

# Massless Preheating and Electroweak Vacuum Metastability

寺田 隆広 (Institute for Basic Science)

共著者： **Jeff Kost** and **Chang Sub Shin**, arXiv:2105.06939 [hep-ph]

素粒子物理学の進展 2021, 9月6日



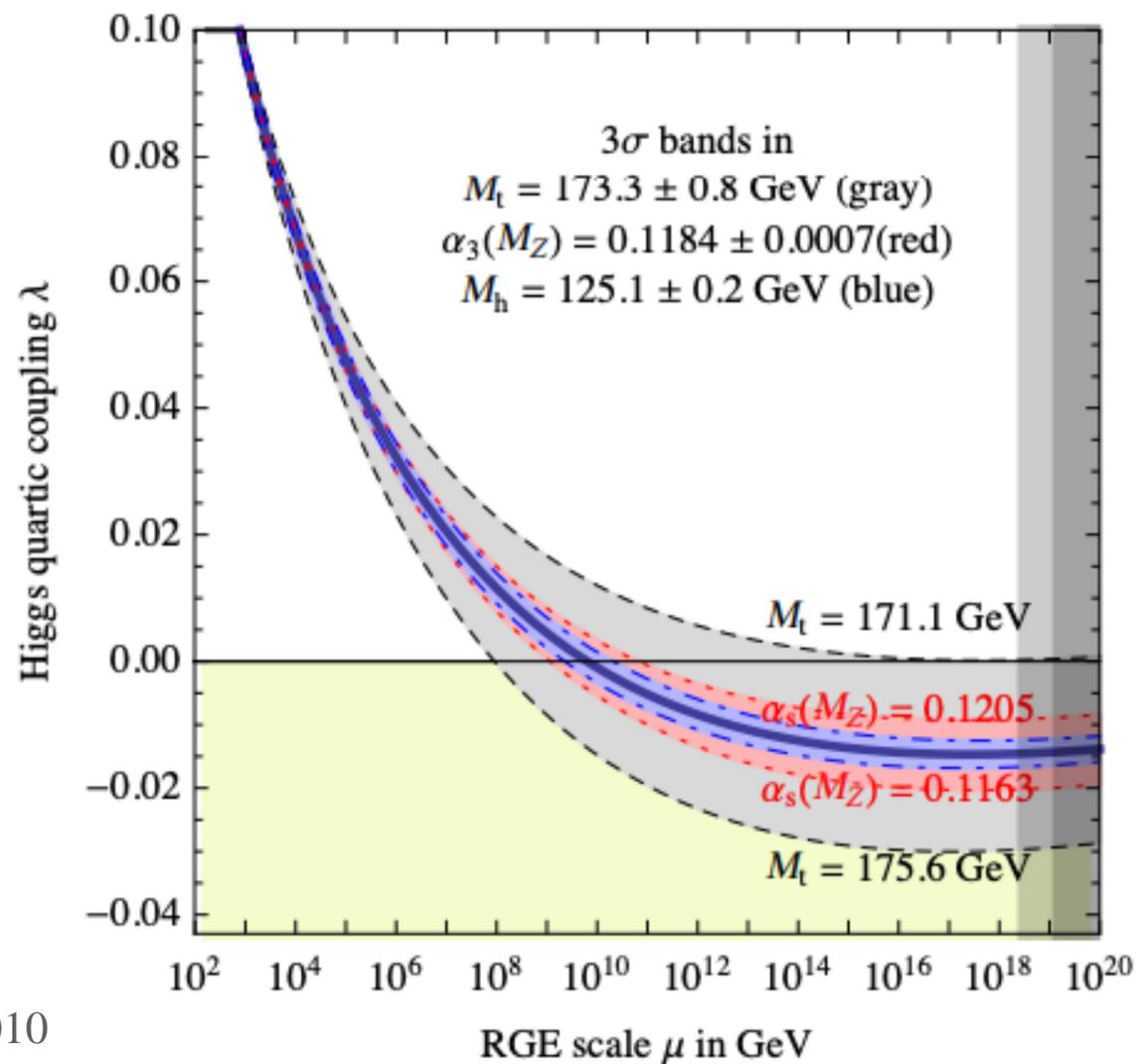
# 電弱真空の (準) 不安定性

[PDG 2020]

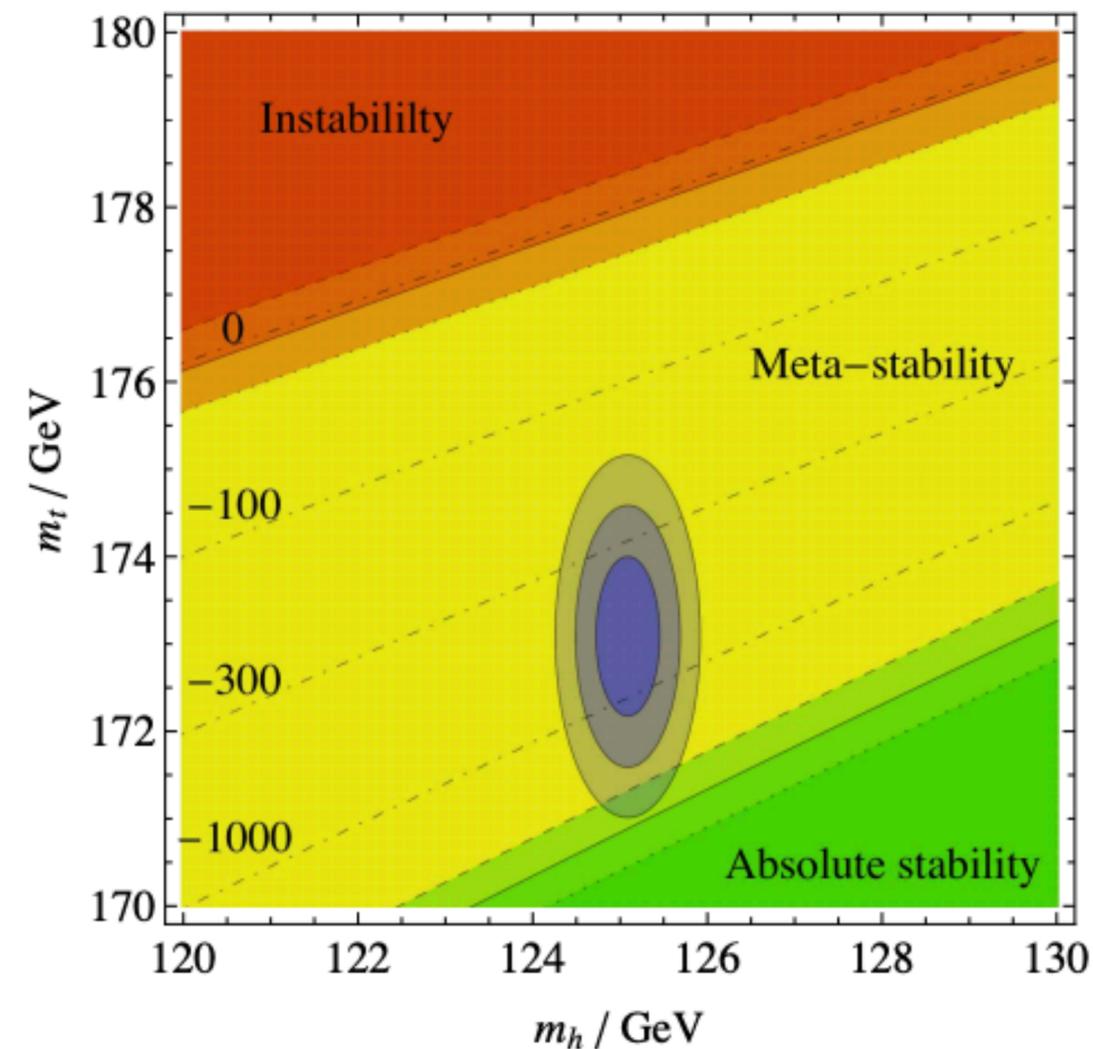
top mass  $m_t = 172.4 \pm 0.7$  GeV

Higgs mass  $m_h = 125.10 \pm 0.14$  GeV

strong coupling  $\alpha_s(m_Z^2) = 0.1179 \pm 0.0010$



[Buttazzo et al., 1307.3536]



[Chigusa et al., 1803.03902]

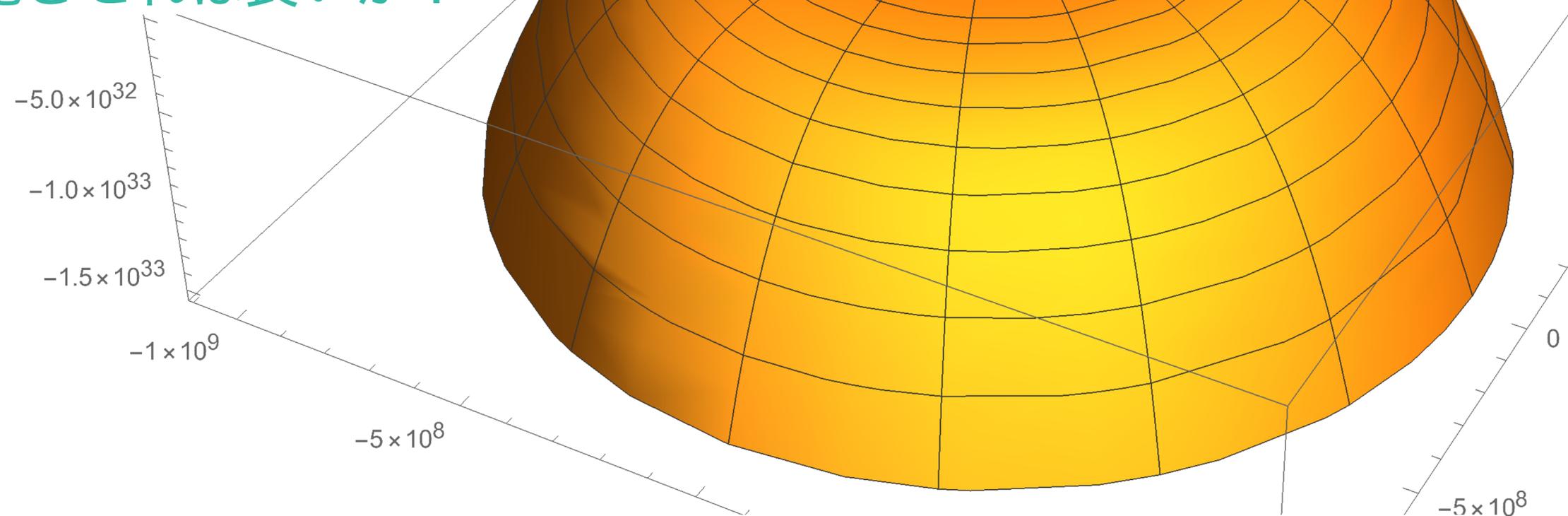
see also [Andreassen et al., 1707.08124]

# 宇宙史を通して安定でいられるか？

自然な初期条件から

電弱真空に辿り着けるか？

現在までどうやって安定化させれば良いか？



[Markkanen et al., 1804.02020] の曲がった時空における繰り込み群を用いて計算した 1 ループ有効 Higgs ポテンシャル。  
この図は  $H = 10^5$  GeV で、 $\xi_h$  が無視できる場合の例。

See, e.g., [Espinosa, Giudice, Riotto, 0710.2484], [Lebedev, Westphal, 1210.6987]

$1 \times 10^9$   $-1 \times 10^9$

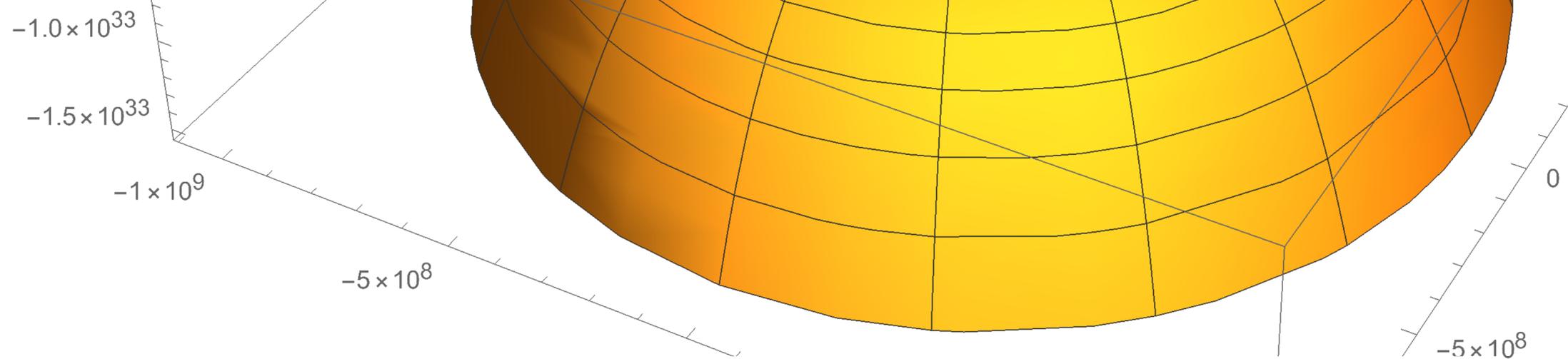
# 宇宙史を通して安定でいられるか？

自然な初期条件から

電弱真空に辿り着けるか？

現在までどうやって安定化させれば良いか？

熱的ポテンシャルがあれば安定化しそう。



[Markkanen et al., 1804.02020] の曲がった時空における繰り込み群を用いて計算した 1 ループ有効 Higgs ポテンシャル。この図は  $H = 10^5$  GeV で、 $\xi_h$  が無視できる場合の例。

See, e.g., [Espinosa, Giudice, Riotto, 0710.2484], [Lebedev, Westphal, 1210.6987]

$1 \times 10^9$   $-1 \times 10^9$

# 宇宙史を通して安定でいられるか？

自然な初期条件から

電弱真空に辿り着けるか？

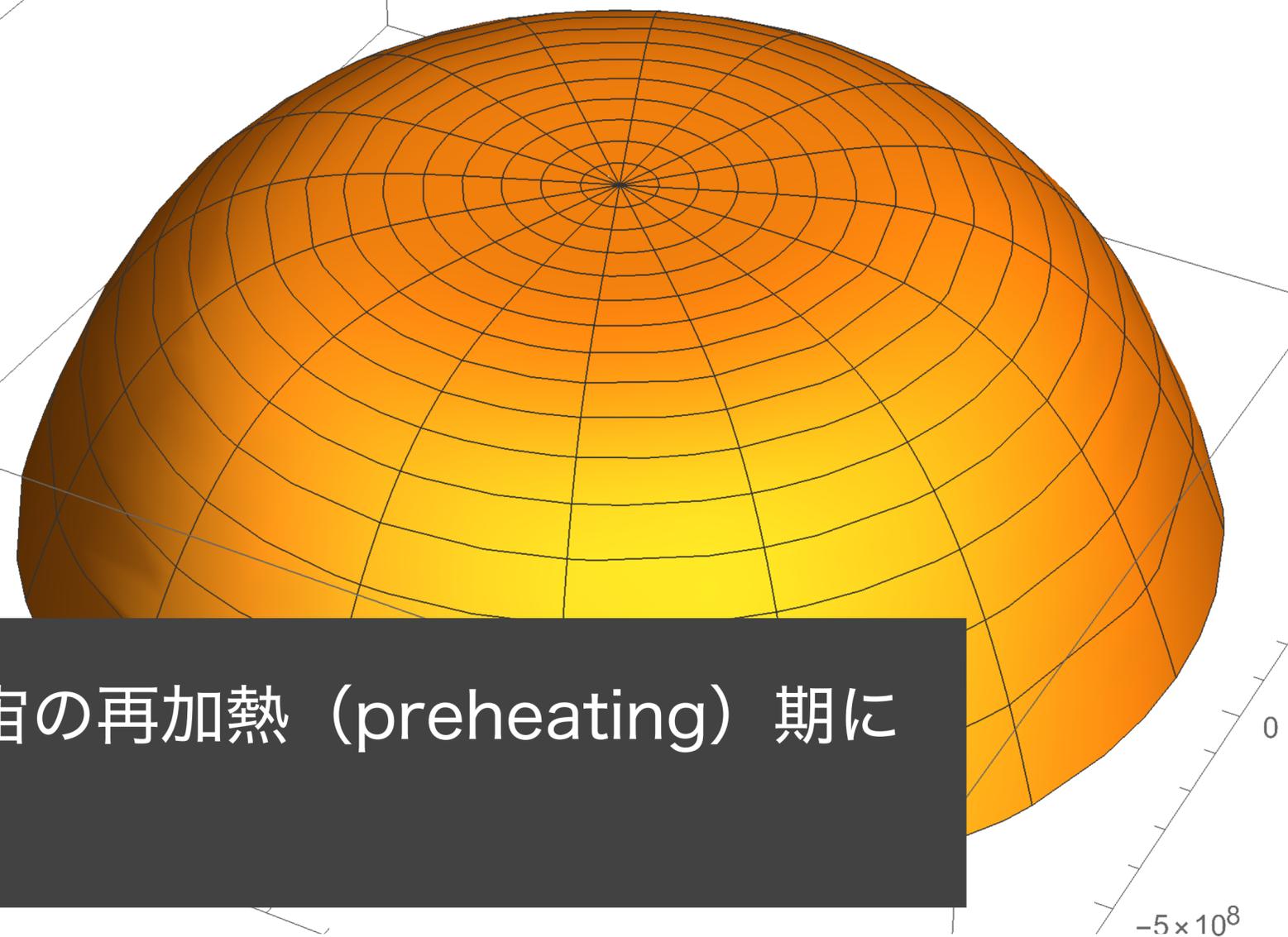
現在までどうやって安定化させれば良いか？

熱的ポテンシャルがあれば安定化しそう。

インフレーション中と、その後の宇宙の再加熱 (preheating) 期に  
ヒッグスが真の真空に落ちないか？

See, e.g., [Espinosa, Giudice, Riotto, 0710.2484], [Lebedev, Westphal, 1210.6987]

[Markkanen et al., 1804.02020] の曲がった時空における繰り込み群を用いて計算した 1 ループ有効 Higgs ポテンシャル。  
この図は  $H = 10^5$  GeV で、 $\xi_h$  が無視できる場合の例。



