

September 9th, 2021

# 宇宙論におけるカイラル重力効果

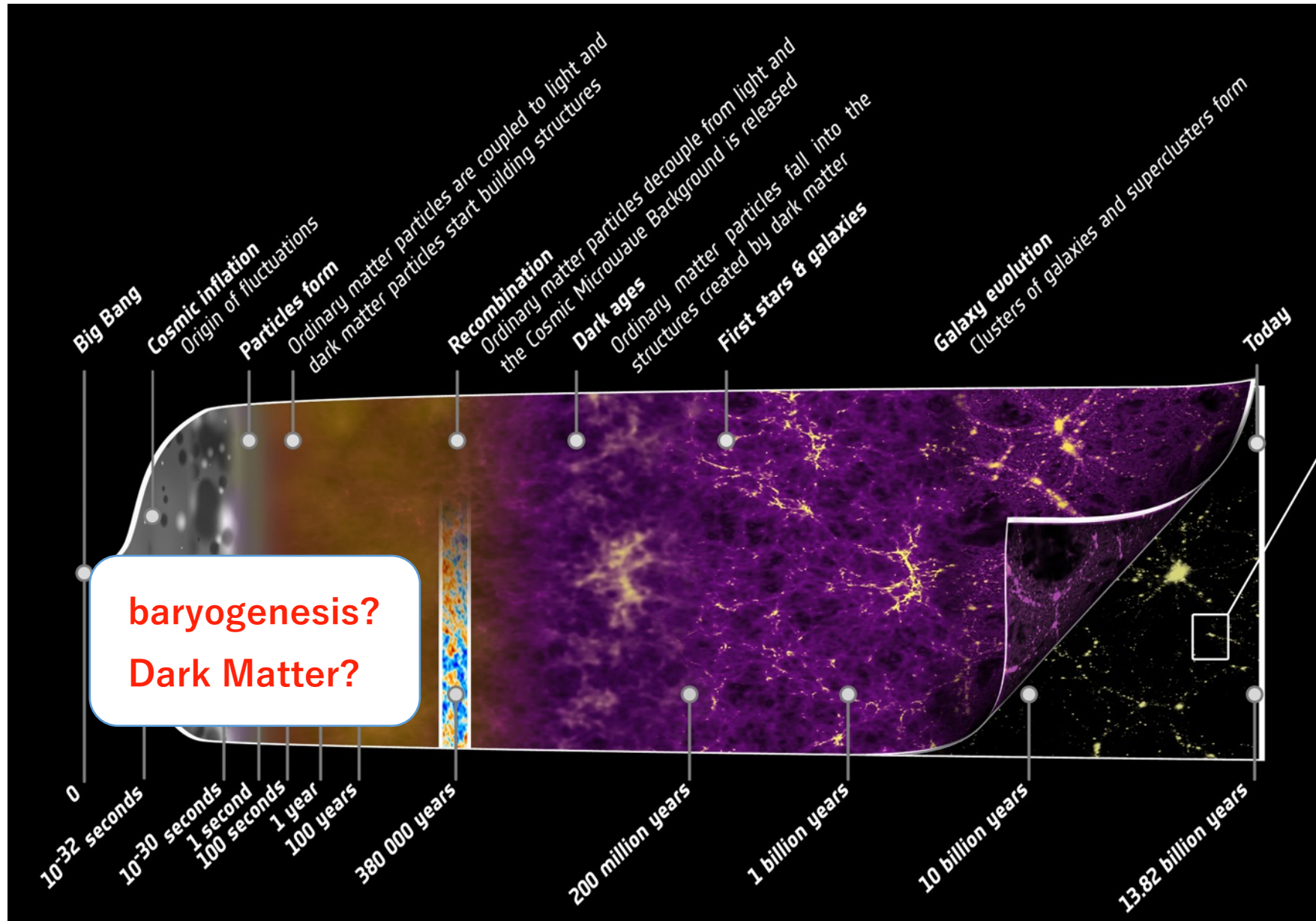
素粒子物理学の進展2021 @ online

条 潤哉 (東大理, RESCEU)

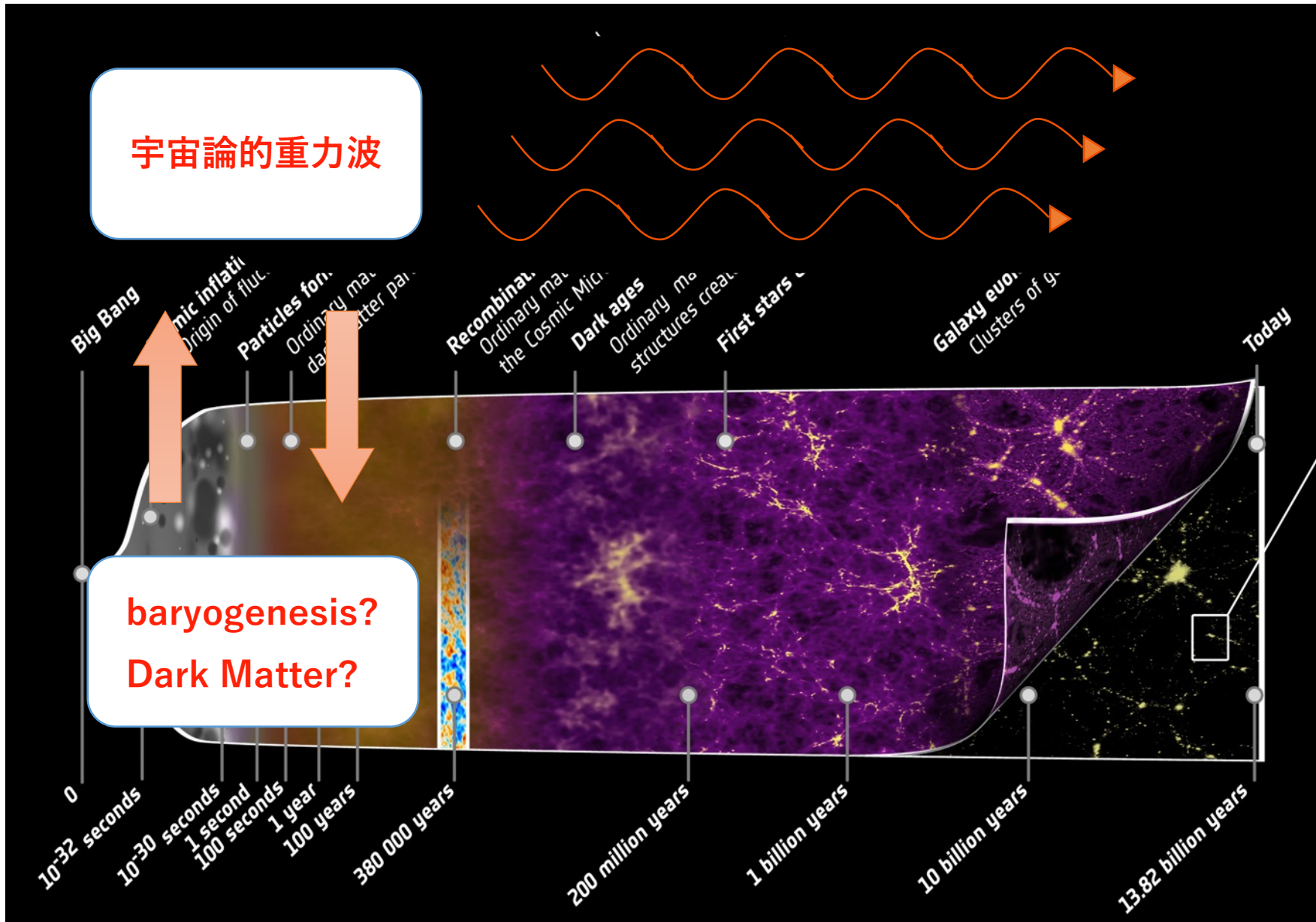
Based on:

Kohei Kamada, **JK** and Yusuke Yamada, JHEP05(2021)292  
(arXiv:2104.00583 [hep-ph])





