi}\Phi)$$

↓WLスカラー

$(\phi = \langle\phi\rangle + \varphi)$



$$\mathcal{I} = -i\frac{\kappa^2|N|\ln 2}{32\pi^2}\left(\frac{4\pi}{\alpha}\right)^{\epsilon} + \mathcal{O}(\epsilon)$$

$$\delta m^2 = i\mathcal{I} = \frac{|N|\ln 2}{32\pi^2}\frac{\kappa^2}{L^2}$$

※上の結果は1-loop有効ポテンシャルでも再現できる

3. 有限なWLスカラー質量補正

考える理論(スカラーQED+新たな相互作用)

$$\delta m^2 = i\mathcal{I} = \frac{|N|\ln 2}{32\pi^2}\frac{\kappa^2}{L^2}$$

- κ=0：先行研究の結果である、質量補正が相殺することを再現
- κ≠0：有限の質量が生成！

例えば、コンパクト空間の長さ(の逆数)がPlanck質量程度でも

$$\kappa \sim \mathcal{O}(m_{Higgs}/m_{Planck})$$

であれば、Higgsの質量を説明できる！！

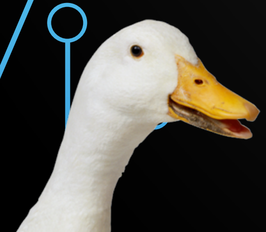
3.　有限なWLスカラー質量補正

Q.なぜ有限の質量補正が
生成された？

A.新しく加えた相互作用項がトーラス並進変換で不変でないから

- κ=0だと、質量項がないラグランジアンはこの変換で不変
- κ≠0だと、$\varphi^{\Phi\Phi}$ はこの変換で不変でない

➡ φ は擬NGボソン、少しだけ質量が生まれる！



π中間子と同じ議論

今回の結果を
他の物理に使えないか？

Extranatural Flux Inflation

T. H. and N. Maru [hep-th/ 2105.11782]

4.　インフレーションへの応用

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{MN}F^{MN} - D_M\bar{\Phi}D^M\Phi + \kappa(\bar{\phi}\bar{\Phi}\Phi + \phi\bar{\Phi}\Phi)$$

WLスカラー＝インフラトンとしたい

高次元由来のインフレーション理論自体はすでに存在している

N. Arkani-Hamed, H. C. Cheng, P. Creminelli and L. Randall (2003)

➡　5次元理論で5次元目のゲージ場をインフラトン

T. Inami, Y. Koyama, C.-M. Lin and S. Minakami (2011)

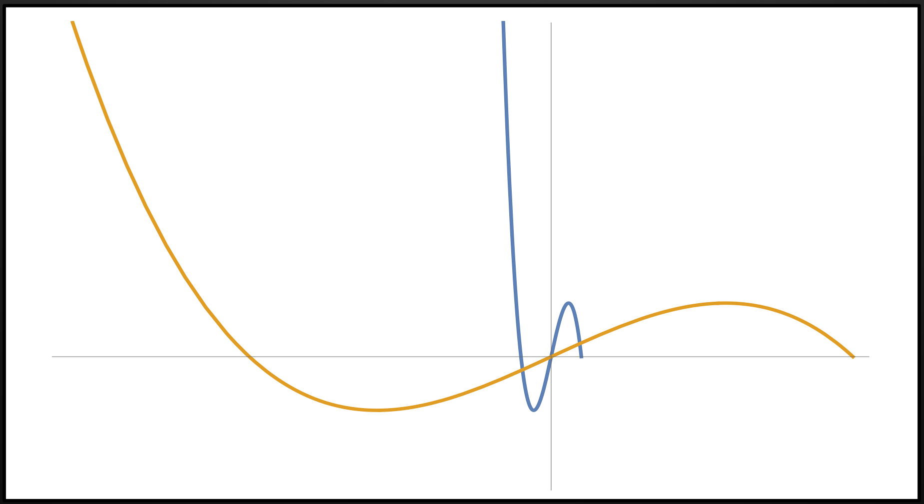
➡　6次元理論で5次元目のゲージ場をインフラトン

4.　インフレーションへの応用

インフラトンの有効ポテンシャル

$$V = -N\frac{\alpha^2}{16\pi^2}\lim_{\epsilon\to 0}\Gamma(\epsilon-2)\zeta\left[\epsilon-2,\frac{1}{2}-2xy\right]$$

$$z=\frac{\varphi}{M_P},\quad y=M_P\frac{\kappa}{\alpha},\quad \mathrm{Re}\ z=x$$