# 真空の (不) 安定性のジレンマ

[Herranen, Markkanen, Nurmi, Rajantie, 1506.04065]  
[Ema, Mukaida, Nakayama, 1602.00483]  
[Kohri, Matsui, 1602.02100]  
[Enqvist, Karciauskas, Lebedev, Rusak, Zatta, 1608.08848]

$$g^2 \phi^2 h^2, \xi_h R h^2$$

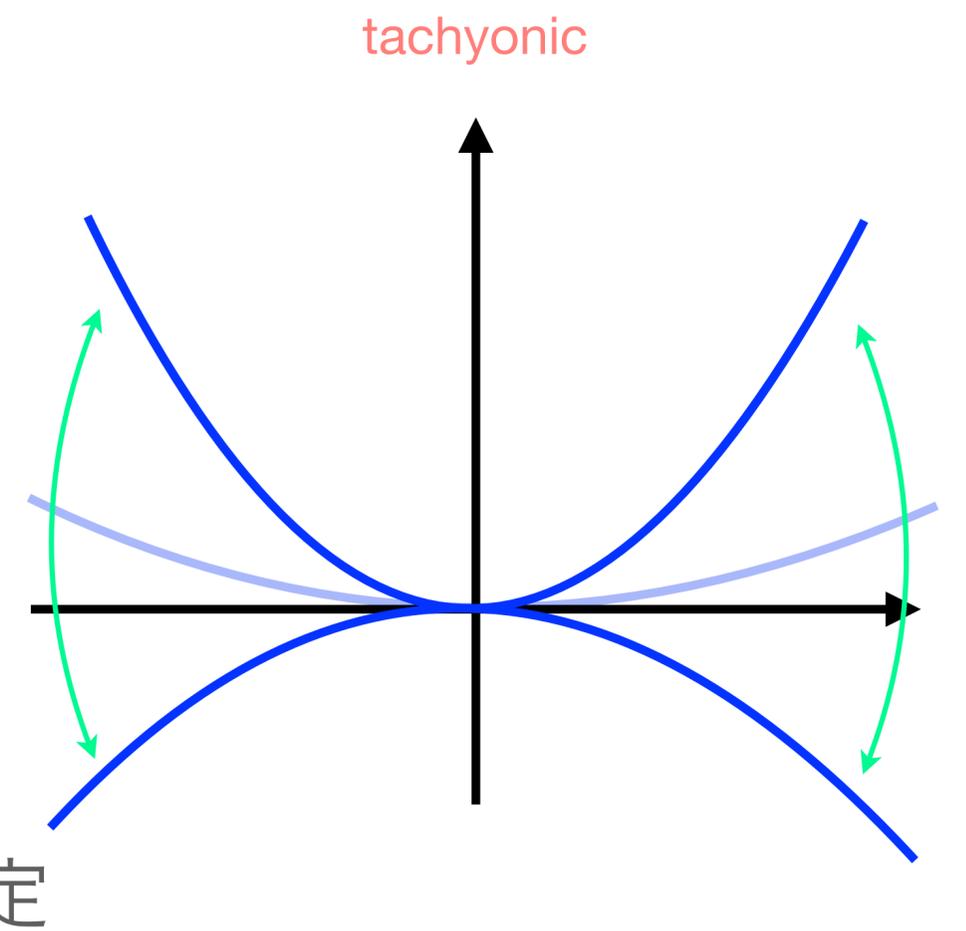
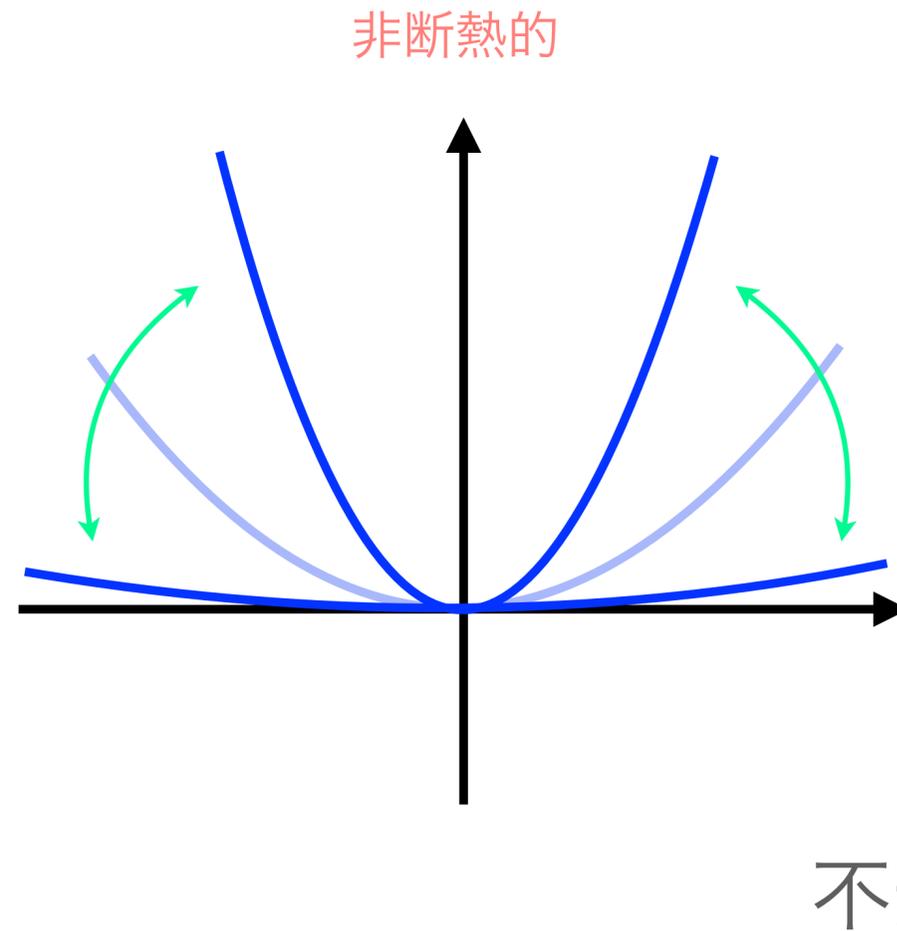
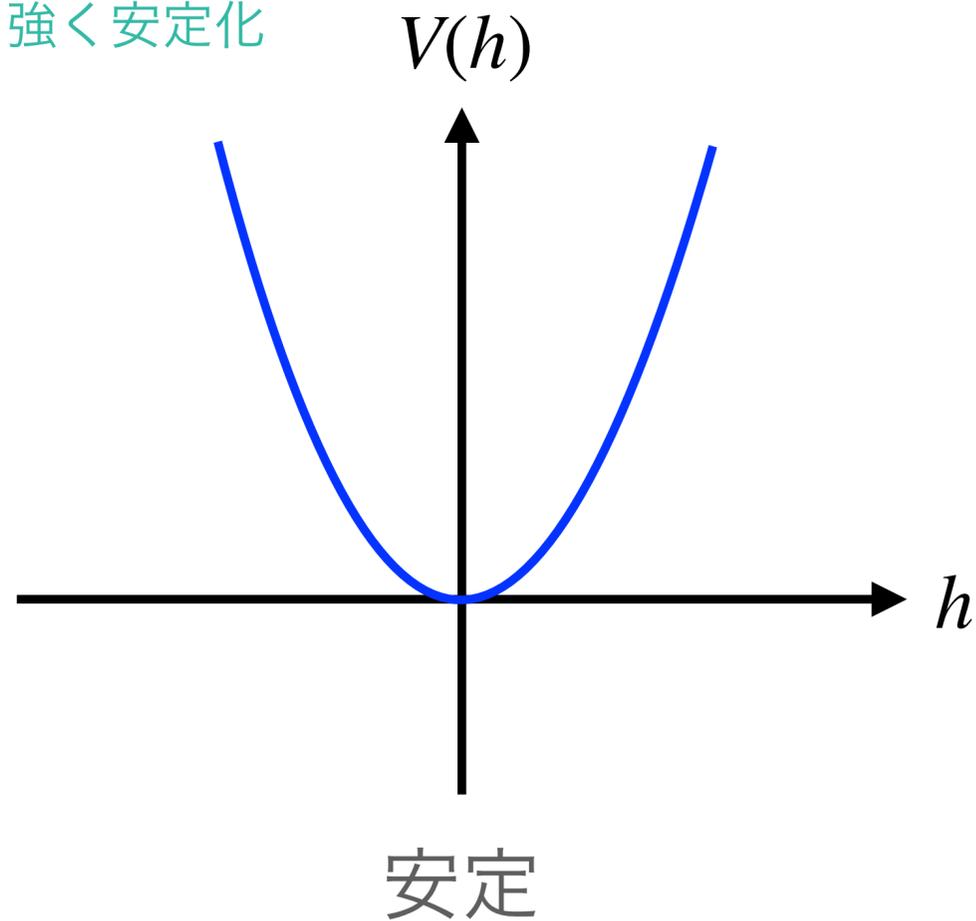
インフレーション中

インフレーション後  
(プリヒーティング中)

強く安定化

非断熱的

tachyonic



# 真空の (不) 安定性のジレンマ

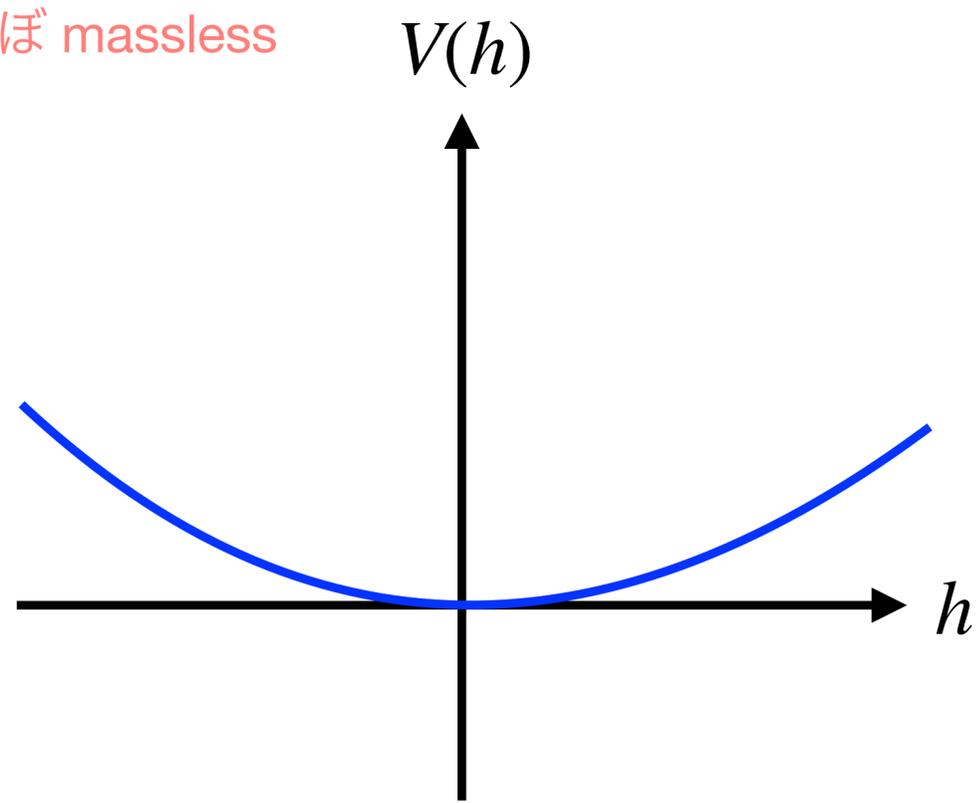
[Herranen, Markkanen, Nurmi, Rajantie, 1506.04065]  
[Ema, Mukaida, Nakayama, 1602.00483]  
[Kohri, Matsui, 1602.02100]  
[Enqvist, Karciauskas, Lebedev, Rusak, Zatta, 1608.08848]

$$g^2 \phi^2 h^2, \xi_h R h^2$$

インフレーション中

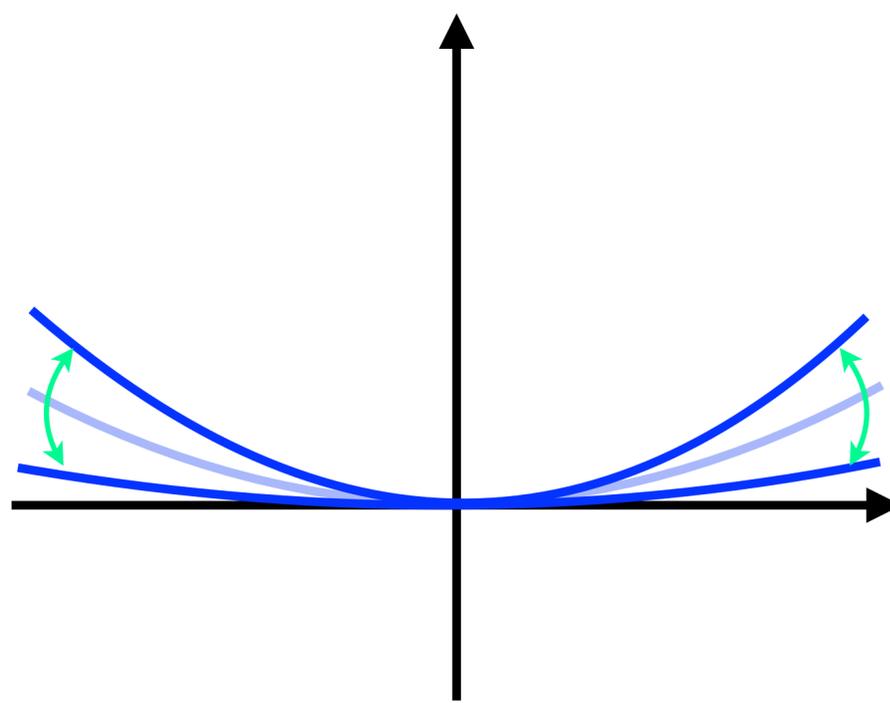
インフレーション後  
(プリヒーティング中)

ほぼ massless



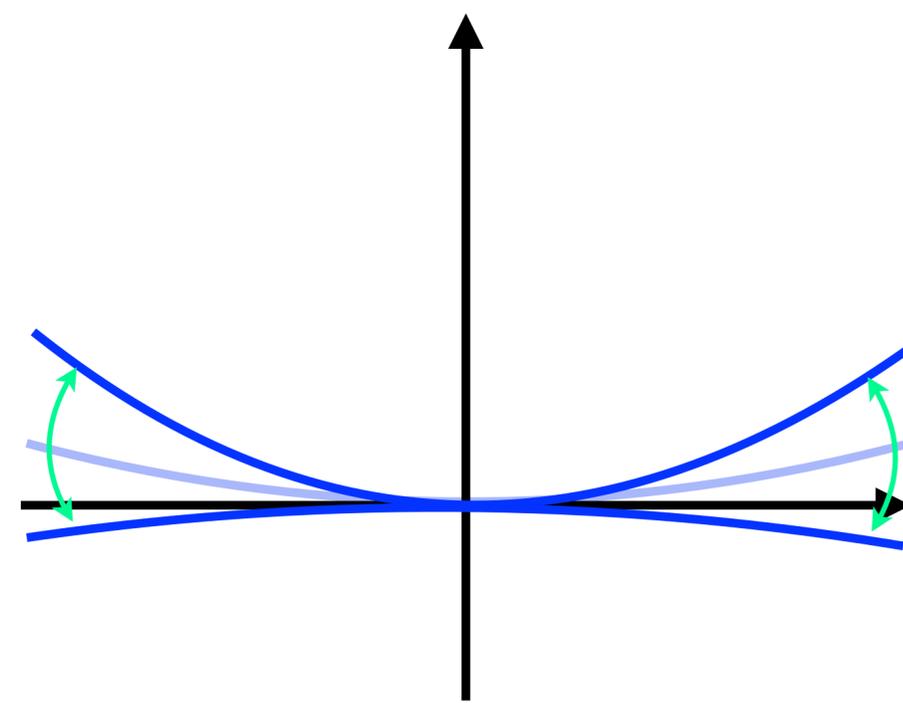
不安定

断熱的



安定

断熱的



# 終わらないプリヒーティング？

普通、各波数モードは、宇宙の膨張によって共鳴帯域から外れる。

スケール不変性があると、共鳴帯域から外れない。

$$V(\phi, h) = \frac{1}{4}\lambda_\phi\phi^4 + \frac{1}{2}g^2\phi^2h^2 + \frac{1}{4}\lambda_h h^4$$

“Massless preheating” では、

Higgs 揺らぎが際限無く成長！？

# 終わらないプリヒーティングからの脱出

普通、各波数モードは、宇宙の膨張によって共鳴帯域から外れる。

スケール不変性があると、共鳴帯域から外れない。

$$V(\phi, h) = \frac{1}{4}\lambda_\phi\phi^4 + \frac{1}{2}g^2\phi^2h^2 + \frac{1}{4}\lambda_h h^4$$

“Massless preheating” では、  
Higgs 揺らぎが際限無く成長！？

粒子生成同様、粒子崩壊も止め処ない！

粒子生成の反作用も考慮すべき

$$\Gamma_h \simeq \frac{3y_t^2(m_h^{(\text{eff})})}{16\pi}m_h^{(\text{eff})}$$

$$\omega_{\phi_k}^2 = \frac{k^2}{a^2} + \lambda_\phi\phi^2 + \xi_\phi R + g^2\langle h^2 \rangle + 3\lambda_\phi\langle \phi^2 \rangle$$



# 考察する系

作用 
$$-\frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - \frac{1}{2}\partial^\mu h\partial_\mu h - V_J(\phi, h) + \frac{1}{2}\left(1 - \xi_\phi\phi^2 - \xi_h h^2\right)R$$

$$V_J(\phi, h) = \frac{1}{4}\lambda_\phi\phi^4 + \frac{1}{2}g^2\phi^2h^2 + \frac{1}{4}\lambda_h h^4 \quad (\text{インフレーションモデルは一例。})$$

## 重力理論

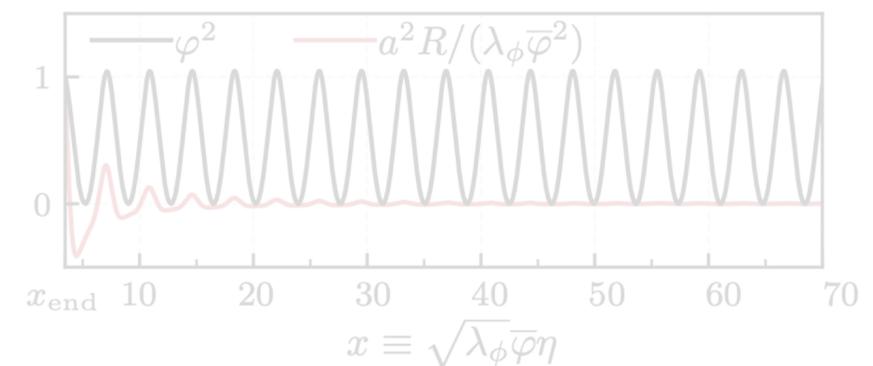
- 一階形式 (Palatini 形式)  $\theta = 0$       二階形式の場合、 $|\xi_\phi| \gg 1$  の時は原点付近の正準ポテンシャルが二次関数になる。      → massive preheating [Rusak, 1811.10569]
- 二階形式 (metric 形式)  $\theta = 1$       → unitarity issue [江間氏の講演]

$|\xi_\phi| \lesssim 1$  の場合に絞り、真空不安定性の  $\xi_h$  と  $g^2/\lambda_\phi$  への依存性を調べる。

## スケール不変性、その破れと回復

$\xi_\phi$  と  $\xi_h$  の項は、プリヒーティング時にスケール不変性を破る。相対的に  $\mathcal{O}(a^{-2})$  の寄与。  
(ちなみにインフレーション中はスケール不変。)

→ 一時的なタキオン不安定性の後にパラメトリック共鳴が訪れる。





# 考察する系

作用 
$$-\frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - \frac{1}{2}\partial^\mu h\partial_\mu h - V_J(\phi, h) + \frac{1}{2}\left(1 - \xi_\phi\phi^2 - \xi_h h^2\right)R$$

$$V_J(\phi, h) = \frac{1}{4}\lambda_\phi\phi^4 + \frac{1}{2}g^2\phi^2h^2 + \frac{1}{4}\lambda_h h^4 \quad (\text{インフレーションモデルは一例。})$$

## 重力理論

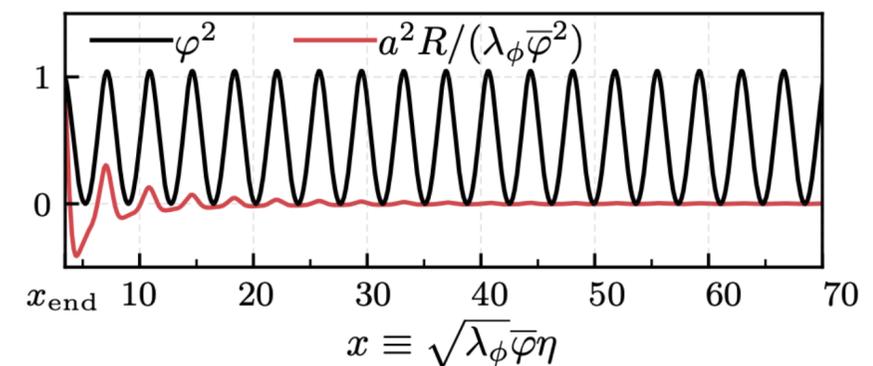
- 一階形式 (Palatini 形式)  $\theta = 0$       二階形式の場合、 $|\xi_\phi| \gg 1$  の時は原点付近の正準ポテンシャルが二次関数になる。 → massive preheating [Rusak, 1811.10569]
- 二階形式 (metric 形式)  $\theta = 1$       → unitarity issue [江間氏の講演]

$|\xi_\phi| \lesssim 1$  の場合に絞り、真空不安定性の  $\xi_h$  と  $g^2/\lambda_\phi$  への依存性を調べる。

## スケール不変性、その破れと回復

$\xi_\phi$  と  $\xi_h$  の項は、プリヒーティング時にスケール不変性を破る。相対的に  $\mathcal{O}(a^{-2})$  の寄与。  
(ちなみにインフレーション中はスケール不変。)

