
複素スカラー場の動径方向成分と重力の結合による $U(1)$ クォリティ問題の解消

Based on

[Koichi Hamaguchi](#), YK, and [Natsumi Nagata](#),

arXiv : 2108.13245 [hep-th]

金澤慶季 (東京大学, D1)

基研研究会 素粒子物理学の進展2021

2021年9月7日

先行研究

minimal なアクシオン模型

- U(1) クォリティ問題あり → どのように生じる？

本研究

アクシオン模型 + $\xi |\Phi|^2 R$ 項

- U(1) クォリティ問題なし
- インフレーション模型として有効

動径成分

位相成分
(アクシオン)

$$\Phi(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{2}} e^{i\theta(x)}$$

先行研究

minimal なアクシオン模型

- U(1) クォリティ問題あり → どのように生じる？

本研究

アクシオン模型 + $\xi |\Phi|^2 R$ 項

- U(1) クォリティ問題なし
- インフレーション模型として有効

本研究の強み！

研究の背景

アクシオンと U(1) クォリティ問題

アクシオンとは？

- 新たに導入された U(1) PQ の SSB に伴う NG ボソン
- Strong CP 問題の解決策

S. Weinberg, 1978,

F. Wilczek, 1978

“ QCD θ 項はなぜ非常に小さいのか？ ” ← 中性子の EDM の測定より $|\theta| \lesssim 10^{-10}$

- QCD instanton 由来のポテンシャル $V(\theta(x)) = -\Lambda_{\text{QCD}}^4 \cos \theta(x) \rightarrow \theta_{\text{eff}} = 0$

Peccei-Quinn (PQ) 機構

R. D. Peccei, and H. R. Quinn, 1977

しかし、ワームホール解が PQ 機構を脅かす (θ_{eff} をシフトさせる) 可能性がある。

= 重力インスタントン

U(1) クォリティ問題

M. Kamionkowski, and J. March-Russell, 1992,

R. Holman, S. D. H. Hsu, et al., 1992,

and so on...

本研究の立ち位置

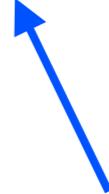
先行研究

アキシオン理論において、ワームホール解の効果で U(1) クオリティ問題が生じる。

本研究

複素スカラー場の動径成分 f とリッチスカラー R の結合項 $\xi |\Phi|^2 R$ を導入することで U(1) クオリティ問題が解消され得る。

インフレーションに動機づけられた項



$\xi |\Phi|^2 R$ 項を導入する前に、、、

- ・ワームホール解とは？
- ・ワームホール解によりどのように U(1) クォリティ問題が生じるのか？

ワームホール解

ワームホール解とは？

→ ユークリッドかつ球対称な時空における Einstein 方程式の非摂動解

$$ds^2 = dr^2 + a^2(r)d\Omega_3^2$$

r : ユークリッド時間

$a(r)$: スケール因子

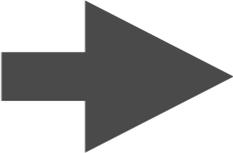
一旦、動径成分を考えない

Giddings-Strominger 作用 (重力とアクシオンだけの理論) S. B. Giddings, and A. Strominger, 1988

$$S = \int d^4x \sqrt{g} \left(-\frac{M_P^2}{2} R + \frac{f_a^2}{2} (\partial_\mu \theta)^2 \right)$$