©NASA



# Contents

---

- カイラルプラズマ中における異常輸送
- カイラル重力効果
- 動的背景におけるカイラル重力効果
- Summary & Discussion

# カイラルプラズマ中における異常輸送

## • バリオン数 > 反バリオン数

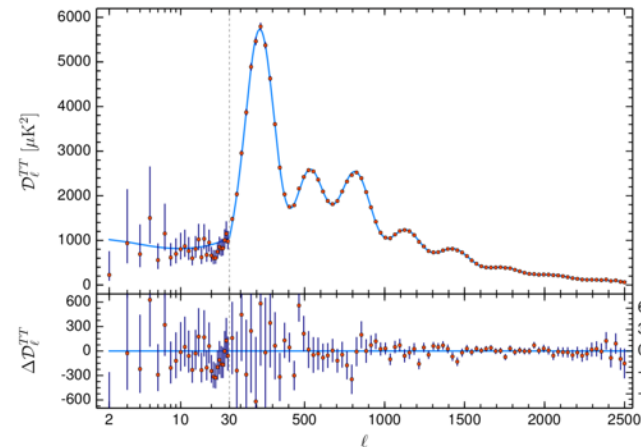
宇宙マイクロ波背景放射や軽元素存在量の観測から...

$$\eta \equiv n_b/n_\gamma = (6.12 \pm 0.04) \times 10^{-10}$$

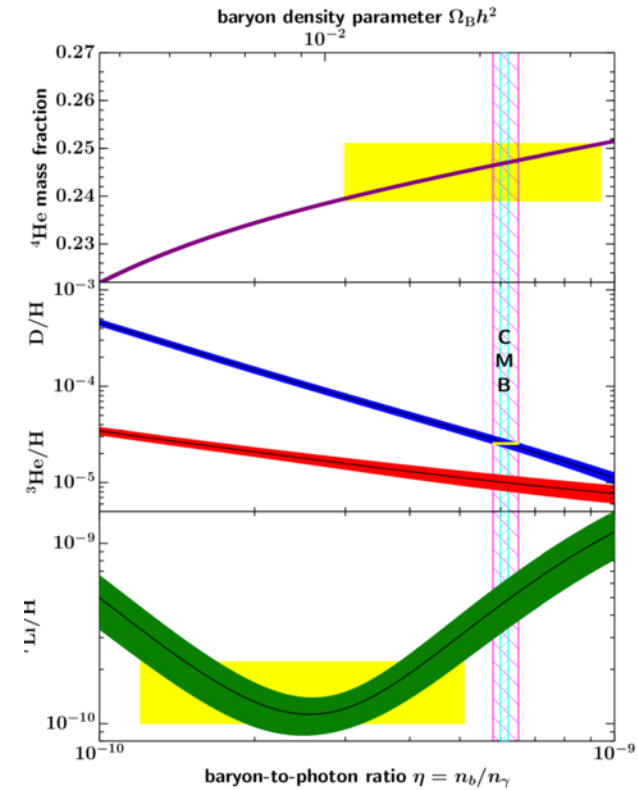
→(対消滅以前の)初期宇宙では、  
バリオンがごくわずかに多かった。

原始プラズマ中で動的に**非対称**が生成?

– baryogenesis (A. D. Sakharov 1967)



Planck 2018



Particle Data Group 2019

# カイラルプラズマ中における異常輸送

## • 右巻き粒子数 $\neq$ 左巻き粒子数！？

GUT baryogenesis (e.g. M. Yoshimura 1978, S. Dimopoulos+ 1978)

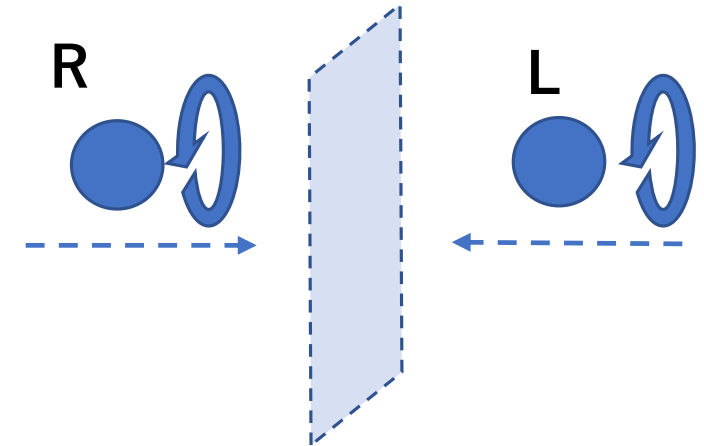
ex)SU(5): **5**表現scalarの湯川相互作用  $\supset H^c \rightarrow \bar{Q}_L \bar{Q}_L, e_R u_R$

(K. Kamada 2018, V. Domcke+ 2021)

Axion inflation  $\supset \phi \partial_\mu j_5^\mu \sim \dot{\phi} (n_R - n_L)$

axion場の速度  $\sim$  左右差の化学potential

(P. Adshead & E. I. Sfakianakis 2015, V. Domcke & K. Mukaida 2018)



# カイラルプラズマ中における異常輸送

## • 右巻き粒子数 $\neq$ 左巻き粒子数！？

GUT baryogenesis (e.g. M. Yoshimura 1978, S. Dimopoulos+ 1978)

ex)SU(5): **5**表現scalarの湯川相互作用  $\supset H^c \rightarrow \bar{Q}_L \bar{Q}_L, e_R u_R$

(K. Kamada 2018, V. Domcke+ 2021)

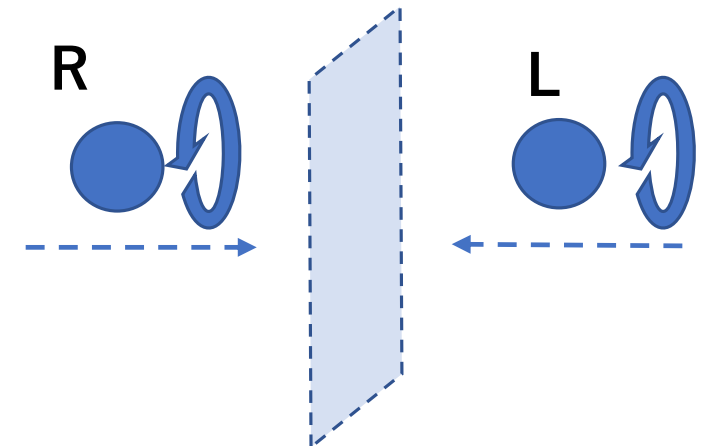
Axion inflation  $\supset \phi \partial_\mu j_5^\mu \sim \dot{\phi}(n_R - n_L)$

axion場の速度  $\sim$  左右差の化学potential

(P. Adshead & E. I. Sfakianakis 2015, V. Domcke & K. Mukaida 2018)

原始プラズマはカイラル非対称だった！？

→宇宙論における**カイラル輸送現象**



# カイラルプラズマ中における異常輸送

- **カイラル磁気効果(CME)** (A. Vilenkin 1980, K. Fukushima+ 2008)

カイラル非対称:  $n_5 \equiv n_R - n_L \sim \mu_5 T^2, \mu_5 \ll T$

カイラルプラズマ中では**磁場と平行に電流が流れる！！**

係数は**Chiral anomaly**  
に由来

$$\vec{J}_{\text{EM}} = \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B}$$



# カイラルプラズマ中における異常輸送

- **カイラル磁気効果(CME)** (A. Vilenkin 1980, K. Fukushima+ 2008)

カイラル非対称:  $n_5 \equiv n_R - n_L \sim \mu_5 T^2, \mu_5 \ll T$

カイラルプラズマ中では**磁場と平行に電流が流れる！！**

係数は**Chiral anomaly**  
に由来

$$\vec{J}_{\text{EM}} = \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B}$$

この“異常”電流があると

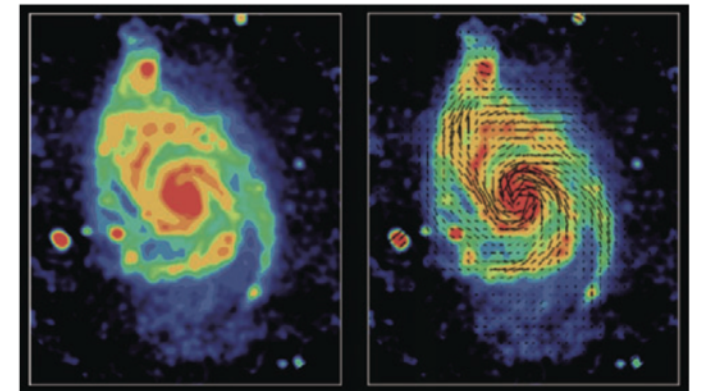
**スケールの大きい磁場に不安定性**が生じる:

Chiral Plasma Instability

(M. Joyce & M. Shaposhnikov 1997, Y. Akamatsu & N. Yamamoto 2013)

→ **宇宙の初期磁場の起源** → **銀河/銀河団磁場**

Magnetic fields in galaxy M51

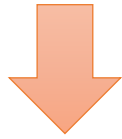


©NRAO/AUI

# カイラルプラズマ中における異常輸送

**Chiral anomaly (in U(1) theory)**

$$\partial_\mu j_5^\mu = -\frac{e^2}{16\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta}$$



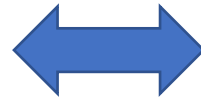
**Chiral Magnetic Effect**

$$\vec{J}_{\text{EM}} = \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B}$$

# カイラルプラズマ中における異常輸送

Chiral anomaly (in U(1) theory)

$$\partial_\mu j_5^\mu = -\frac{e^2}{16\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta}$$



Chiral gravitational anomaly

$$\nabla_\mu j_5^\mu = \frac{1}{384\pi^2} \frac{\epsilon^{\alpha\beta\lambda\rho}}{\sqrt{-g}} R^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta} R_{\mu\nu\lambda\rho}$$

(L. Alvarez-Gaume & E. Witten 1984)

Chiral Magnetic Effect

$$\vec{J}_{\text{EM}} = \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B}$$

Chiral Gravitational Effect

???