→ 一時的なタキオン不安定性の後にパラメトリック共鳴が訪れる。



# 4次ポテンシャルでのコヒーレント振動

$|\xi_\phi \phi^2| \ll 1$  の時、インフラトンの運動方程式は

$$\varphi'' + \lambda_\phi \varphi^3 = 0.$$

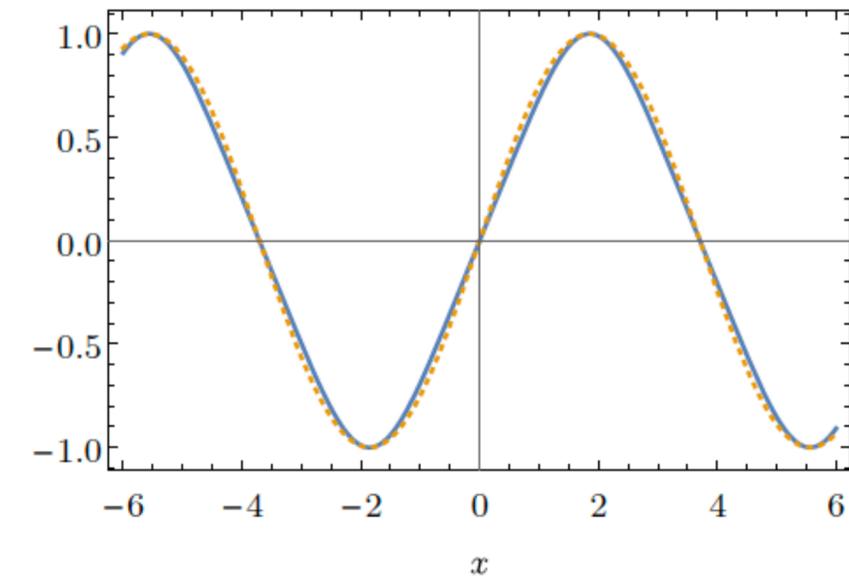
解は **Jacobi** の楕円関数で与えられる。

$$\varphi = \bar{\varphi} \operatorname{cn} \left( x - x_0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \quad x \equiv \sqrt{\lambda_\phi \bar{\varphi}} \eta$$

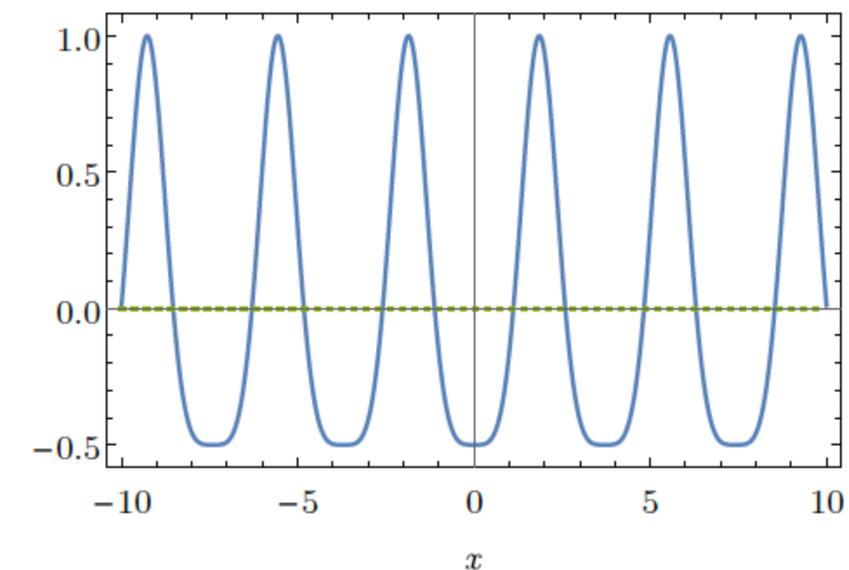
宇宙のエネルギー密度は**放射優勢期**の様な振る舞い。

$$\varphi \equiv a\phi = \text{const.} \quad a \propto x$$

$$\rho \propto a^{-4}$$



(a)  $\varphi$



(d)  $R$  (neglecting Hubble expansion)

# パラメトリック共鳴

運動方程式  $\ddot{h}_k + (3H + \Gamma_{h_k})\dot{h}_k + \omega_{h_k}^2 h_k = 0$

$$(a\omega_{h_k})^2 = k^2 + g^2(a\phi)^2 + \xi a^2 R$$

非断熱性による粒子生成  $\frac{|\dot{\omega}_{h_k}|}{\omega_{h_k}^2} \gtrsim 1.$

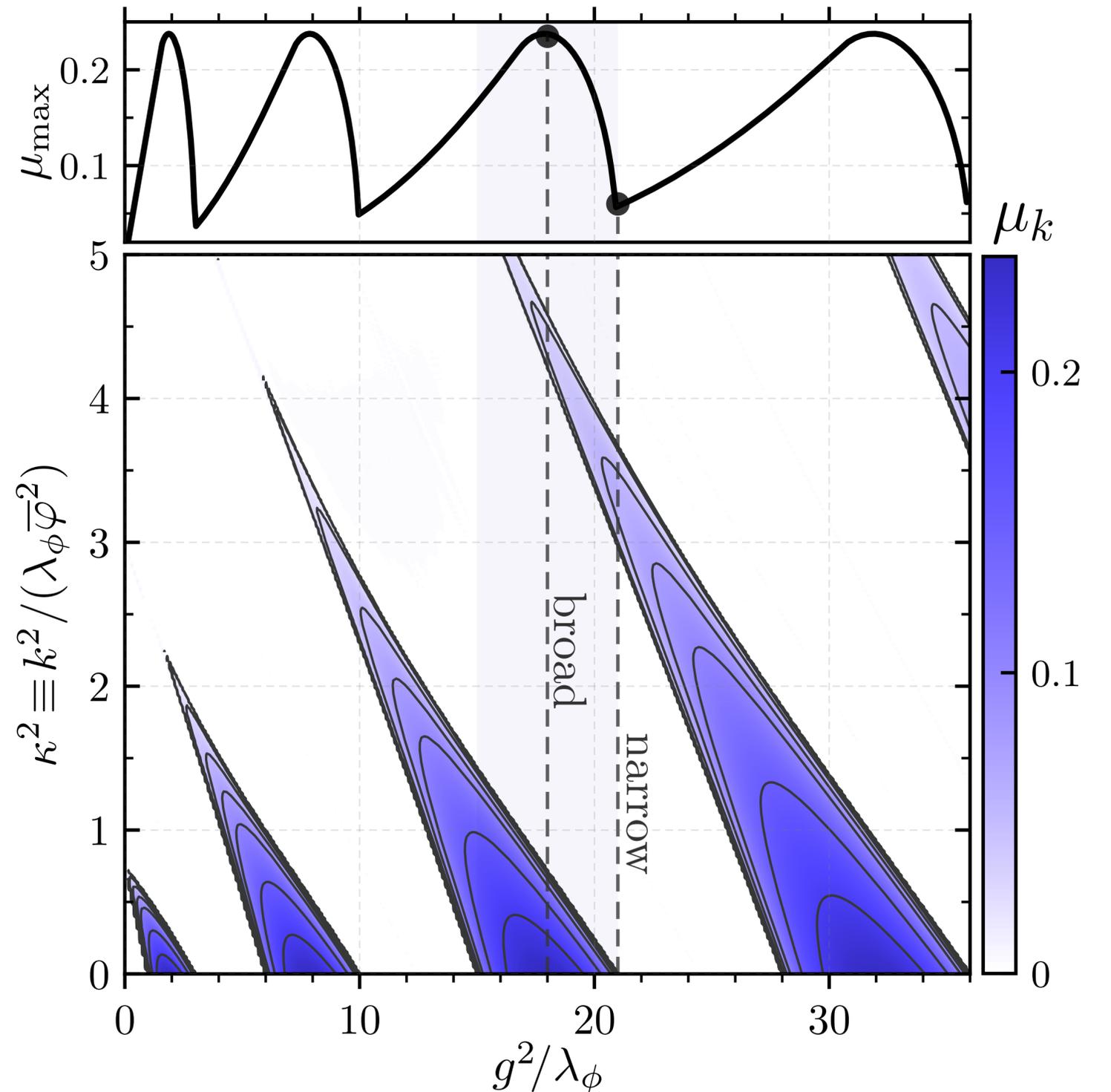
インフラトンがポテンシャルの底を通過する時に繰り返し起こる。

## パラメトリック共鳴

$$\langle h^2 \rangle \sim e^{2\mu_{\max} x} \quad \text{より詳しい式は論文参照}$$

[Kofman, Linde, Starobinsky, hep-ph/9704452]

[Greene, Kofman, Linde, Starobinsky, hep-ph/9705347]



# タキオン不安定性

## 有効的な重力結合

$$\xi \equiv \xi_h + \xi_\phi - 6\theta\xi_h\xi_\phi - \frac{1}{6}$$

## 運動方程式 (共形な変数で)

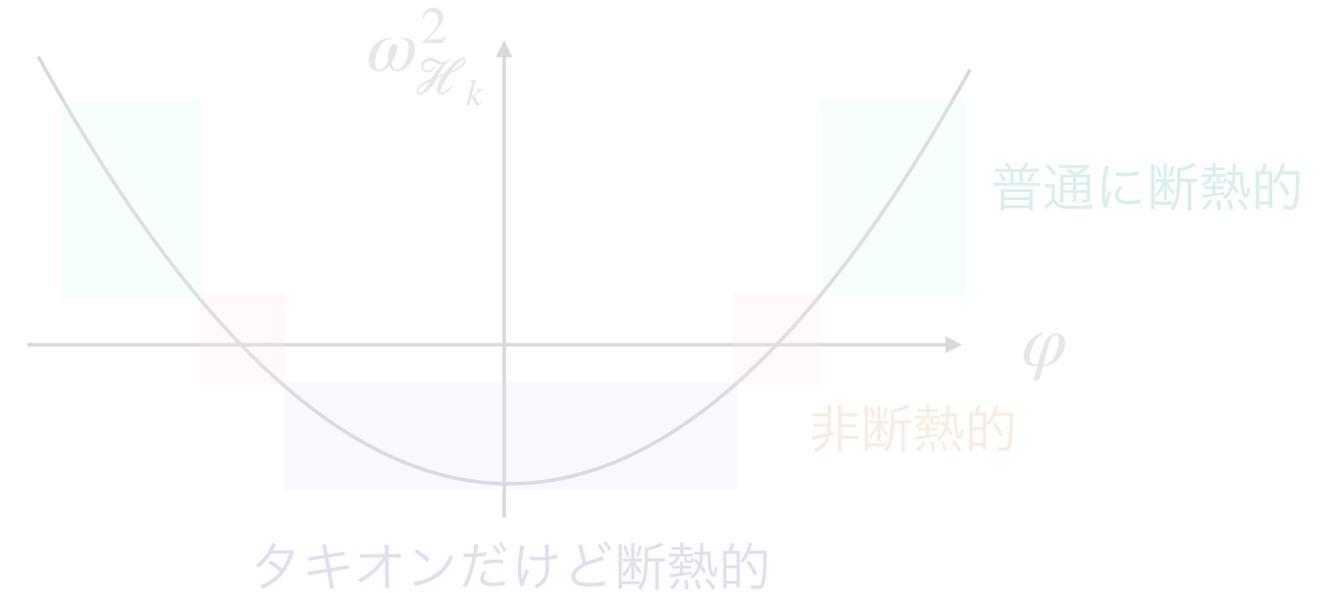
$$\mathcal{H}_k'' + \left( \kappa^2 + \frac{\xi\bar{\varphi}^2}{2a^2} \left( 3 \left( \frac{\varphi}{\bar{\varphi}} \right)^4 - 1 \right) \right) \mathcal{H}_k = 0$$

## タキオン不安定性による粒子生成

$$\omega_{h_k}^2 < 0$$

$\xi_h > 0$  の場合、インフラトンがミニマム付近で発生。

( $\xi_h < 0$  の場合、インフラトンの振動の端点付近で発生するが、この場合インフレーション中にヒッグスが不安定。)



## 周期的なタキオン不安定性

[Dufaux et al., hep-ph/0602144]

$$\langle h^2 \rangle \sim x^{(\text{const.})} \sqrt{|\xi_h|} \quad \text{より詳しい式は論文参照}$$

## タキオン不安定性の強度の減衰

$\mathcal{O}(a^{-2})$  で減衰し、 $\Omega_{h_k}^2 \equiv -\omega_{h_k}^2 (> 0)$  が断熱性を満たさなくなると、もはや narrow parametric resonance と同様。

$$\text{終了時刻} \quad x_\xi \simeq \sqrt{6\xi}$$

# タキオン不安定性

有効的な重力結合

$$\xi \equiv \xi_h + \xi_\phi - 6\theta\xi_h\xi_\phi - \frac{1}{6}$$

運動方程式 (共形な変数で)

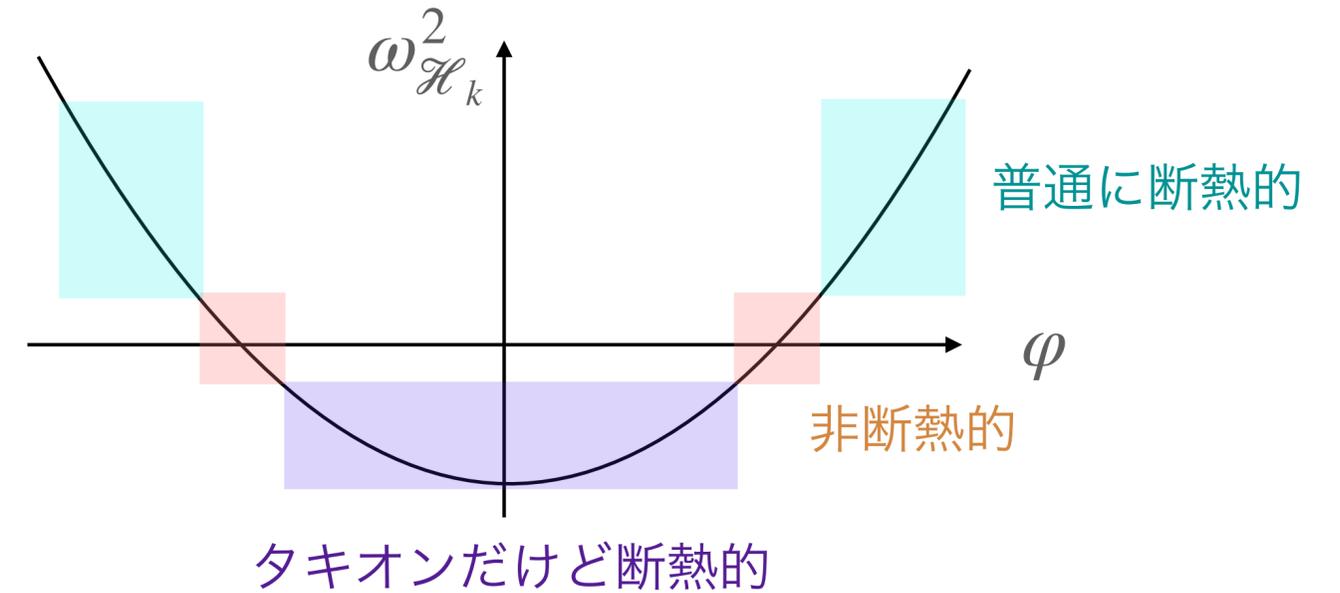
$$\mathcal{H}_k'' + \left( \kappa^2 + \frac{\xi\bar{\varphi}^2}{2a^2} \left( 3 \left( \frac{\varphi}{\bar{\varphi}} \right)^4 - 1 \right) \right) \mathcal{H}_k = 0$$

タキオン不安定性による粒子生成

$$\omega_{h_k}^2 < 0$$

$\xi_h > 0$  の場合、インフラトンがミニマム付近で発生。

( $\xi_h < 0$  の場合、インフラトンの振動の端点付近で発生するが、この場合インフレーション中にヒッグスが不安定。)



周期的なタキオン不安定性

[Dufaux et al., hep-ph/0602144]

$$\langle h^2 \rangle \sim x^{(\text{const.})} \sqrt{|\xi_h|} \quad \text{より詳しい式は論文参照}$$

タキオン不安定性の強度の減衰

$\mathcal{O}(a^{-2})$  で減衰し、 $\Omega_{h_k}^2 \equiv -\omega_{h_k}^2 (> 0)$  が断熱性を満たさなくなると、もはや narrow parametric resonance と同様。

終了時刻  $x_\xi \simeq \sqrt{6\xi}$

# 一般の場合 (インフラトン結合と重力結合の両方ある場合)

## (1) インフラトンとの直接結合がずっと支配的な場合

$\xi > 0$  建設的な干渉 → 共鳴帯域が少し広がる

$\xi < 0$  破壊的な干渉 → パラメトリック共鳴の  
開始時刻が遅れる!

$$x_g \simeq \sqrt{-6\xi} \left( 2\pi \frac{\lambda_\phi}{g^2} \right)^{1/4}$$

## (2) (初期に) 重力との結合が重要な場合

粒子生成の時間依存性が定性的に変わる! すぐに飽和。 ( $\xi > 0$ )

タキオン不安定性の終了も早まる。

$$x_\xi \simeq \sqrt{\frac{6\xi}{\sqrt{g^2/\lambda_\phi}}}$$

## (3) 両方小さい時

Jacobi 楕円関数を三角関数で展開すると、

**Whittaker-Hill 方程式**として解析できる。

$\mathcal{H}_k'' + (A_k + 2p \cos 2z + 2q \cos 4z)\mathcal{H}_k = 0$   $q \rightarrow 0$  で Mathieu 方程式に帰着。

# 一般の場合 (インフラトン結合と重力結合の両方ある場合)

## (1) インフラトンとの直接結合がずっと支配的な場合

$\xi > 0$  建設的な干渉 → 共鳴帯域が少し広がる

$\xi < 0$  破壊的な干渉 → パラメトリック共鳴の開始時刻が遅れる!

$$x_g \simeq \sqrt{-6\xi} \left( 2\pi \frac{\lambda_\phi}{g^2} \right)^{1/4}$$

## (2) (初期に) 重力との結合が重要な場合

粒子生成の時間依存性が定性的に変わる! すぐに飽和。 ( $\xi > 0$ )

タキオン不安定性の終了も早まる。

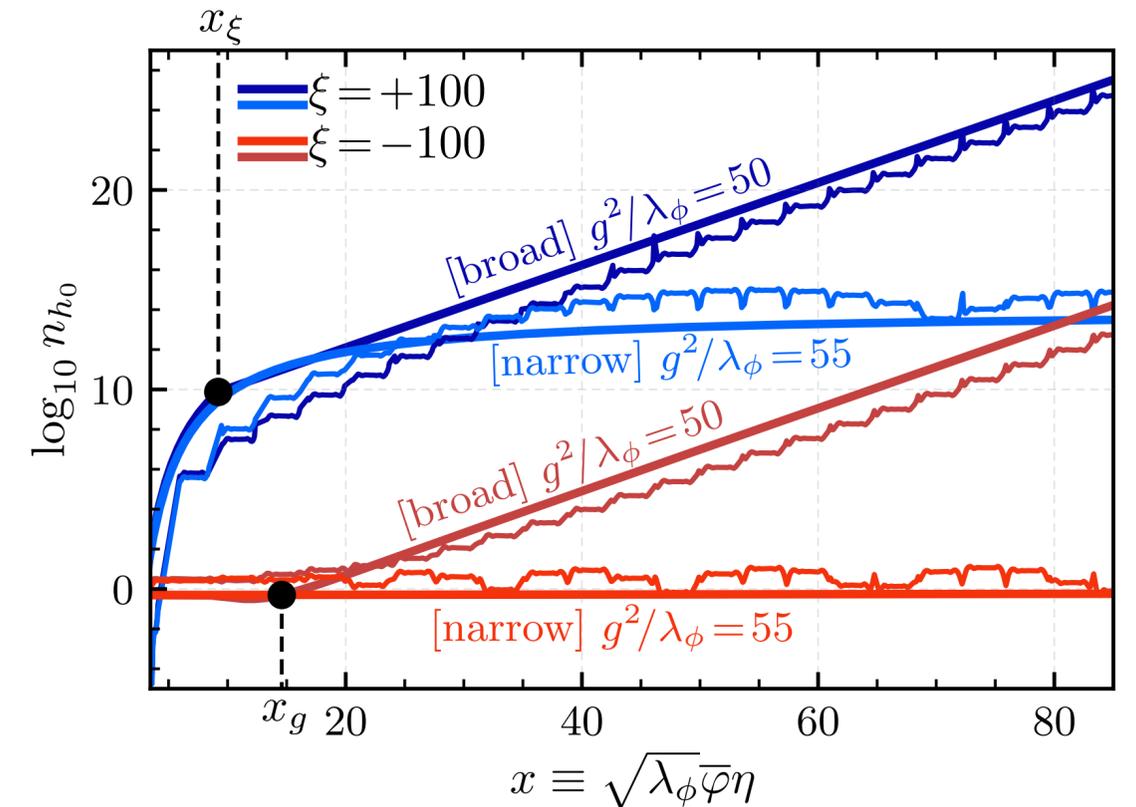
$$x_\xi \simeq \sqrt{\frac{6\xi}{\sqrt{g^2/\lambda_\phi}}}$$