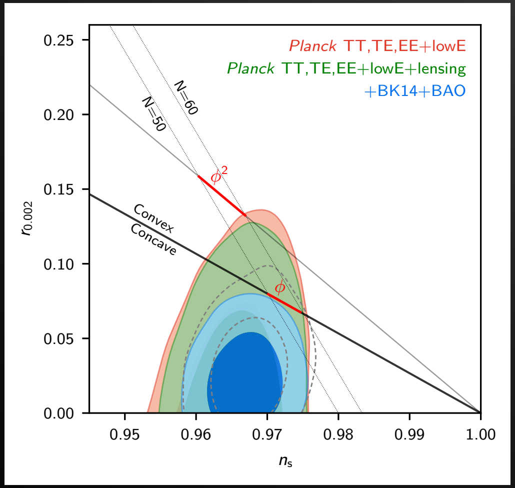
ポテンシャルの概形

青線 : y=1
黄線 : y=0.1

4.　インフレーションへの応用

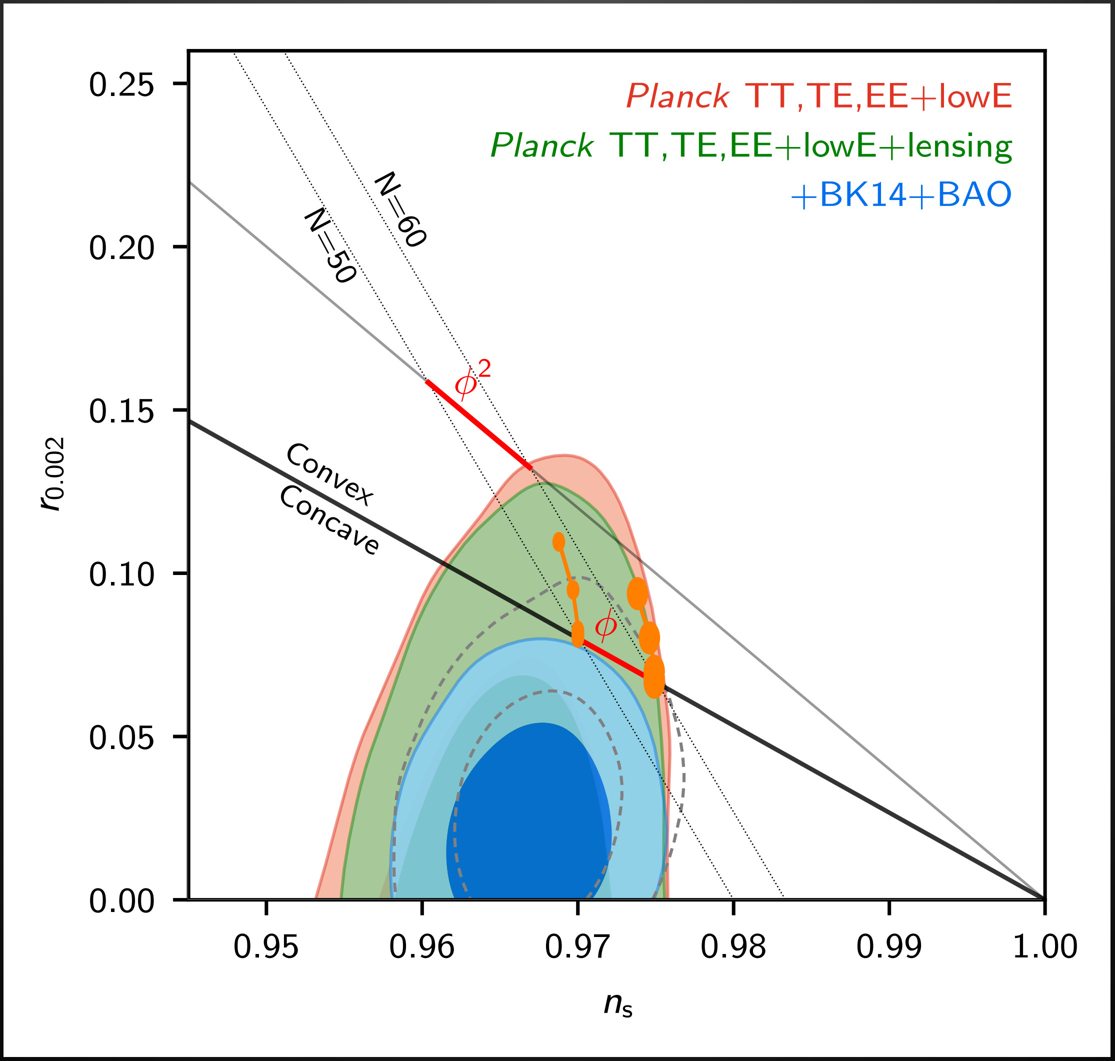
- スローロールパラメーターε、η
- e-folding N*
- スペクトル指数n_s、テンソル-スカラー比