$\theta(r)$: (無次元化された)アクシオン

f_a : アクシオンの崩壊定数

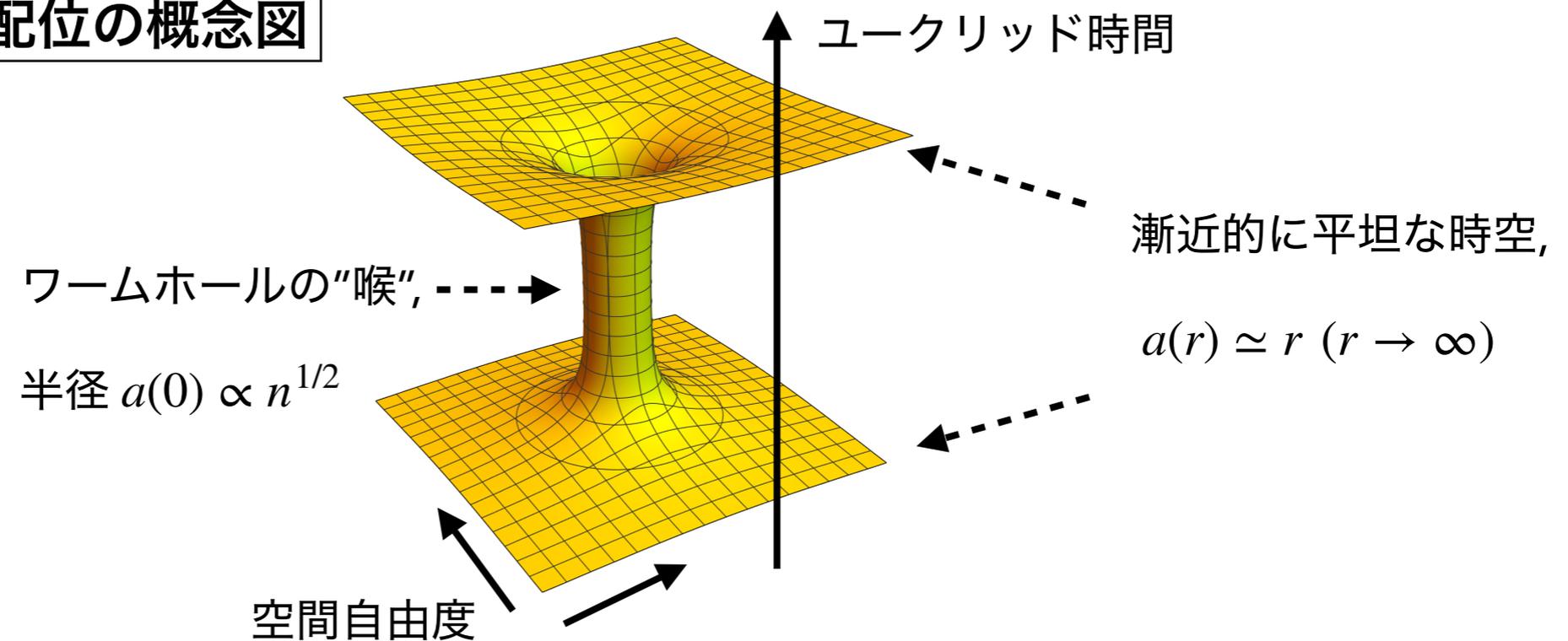
大局的対称性 $\theta(r) \rightarrow \theta(r) + \varepsilon$  保存電荷 $n = \int_{r=const.} d\Omega_3 a^3 f_a^2 \theta' = 2\pi^2 a^3 f_a^2 \theta' \in \mathbb{Z}$

整数値をとる

ワームホール解

Einstein 方程式を解く → ワームホール解を得る

ワームホール配位の概念図



- 2つの漸近的に平坦な時空を繋ぐ
- ワームホールの“喉”の大きさは保存電荷 n によって特徴付けられる ($n^{1/2}$ に比例)

続いて

- ・ ワームホール解とは？
- ・ ワームホール解によりどのように $U(1)$ クォリティ問題が生じるのか？

U(1) クォリティ問題

ワームホール解によりどのように U(1) クォリティ問題が生じるのか？

- 半古典的な解析により、U(1) PQ 対称性を破る演算子が生じる。例) Φ^n, Φ^{*n}

Φ : U(1) PQ 電荷を持つ

複素スカラー場

- それらの演算子の存在により、有効的な θ 角がシフトする。

$$\theta_{\text{eff}} \sim \left(\frac{a(0)^{-1}}{\Lambda_{\text{QCD}}} \right)^4 e^{-S} \quad \leftarrow \text{ワームホール配位的作用}$$

- 中性子の電気双極子モーメントの測定による制限 $|\theta_{\text{eff}}| \lesssim 10^{-10}$

→ $S \gtrsim 190$ が必要

R. Kallosh, A. Linde, D. Linde, and L. Susskind, 1995

U(1) クォリティ問題

複素スカラー場 $\Phi(r) = \frac{f(r)}{\sqrt{2}} e^{i\theta(r)}$ の動径成分 f の有無で作用の値が大きく異なる

- 動径成分 f がない場合 $S = \int d^4x \sqrt{g} \left(-\frac{M_P^2}{2} R + \frac{f_a^2}{2} (\partial_\mu \theta)^2 \right)$
($f(r) = f_a$ に固定された場合)

$$S = \sqrt{\frac{3\pi^2}{8}} \frac{M_P}{f_a} \gtrsim 190 \text{ for } f_a \lesssim 10^{16} \text{ GeV}$$