# Contents

---

- カイラルプラズマ中における異常輸送
- カイラル重力効果
- 動的背景におけるカイラル重力効果
- Summary & Discussion

# Contents

---

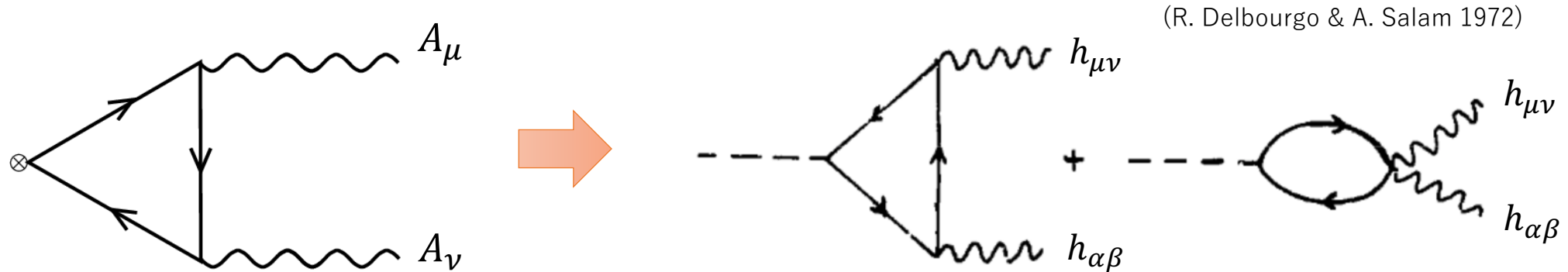
- カイラルプラズマ中における異常輸送
- カイラル重力効果
- 動的背景におけるカイラル重力効果
- Summary & Discussion

Why “**gravitational**”??

# カイラル重力効果

- **Chiral gravitational anomaly** (R. Delbourgo & A. Salam 1972, L. Alvarez-Gaume & E. Witten 1984)

背景重力場のもとでのフェルミオンloop:



One-fermion loop contributions to the two-graviton mode.

軸性カレントと重力的Chern-Pontryagin密度の関係式:

$$\nabla_{\mu} j_5^{\mu} = \frac{1}{384\pi^2} \frac{\epsilon^{\alpha\beta\lambda\rho}}{\sqrt{-g}} R^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta} R_{\mu\nu\lambda\rho} \equiv -\frac{1}{12(16\pi^2)} R\tilde{R}$$

# カイラル重力効果

- **Chiral gravitational anomaly** (R. Delbourgo & A. Salam 1972, L. Alvarez-Gaume & E. Witten 1984)

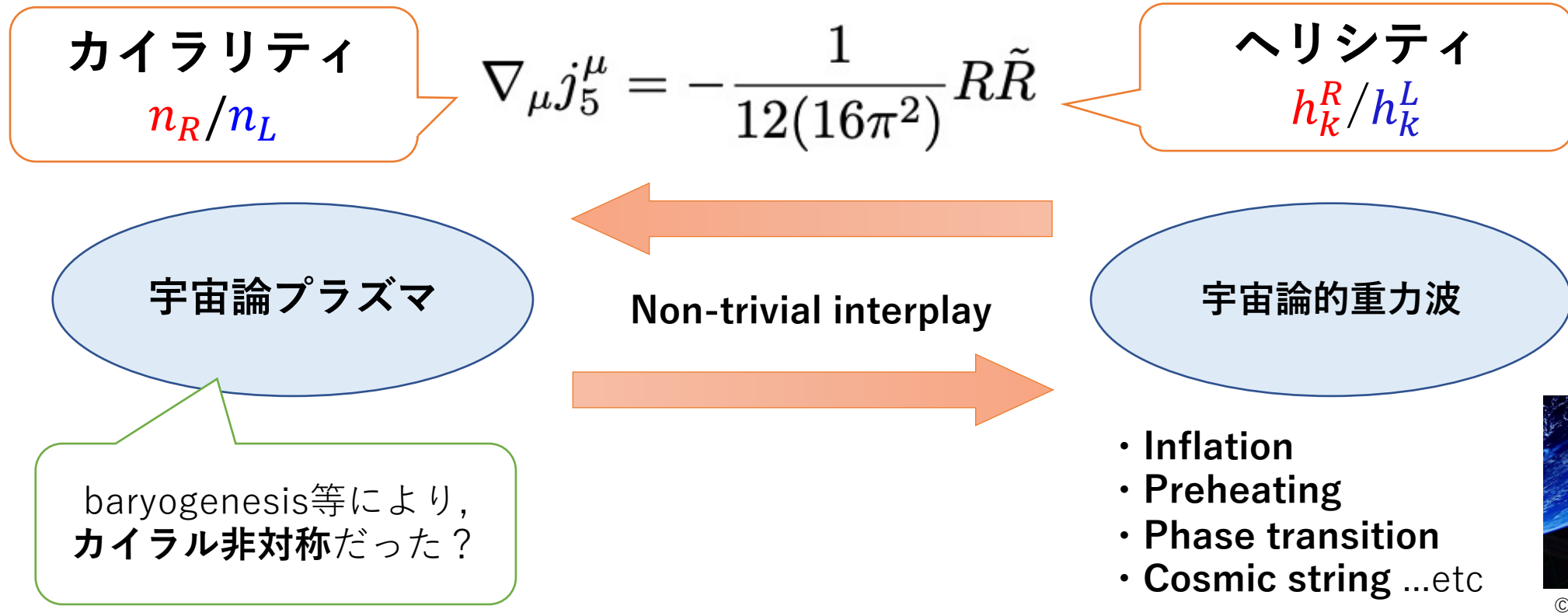
カイラリティ  
 $n_R/n_L$

$$\nabla_\mu j_5^\mu = -\frac{1}{12(16\pi^2)} R\tilde{R}$$

ヘリシティ  
 $h_k^R/h_k^L$

# カイラル重力効果

- **Chiral gravitational anomaly** (R. Delbourgo & A. Salam 1972, L. Alvarez-Gaume & E. Witten 1984)





# カイラル重力効果

- **カイラル“重力”効果** !? (A. Sadofyev & S. Sen 2017)

カイラル非対称なフェルミオン背景の, 重力場への応答:

(**系の定常性**を仮定) (J. Mans & M. Valle 2012, K. Jensen+ 2012)

$$\delta\langle T^{ij} \rangle = -\frac{\mu_5}{192\pi^2} \epsilon^{ilm} \delta^{jk} \nabla^2 \partial_l \tilde{h}_{km} + (i \leftrightarrow j) \quad \longleftrightarrow \quad \vec{J}_{\text{EM}} = \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B}$$

Application: カイラルプラズマ中を伝播する宇宙論的重力波!?

現実的なシナリオでは, カイラリティは**動的に変化していた**はず...

# カイラル重力効果

## • カイラル“重力”効果!?! (A. Sadofyev & S. Sen 2017)

カイラル非対称なフェルミオン背景の, 重力場への応答:

(**系の定常性**を仮定) (J. Mans & M. Valle 2012, K. Jensen+ 2012)

$$\delta\langle T^{ij} \rangle = -\frac{\mu_5}{192\pi^2} \epsilon^{ilm} \delta^{jk} \nabla^2 \partial_l \tilde{h}_{km} + (i \leftrightarrow j) \quad \longleftrightarrow \quad \vec{J}_{\text{EM}} = \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B}$$

Application: カイラルプラズマ中を伝播する宇宙論的重力波!?