## (3) 両方小さい時

Jacobi 楕円関数を三角関数で展開すると、

**Whittaker-Hill 方程式**として解析できる。

$\mathcal{H}_k'' + (A_k + 2p \cos 2z + 2q \cos 4z)\mathcal{H}_k = 0$   $q \rightarrow 0$  で Mathieu 方程式に帰着。



# 一般の場合 (インフラトン結合と重力結合の両方ある場合)

## (1) インフラトンとの直接結合がずっと支配的な場合

$\xi > 0$  建設的な干渉 → 共鳴帯域が少し広がる

$\xi < 0$  破壊的な干渉 → パラメトリック共鳴の  
開始時刻が遅れる!

$$x_g \simeq \sqrt{-6\xi} \left( 2\pi \frac{\lambda_\phi}{g^2} \right)^{1/4}$$

## (2) (初期に) 重力との結合が重要な場合

粒子生成の時間依存性が定性的に変わる! すぐに飽和。 ( $\xi > 0$ )

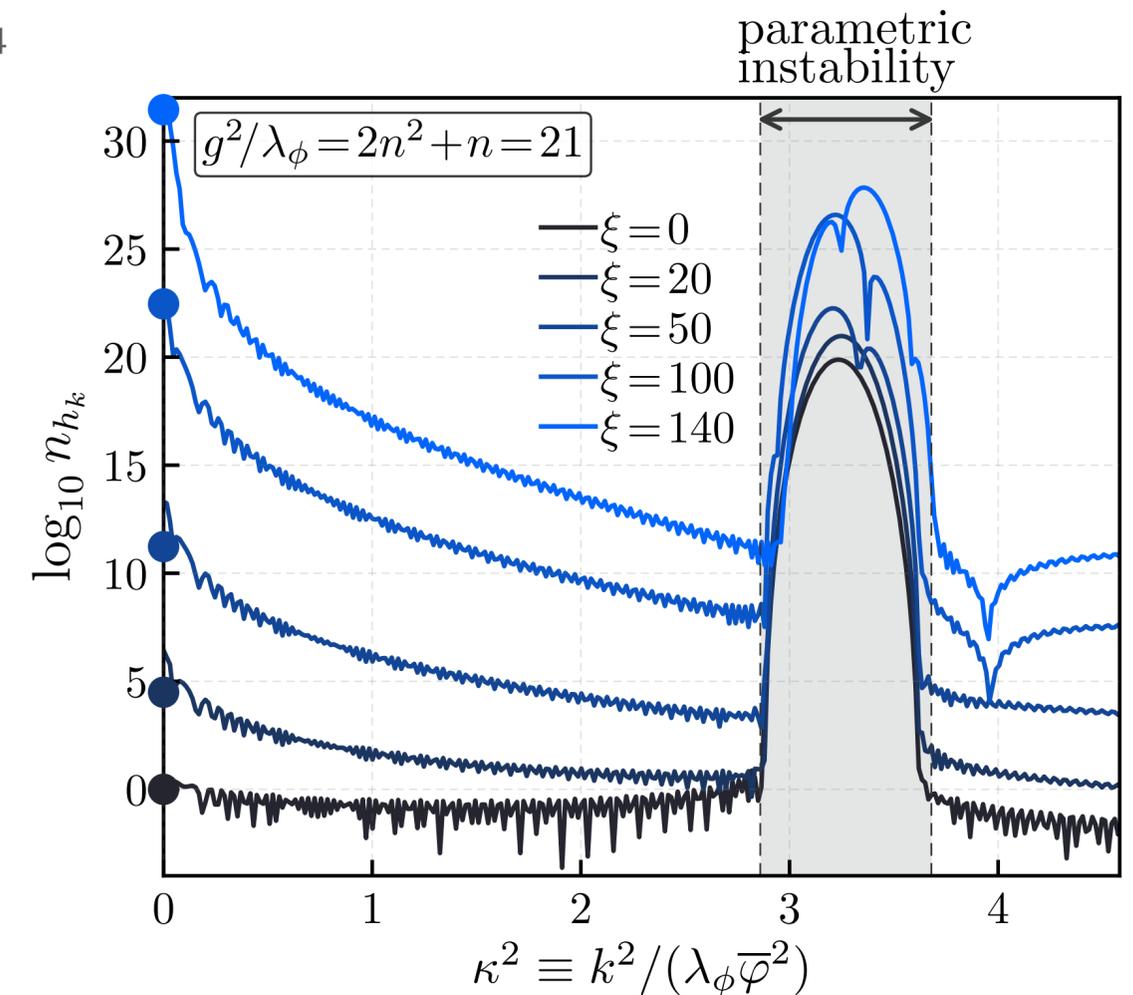
タキオン不安定性の終了も早まる。

$$x_\xi \simeq \sqrt{\frac{6\xi}{\sqrt{g^2/\lambda_\phi}}}$$

## (3) 両方小さい時

Jacobi 楕円関数を三角関数で展開すると、  
**Whittaker-Hill 方程式**として解析できる。

$$\mathcal{H}_k'' + (A_k + 2p \cos 2z + 2q \cos 4z)\mathcal{H}_k = 0 \quad q \rightarrow 0 \text{ で Mathieu 方程式に帰着。}$$



# 一般の場合 (インフラトン結合と重力結合の両方ある場合)

## (1) インフラトンとの直接結合がずっと支配的な場合

$\xi > 0$  建設的な干渉 → 共鳴帯域が少し広がる

$\xi < 0$  破壊的な干渉 → パラメトリック共鳴の  
開始時刻が遅れる!

$$x_g \simeq \sqrt{-6\xi} \left( 2\pi \frac{\lambda_\phi}{g^2} \right)^{1/4}$$

## (2) (初期に) 重力との結合が重要な場合

粒子生成の時間依存性が定性的に変わる! すぐに飽和。 ( $\xi > 0$ )

タキオン不安定性の終了も早まる。

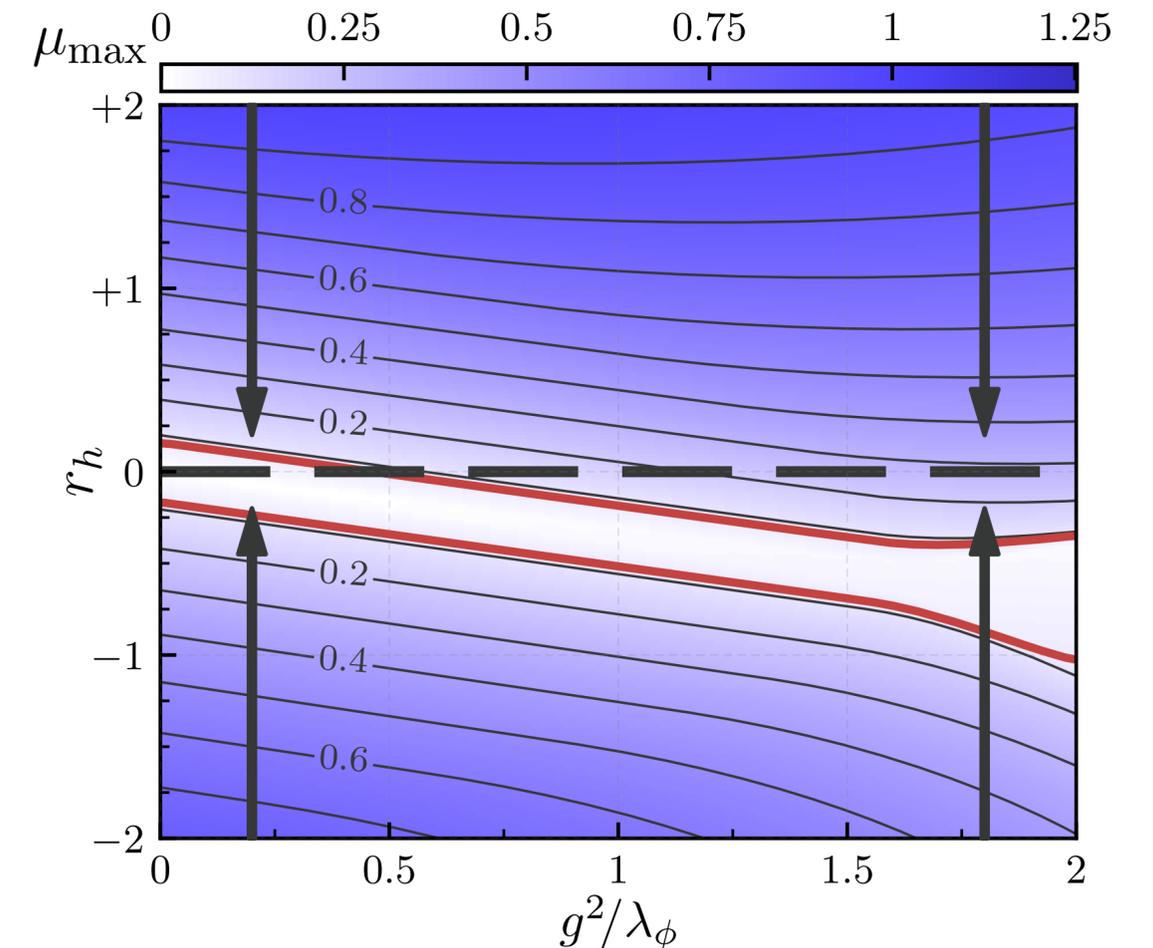
$$x_\xi \simeq \sqrt{\frac{6\xi}{\sqrt{g^2/\lambda_\phi}}}$$

## (3) 両方小さい時

Jacobi 楕円関数を三角関数で展開すると、  
**Whittaker-Hill 方程式**として解析できる。

$\mathcal{H}_k'' + (A_k + 2p \cos 2z + 2q \cos 4z)\mathcal{H}_k = 0$   $q \rightarrow 0$  で Mathieu 方程式に帰着。

$$r_h \equiv \frac{\xi \bar{\phi}^2}{2a^2}$$





# Higgs 粒子の崩壊

プリヒーティング中、Higgs は重い

$$m_h^2 \simeq g^2 \phi^2 + \xi R$$

(Higgs がバリアを越えてなければ)

標準模型の粒子は、Higgs より軽い

$$m_t \simeq y_t h \lesssim \frac{y_t}{\sqrt{|\lambda_h|}} m_h$$

(Higgs 粒子静止系での) 崩壊率

$$\Gamma_h \simeq \frac{3y_t^2 m_h}{16\pi}$$

実効的な成長率

$$\mu_h \equiv \mu_{\max}$$

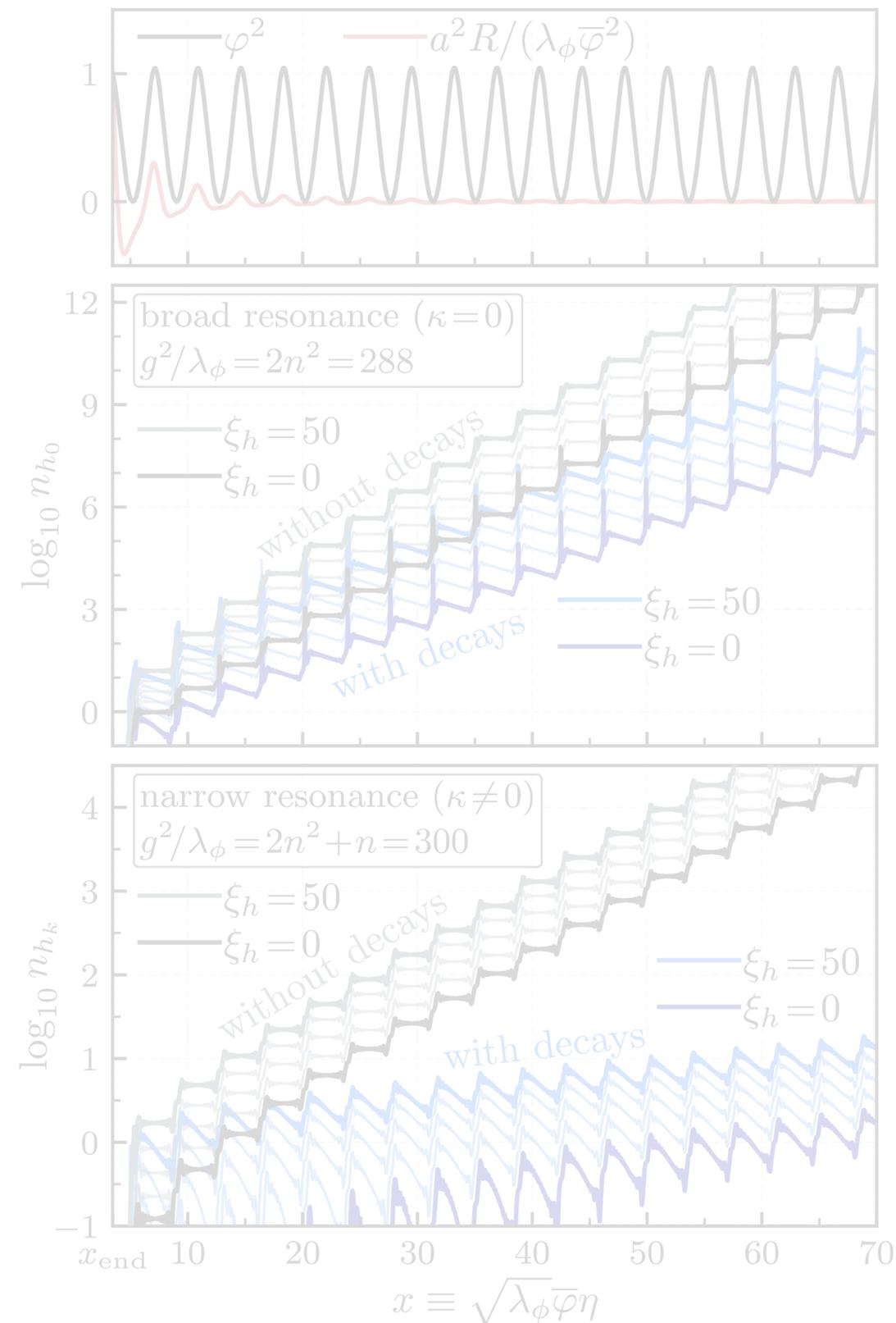
$$\frac{\langle \Gamma_h \rangle}{2\gamma \sqrt{\lambda_\phi \bar{\phi}}}$$

◀ 共形時間で表した崩壊率は定数!

十分大きなインフラトン結合の時、

パラメトリック共鳴より崩壊が優勢!

$$\frac{g^2}{\lambda_\phi} \gtrsim 2.8 \times 10^3 \left( \frac{\mu_{\max}}{0.24} \right)^2 \left( \frac{y_t}{0.5} \right)^{-4}$$



# Higgs 粒子の崩壊

プリヒーティング中、Higgs は重い

$$m_h^2 \simeq g^2 \phi^2 + \xi R$$

(Higgs がバリアを越えてなければ)

標準模型の粒子は、Higgs より軽い

$$m_t \simeq y_t h \lesssim \frac{y_t}{\sqrt{|\lambda_h|}} m_h$$

(Higgs 粒子静止系での) 崩壊率

$$\Gamma_h \simeq \frac{3y_t^2 m_h}{16\pi}$$

実効的な成長率

$$\mu_h \equiv \mu_{\max}$$

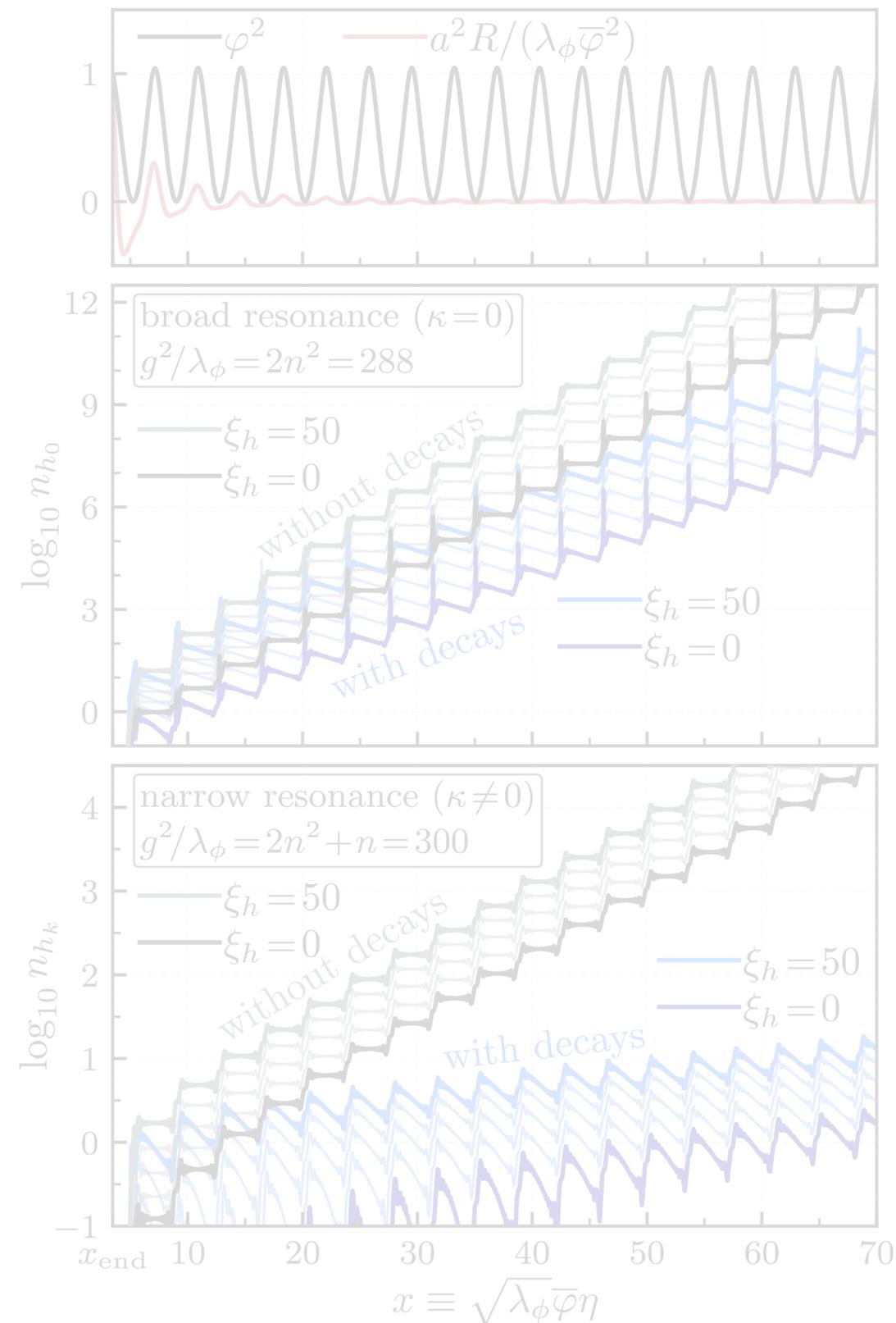
$$\frac{\langle \Gamma_h \rangle}{2\gamma \sqrt{\lambda_\phi \bar{\phi}}}$$

◀ 共形時間で表した崩壊率は定数!