問題なし

$$\text{ポテンシャル: } V(f) = \frac{\lambda}{4} (f^2 - f_a^2)^2$$

- 動径成分 f がある場合 $S = \int d^4x \sqrt{g} \left(-\frac{M_P^2}{2} R + \frac{f^2}{2} (\partial_\mu \theta)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu f)^2 + V(f) \right)$

$$S \simeq \log(M_P/f_a) \ll 190$$

作用が小さすぎる → **U(1) クォリティ問題**

R. Kallosh, A. Linde, D. Linde, and L. Susskind, 1995

ここからが本研究

$\xi|\Phi|^2 R$ 項を入れることで動径成分がある場合でも $S \gtrsim 190$ を達成できる、

つまり、U(1) クォリティ問題が解消される、

ということをこれから示します。

$\xi |\Phi|^2 R$ 模型

Outline

- $\xi|\Phi|^2 R$ 模型
- 数值解
- U(1) クォリティ問題

$\xi|\Phi|^2 R$ 模型

$\xi|\Phi|^2 R$ 項を加えた模型を考える

ユークリッドかつ球対称な時空 $ds^2 = dr^2 + a(r)^2 d\Omega_3^2$

作用

$$S = \int d^4x \sqrt{g} \left(-\frac{M^2}{2} R - \xi |\Phi|^2 R + |\partial_\mu \Phi|^2 + V(\Phi) \right)$$

$$= \int d^4x \sqrt{g} \left(-\frac{M_P^2}{2} \Omega^2(f) R + \frac{f^2}{2} (\partial_\mu \theta)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu f)^2 + V(f) \right)$$

インフレーションに動機づけられた項

$$M_P^2 = M^2 + \xi f_a^2 \quad (\rightarrow \xi \leq M_P^2 / f_a^2)$$

$$\Phi(r) = \frac{f(r)}{\sqrt{2}} e^{i\theta(r)}$$

$$\Omega^2(f) = 1 + \frac{\xi}{M_P^2} (f^2 - f_a^2)$$

$$V(f) = \frac{\lambda}{4} (f^2 - f_a^2)^2$$

境界条件 $f'(0) = a'(0) = 0, f(\infty) = f_a$ の下で

Einstein 方程式と f の運動方程式を数値的に解く

数値解

$n = 1, \lambda = 0.1, f_a = 10^{15} \text{ GeV}, \xi$ いろいろ

無次元変数

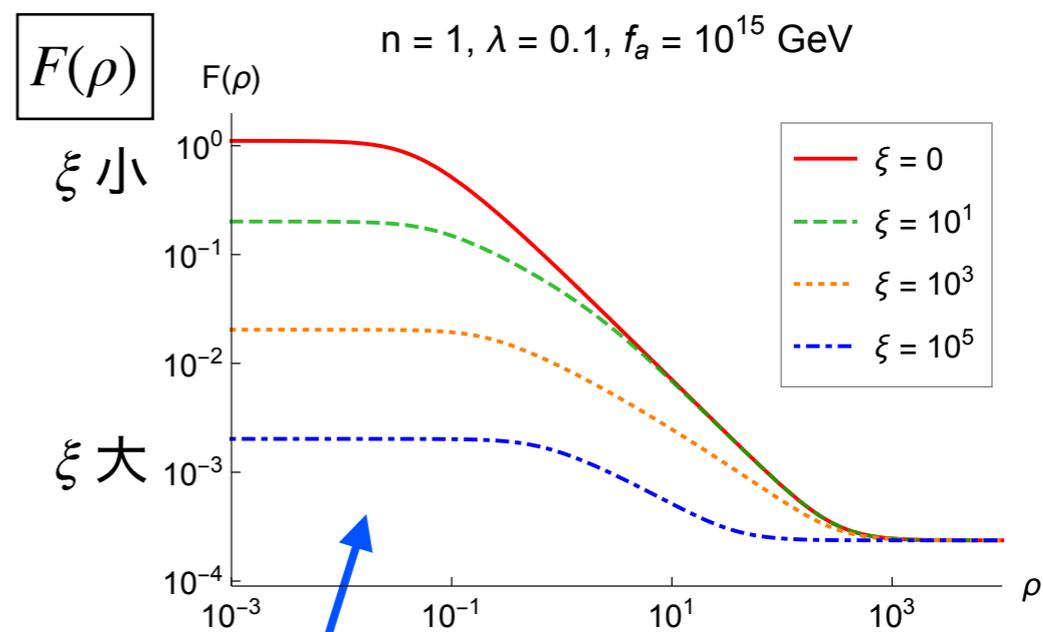
$$\rho = rM_P\sqrt{3\lambda}, \quad F = \frac{f}{M_P}\sqrt{\frac{1}{3}}, \quad A = aM_P\sqrt{3\lambda}$$