現実的なシナリオでは, カイラリティは**動的に変化していた**はず...

フェルミオン背景の時間変化はどう影響する...? 🤔

– Covariantな**Effective action**から類推可能!!

# Contents

---

- カイラルプラズマ中における異常輸送
- カイラル重力効果
- 動的背景におけるカイラル重力効果
- Summary & Discussion

# 動的背景におけるカイラル重力効果

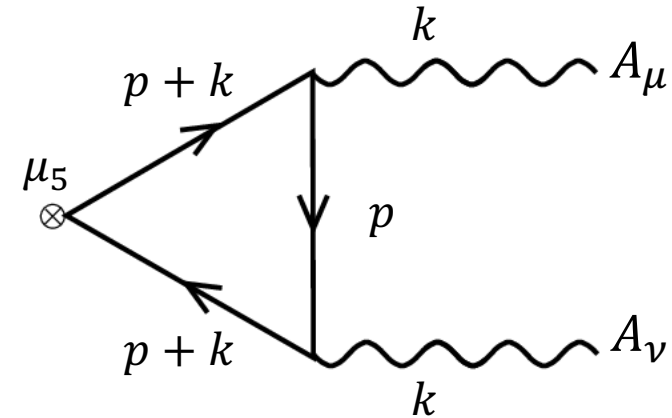
- Effective actionによるCMEの記述 (A. N. Redlich & L. C. R. Wijewardhana 1985)

$$S_{\mu}^{\text{eff}} = \int d^4x \mu_5 \bar{\psi} \gamma^0 \gamma^5 \psi \quad \mu_5: \text{chiral chemical potential}$$

↓ Integrating out fermions...

$$S_A^{\text{eff}} = \mu_5 \frac{e^2}{8\pi^2} \epsilon^{0\nu\rho\sigma} A_{\nu} F_{\rho\sigma} = -\frac{e^2}{8\pi^2} \theta F \tilde{F}$$

$$\partial_{\mu} \theta(x) = (\mu_5, 0, 0, 0) \quad (\text{See e.g. A. Boyarsky+ 2015})$$



**Chern-Simons項**によるMaxwell方程式の補正:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} + \frac{e^2}{2\pi^2} \dot{\theta} \vec{B} \simeq \sigma \vec{E} + \underline{\underline{\frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B}}} \rightarrow \text{CMEが再現!!}$$

# 動的背景におけるカイラル重力効果

- カイラル媒質中の重力波 (N. D. Barrie & A. Kobakhidze 2017)

**重力波**(テンソル揺らぎ)のeffective action:

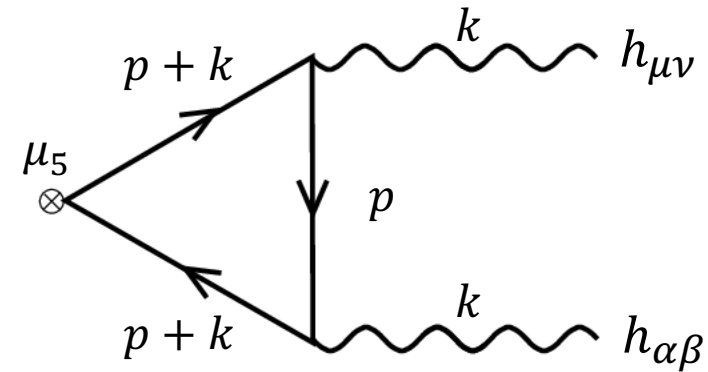
$$S^{\text{eff}} = \int d^4x (\partial_\mu \theta) 2K^\mu = - \int d^4x \sqrt{-g} \theta R \tilde{R}$$

$$\partial_\mu \theta(x) = \left( \frac{\mu_5}{192\pi^2}, 0, 0, 0 \right)$$



$$\ddot{h}^j_i - \nabla^2 h^j_i = -\frac{8}{M_{\text{Pl}}^2} \epsilon^{jmn} \partial_m \left( \dot{\theta} \ddot{h}_{in} - \dot{\theta} \nabla^2 h_{in} + \ddot{\theta} \dot{h}_{in} \right)$$

CS term = **induced EMT** ( $\rightarrow$ CGE)



# 動的背景におけるカイラル重力効果

- カイラル媒質中の重力波 (N. D. Barrie & A. Kobakhidze 2017)

**重力波**(テンソル揺らぎ)のeffective action:

$$S^{\text{eff}} = \int d^4x (\partial_\mu \theta) 2K^\mu = - \int d^4x \sqrt{-g} \theta R \tilde{R}$$

$$\partial_\mu \theta(x) = \left( \frac{\mu_5}{192\pi^2}, 0, 0, 0 \right)$$

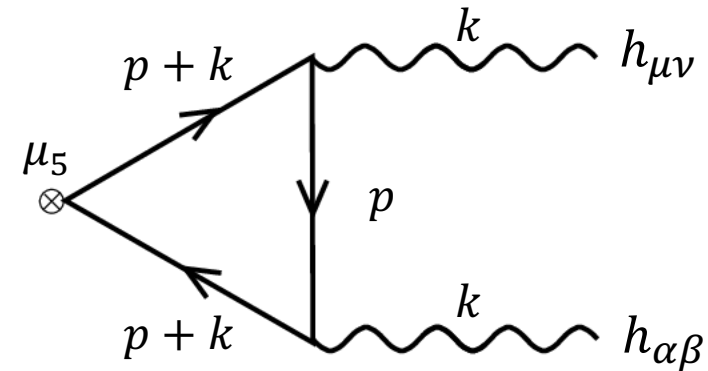


$$\ddot{h}^j_i - \nabla^2 h^j_i = -\frac{8}{M_{\text{Pl}}^2} \epsilon^{jmn} \partial_m \left( \dot{\theta} \ddot{h}_{in} - \dot{\theta} \nabla^2 h_{in} + \ddot{\theta} \dot{h}_{in} \right)$$

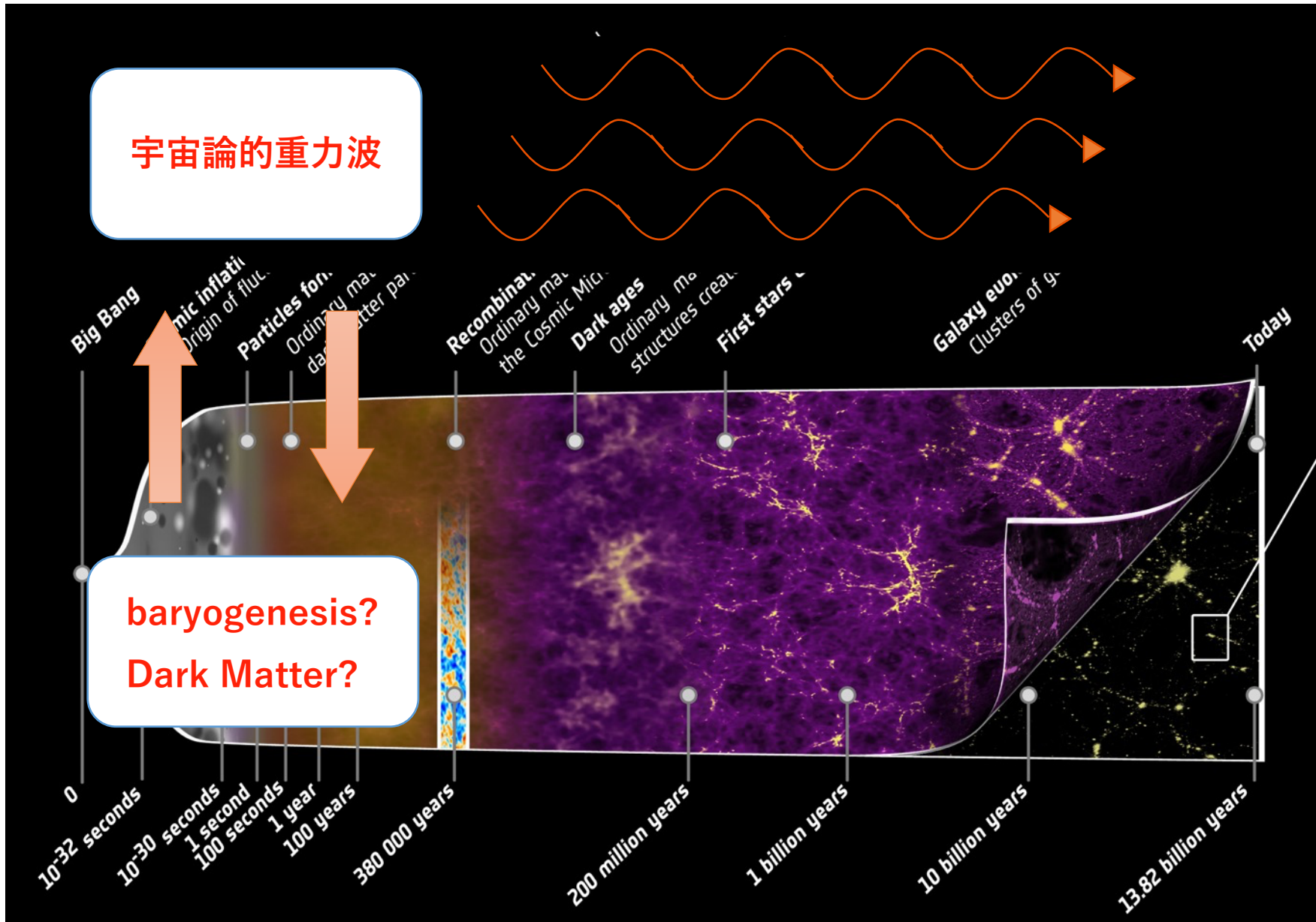
CS term = **induced EMT** ( $\rightarrow$ CGE)