これらを我々のモデルで計算し、Planck 2018の観測結果と比較する



特にこの結果と比較したい

4.　インフレーションへの応用



: 我々の結果

5.　まとめ

- Flux Compactificationでループ積分を一般化
- ループ積分が有限になる条件を導出

$\bar{\varphi}\overline{\Phi}\Phi + \varphi\overline{\Phi}\Phi$ という相互作用項がシンプルで物理も面白そう！

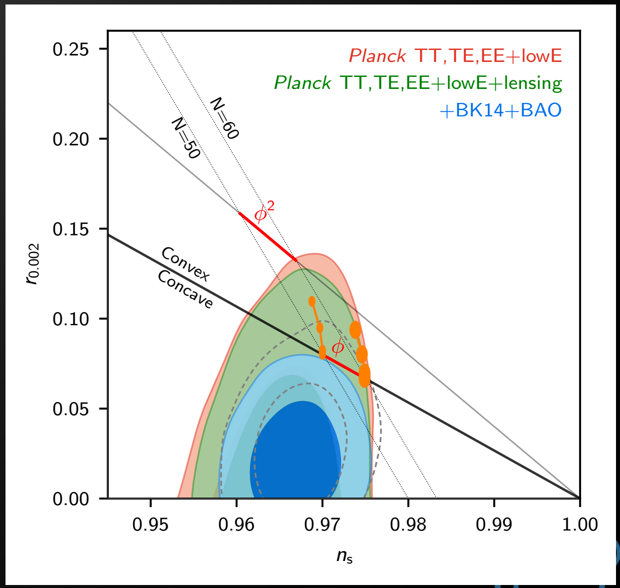
- 上記の相互作用項から、有限の質量補正が生成

$$\delta m^2 = i\mathcal{I} = \frac{|N|\ln 2}{32\pi^2}\frac{\kappa^2}{L^2}$$

- Higgsの質量と関係付けられる可能性
- Flux Compactificationでインフレーション機構を提唱
- 上記の相互作用項を入れることで、

平坦でないポテンシャルが生成

- n_sとrを計算し、Planckの結果と比較



5.　まとめ

課題はまだある。。。

- $\kappa \sim \mathcal{O}(m_{Higgs}/m_{Planck})$ のような値が出るダイナミクスがあるか
- そもそも新たに加えたスカラー場Φは何者か
- $\varphi\Phi\Phi$ の起源となる項は何か
- ゲージ･ヒッグス統一理論や、より現実的なモデルへの拡張
- WLスカラー = Higgs = インフラトンとしてHiggs inflationへ拡張？

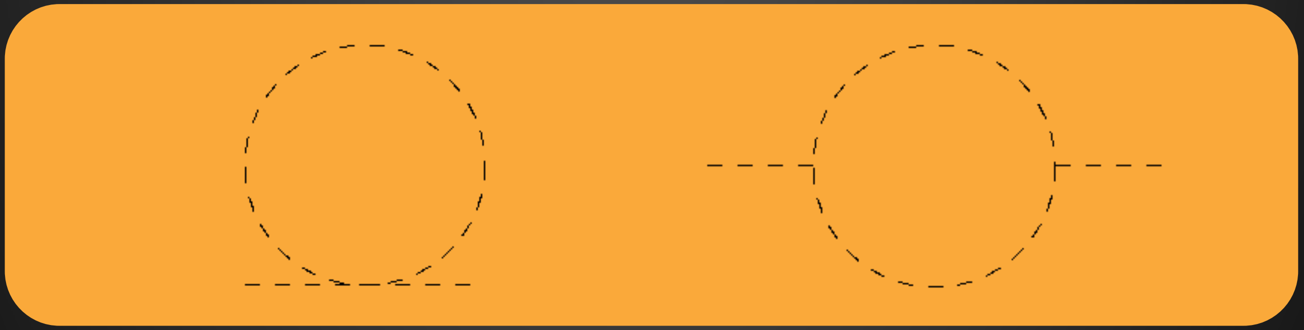
- 補足

fluxがある利点は？

1. カイラルな理論が得られる D. Cremades, L. E. Ibanez and F. Marchesano (2004)
2. Yukawa couplingの計算ができる 同上
3. SUSYの破れの議論にも使える C. Bachas (1995)
4. 世代数の説明が可能