十分大きなインフラトン結合の時、

パラメトリック共鳴より崩壊が優勢!

$$\frac{g^2}{\lambda_\phi} \gtrsim 2.8 \times 10^3 \left( \frac{\mu_{\max}}{0.24} \right)^2 \left( \frac{y_t}{0.5} \right)^{-4}$$



# Higgs 粒子の崩壊

プリヒーティング中、Higgs は重い

$$m_h^2 \simeq g^2 \phi^2 + \xi R$$

(Higgs がバリアを越えてなければ)

標準模型の粒子は、Higgs より軽い

$$m_t \simeq y_t h \lesssim \frac{y_t}{\sqrt{|\lambda_h|}} m_h$$

(Higgs 粒子静止系での) 崩壊率

$$\Gamma_h \simeq \frac{3y_t^2 m_h}{16\pi}$$

実効的な成長率

$$\mu_h \equiv \mu_{\max}$$

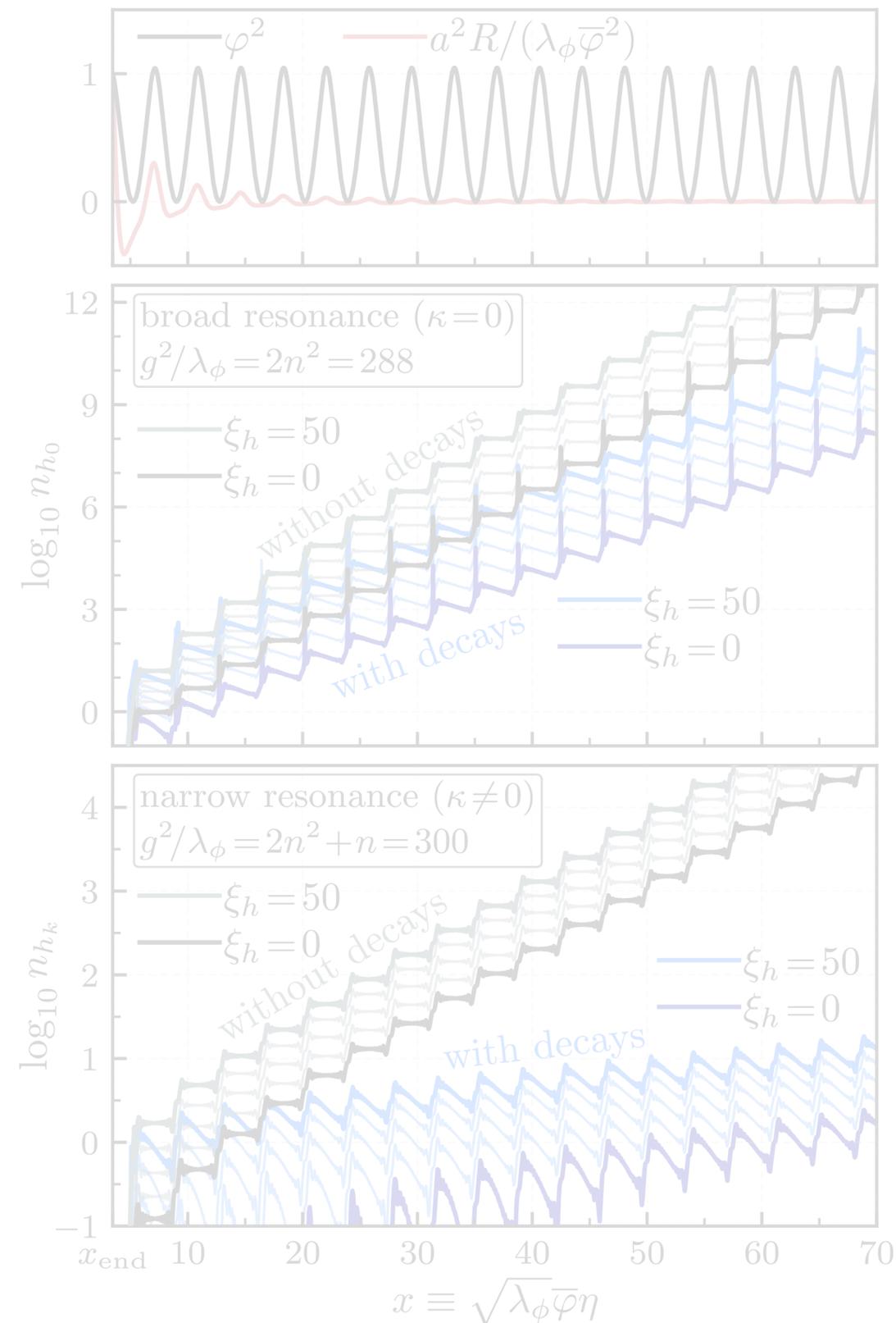
$$\frac{\langle \Gamma_h \rangle}{2\gamma \sqrt{\lambda_\phi \bar{\phi}}}$$

◀ 共形時間で表した崩壊率は定数!

十分大きなインフラトン結合の時、

パラメトリック共鳴より崩壊が優勢!

$$\frac{g^2}{\lambda_\phi} \gtrsim 2.8 \times 10^3 \left( \frac{\mu_{\max}}{0.24} \right)^2 \left( \frac{y_t}{0.5} \right)^{-4}$$



# Higgs 粒子の崩壊

プリヒーティング中、Higgs は重い

$$m_h^2 \simeq g^2 \phi^2 + \xi R$$

(Higgs がバリアを越えてなければ)

標準模型の粒子は、Higgs より軽い

$$m_t \simeq y_t h \lesssim \frac{y_t}{\sqrt{|\lambda_h|}} m_h$$

(Higgs 粒子静止系での) 崩壊率

$$\Gamma_h \simeq \frac{3y_t^2 m_h}{16\pi}$$

実効的な成長率

$$\mu_h \equiv \mu_{\max}$$

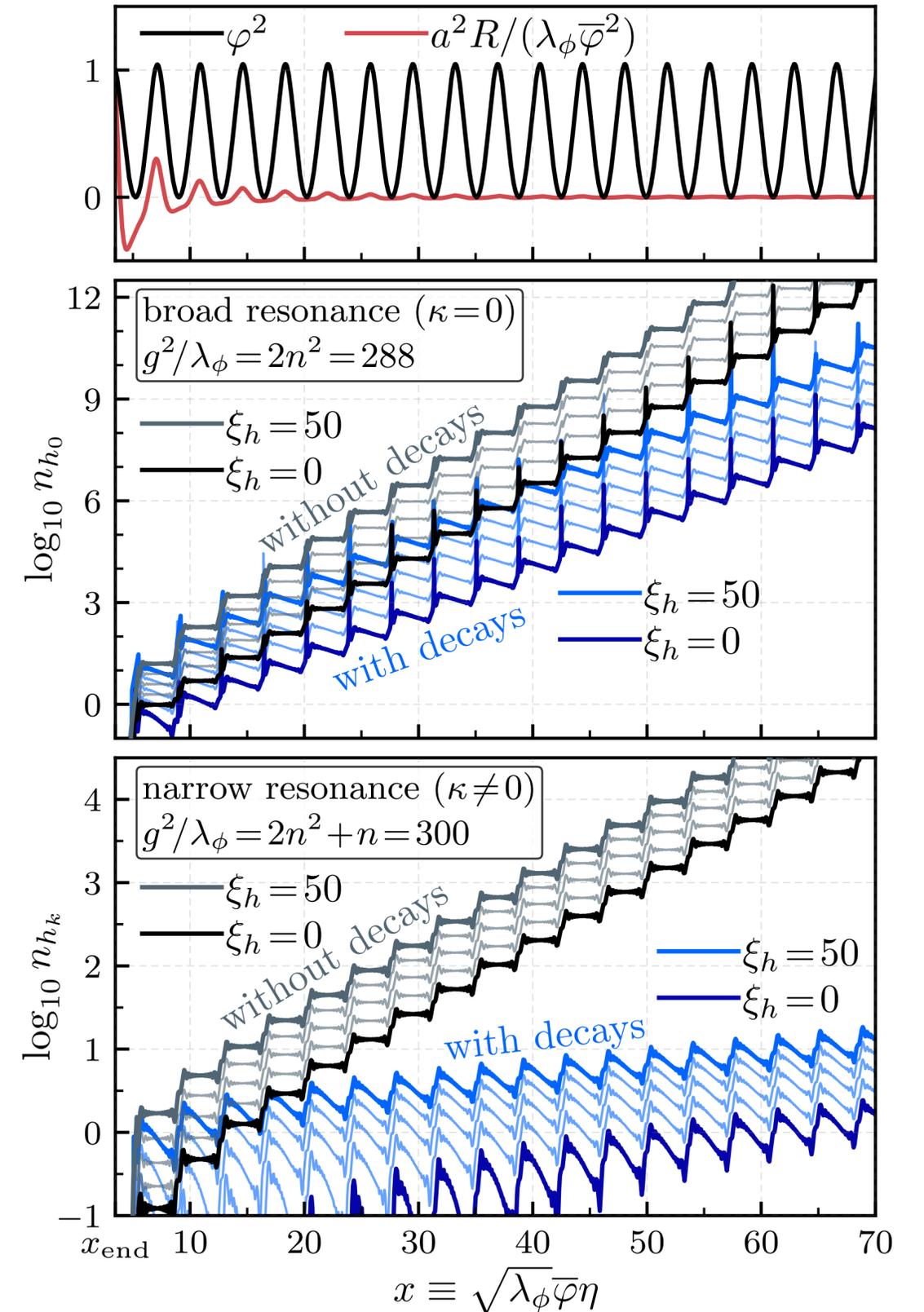
$$\frac{\langle \Gamma_h \rangle}{2\gamma \sqrt{\lambda_\phi \bar{\phi}}}$$

◀ 共形時間で表した崩壊率は定数!

十分大きなインフラトン結合の時、

パラメトリック共鳴より崩壊が優勢!

$$\frac{g^2}{\lambda_\phi} \gtrsim 2.8 \times 10^3 \left( \frac{\mu_{\max}}{0.24} \right)^2 \left( \frac{y_t}{0.5} \right)^{-4}$$



# 粒子生成の反作用

1 ループ Hartree 近似

$$\omega_{\phi_k}^2 = \frac{k^2}{a^2} + \lambda_\phi \phi^2 + \xi_\phi R + g^2 \langle h^2 \rangle + 3\lambda_\phi \langle \phi^2 \rangle$$

$$\omega_{h_k}^2 = \frac{k^2}{a^2} + g^2 \phi^2 + \xi_h R + 3\lambda_h \langle h^2 \rangle + g^2 \langle \phi^2 \rangle$$

ここで、場の分散は以下のように定義される。  $\langle h^2 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k |h_k|^2$

インフラトンの自己相互作用による共鳴で、遅くとも

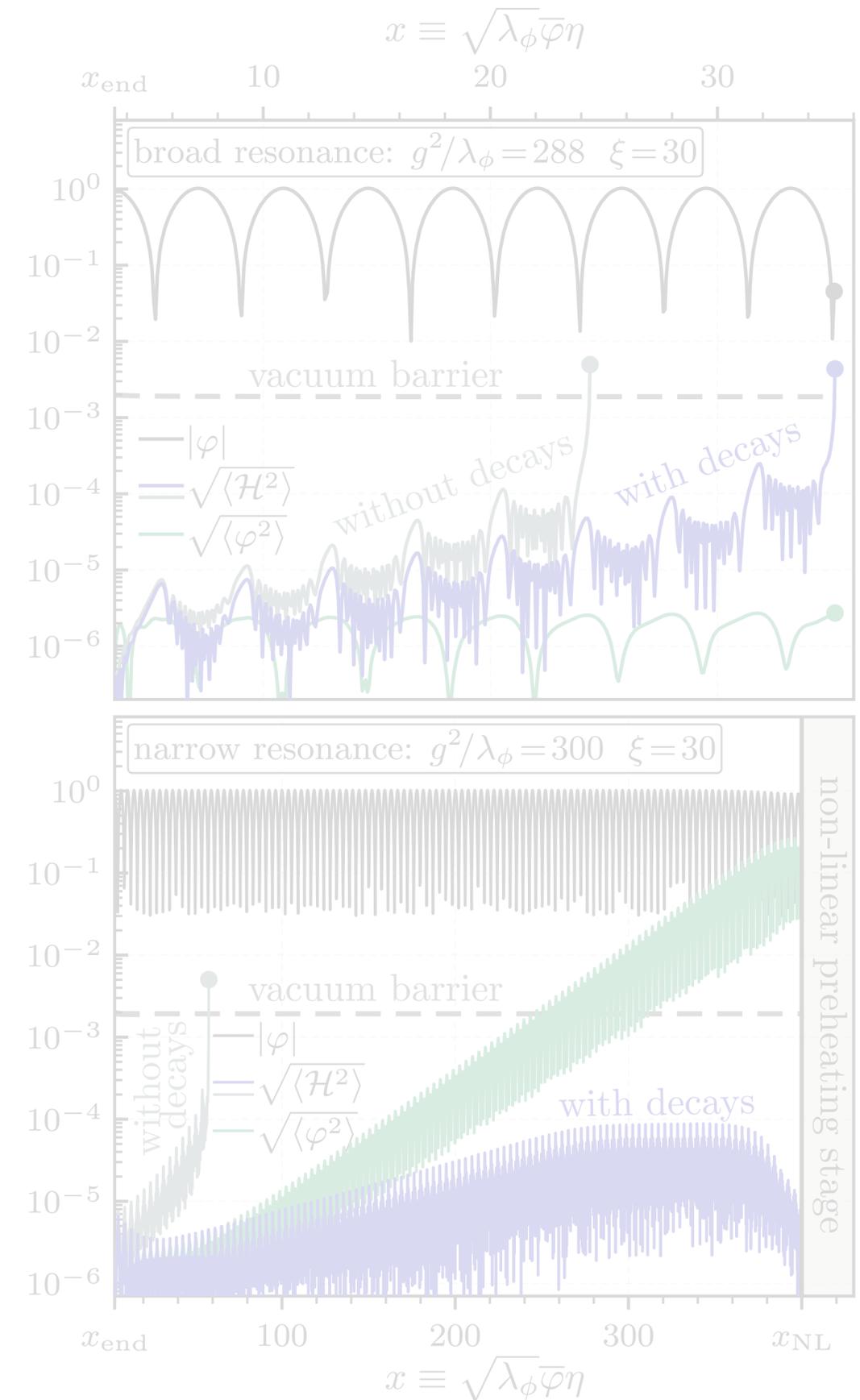
$$x_{\text{NL}} \sim \frac{1}{2\mu_{\text{max}}} \log \left( \frac{2^{3/4} 16\pi^3 \sqrt{\mu_{\text{max}} x_{\text{NL}}}}{3^{5/4} \lambda_\phi} \right) \approx 4 \times 10^2$$

には背景場の振動数が  $O(1)$  変わる。

[Khlebnikov, Tkachev, hep-ph/9603378] の格子計算結果と 2% しか違わない。

また、Higgs と相互作用しない spectator 粒子の生成によって  $x_{\text{NL}}$  が早まる可能性もある。

→ 線形な解析ができるのはここまで。非線形期へ。



# 粒子生成の反作用

1 ループ Hartree 近似

$$\omega_{\phi_k}^2 = \frac{k^2}{a^2} + \lambda_\phi \phi^2 + \xi_\phi R + g^2 \langle h^2 \rangle + 3\lambda_\phi \langle \phi^2 \rangle$$

$$\omega_{h_k}^2 = \frac{k^2}{a^2} + g^2 \phi^2 + \xi_h R + 3\lambda_h \langle h^2 \rangle + g^2 \langle \phi^2 \rangle$$

ここで、場の分散は以下のように定義される。  $\langle h^2 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k |h_k|^2$

インフラトンの自己相互作用による共鳴で、遅くとも

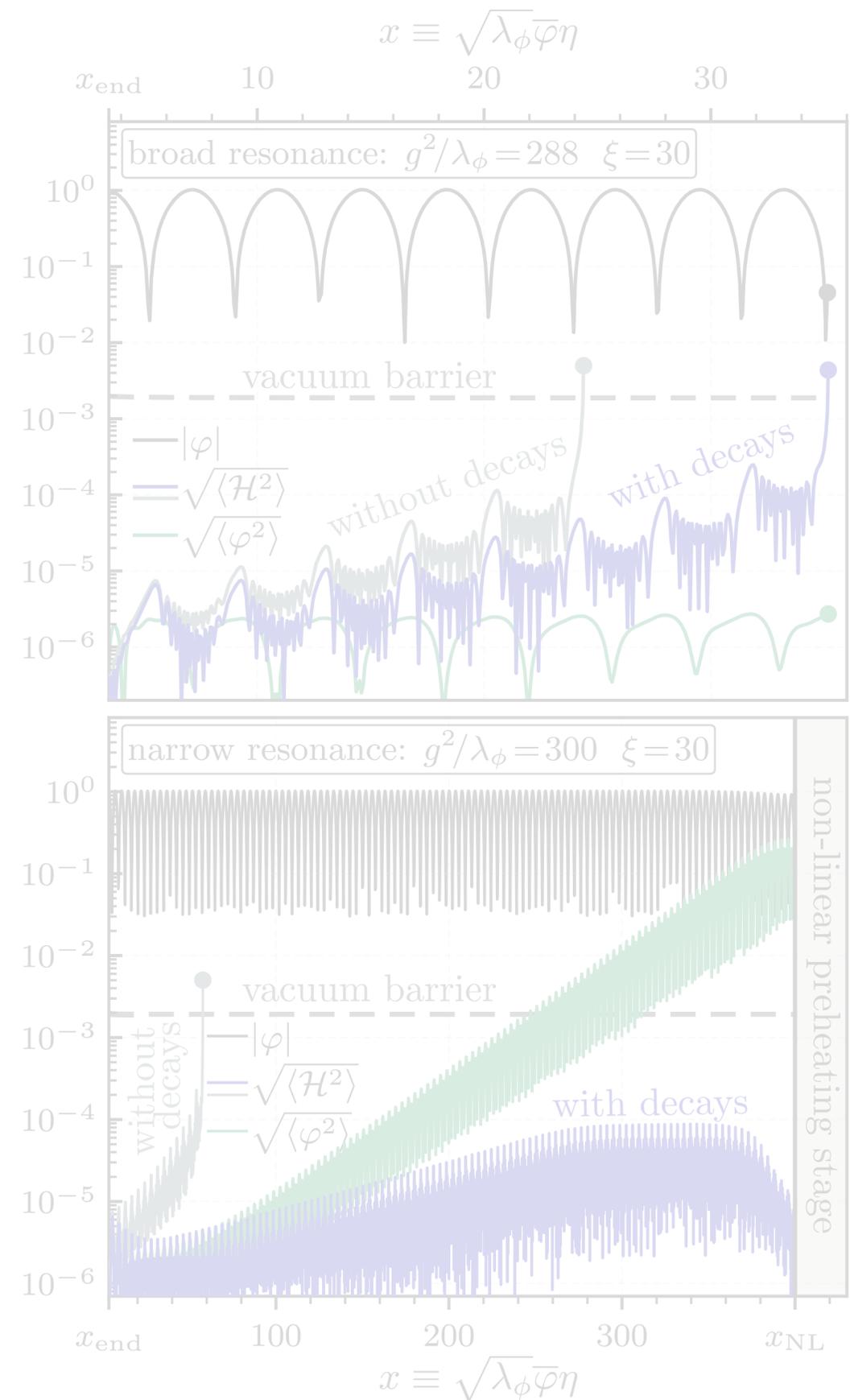
$$x_{\text{NL}} \sim \frac{1}{2\mu_{\text{max}}} \log \left( \frac{2^{3/4} 16\pi^3 \sqrt{\mu_{\text{max}} x_{\text{NL}}}}{3^{5/4} \lambda_\phi} \right) \approx 4 \times 10^2$$

には背景場の振動数が  $O(1)$  変わる。

[Khlebnikov, Tkachev, hep-ph/9603378] の格子計算結果と 2% しか変わらない。

また、Higgs と相互作用しない spectator 粒子の生成によって  $x_{\text{NL}}$  が早まる可能性もある。

→ 線形な解析ができるのはここまで。非線形期へ。



# 粒子生成の反作用

1 ループ Hartree 近似

$$\omega_{\phi_k}^2 = \frac{k^2}{a^2} + \lambda_\phi \phi^2 + \xi_\phi R + g^2 \langle h^2 \rangle + 3\lambda_\phi \langle \phi^2 \rangle$$

$$\omega_{h_k}^2 = \frac{k^2}{a^2} + g^2 \phi^2 + \xi_h R + 3\lambda_h \langle h^2 \rangle + g^2 \langle \phi^2 \rangle$$

ここで、場の分散は以下のように定義される。  $\langle h^2 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k |h_k|^2$