・ ξ が大きくなるにつれて初期値が変化する

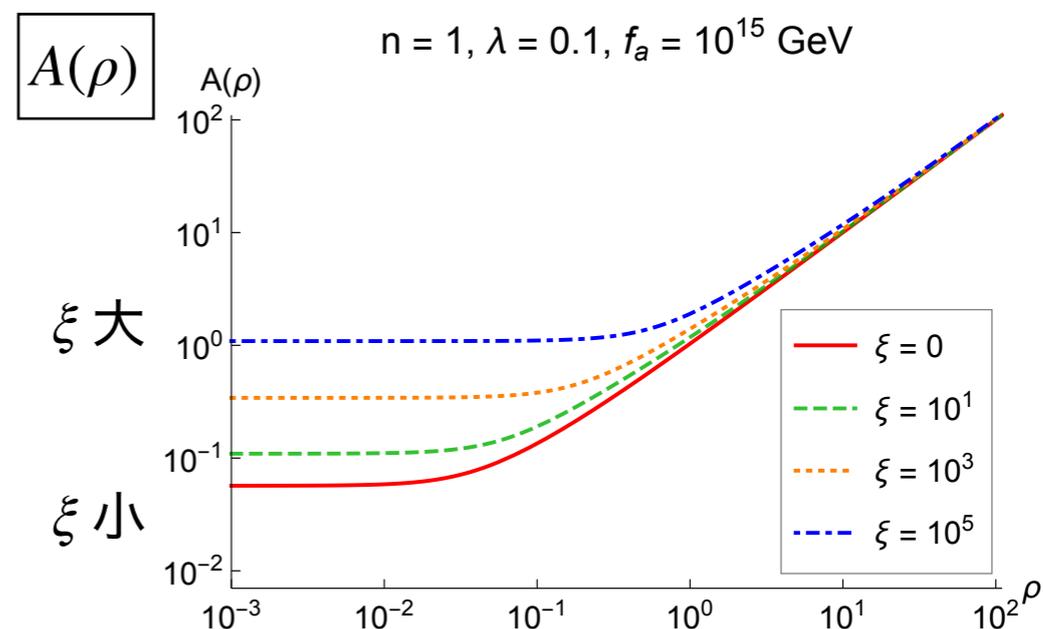
・ $\xi = M_P^2/f_a^2$ の時、定数関数 $f(r) = f_a$

→ 動径成分がない場合と同じ

この時 **U(1) クォリティ問題は生じない!**



定数関数に近づく!