$$T^j_i = \frac{\epsilon^{jmn}}{48\pi^2} \left\{ \underline{\mu_5 \partial_m (\partial_t^2 - \nabla^2)} + \underline{\dot{\mu}_5 \partial_m \partial_t} \right\} h_{in}$$

(K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)



**$\mu_5$ 依存性が現れた!!**



# 動的背景におけるカイラル重力効果

	Chiral Magnetic Effect	Chiral Gravitational Effect
外場に対する プラズマの応答	磁場と平行な電流: $\vec{J}_{\text{EM}} = \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B}$	エネルギー運動量テンソル: $T^j_i \simeq \frac{\epsilon^{jmn}}{48\pi^2} \{ \mu_5 \partial_m (\partial_t^2 - \nabla^2) + \dot{\mu}_5 \partial_m \partial_t \} h_{in}$
外場のダイナミクス	大スケール磁場に不安定性: $\dot{b}_{\text{L/R}}(t) = -\frac{1}{\sigma} \left( k^2 \pm \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 k \right) b_{\text{L/R}}(t)$	?
外場からプラズマ への反作用	ヘリシティ増に伴い, $\mu_5$ 減 →不安定性を緩和 $\frac{d\mu_5}{dt} \simeq -\frac{1}{T^2} \frac{e^2}{4\pi^2} \dot{h}_B$	?



# 動的背景におけるカイラル重力効果

- 重力波複屈折とmemory効果 (K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)

z方向に伝播する重力波:

$$h_{ij} = \sum_{A=R,L} h_A(t, z) p_{ij}^A \quad \text{with} \quad h_A(t, z) = h_A(t) e^{ikz} + h_A^*(t) e^{-ikz}$$

$$\longrightarrow \left( \frac{d^2}{dt^2} + k^2 \right) h_A(t) = -\frac{\lambda_A k}{24\pi^2 M_{\text{Pl}}^2} \left\{ \mu_5 \left( \frac{d^2}{dt^2} + k^2 \right) + \dot{\mu}_5 \frac{d}{dt} \right\} h_A(t)$$

$\lambda^R = +1$ ,  $\lambda^L = -1$   $\rightarrow$  Induced EMTにより, **重力波が複屈折**.

# 動的背景におけるカイラル重力効果

- 重力波複屈折とmemory効果 (K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)

z方向に伝播する重力波:

$$h_{ij} = \sum_{A=R,L} h_A(t, z) p_{ij}^A \quad \text{with} \quad h_A(t, z) = h_A(t) e^{ikz} + h_A^*(t) e^{-ikz}$$

$$\longrightarrow \left( \frac{d^2}{dt^2} + k^2 \right) h_A(t) = -\frac{\lambda_A k}{24\pi^2 M_{Pl}^2} \left\{ \mu_5 \left( \frac{d^2}{dt^2} + k^2 \right) + \dot{\mu}_5 \frac{d}{dt} \right\} h_A(t)$$

$\lambda^R = +1$ ,  $\lambda^L = -1$  → Induced EMTにより, **重力波が複屈折**.

※high  $k$  で**強結合&ゴースト**

→  $\mu_5 k \ll M_{Pl}^2$ ,  $\dot{\mu}_5 \ll M_{Pl}^2$  として摂動的に補正を考える.

$$\left( 1 - \lambda_A \frac{k\mu_5}{24\pi^2 M_{Pl}^2} \right) \frac{d^2}{dt^2}$$

# 動的背景におけるカイラル重力効果

- 重力波複屈折とmemory効果 (K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)

0次の解=平面波:  $h_L^{(0)}(t) = Ae^{-ikt}$

カイラルプラズマ中を伝播すると...

$$h_L^{(1)}(t) = A \left( 1 + \frac{k}{48\pi^2 M_{\text{Pl}}^2} \Delta\mu_5(t) \right) e^{-ikt} - \frac{Ak}{48\pi^2 M_{\text{Pl}}^2} \left( \int_{-\infty}^t dt' \mu_5(t') e^{-2ikt'} \right) e^{ikt}$$

※右巻き偏光の場合:  $\mu_5 \rightarrow -\mu_5$

# 動的背景におけるカイラル重力効果

- 重力波複屈折とmemory効果 (K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)

0次の解=平面波:  $h_L^{(0)}(t) = Ae^{-ikt}$

カイラルプラズマ中を伝播すると...

non-trivial phase  $e^{-2ikt'}$   
→ **Memory効果!!**

$$h_L^{(1)}(t) = A \left( 1 + \frac{k}{48\pi^2 M_{\text{Pl}}^2} \Delta\mu_5(t) \right) e^{-ikt} - \frac{Ak}{48\pi^2 M_{\text{Pl}}^2} \left( \int_{-\infty}^t dt' \dot{\mu}_5(t') e^{-2ikt'} \right) e^{ikt}$$

※右巻き偏光の場合:  $\mu_5 \rightarrow -\mu_5$

カイラリティを破る過程が存在すると,  $\dot{\mu}_5 \neq 0$  に伴い**ヘリシティが生成**

$\Delta\mu_5(t) = \mu_5(t) - \mu_5(-\infty) = 0$  となっても、**伝播中の $\mu_5$ の変化が蓄積**.

# 動的背景におけるカイラル重力効果

- 重力波からの反作用 (K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)

複屈折した重力波 → プラズマ中の粒子に影響

anomaly方程式から, **反作用による変動**を見積もる:

$$\mu_5(t) = \mu_5^{(0)}(t) + \underline{\underline{\mu_5^{(1)}(t)}}$$

$$\dot{\mu}_5^{(1)}(t) = \delta \left\{ \dot{\mu}_5^{(0)}(t) - 2k \int_0^t dt' \dot{\mu}_5^{(0)}(t') \sin 2k(t-t') \right\} + \mathcal{O}(\delta^2)$$

$$\delta \equiv \frac{2C}{\pi^2} A^2 \frac{k^4}{T^2 M_{\text{Pl}}^2} \ll 1$$

# 動的背景におけるカイラル重力効果

- 重力波からの反作用 (K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)

複屈折した重力波 → プラズマ中の粒子に影響

anomaly方程式から、**反作用による変動**を見積もる:

$$\mu_5(t) = \mu_5^{(0)}(t) + \underline{\mu_5^{(1)}(t)}$$

$$\dot{\mu}_5^{(1)}(t) = \delta \left\{ \dot{\mu}_5^{(0)}(t) - 2k \int_0^t dt' \dot{\mu}_5^{(0)}(t') \sin 2k(t-t') \right\} + \mathcal{O}(\delta^2) \quad \delta \equiv \frac{2C}{\pi^2} A^2 \frac{k^4}{T^2 M_{\text{Pl}}^2} \ll 1$$

例えば...  $\dot{\mu}_5^{(0)} = \Gamma \exp(-t/\tau)$  for  $t \geq 0$

$$\Delta\mu_5(t) = \int_{-\infty}^t dt' (\dot{\mu}_5^{(0)}(t') + \dot{\mu}_5^{(1)}(t'))$$

$$\simeq \Gamma\tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - \frac{\Gamma\tau\delta}{1 + 4k^2\tau^2} \left(\cos(2kt) + 2k\tau \sin(2kt) - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + \mathcal{O}(\delta^2)$$

小さいものの、**振動が残る!**  
←  **$\mu_5$ 変化のmemory**によって駆動.