インフラトンの自己相互作用による共鳴で、遅くとも

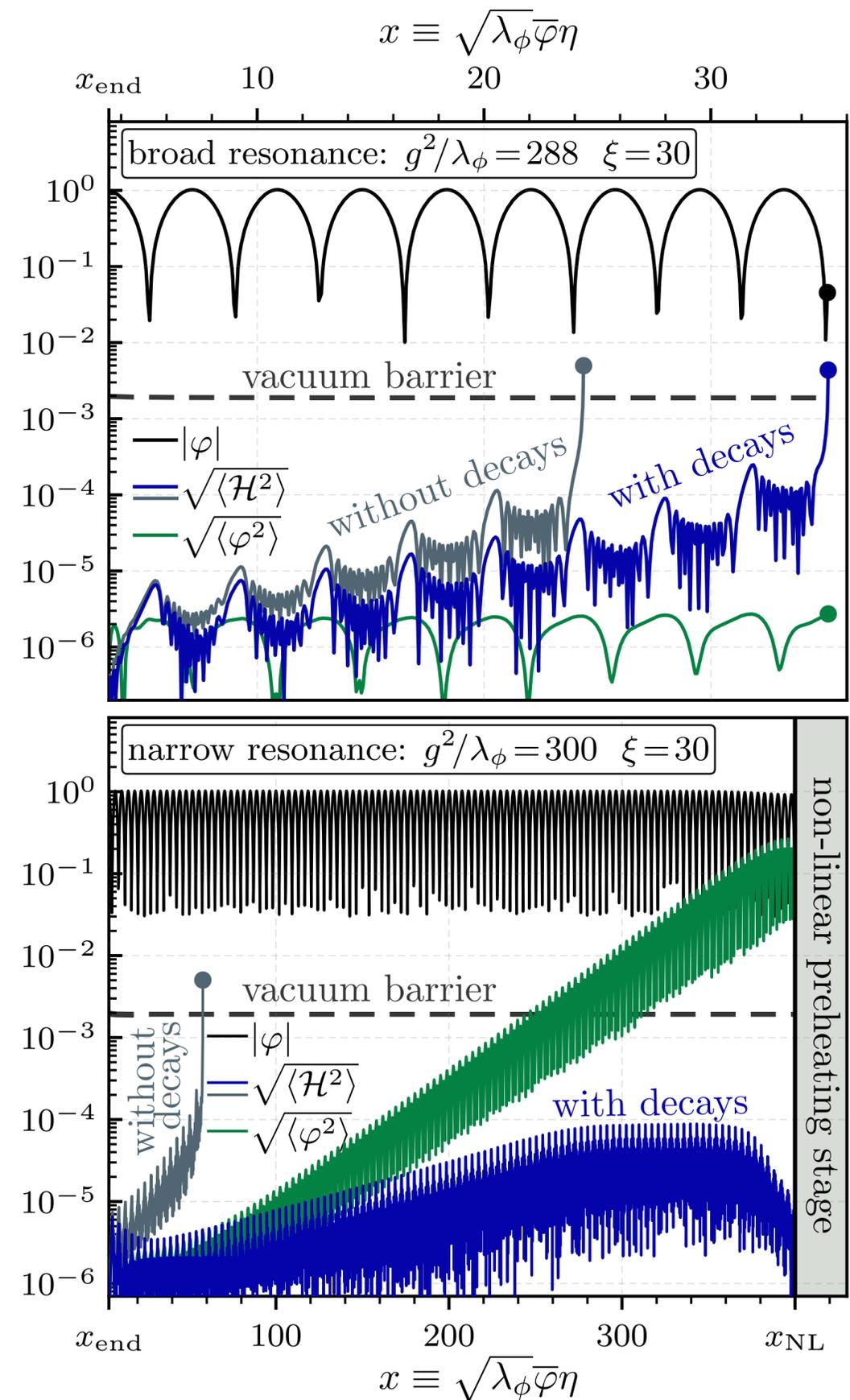
$$x_{\text{NL}} \sim \frac{1}{2\mu_{\text{max}}} \log \left( \frac{2^{3/4} 16\pi^3 \sqrt{\mu_{\text{max}} x_{\text{NL}}}}{3^{5/4} \lambda_\phi} \right) \approx 4 \times 10^2$$

には背景場の振動数が  $O(1)$  変わる。

[Khlebnikov, Tkachev, hep-ph/9603378] の格子計算結果と 2% しか変わらない。

また、Higgs と相互作用しない spectator 粒子の生成によって  $x_{\text{NL}}$  が早まる可能性もある。

→ 線形な解析ができるのはここまで。非線形期へ。



# 真空崩壊の条件

Higgs の自己相互作用が Higgs 質量の主要項になると

$$\langle h^2 \rangle \sim \exp\left(\sqrt{3|\lambda_h|\langle h^2 \rangle}t\right)$$

正のフィードバックによって一瞬で真の真空へ！

$\lambda_\phi\phi^2 \gg |\omega_{h_k}^2|$  の場合、 $\phi \rightarrow \bar{\phi}$  (振幅) で評価すればいい。

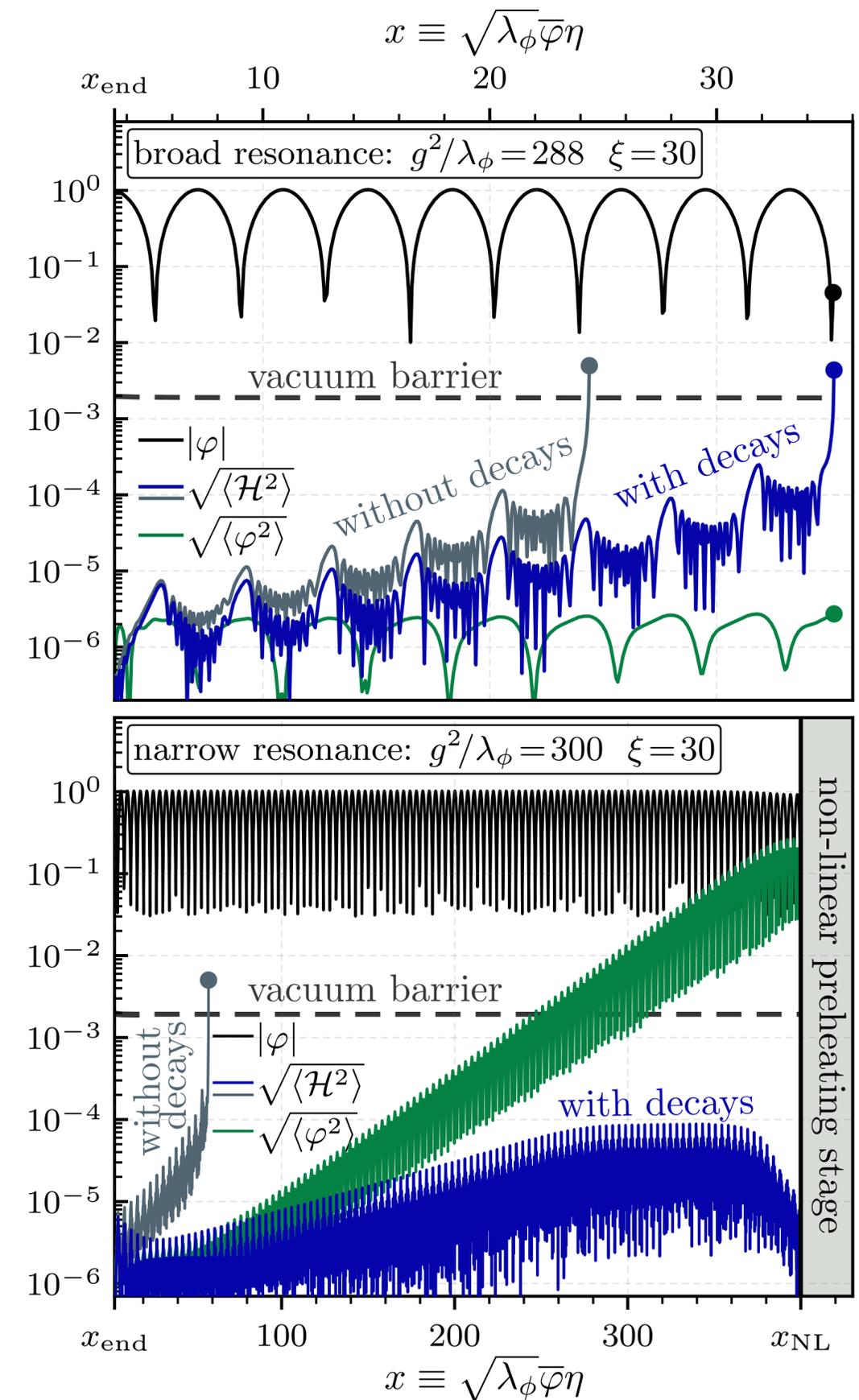
$$3\lambda_h\langle h^2 \rangle \gtrsim m_h^2$$

$\lambda_\phi\phi^2 \ll |\omega_{h_k}^2|$  の場合、 $\phi(t)$  (瞬間的な値) が重要。

$$\sqrt{3|\lambda_h|\langle h^2 \rangle}\Delta t \gtrsim 1$$

(一回のタキオン不安定性で  $O(1)$  以上増えだしたら破滅。)

[Ema, Mukaida, Nakayama, 1602.00483]



# 真空崩壊の条件

Higgs の自己相互作用が Higgs 質量の主要項になると

$$\langle h^2 \rangle \sim \exp\left(\sqrt{3|\lambda_h|\langle h^2 \rangle}t\right)$$

正のフィードバックによって一瞬で真の真空へ！

$\lambda_\phi \phi^2 \gg |\omega_{h_k}^2|$  の場合、 $\phi \rightarrow \bar{\phi}$  (振幅) で評価すればいい。

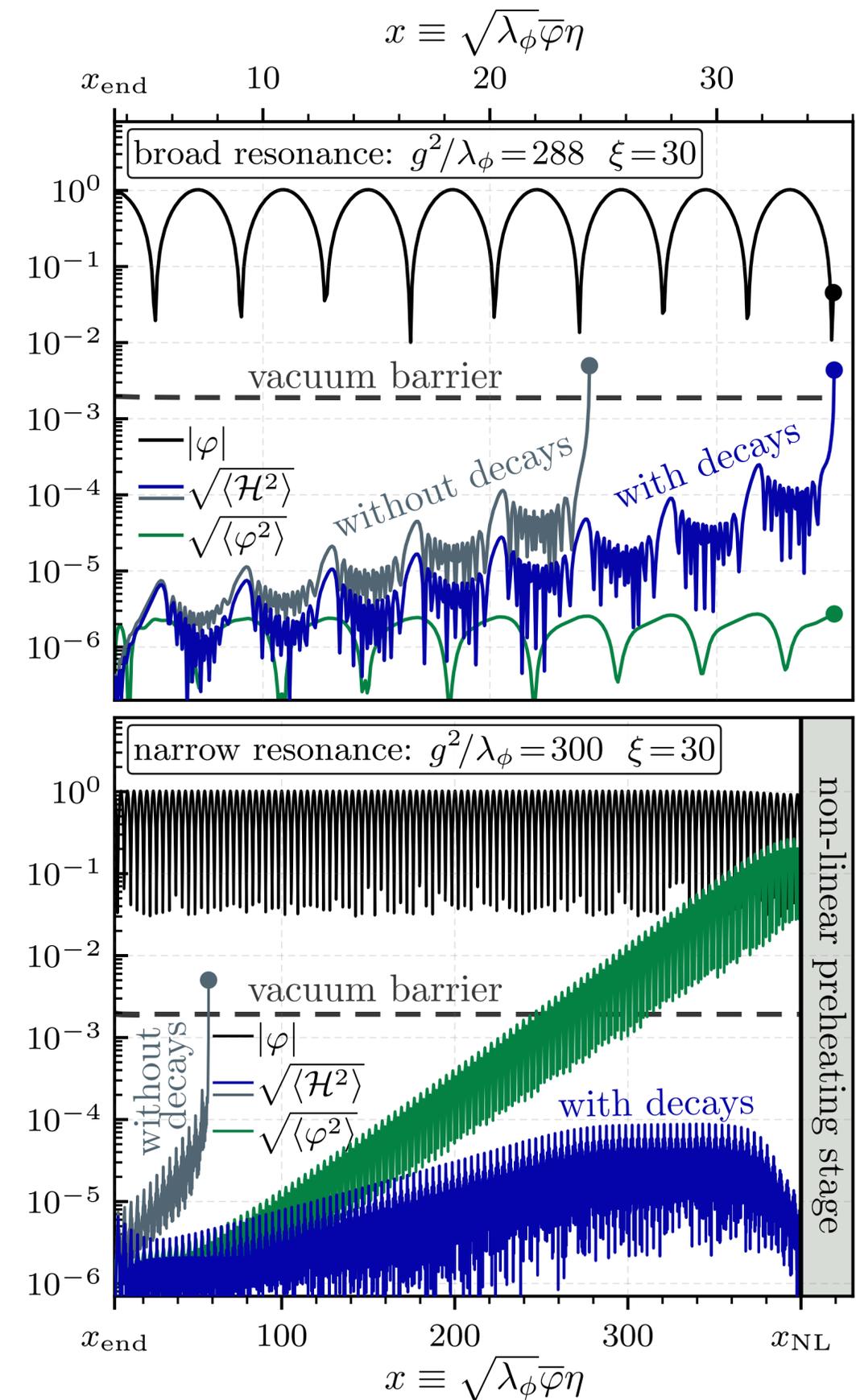
$$3\lambda_h \langle h^2 \rangle \gtrsim m_h^2$$

$\lambda_\phi \phi^2 \ll |\omega_{h_k}^2|$  の場合、 $\phi(t)$  (瞬間的な値) が重要。

$$\sqrt{3|\lambda_h|\langle h^2 \rangle} \Delta t \gtrsim 1$$

(一回のタキオン不安定性で  $O(1)$  以上増えだしたら破滅。)

[Ema, Mukaida, Nakayama, 1602.00483]

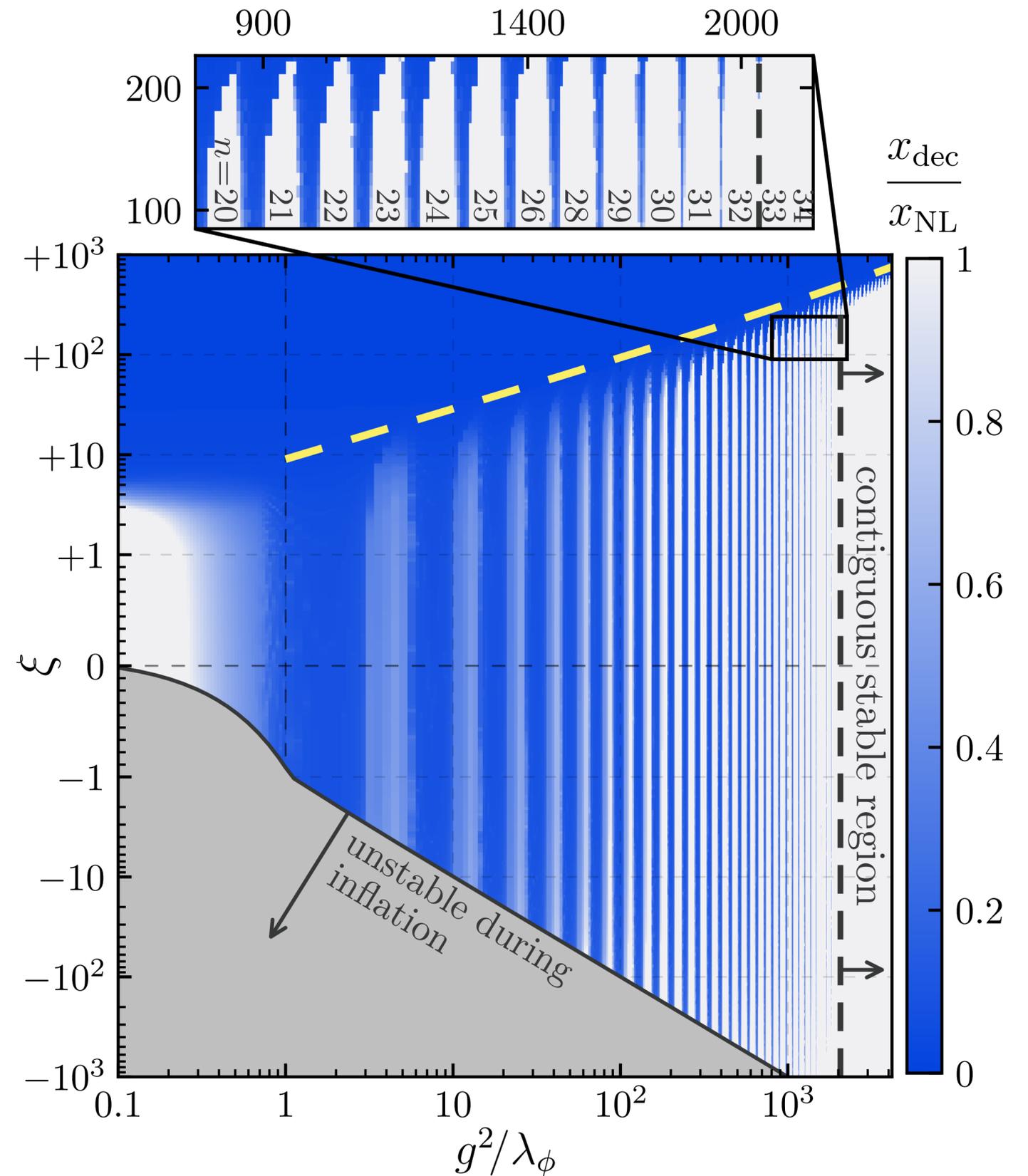


# 真空崩壊時刻 $x_{\text{dec}}$

青 :  $x_{\text{dec}} < x_{\text{NL}}$   
 プリヒーティング (線形) 中に真空崩壊

真っ白 :  $x_{\text{dec}} > x_{\text{NL}}$   
 プリヒーティング (線形) を生き延びる

- 4次ポテンシャルのパラメトリック共鳴の特徴により非連結な (準) 安定の島 (縞) がある。
- インフラトン結合が大きくなると、  
 Higgs 崩壊の効果で連続な安定領域がある！  
 (大きくし過ぎるとインフラトンポテンシャルが平らでなくなる。)
- 曲率結合の上限は、インフラトン結合に大体比例して緩和される。(有効質量に正の寄与が入るため。)