U(1) クオリティ問題

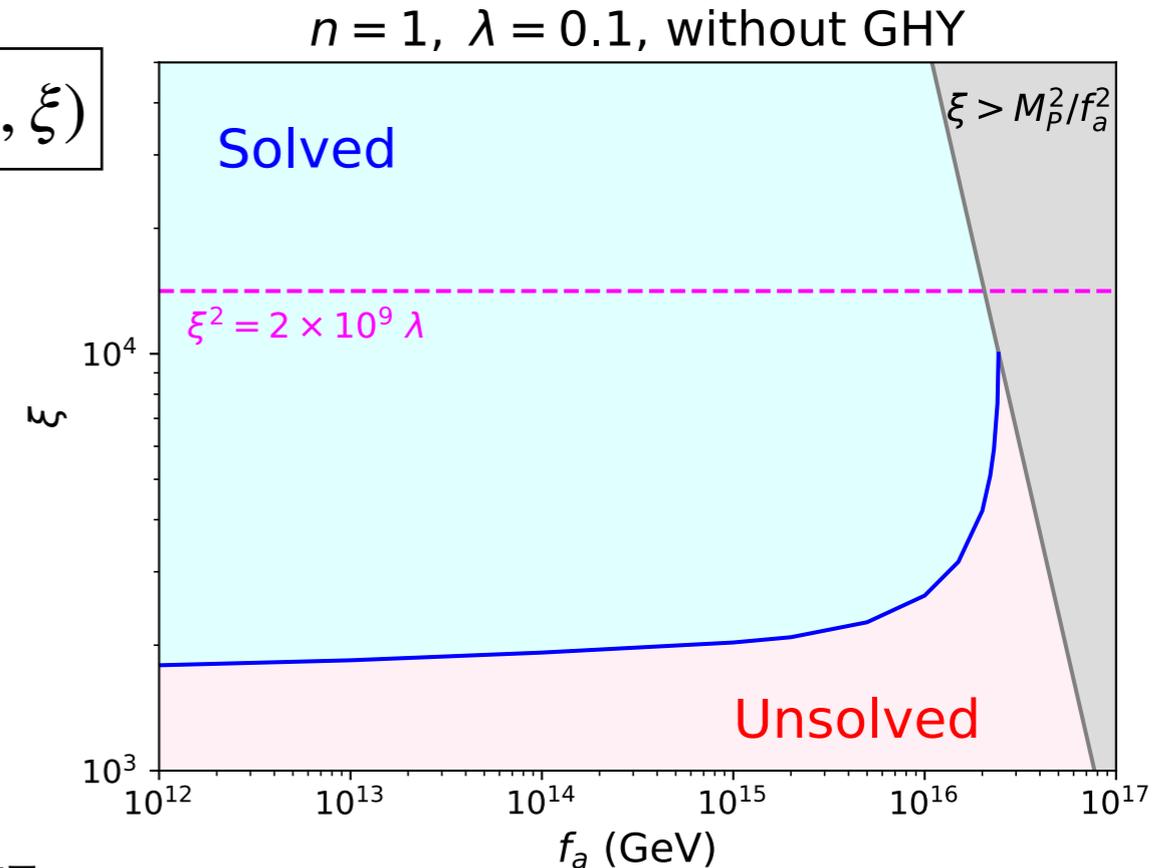
クオリティ問題が解消されるパラメータ領域 (f_a, ξ)

- $f_a \lesssim 2.5 \times 10^{16}$ GeV かつ $\xi \gtrsim 2 \times 10^3$ の時、
 $S \gtrsim 190$ を満たす。

→ U(1) クオリティ問題が解消される

- 場 f によるインフレーションがCMB観測を説明するための条件 $\xi^2 \sim 2 \times 10^9 \lambda$ を満たしている。

Planck Collaboration, 2018



青 : (quality problem is) solved !

赤 : unsolved

灰 : excluded region $\xi > M_P^2/f_a^2$

まとめ

- $\xi |\Phi|^2 R$ 項を入れたモデルでワームホール解を求めた。
 - 特に、 $\xi = M_P^2/f_a^2$ の時に動径成分がない場合と一致することを示した。
- $f_a \lesssim 2.5 \times 10^{16} \text{ GeV}$ かつ $\xi \gtrsim 2 \times 10^3$ の時、U(1) クオリティ問題が解消される。
- 場 f によるインフレーションがCMB観測を説明するための条件を満たしている。

本研究は、U(1) クオリティ問題の新たな解決方法を提案した。

以上です。
ありがとうございました～

Backup

運動方程式

- Einstein 方程式

$$\Omega^2(f)(a'^2 - 1) + \frac{2\xi}{M_P^2} a a' f f' = -\frac{a^2}{3M_P^2} \left[-\frac{f'^2}{2} + V(f) + \frac{n^2}{8\pi^4 f^2 a^6} \right]$$

$$\Omega^2(f)(2aa'' + a'^2 - 1) + \frac{2\xi a^2}{M_P^2} \left[f f'' + f'^2 + 2\frac{a'}{a} f f' \right] = -\frac{a^2}{M_P^2} \left[\frac{f'^2}{2} + V(f) - \frac{n^2}{8\pi^4 f^2 a^6} \right]$$