# 動的背景におけるカイラル重力効果

	Chiral Magnetic Effect	Chiral Gravitational Effect
外場に対する プラズマの応答	磁場と平行な電流: $\vec{J}_{\text{EM}} = \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B}$	エネルギー運動量テンソル: $T^j_i \simeq \frac{\epsilon^{jmn}}{48\pi^2} \{ \mu_5 \partial_m (\partial_t^2 - \nabla^2) + \dot{\mu}_5 \partial_m \partial_t \} h_{in}$
外場のダイナミクス	大スケール磁場に不安定性: $\dot{b}_{\text{L/R}}(t) = -\frac{1}{\sigma} \left( k^2 \pm \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 k \right) b_{\text{L/R}}(t)$	複屈折(Memory effect): $\delta h_{\text{L/R}}(t) = \pm \frac{Ak}{48\pi^2 M_{\text{Pl}}^2} \left\{ \Delta \mu_5(t) e^{-ikt} \mp \left( \int_{-\infty}^t dt' \dot{\mu}_5(t') e^{-2ikt'} \right) e^{ikt} \right\}$
外場からプラズマ への反作用	ヘリシティ増に伴い, $\mu_5$ 減 →不安定性を緩和 $\frac{d\mu_5}{dt} \simeq -\frac{1}{T^2} \frac{e^2}{4\pi^2} \dot{h}_B$	重力波ヘリシティ - $\mu_5$ 間の振動が残る: $\dot{\mu}_5^{(1)}(t) \simeq \delta \left\{ \dot{\mu}_5^{(0)}(t) - 2k \int_0^t dt' \dot{\mu}_5^{(0)}(t') \sin 2k(t-t') \right\}$

# 動的背景におけるカイラル重力効果

	Chiral Magnetic Effect	Chiral Gravitational Effect
外場に対する プラズマの応答	磁場と平行な電流: $\vec{J}_{\text{EM}} = \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B}$	エネルギー運動量テンソル: $T^j_i \simeq \frac{\epsilon^{jmn}}{48\pi^2} \{ \mu_5 \partial_m (\partial_t^2 - \nabla^2) + \dot{\mu}_5 \partial_m \partial_t \} h_{in}$
<div style="border: 2px solid orange; border-radius: 20px; padding: 10px; margin: 10px;"> <p>もう一つの大きな違いが!</p> <p>How about <u>expanding background</u>!?</p> </div>		複屈折(Memory effect): $\delta h_{L/R}(t) = \pm \frac{Ak}{48\pi^2 M_{\text{Pl}}^2} \left\{ \Delta \mu_5(t) e^{-ikt} \mp \left( \int_{-\infty}^t dt' \dot{\mu}_5(t') e^{-2ikt'} \right) e^{ikt} \right\}$
		重力波ヘリシティ - $\mu_5$ 間の振動が残る: $\dot{\mu}_5^{(1)}(t) \simeq \delta \left\{ \dot{\mu}_5^{(0)}(t) - 2k \int_0^t dt' \dot{\mu}_5^{(0)}(t') \sin 2k(t-t') \right\}$



# 動的背景におけるカイラル重力効果

- 宇宙膨張に伴う CGE (K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)

gravitons are not conformal...!! → 背景時空の曲率に依存する

ex.) 放射優勢期:  $a(\eta) = a_0(\eta/\eta_0)$   $\mu_5(\eta) \simeq \frac{a_0}{a(\eta)} \left( \mu_5^{(0)} + \mu_5^{(1)}(\eta) \right)$  (MD era → N. D. Barrie+ 2017)

$$(h_{\mathbf{k}}^A)'' + \frac{2}{\eta}(h_{\mathbf{k}}^A)' + k^2 h_{\mathbf{k}}^A = -\frac{\lambda_{\mathbf{k}}^A k}{24\pi^2 M_{\text{Pl}}^2} \left\{ \frac{\mu_5}{a(\eta)} \left( \frac{d^2}{d\eta^2} + \frac{2}{\eta} \frac{d}{d\eta} + k^2 \right) + \left( \frac{\mu_5}{a(\eta)} \right)' \frac{d}{d\eta} \right\} h_{\mathbf{k}}^A$$

$$\Rightarrow h^{L,R}(\eta) \sim \frac{A}{k_0 \eta} \left( \sin k_0 \eta \pm \frac{k_0^3 \eta_0^2 \mu_5^{(0)}}{216\pi^2 M_{\text{Pl}}^2 a_0^2} \{ 3\pi \cos(k_0 \eta) + (6\gamma - 5 + 6 \log(2k_0 \eta_0)) \sin(k_0 \eta) \} \right)$$

→ non-zeroだった初期のchiralityがヘリシティに蓄積.

※反作用による振動は素早く dilute する.

# Contents

---

- カイラルプラズマ中における異常輸送
- カイラル重力効果
- 動的背景におけるカイラル重力効果
- Summary & Discussion

# Summary

---

- **CGE** = カイラル媒質中での**エネルギー運動量テンソルの誘起**  
 $\dot{\mu}_5$  及び背景時空への依存性はCGEの特徴.
- **宇宙初期のカイラリティ変化が重力波ヘリシティとして記録**  
カイラリティの”変化”に応じて重力波複屈折が起こる.  
重力はuniversalな結合 → “**chiral dark sector**” のプローブ？
- 重力波からの反作用により,  **$\mu_5$  -ヘリシティ間で小さな振動が残る**  
カイラリティ変化が激しかった頃のmemoryにより駆動.  
変化量は小さくnegligible.

# Discussion

- 重力波観測への影響は？

Planck suppressionに加え, (healthyな) instabilityがない:

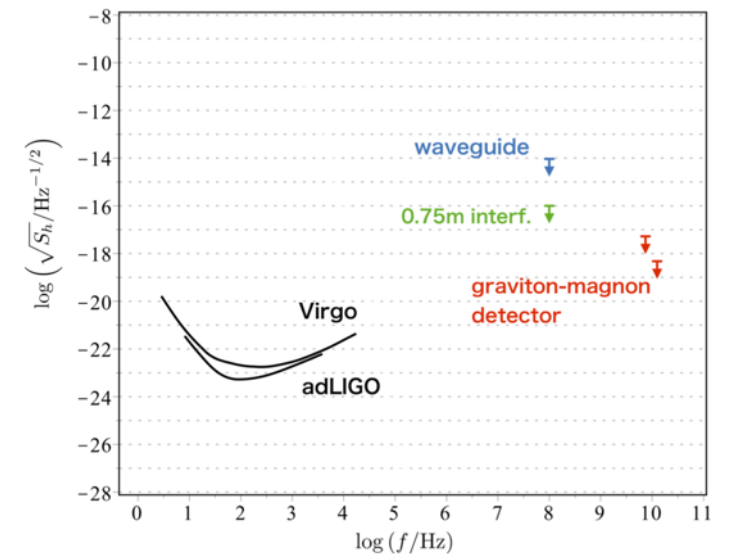
$$\ddot{h}^j_i - \nabla^2 h^j_i = -\frac{8}{M_{\text{Pl}}^2} \epsilon^{jmn} \partial_m \left( \dot{\theta} \ddot{h}_{in} - \dot{\theta} \nabla^2 h_{in} + \ddot{\theta} h_{in} \right)$$

→CGEによる補正は **小さすぎて観測するのは難しい...**

$$\delta h_{L/R}(t) = \pm \frac{Ak}{48\pi^2 M_{\text{Pl}}^2} \left\{ \Delta\mu_5(t) e^{-ikt} \mp \left( \int_{-\infty}^t dt' \dot{\mu}_5(t') e^{-2ikt'} \right) e^{ikt} \right\}$$

ただし, 高周波域になるほど補正は大きくなる.

→ **GHz帯域**の観測には影響を与えるかも?? (e.g. A. Ito+ 2019, V. Domcke & C. Garica-Cely 2020)



# Discussion

- anomaly以外の効果 (J. Mans & M. Valle 2012, A. Sadofyev & S. Sen 2017)

共変なLagrangianで書ける寄与以外に,  
non-localな(例えば熱的な)効果による応答も存在:

$$T_{11} = -T_{22} = i\xi_T(\omega, q)q_3 h_{12}$$

$$T_{12} = -i\xi_T(\omega, q)q_3 h_{11}.$$

$$\xi_T(\omega, q) = -\frac{1}{96\pi^2} \underline{\underline{\mu_5(\mu_5^2 + \pi^2 T^2)}} \left( 2 + \frac{Q^2}{q^2} + \frac{3Q^4}{q^4} L(\omega, q) \right)$$

$k \ll T$ で支配的  
→LIGO, LISA等にrelevant?