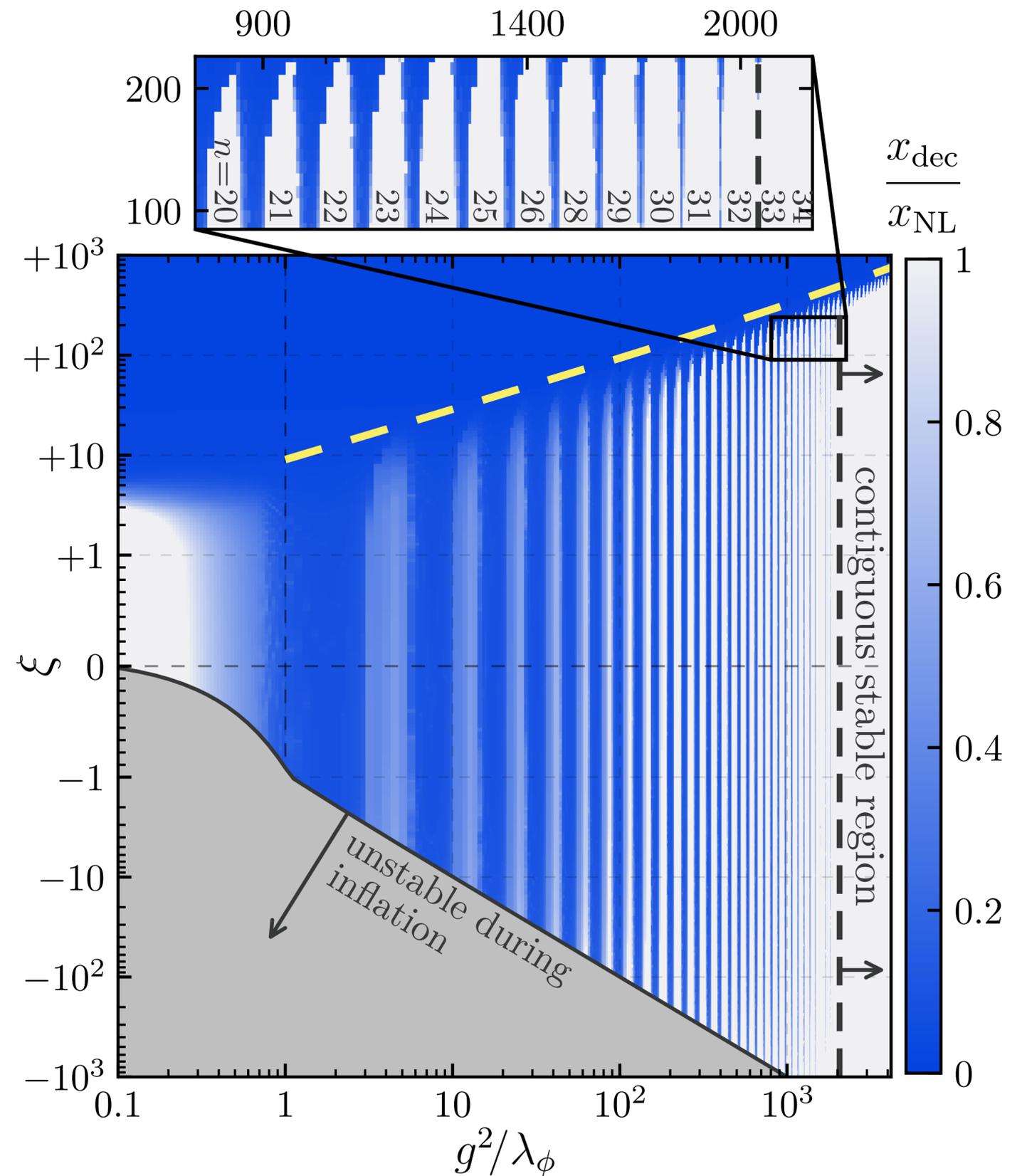


# 真空崩壊時刻 $x_{\text{dec}}$

青 :  $x_{\text{dec}} < x_{\text{NL}}$   
 プリヒーティング (線形) 中に真空崩壊

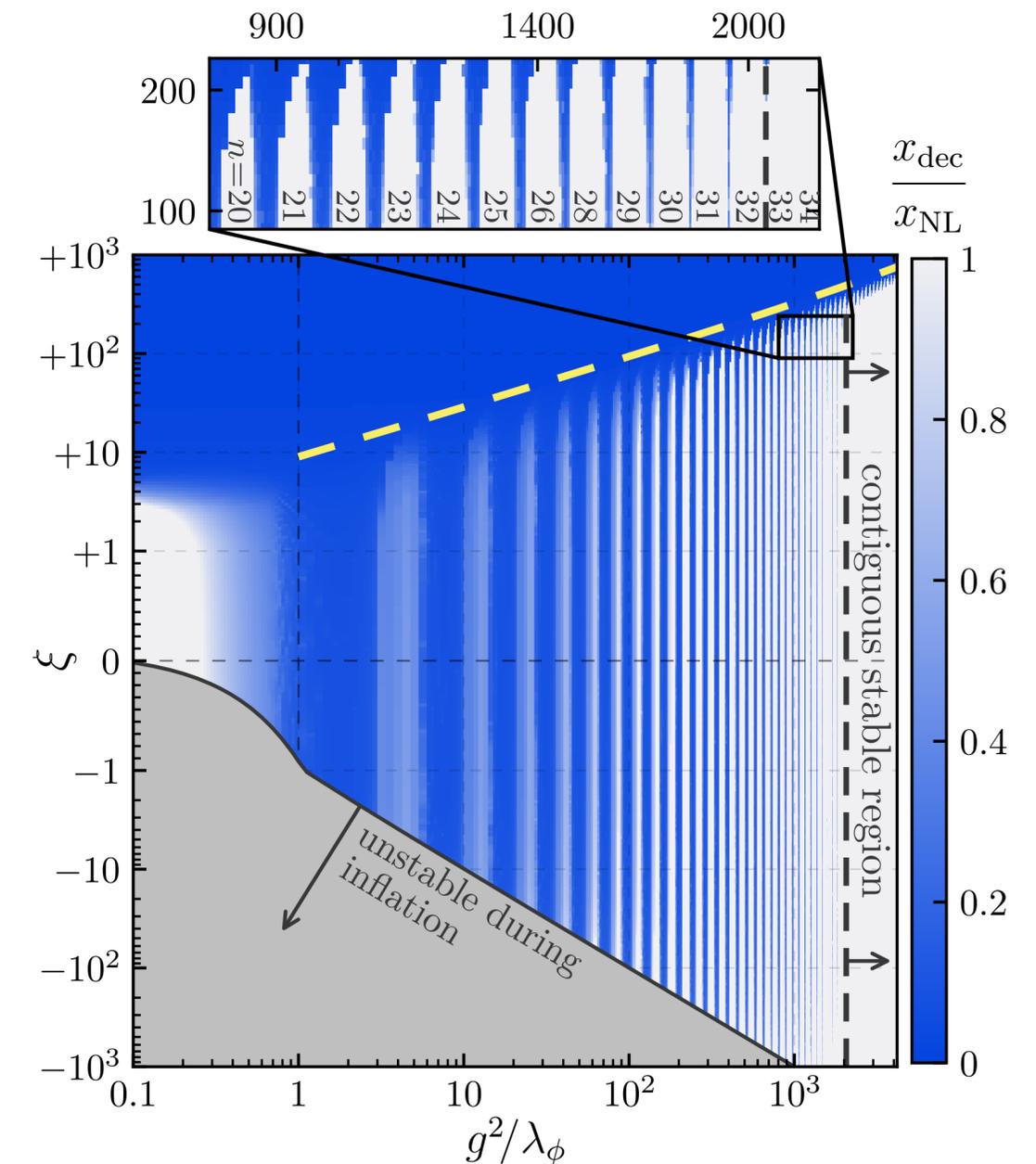
真っ白 :  $x_{\text{dec}} > x_{\text{NL}}$   
 プリヒーティング (線形) を生き延びる

- 4次ポテンシャルのパラメトリック共鳴の特徴により非連結な (準) 安定の島 (縞) がある。
- インフラトン結合が大きくなると、  
 Higgs 崩壊の効果で連続な安定領域がある！  
 (大きくし過ぎるとインフラトンポテンシャルが平らでなくなる。)
- 曲率結合の上限は、インフラトン結合に大体比例して緩和される。(有効質量に正の寄与が入るため。)



# まとめと結論

- スケール不変な模型等で現れる“終わらないプリヒーティング”  
**massless preheating による電弱真空の (不) 安定性**を調べた。
- インフラトン結合によるパラメトリック共鳴、重力結合によるタキオン不安定性、その混在による非自明な時間発展。  
これらの解析は Higgs 以外の系でも有効。
- Higgs 粒子の崩壊とインフラトン自己共鳴による反作用による  
**非連結な (準) 安定性の島々 (縞々)**の存在が明らかに。
- 古典的にスケール不変な Higgs セクターの拡張理論などに応用するの面白いかもしれない。



# 付録

# 重力の metric/Palatini 形式

Einstein 重力では等価だが、一般には等価性は保証されない。

## Metric (二階) 形式

$\theta = 1$

- 接続  $\Gamma_{\nu\rho}^{\mu}$  は定義により Levi-Civita 接続。
- よく用いられる。

## Palatini (一階) 形式

$\theta = 0$

- 接続  $\Gamma_{\nu\rho}^{\mu}$  は独立な自由度。
- ユニタリティーの問題回避に有利。[Bauer, Demir, 1012.2900]

$$\mathcal{L}_J = \frac{1}{2}\Omega R - \frac{1}{2}(\partial^\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}(\partial^\mu h)^2 - V_J(\phi, h) \quad \Omega = 1 - \xi_\phi\phi^2 - \xi_h h^2 \quad V_J(\phi, h) = \frac{1}{4}\lambda_\phi\phi^4 + \frac{1}{2}g^2\phi^2h^2 + \frac{1}{4}\lambda_h h^4$$

## 運動項 (Einstein フレーム)

$$-\frac{1}{2\Omega^2} (\partial^\mu\phi \quad \partial^\mu h) \begin{pmatrix} \Omega + \frac{3}{2}\theta\Omega_\phi^2 & \frac{3}{2}\theta\Omega_\phi\Omega_h \\ \frac{3}{2}\theta\Omega_\phi\Omega_h & \Omega + \frac{3}{2}\theta\Omega_h^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_\mu\phi \\ \partial_\mu h \end{pmatrix} \quad \theta = \begin{cases} 1 & \text{(metric)} \\ 0 & \text{(Palatini)} \end{cases}$$

## スカラーポテンシャル (Einstein フレーム)

$$V_E^{(\text{metric})} \simeq \frac{\lambda_\phi}{4\xi_\phi^2} \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\phi_{\text{can}}} \right)^2 \quad \leftarrow \xi_\phi \text{ が大きいとき、原点周りで2次ポテンシャル}$$

$$V_E^{(\text{Palatini})} = \frac{\lambda_\phi}{4\xi_\phi^2} \tanh^4 \left( \sqrt{-\xi_\phi}\phi_{\text{can}} \right) \quad \leftarrow \xi_\phi \text{ が大きくても、原点周りで4次ポテンシャル}$$

# インフレーション期 (非最小重力結合を用いた例)

インフラトンのシフト対称性はスケール不変性が起源。

$$V_E^{(\text{metric})} \simeq \frac{\lambda_\phi}{4\xi_\phi^2} \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\phi_{\text{can}}} \right)^2$$

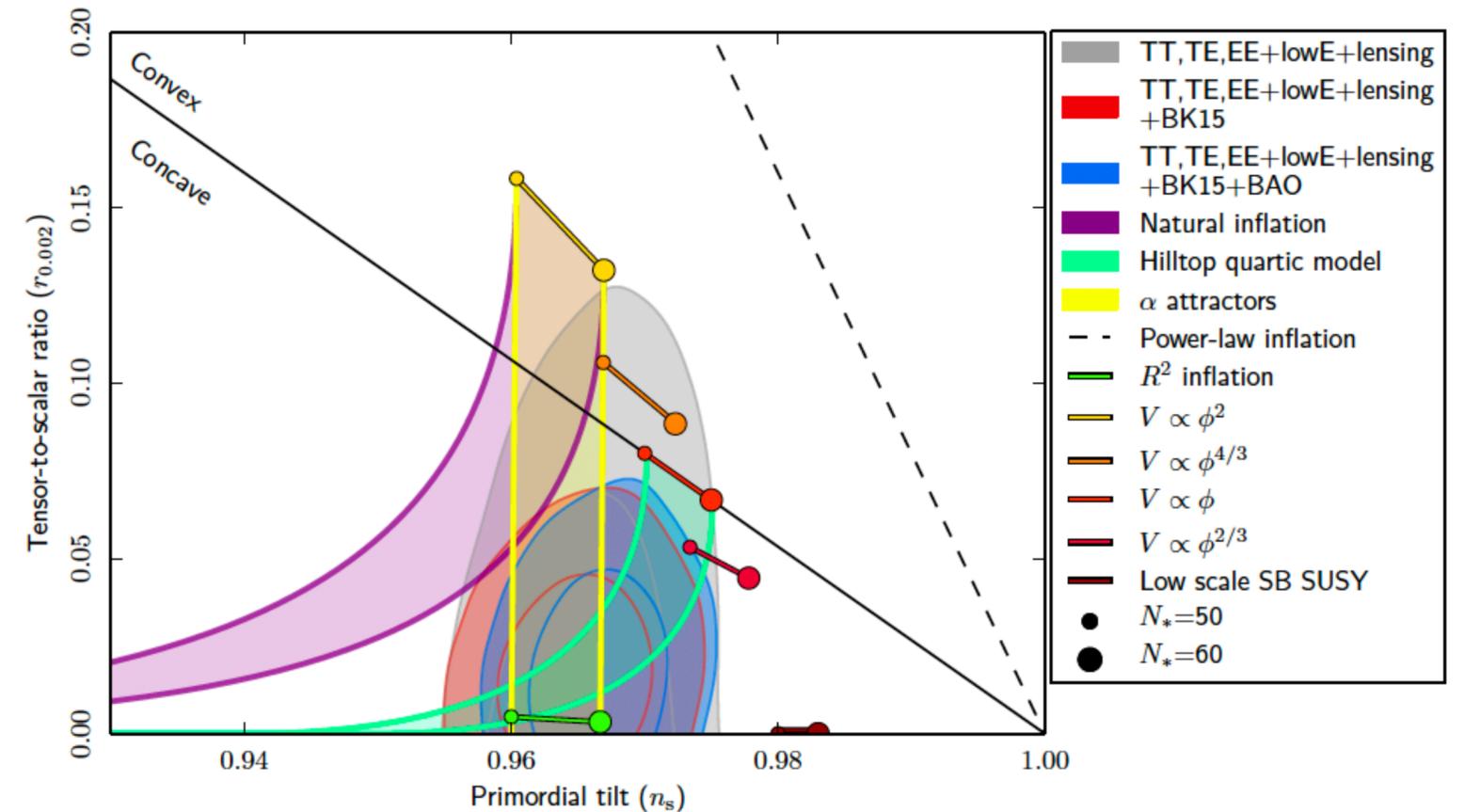
CMB に規格化すると,

$$\lambda_\phi = 4.9 \times 10^{-10} \left( \frac{55}{N} \right)^2 \alpha \xi_\phi^2 \quad \alpha \equiv \theta - \frac{1}{6\xi_\phi}$$

インフレーション中に Higgs を強く安定化する条件

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial h_{\text{can}}^2} \right|_{h_{\text{can}}=0} = \frac{g^2 \phi^2}{1 - \xi_\phi \phi^2} + \frac{\xi_h \lambda_\phi \phi^4}{(1 - \xi_\phi \phi^2)^2} \gg H^2$$

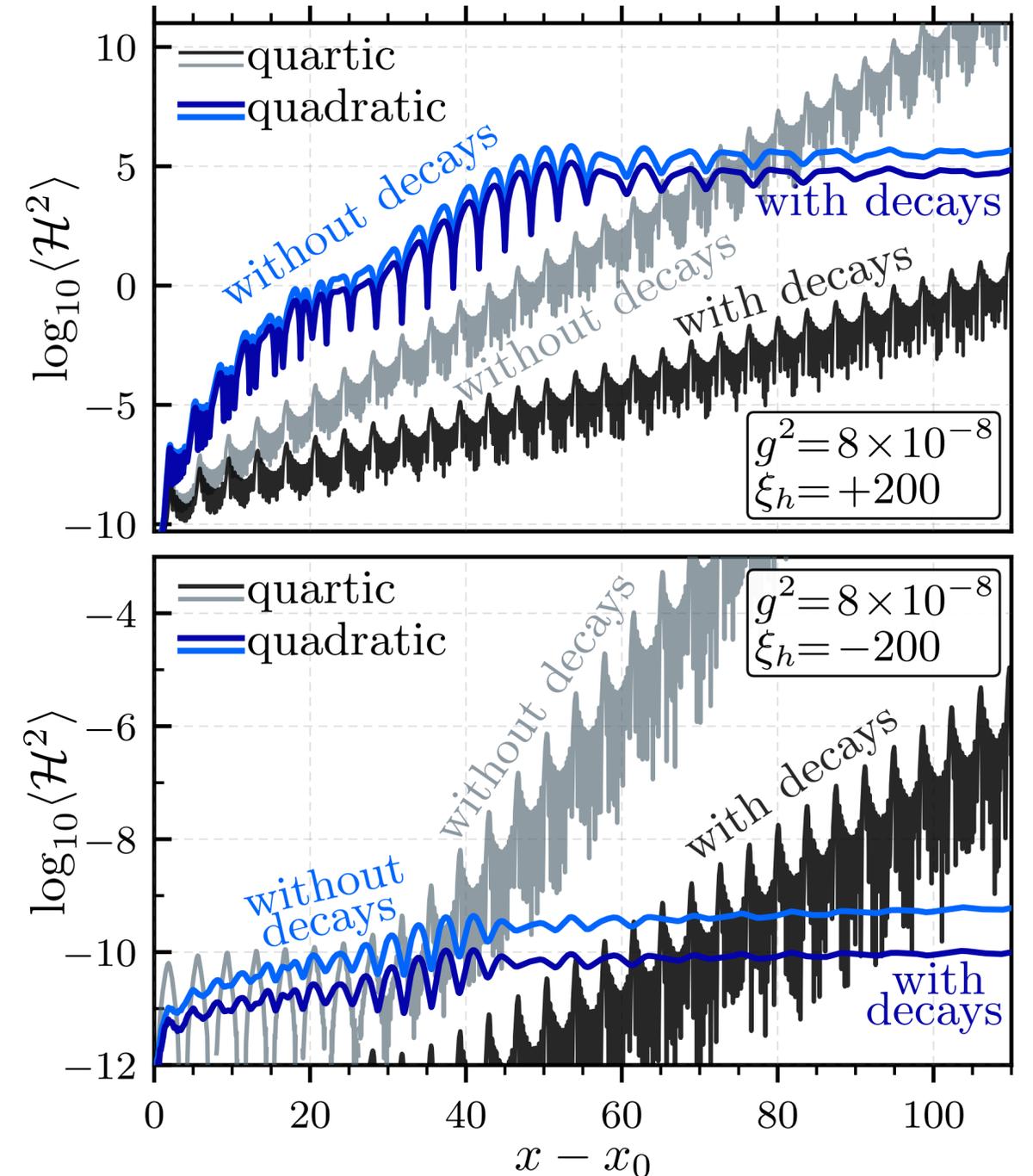
$$\Rightarrow \xi_h - \frac{g^2}{\lambda_\phi} \xi_\phi \gg \frac{1}{12}$$



[Planck 2018 results. X. Constraints on inflation]

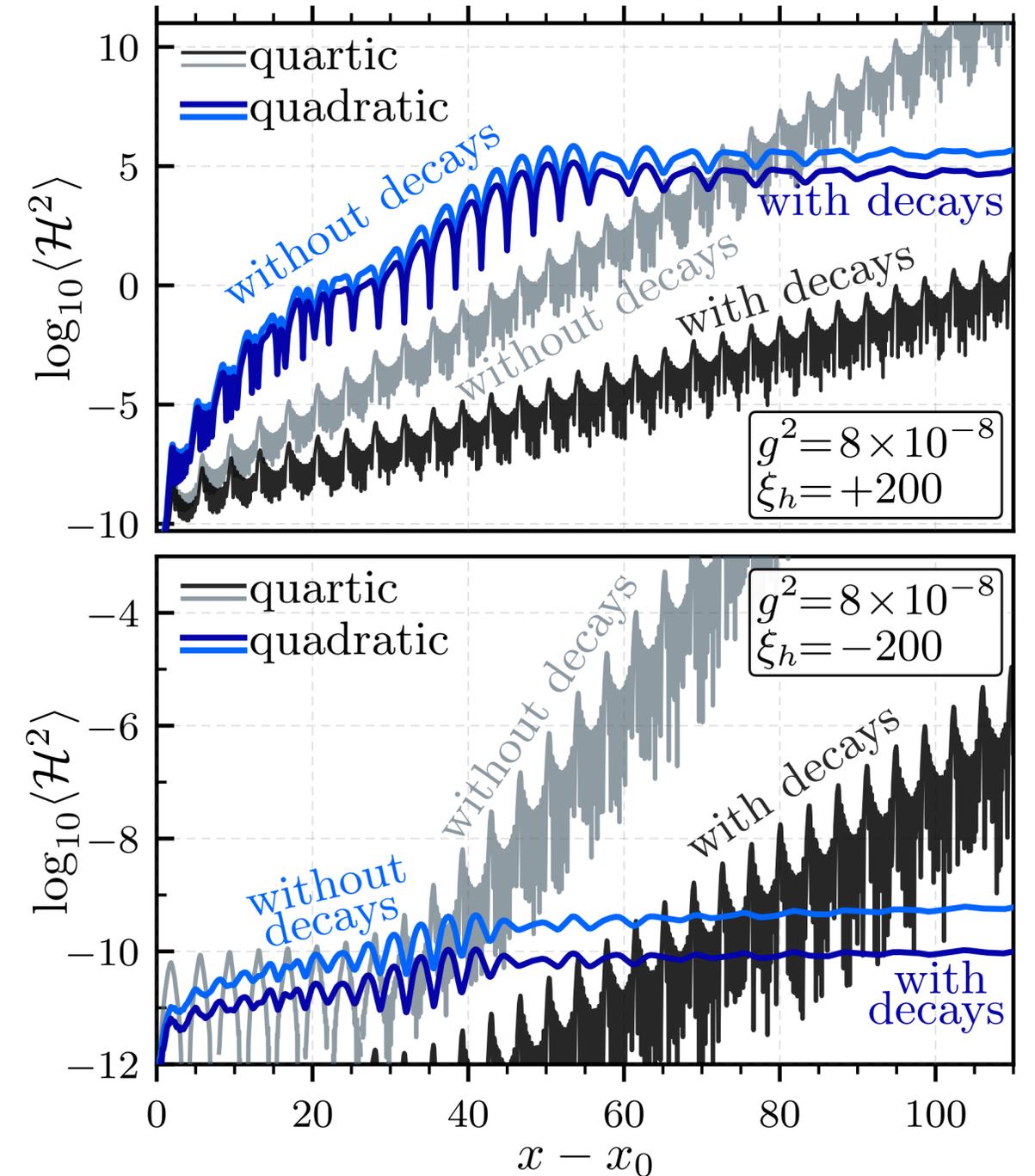
# Massive vs Massless Preheating

	Massive preheating	Massless Preheating
インフラトン振動数	$m_\phi$	$\sqrt{\lambda_\phi \phi} \propto a^{-1} \propto p_{\text{phys}}$
赤方偏移	$\phi \propto a^{-3/2}$	$\phi \propto a^{-1}$
	$V(\phi) \propto R \propto a^{-3}$	$V(\phi) \propto R \propto a^{-4}$
	$g^2 \phi^2 \propto a^{-3}$	$g^2 \phi^2 \propto a^{-2}$
	$\lambda_h \langle h^2 \rangle \propto a^{-2}$	$\lambda_h \langle h^2 \rangle \propto a^{-2}$
スケールした場	$\varphi \equiv a^{3/2} \phi$	$\varphi \equiv a \phi$
無次元時間	$x \equiv mt$	$x \equiv \sqrt{\lambda_\phi \bar{\varphi} \eta}$
コヒーレント振動	$\varphi \sim \cos x$	$\varphi \sim \text{cn}\left(x, 1/\sqrt{2}\right)$
揺らぎの運動方程式	$X'' + (A - 2q \cos 2x)X = 0$	$X'' + (A - 2pcn(x)^2 - 2qcn(x)^4)X = 0$
有効重力結合	$\xi \equiv \xi_h + \xi_\phi - 6\theta \xi_h \xi_\phi - \frac{3}{8}$	$\xi \equiv \xi_h + \xi_\phi - 6\theta \xi_h \xi_\phi - \frac{1}{6}$