- f の運動方程式

$$f'' + \frac{3a'f'}{a} = \frac{dV}{df} - \frac{n^2}{4\pi^4 f^3 a^6} + 6\xi \left[\frac{a''}{a} + \frac{a'^2 - 1}{a^2} \right] f$$

$$\Omega^2(f) = 1 + \frac{\xi}{M_P^2} (f^2 - f_a^2)$$

$$V(f) = \frac{\lambda}{4} (f^2 - f_a^2)^2$$

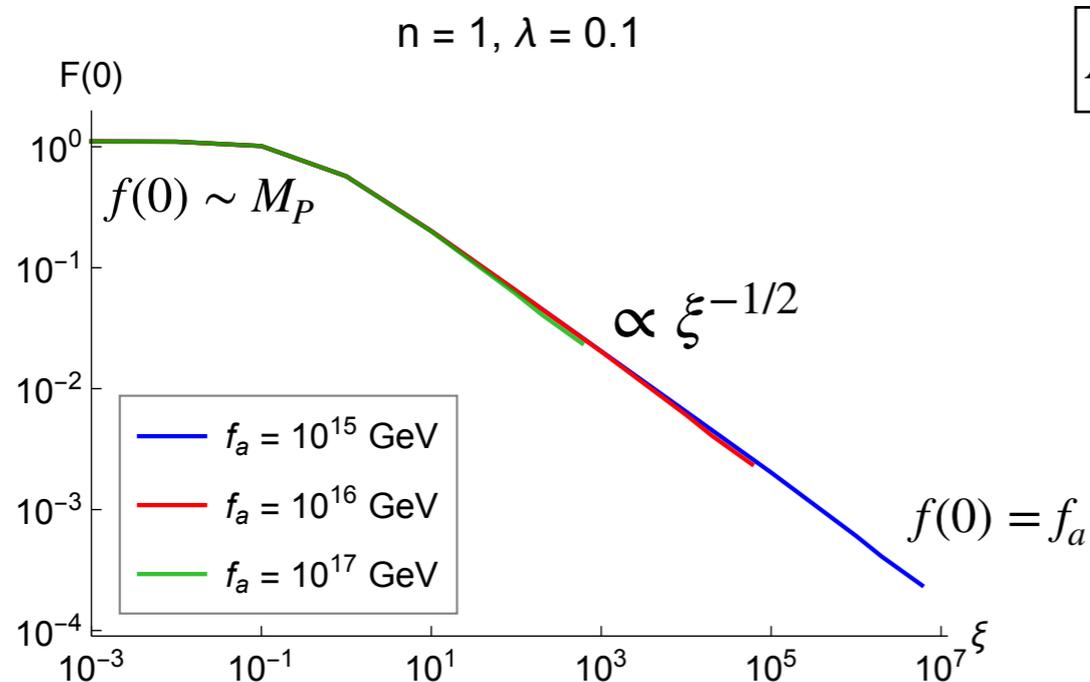
初期値

初期値 $F(0), A(0)$ を ξ の関数として表したグラフ

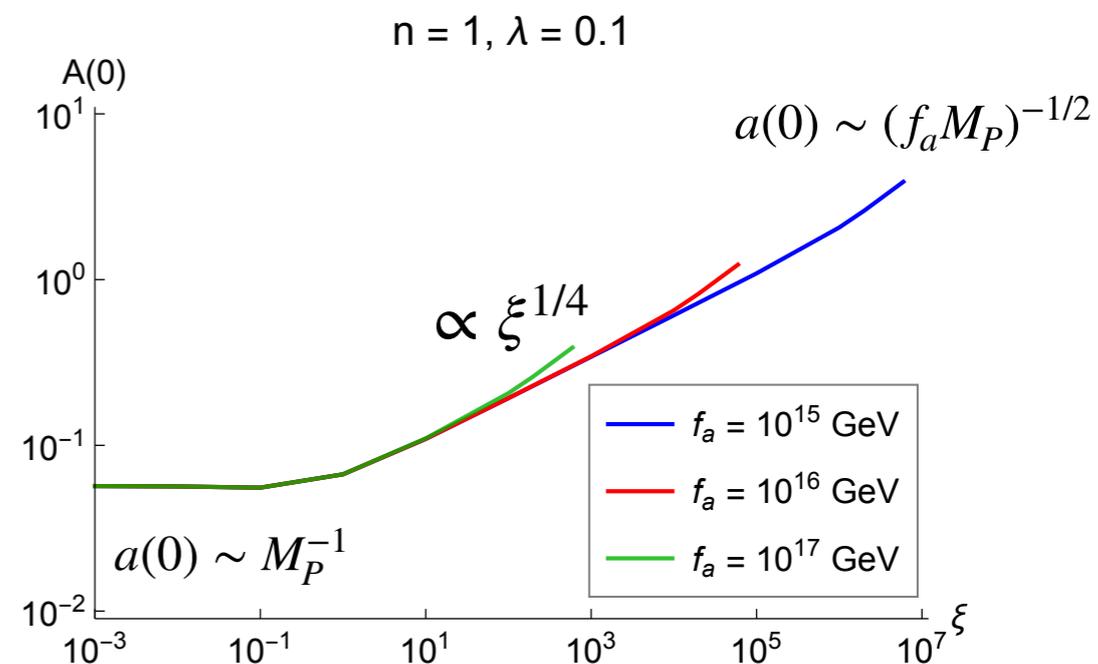
$$n = 1, \lambda = 0.1, f_a = 10^{15}, 10^{16}, 10^{17} \text{ GeV}$$