Effective actionで記述しようとするとうnon-covariantに...

ex) Chiral Vortical Effectを再現するeffective action: (J. F. Assuncao+ 2018)

$$S_{CS}[h] = \int d^4x h_{\mu\nu} \left[ -\frac{1}{192\pi^2} \epsilon^{\mu\rho\kappa\lambda} b_\kappa \partial_\lambda (\square h_\rho{}^\nu - \partial^\nu \partial^\sigma h_{\rho\sigma}) - \frac{T^2}{12} b_0 \epsilon^{\mu\rho\kappa\lambda} u_\kappa \partial_\lambda \left( \underline{\underline{\frac{\partial_0 \partial^\nu}{\square} - u^\nu}} \right) \left( \underline{\underline{\frac{\partial_0 \partial^\sigma}{\square} - u^\sigma}} \right) h_{\rho\sigma} \right]$$

# Backup slides

# Chiral Gravitational Effect -gravitational counterpart of CME-

- Instability of magnetic fields (M. Joyce & M. Shaposhnikov 1997, Y. Akamatsu & N. Yamamoto 2013)

e.o.m for the magnetic field becomes...

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{E} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma} \left( \vec{\nabla}^2 + \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{\nabla} \times \right) \vec{B}$$

**Exponential growth**

for - sign with  $k < \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \sigma \vec{E} + \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 \vec{B} \quad \text{Expand in L/R basis...} \quad \dot{b}_{L/R}(t) = -\frac{1}{\sigma} \left( k^2 \pm \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 k \right) b_{L/R}(t)$$

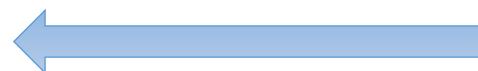
Note that the instability is weakened due to the backreaction:

Anomaly equation

$$\frac{dn_5}{dt} = -\frac{e^2}{8\pi^2} \frac{1}{V} \int dx^3 F \tilde{F} = \frac{e^2}{2\pi^2} \frac{1}{V} \int dx^3 \vec{E} \cdot \vec{B} = -\frac{e^2}{4\pi^2} \dot{h}_B$$

$$\simeq \dot{\mu}_5 T^2$$

decay of  $\mu_5$



growing helicity

# Chiral Gravitational Effect -gravitational counterpart of CME-

- Backreaction from GWs (K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)

No external source:

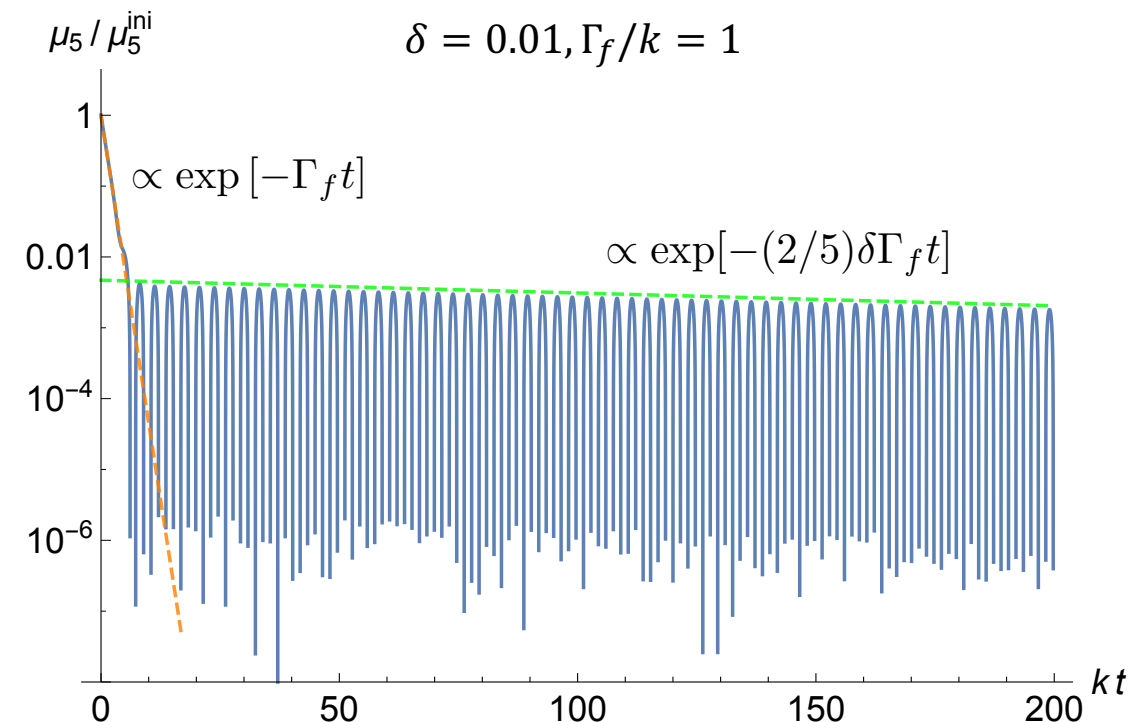
$$(1 - \delta)\Delta\ddot{\mu}_5 + 4k^2\Delta\mu_5 = 0.$$

$$\begin{aligned}\dot{\mu}_5(t) &= \delta \partial_t \left\{ \int_{-\infty}^t dt' \dot{\mu}_5(t') \cos 2k(t-t') \right\} \\ &= \delta \left\{ \dot{\mu}_5(t) - 2k \int_{-\infty}^t dt' \dot{\mu}_5(t') \sin 2k(t-t') \right\}\end{aligned}$$

flipping:

$$\dot{\mu}_5(t) = -\Gamma_f \mu_5(t) + \delta \left\{ \dot{\mu}_5(t) - 2k \int_0^t dt' \dot{\mu}_5(t') \sin 2k(t-t') \right\}$$

$$(1 - \delta)\ddot{\mu}_5(t) + \Gamma_f\ddot{\mu}_5(t) + 4k^2\dot{\mu}_5(t) + 4k^2\Gamma_f\mu_5(t) = 0$$





# Chiral Gravitational Effect -gravitational counterpart of CME-

- CGE in expanding background (K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)

FRW background:  $ds^2 = a(\eta)^2[-d\eta^2 + d\vec{x}^2]$   $\partial_\eta\theta = (\mu_5 a(\eta)/192\pi^2, 0, 0, 0)$

※CME: fermions & gauge fields are **conformal**.

→scale factor can be dropped by  $\hat{\psi} = a^{3/2}\psi$ ,  $\hat{A}^\mu = A^\mu/a^2$

CGE: gravitons are not conformal...!! → **background curvature dependence**

Without intrinsic variation of  $\mu_5$ , the expansion causes birefringence.

$$(h_{\mathbf{k}}^A)'' + \frac{2}{\eta}(h_{\mathbf{k}}^A)' + k^2 h_{\mathbf{k}}^A = -\frac{\lambda_{\mathbf{k}}^A k}{24\pi^2 M_{\text{Pl}}^2} \left\{ \frac{\mu_5}{a(\eta)} \left( \frac{d^2}{d\eta^2} + \frac{2}{\eta} \frac{d}{d\eta} + k^2 \right) + \left( \frac{\mu_5}{a(\eta)} \right)' \frac{d}{d\eta} \right\} h_{\mathbf{k}}^A \quad (\text{for RD era})$$

(For MD era, see N. D. Barrie & A. Kobakhidze 2017)

# Chiral Gravitational Effect -curvature dependence-

- CGE in expanding background (K. Kamada, **JK** & Y. Yamada 2021)

ex.) diluting chemical potential in RD era  $\mu_5(\eta) \simeq \frac{a_0}{a(\eta)} \left( \mu_5^{(0)} + \underline{\mu_5^{(1)}(\eta)} \right) \quad a(\eta) = a_0(\eta/\eta_0)$

$$h^{L,R}(\eta) \sim \frac{A}{k_0\eta} \left( \sin k_0\eta \pm \frac{k_0^3\eta_0^2\mu_5^{(0)}}{216\pi^2 M_{\text{Pl}}^2 a_0^2} \{3\pi \cos(k_0\eta) + (6\gamma - 5 + 6 \log(2k_0\eta_0)) \sin(k_0\eta)\} \right)$$

→helicity accumulates the non-zero initial asymmetry.