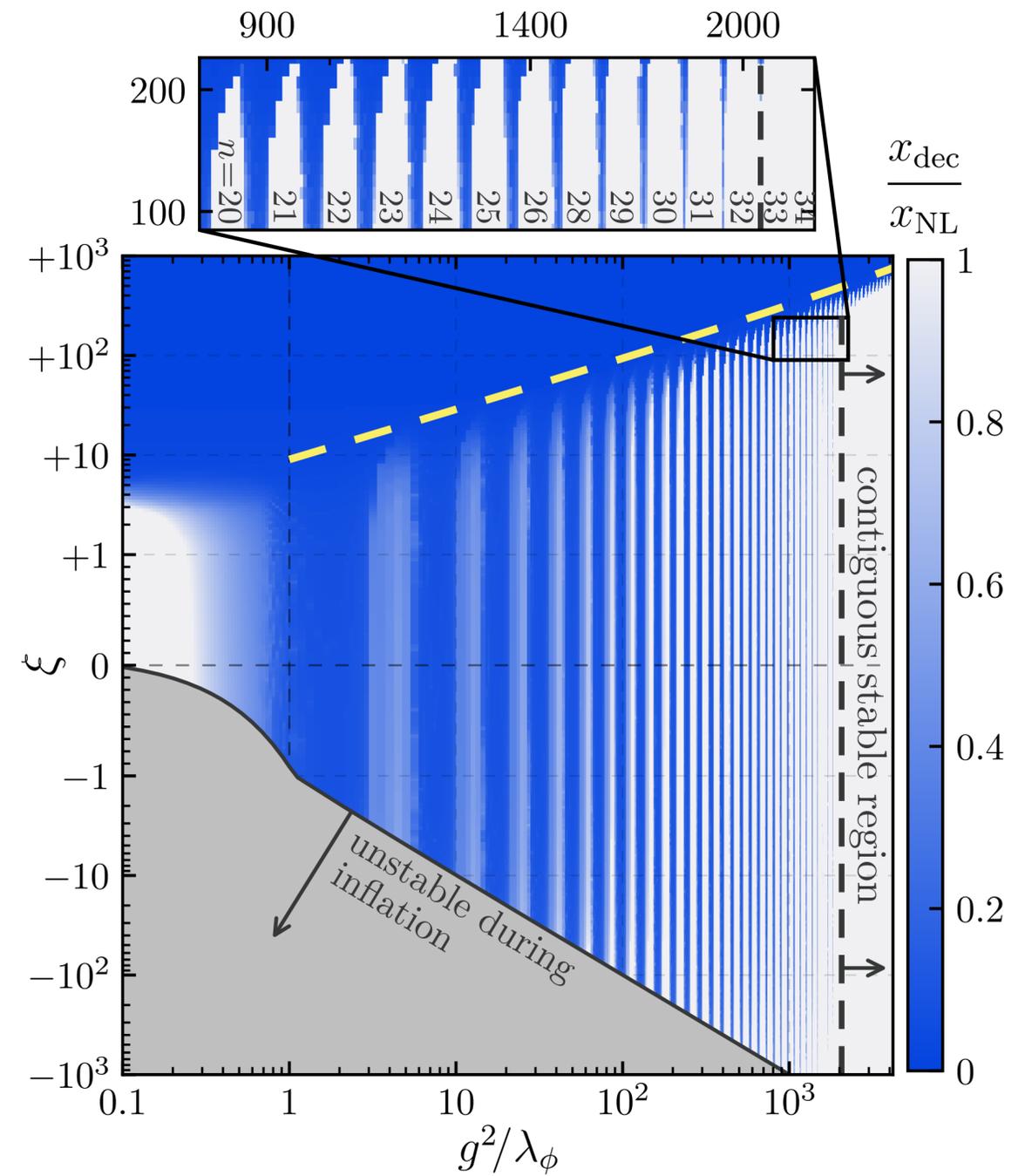
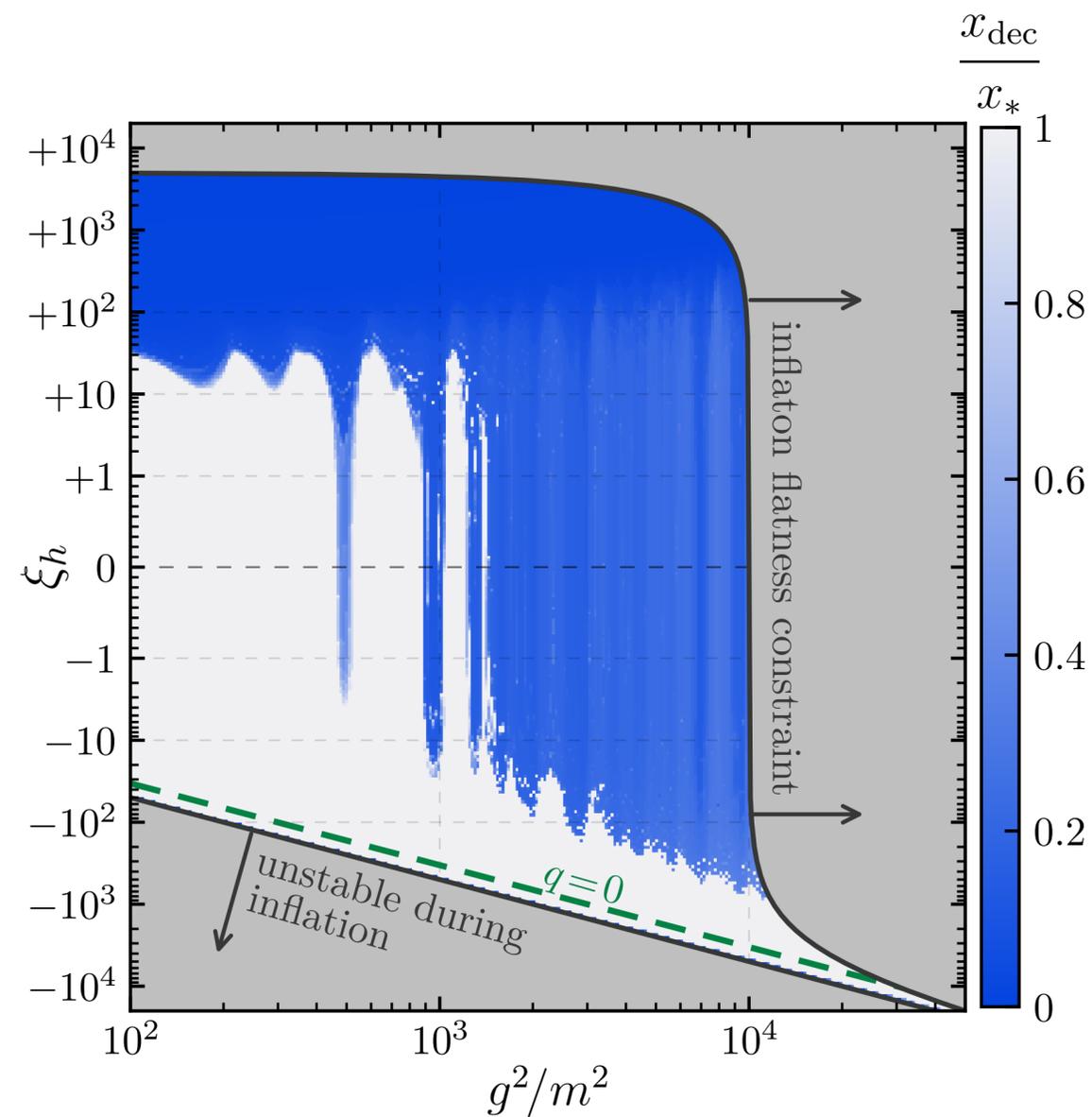


# Massive vs Massless Preheating

	Massive preheating	Massless Preheating
宇宙膨張	モードが共鳴帯域から出入りする	(近似的に)スケール不変
パラメトリック共鳴	narrow resonance stochastic resonance	narrow resonance broad resonance
タキオン不安定性	Mathieu 方程式の $A - 2 q  < 0$ の場合として統一的に理解可能。	相対的に効果が減衰する。 インフレーション直後に重要。
両方の結合による 非自明な時間発展	無し	有り
両方の結合の効果 の完全な打ち消し	有り得る ( $q = 0$ )	有り得ない
粒子崩壊の効果	効かない (効果が減衰する)	効く (粒子生成を打ち消し得る)



# Massive vs Massless Preheating



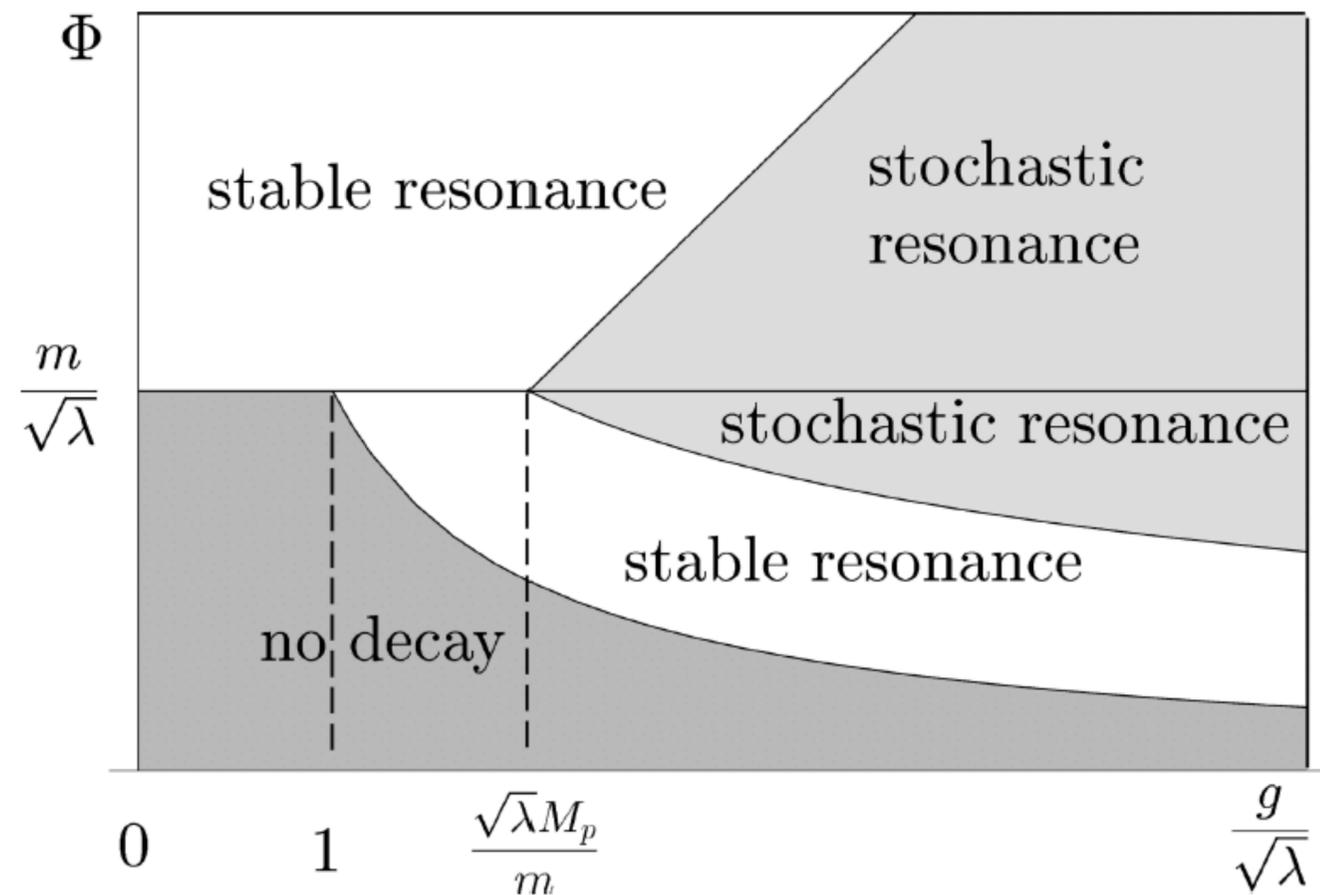
[Ema, Karciauskas, Lebedev, Zatta, 1703.04681] と概ね整合的。

# Massless Preheating with Small Mass

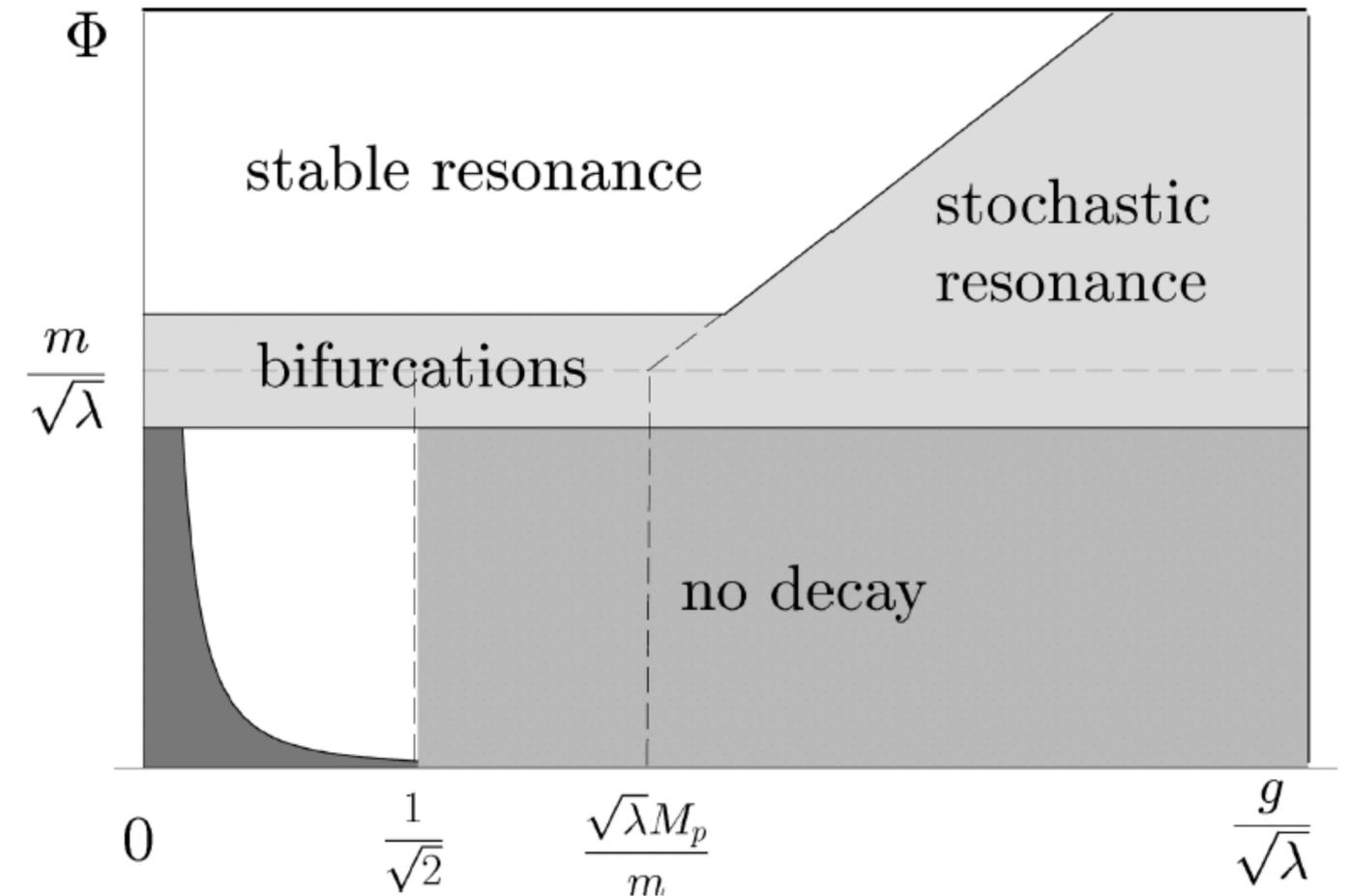
[Greene, Kofman, Linde, Starobinsky, hep-ph/9705347]

インフラトン質量はスケール不変性を破り、時間の経過と共に  $\mathcal{O}(a^2)$  で益々重要になる。

正の二乗質量の場合



負の二乗質量の場合



# プリヒーティング後期以降の安定性

massive preheating の場合に、熱浴との相互作用などを考慮した議論 [\[Ema, Mukaida, Nakayama, 1602.00483\]](#)

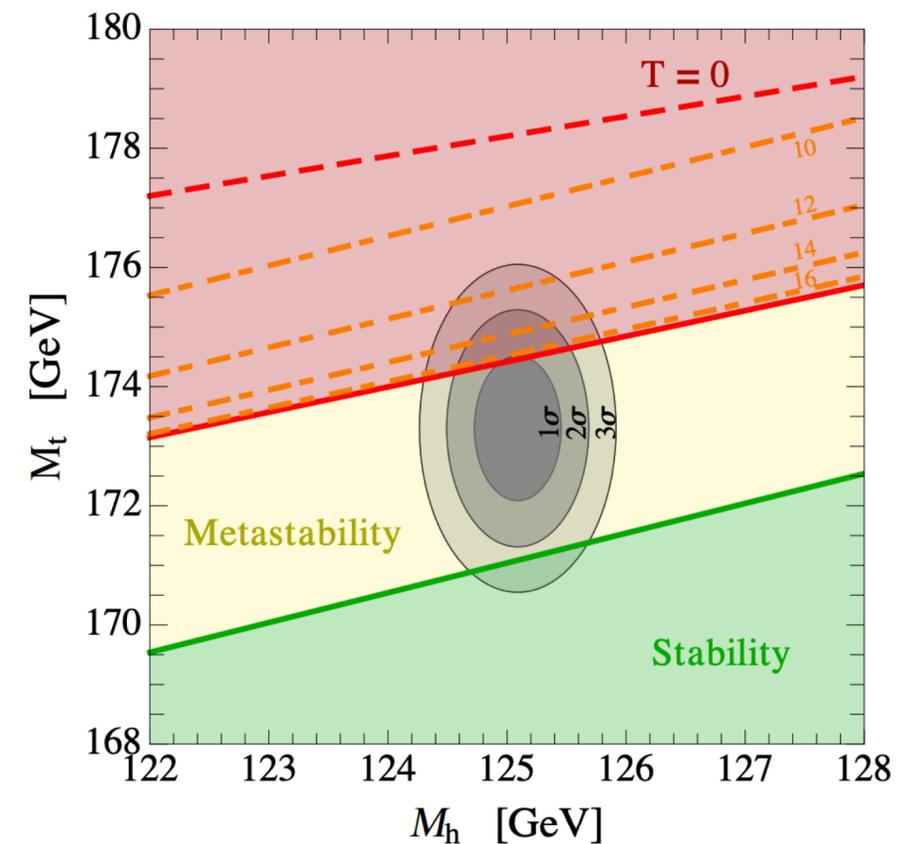
See also [\[Harigaya, Mukaida, 1312.3097\]](#), [\[Mukaida, Yamada, 1506.07661\]](#), [\[Kohri, Matsui, 1602.02100\]](#)

massless preheating の場合、有効質量に対する負の寄与は正の寄与と同じ時間依存性

$$g^2\phi^2 \propto \lambda_h \langle h^2 \rangle \propto a^{-2}$$

reheating 以降の、有限温度での真空崩壊確率の評価

[\[Delle Rose, Marzo, Urbano, 1507.06912\]](#)



瞬間的な再加熱を仮定した場合の再加熱温度 (GeV)