青 赤 緑

$F(0)$



$A(0)$



GHY 境界項

Gibbons-Hawking-York (GHY) 境界項

$$S_{\text{GHY}} = -M_P^2 \int_{\text{boundary}} d\Omega_3 \Omega^2(f) a^3 \frac{3(a' - 1)}{a}$$

- リッチスカラーに含まれる2階微分を除去し、変分原理を well-defined にする役割
- GHY term を考慮すると、 $f_a \lesssim 9.0 \times 10^{15} \text{ GeV}$ かつ $\xi \gtrsim 5 \times 10^3$ の時、 $S \gtrsim 190$ を満たす。

ワームホール作用

作用 S を ξ の関数として表したグラフ

$n = 1, \lambda = 0.1, f_a = 10^{15}, 10^{16}, 10^{17} \text{ GeV}$

(i) $1 \ll \xi \ll M_P^2/f_a^2$

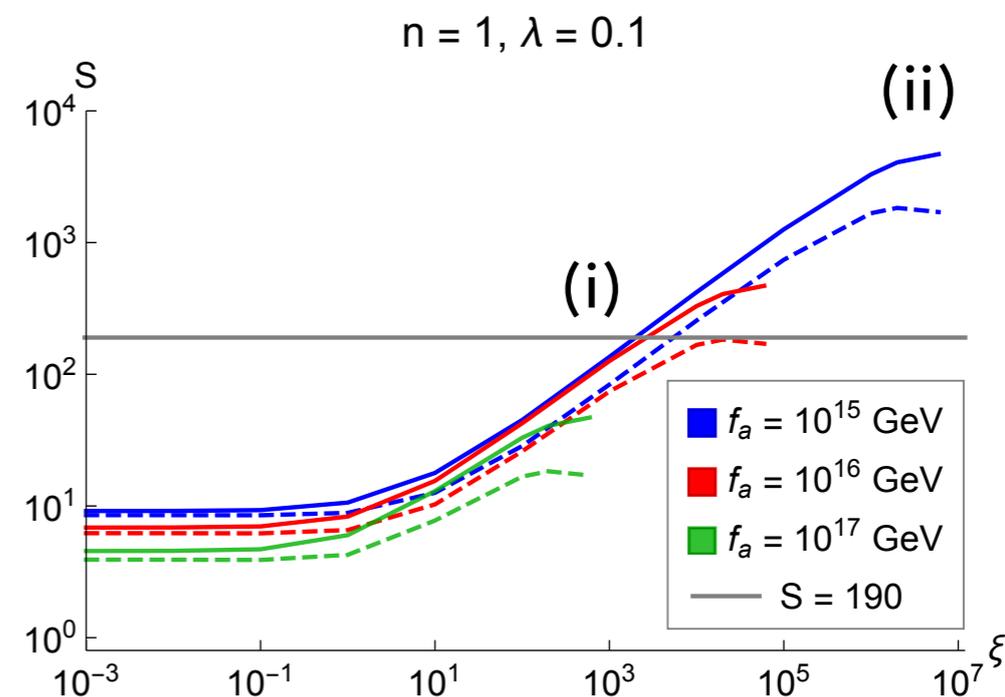
• $S \simeq 4.2 \times \xi^{1/2}$ without GHY term

• $S \simeq 2.6 \times \xi^{1/2}$ with GHY term

(ii) $\xi = M_P^2/f_a^2$ (動径成分がない場合と同じ)

• $S \simeq 1.92 \times M_P/f_a$ without GHY term

• $S \simeq 0.699 \times M_P/f_a$ with GHY term



実線 without GHY term

点線 with GHY term