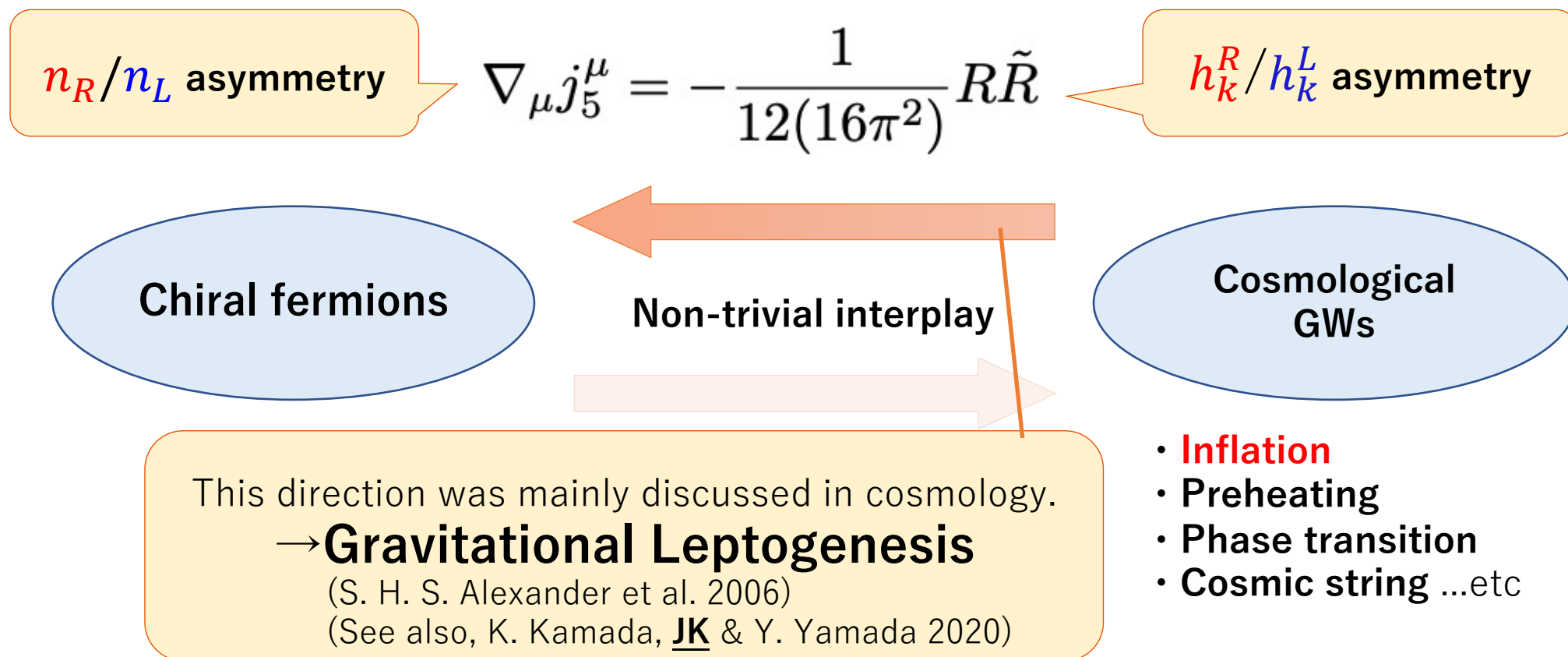
$$\mu_5^{(1)}(\eta) \simeq -\frac{A^2\mu_5^{(0)}}{6(2\pi)^7} \frac{k_0^2}{a^2 T^2} \frac{k_0^2}{a_0^2 M_{\text{Pl}}^2} \left\{ \frac{\sin k_0\eta}{k_0\eta} f(k_0, \eta) - \left( \frac{\cos k_0\eta}{k_0\eta} - \frac{\sin k_0\eta}{k_0^2\eta^2} \right) \frac{f'(k_0, \eta)}{k_0} \right\}$$

$f \propto a(\eta)^{-1}$

→oscillation is driven but rapidly decays.

# Chiral gravitational anomaly

- **Chiral gravitational anomaly** (R. Delbourgo & A. Salam 1972, L. Alvarez-Gaume & E. Witten 1984)



# Chiral gravitational anomaly

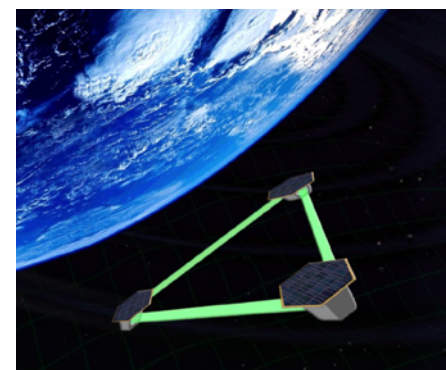
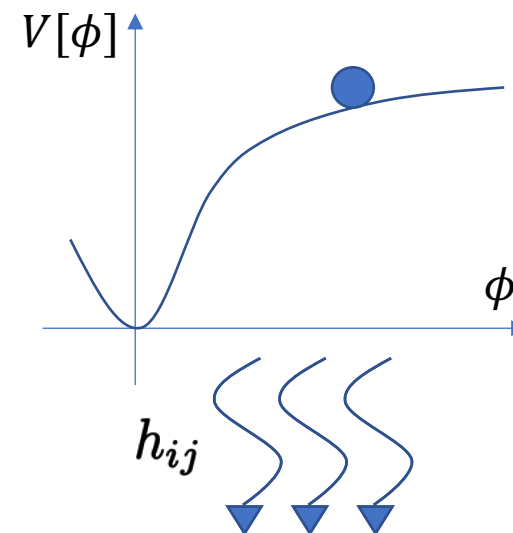
- primordial gravitational wave (PGW)  
quantum fluctuation generated during inflation  
(Grishchuk 1975, Starobinsky 1979)

→ **Main target of forthcoming GW observation**

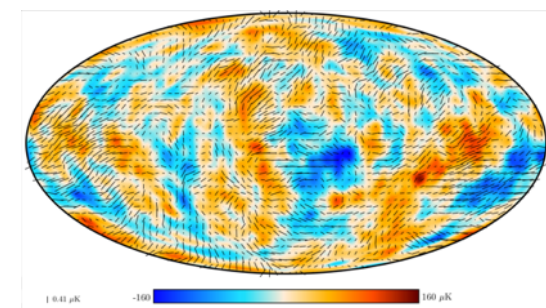
direct detection: DECIGO, BBO...

CMB B-mode: Planck, LiteBIRD,...

Information of energy scale of inflation  
and reheating temperature can be obtained.



©DECIGO



©ESA/Planck

# Chiral gravitational anomaly

- Gravitational leptogenesis
  - In pseudo-scalar inflation with CS term, **circularly polarized primordial GWs** can be generated.  $\rightarrow \langle R\tilde{R} \rangle \neq 0$

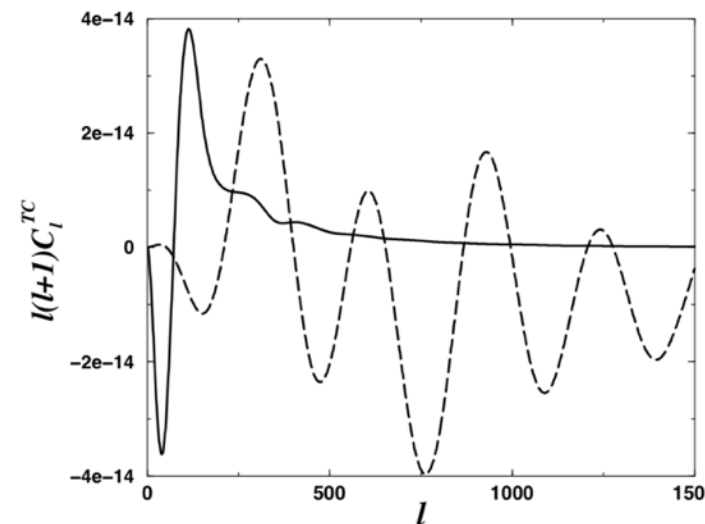
SM: **Right/Left** asymmetry in Neutrino sector  
 $\rightarrow$  Lepton number is also violated:

$$\nabla_\mu J_L^\mu = \frac{N_{R-L}}{24(4\pi)^2} R\tilde{R}$$

( # of RH species )  
– ( # of LH species )  
 $\rightarrow -3$  in SM

$\Rightarrow \dot{n}_L \neq 0$  during inflation

**lepton asymmetry** associated with polarized PGW may explain  $n_B/s$ .



$\phi R\tilde{R}$  model (A. Lue et al. 1999)