• 補足

ループ積分は次のFeynman図を想定



一般形(次元正則化)

$$I(x;a,b) = \sum_{n=0}^{\infty}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{k^{2a}}{(k^2+\alpha(n+x))^b}$$

$$= \frac{1}{\alpha^{b-a}}\left(\frac{4\pi}{\alpha}\right)^{\epsilon-2}\frac{\Gamma(a+2-\epsilon)\Gamma(\epsilon+b-a-2)}{\Gamma(b)\Gamma(2-\epsilon)}\zeta[\epsilon+b-a-2,x]$$

↑Hurwitz ζ関数

x : それぞれの場に対応するKK質量の値

• 補足

ループ積分はもう少し一般化できる

$$I'(x;a,b) = \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k^{2a} f(n)}{(k^2+\alpha(n+x))^b}$$

↙KKモードに依存する係数

$$= \frac{1}{(4\pi)^{d/2}} \frac{\Gamma\left(a+\frac{d}{2}\right)\Gamma\left(b-a-\frac{d}{2}\right)}{\Gamma(b)\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f(n)}{(\alpha(n+x))^{b-a-\frac{d}{2}}},$$

4点相互作用項(b=1)

- スカラー場　　：　$\bar{\varphi}\varphi\overline{\Phi}\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right)\Phi$

  $\bar{\varphi}\varphi\partial_{\mu_1}\cdots\partial_{\mu_a}\overline{\Phi}\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right)\partial^{\mu_1}\cdots\partial^{\mu_a}\Phi$
- フェルミオン場：　$\bar{\varphi}\varphi\bar{\psi}(\partial\!\!\!/)^{2a-1}(a^\dagger a+1)\psi$
- SU(2)ゲージ場：　$\bar{\varphi}\varphi\partial_{\mu_1}\cdots\partial_{\mu_a}A^a_\nu(a^\dagger a)\partial^{\mu_1}\cdots\partial^{\mu_a}A^a_\mu$

• 補足

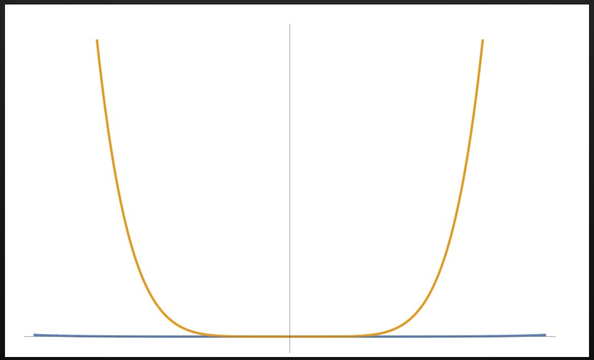
インフラトンの有効ポテンシャル

本編→ $$V = -N\frac{\alpha^2}{16\pi^2}\lim_{\epsilon\to 0}\Gamma(\epsilon-2)\zeta\left[\epsilon-2, \frac{1}{2}-2xy\right] \qquad (g \ll \kappa L)$$

別ケース→ $$V = -N\frac{\alpha^2}{16\pi^2}\lim_{\epsilon\to 0}\Gamma(\epsilon-2)\zeta\left[\epsilon-2, \frac{1}{2}-2xy+4Gx^2\right] \qquad (g \gg \kappa L)$$

$$z = \frac{\varphi}{M_P}, \quad y = M_P\frac{\kappa}{\alpha}, \quad x = \mathrm{Re}\ z, \quad G = \frac{g^2 M_P^2}{\alpha}$$

g≫κ Lの場合、n_sとrの値がPlanck 2018の結果と整合しない



青線：$G=10^3$
黄線：$G=10^2$

補足

yの値：大

yの値：小

	ϵ	η	n_s	r
A_{50}	0.00683107	0.00494671	0.968907	0.109297
A_{60}	0.00582958	0.00444092	0.973904	0.0932733
B_{50}	0.00594149	0.00271376	0.969779	0.0950639
B_{60}	0.00502904	0.00245613	0.974738	0.0804646
C_{50}	0.00517205	0.000586594	0.970141	0.0827528
C_{60}	0.00432933	0.000534704	0.975093	0.0692693
D_{50}	0.00507359	0.000296245	0.970151	0.0811775
D_{60}	0.00423959	0.000270297	0.975103	0.0678334
E_{50}	0.00499408	0.0000597248	0.970155	0.0799053
E_{60}	0.00416705	0.0000545352	0.975107	0.0666728

Table 2: Inflation parameters ϵ, η, n_s, r obtained from our model.

Planck 2018によると、

$$n_s = 0.9649 \pm 0.0042, \quad r < 0.10$$